Escuela Superior Politécnica del Litoral
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales
EXAMEN DE SEGUNDA EVALUACIÓN

SEGUNDA EVALUACIÓN Febrero , 17 de 2017

Yo,……………………………………………………………………………………al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar calculadora básica, un lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y cualquier instrumento de comunicación que hubiera traído, debo apagarlo y guardarlo, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. Además no debo consultar libros, notas ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

FIRMA:……………………………………………………….. PARALELO:……………

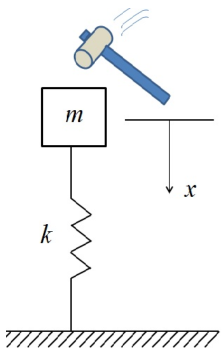
1. (10 p.) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$x^3y'' - x^2(1+x)y' + xy = 0$$

alrededor de su punto singular.

2. (10 p.) Resuelva el problema de valor inicial: $y'' + y = f(x)$; $y(0) = y'(0) = 0$, en donde $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 1; \\ 2, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$

3. (10 p.) Una masa $m = 1$ reposa encima de un resorte lineal cuya constante es $k = 4$; no hay amortiguador. La masa se aparta del reposo con $x(0) = 3$. En el instante $t = 2\pi$ la masa se golpea con un martillo que le produce un impulso $I = 8$, como se muestra en la figura. Como resultado de este impulso la masa comienza a vibrar hacia arriba y hacia abajo. Encuentre la función $x(t)$ que describe el desplazamiento vertical de la masa.



4. (10 p.) Encuentre la solución general del sistema $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}$ para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

.

5. (10 p.) Utilizando un desarrollo en serie de Fourier adcecuado para la función $f(x) = 1$ en el intervalo $0 < x < \pi$, demuestre que la serie numérica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ tiene por suma $S = \dfrac{\pi}{4}$.