

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2019	PERÍODO:	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	26/agosto/2019

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: _____ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

1. (10 PUNTOS) Justificando su respuesta, establezca si la proposición dada es VERDADERA o FALSA.

- (a) (5 PUNTOS) Dada la función por tramos $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida así:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$$

Entonces:

$$\int_1^4 f(x) dx = \frac{7}{2}$$

(b) (5 PUNTOS) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1 - x}{\text{sen}^2(x)} \right) = \frac{1}{2}$

2. (10 PUNTOS) Bosqueje en un plano cartesiano la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ que es continua en todo su dominio y cumple con las siguientes condiciones:

- (i) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 1| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
- (ii) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 3| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
- (iii) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x| < \delta) \Rightarrow (|f(x) - 2| < \xi)]$
- (iv) $\forall \xi > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \text{dom } f [(|x - 2| < \delta) \Rightarrow (|f(x) + 4| < \xi)]$
- (v) $\forall \xi > 0 \exists N > 0 \forall x \in \text{dom } f [(x < -N) \Rightarrow (|f(x) - 3| < \xi)]$
- (vi) $f'(x) < 0$, si $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$.
- (vii) $f'(x) > 0$, si $x \in (2, 3)$.
- (viii) $f'(2)$ no existe.
- (ix) $f'(3) = 0$
- (x) $f''(x) < 0, \forall x \in \text{dom } f - \{2\}$

3. (10 PUNTOS) Obtenga las siguientes antiderivadas:

(a) (5 PUNTOS) $\int \left(\frac{2x^3 + x^2 + 2x - 1}{x^4 - 1} \right) dx$

(b) (5 PUNTOS) $\int \frac{\ln(x)}{x^4} dx$

4. (8 PUNTOS) Calcule el área de la región R definida así:

$$R: \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = \frac{x}{x^2 + 1} \end{cases} ; \quad x \in [1, +\infty)$$

5. (4 PUNTOS) Definiendo una función adecuada y usando diferenciales, aproxime el valor de $\sqrt[4]{80}$.

6. (8 PUNTOS) De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

(a) En la fabricación y venta de x [unidades] de cierto bien, las funciones de precio unitario p y costo total c , ambas en [\$], vienen dadas por:

$$\begin{aligned} p(x) &= 6 - 0.003x \\ c(x) &= 4 + 2.1x \end{aligned}$$

Determine el nivel de producción que generará una UTILIDAD TOTAL MÁXIMA.

(b) Un observatorio debe tener la forma de un cilindro recto coronado por un domo semiesférico. Se conoce que el domo semiesférico costará el doble por [m^2] que las paredes laterales cilíndricas que cuestan \$ 10 cada [m^2]. Determine las DIMENSIONES MÁS ECONÓMICAS del observatorio, si se quiere que tenga 400π [m^3] de volumen.