Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas — espol	**Escuela Superior Politécnica del Litoral** **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas**
	Materia: Matemáticas Discretas **Fecha:** 22/11/2024
	Profesores: Cristhian Hernández, Ebner Pineda
	Periodo y Año: II PAO 2024
	Estudiante:
	Cédula:
	Paralelo:

EXAMEN DE PRIMERA EVALUACIÓN

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración.

____

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (20 puntos) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas. Si la proposición es verdadera, demuestrela formalmente, en caso contrario proporcione un contraejemplo.

   (a) El 487 es un número compuesto. (5 puntos).

(b) $96_{10} + 1110001_2 = D1_{16}$. (5 puntos).

(c) Sean $a, b, d \in \mathbb{Z}^+$. Si $d|a$ y $d|b$, entonces $d \leq mcd(a, a+b)$ (10 puntos).

2. (15 puntos) Utilizando lógica formal, determine la validez del siguiente razonamiento:
si no llueve o no hay niebla, la carrera de lanchas se realizará y las exhibiciones continuarán. Si se realiza la carrera de lanchas entonces se entregará el trofeo. El trofeo no fue entregado.
En conclusión, llovió.

3. (15 puntos) Si P es un polígono convexo de n lados, demuestre que P tiene $\dfrac{n(n-3)}{2}$ diagonales.
   Nota: se dice que un polígono es convexo cuando todos sus ángulos interiores son inferiores a 180° y una diagonal es un segmento de recta que une dos vértices de un polígono pero no es un lado del mismo.

4. (15 puntos) Sea U un conjunto finito y sea X el conjunto formado por todos los subconjuntos no vacíos de U. Se define la relación R en X de la siguiente forma:

$$ARB \Leftrightarrow A \cap B = A.$$

Demuestre que R es un orden parcial sobre X.

5. (15 puntos) Sea $f : X \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Demuestre que si f es estrictamente creciente, entonces f es inyectiva. **Nota:** Una función $f : X \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es estrictamente creciente si y solo si $\forall x_1, x_2 \in X : \ x_1 < x_2 \to f(x_1) < f(x_2)$.

6. (20 puntos) Sea c_n una lista de números definida por $c_1 = 0$ y $c_n = 4c_{\lfloor n/2 \rfloor} + n$ para toda $n > 1$. Usando inducción fuerte, demuestre que $c_n > \dfrac{(n+1)^2}{8}$. **Ayuda:** puede usar la desigualdad $\lfloor n/2 \rfloor \geq \dfrac{n-1}{2}$ sin tener que probarla.