

Año:	2024	Periodo:	I PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesores:	Jesús Aponte, Carlos Martín Luis Fernando Mejías
Evaluación:	Primera	Fecha:	1 de julio de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (10 puntos) Un virus se propaga según el modelo logístico en un poblado de 7 mil habitantes. Cuando el virus es detectado hay 500 personas infectadas. Después de 3 días existen 1500 personas infectadas. ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que $3/4$ partes del poblado esté infectado con el virus?

2. (10 puntos) Sea W el subconjunto de P_2 que satisfacen la identidad

$$p''(t) - 2p(1) = 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Verifique que W es un subespacio vectorial de P_2 y calcule su dimensión.

3. Sean $u_1 = (1, 1, 1, 0)$, $u_2 = (0, 1, 1, 1)$ y $u_3 = (1, 1, 0, 0)$ tres vectores de \mathbb{R}^4 .
- (a) (3 puntos) Determine si $\{u_1, u_2, u_3\}$ es linealmente dependiente o independiente.
- (b) (4 puntos) Halle un vector no nulo u_4 tal que $Y = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ sea dependiente.
- (c) (3 puntos) Halle un vector u_5 tal que $\{u_1, u_2, u_3, u_5\}$ sea independiente.

4. Para un cierto número positivo k , la ecuación diferencial del movimiento armónico simple $y'' + k^2y = 0$ tiene soluciones de la forma $u(t)$ con $u(0) = u(3) = 0$ y $u(t) \neq 0$ para todo t en el intervalo abierto $0 < t < 3$. Calcule k y $u(t)$.

5. Considere la ecuación diferencial de segundo orden:

$$t^2 y'' + 2ty' - 6y = 0, \quad t > 0.$$

Encuentre dos soluciones linealmente independientes de la forma $y(t) = t^c$, $t > 0$, donde c es un número real, y luego halle la solución general.