

EXAMEN FINAL

Problema 1 [15 puntos]

Considere el siguiente juego simultáneo entre dos jugadores

	A_2	B_2	C_2
A_1	3,2	1,0	0,1
B_1	2,1	4,5	2,0
C_1	1,2	1,2	1,0

a) [5 puntos] Encuentre los equilibrios Nash en estrategias puras

$$EN = \{(j_1, j_2) : (A_1, A_2); (B_1, B_2)\}$$

Opción 1

3 pts: Si encuentra un equilibrio de Nash de manera correcta.

+

2 pts: Si encuentra el segundo EN correctamente.

Opción 2

2 pts: Si encuentra el segundo EN correctamente.

b) [10 puntos] Encuentre los equilibrios Nash en estrategias mixtas

Opción 1

1 pt: Si plantea $u(A_1) > u(B_1)$.

+

1 pt: Si plantea $u(A_2) > u(B_2)$.

+

2 pts: Si concluye que $q > 3/4$. 1 pt si se equivoco en el despeje y no le permite llegar a ese valor.

+

2 pts: Si concluye que $p > 2/3$. 1 pt si se equivoco en el despeje y no le permite llegar a ese valor.

+

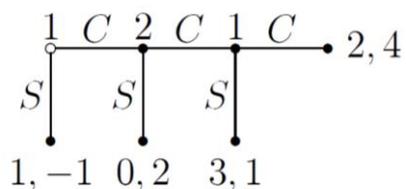
2 pts: Si concluye que $J_1 = \begin{cases} A_1 & q > 3/4 \\ B_1 & q < 3/4, \text{ o } 1\text{pt si encuentra algunos errores.} \\ A_1 \text{ o } B_1 & q = 3/4 \end{cases}$

+

2 pts: Si concluye que $J_2 = \begin{cases} A_2 & p > 2/3 \\ B_2 & p < 2/3, \text{ o } 1\text{pt si encuentra algunos errores.} \\ A_2 \text{ o } B_2 & p = 2/3 \end{cases}$

Problema 2 [20 puntos]

Considere el siguiente juego de forma reducida



a) [5 puntos] Escriba la forma matricial de este juego

	S	C
SS	1,-1	1,-1
SC	1,-1	1,-1
CS	0,2	3,1
CC	0,2	2,4

Opción 1

3 pts: Si escribe las estrategias correctamente. 2pts: si escribe mal a lo mas dos estrategias del J1.

+

2 pts: Si escribe los pagos en las celdas correcta. 1 pt si comete algún error.

Opción 2

El estudiante tiene 0 en este literal si escribe las estrategias del jugador 1 mal.

b) [5 puntos] Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras.

$$EN = \{(J1, J2): (SS, S); (SC, S)\}$$

3 pts: Si escribe un EN correctamente.

+

2 pts: Si escribe el segundo EN correctamente.

c) [10 puntos] Encuentre el conjunto de estrategias puras que represente Equilibrios de Nash Perfectos en subjuego.

$$ENSP = \{(J1, J2): (SS, S)\}$$

10 pts: Si escribió correctamente.

0 pts: Si no llevo al resultado.

Problema 3 [35 puntos] COURNOT + STACKELBERG

Suponga que existen dos empresas idénticas que producen un mismo producto cuya demanda de mercado es $P=140-Q$. Los costos unitarios de producción son iguales a 20.

- a) [10 puntos] Encuentre el equilibrio desde el punto de vista de Cournot. Grafique las funciones de reacción.

PASO 1: Max π de la firma 1

$$P = 140 - Q$$

$$P = 140 - (q_1 + q_2)$$

$$\pi_1 = P * q_1 - C_T$$

$$\pi_1 = [140 - (q_1 + q_2)] * q_1 - 20 * q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 140 - 2q_1 - q_2 - 20 = 0$$

$$q_{1(q_2)} = \frac{120 - q_2}{2}$$

Función de reacción o Mejor respuesta de la firma 1 ante las acciones (nivel de producción) de la firma 2.

FUNCIÓN 1 (2 PUNTOS)

PASO 2: Max π de la firma 2

$$\pi_2 = P * Q_2 - C_T$$

$$\pi_2 = [140 - (q_1 + q_2)] * q_2 - 20 * q_2$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = 140 - q_1 - 2q_2 - 20 = 0$$

$$q_{2(q_1)} = \frac{120 - q_1}{2}$$

Función de reacción o Mejor respuesta de la firma 2 ante las acciones (nivel de producción) de la firma 1.

FUNCIÓN 2 (2 PUNTOS)

Obteniendo cantidades

$$q_{1(q_2)} = \frac{120 - q_2}{2}$$

$$q_{2(q_1)} = \frac{120 - q_1}{2}$$

$$q_1 = \frac{120 - \left(\frac{120 - q_1}{2}\right)}{2}$$

$$q_1 = 40$$

$$q_2 = 40$$

CANTIDAD 1 (2 PUNTOS)

CANTIDAD 2 (2 PUNTOS)

Obteniendo el precio y beneficios

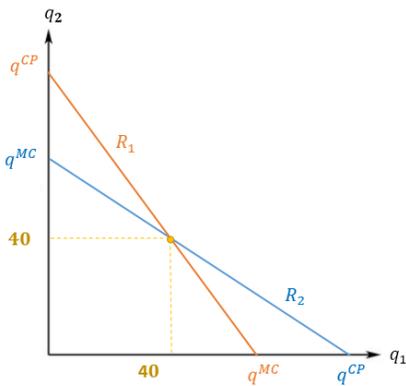
$$P = 140 - (q_1 + q_2)$$

$$P = 140 - 80$$

$$P = 60$$

PRECIO (1 PUNTO)

Beneficio1= Beneficio 2= 1600



q^{CP} : Competencia perfecta
 q^{MC} : Monopolio compartido

GRÁFICO (1 PUNTOS)

b) [5puntos] Encuentre la solución de colusión.

$$\pi = P * Q - 20Q$$

1 PUNTO SI PLANTEA BIEN EL PROBLEMA

$$\pi = (140 - Q)Q - 20Q$$

$$\pi = 140Q - Q^2 - 20Q$$

$$\frac{d\pi}{dQ} = 140 - 2Q - 20 = 0$$

Q=60 (2 PUNTO)

Q1=30 y Q2=30

P=80 (1 PUNTO)

Beneficios= 3600 **(1 PUNTO)**

Beneficios 1 =Beneficios 2= 1800

c) [5puntos] Construya la matriz de pagos y determine el equilibrio de NASH – COURNOT

Beneficios del desvío= $Pq_1 - cq_1 = (140 - q_1 - 30) q_1 - 20q_1$

$$\frac{d\pi_{desvío}}{dq_1} = 110 - 2q_1 - 20 = 0$$

$Q_1 = 45$

Beneficios del desvío firma 1= 2025

Beneficios de la firma 2 si la 1 se desvía = $(140 - 45 - 30)30 - 20(30) = 1350$

F1/F2	Coopera	No coopera
Coopera	1800,1800 (1 PUNTO)	1350,2025 (1 PUNTO)
No coopera	2025,1350 (1 PUNTO)	1600,1600 (1 PUNTO)

EN (NC,NC)

ENCUENTRA EL EQUILIBRIO DE NASH (1 PUNTO)

d) [5puntos] Si el juego es repetido, ¿Qué valor debe tomar δ para que las firmas decidan mantenerse en el acuerdo colusivo?

$$\delta > \frac{\Pi^D - \Pi^{AC}}{\Pi^D - \Pi^C} = 0.53$$

1 PUNTO POR CADA VALOR CORRECTAMENTE DETERMINADO Y 1 PUNTO POR EL RESULTADO DE 0.53

e) [10 puntos] Suponga que la empresa 1 se mueve primero. ¿cuáles son los beneficios de la empresa 1 y de la 2 desde el punto de vista de Stackelberg?

PASO 1: Max π^S

$$\pi^S = [140 - (q_L + q_S)] * q_S - 20 * q_S$$

$$\frac{\partial \pi^S}{\partial q_S} = 140 - q_L - 2q_S - 20 = 0$$

$$q_S = \frac{120 - q_L}{2} = 30$$

PLANTEAMIENTO DE LOS BENEFICIOS DEL SEGUIDOR (2 PUNTOS)

FUNCIÓN DE REACCIÓN DEL SEGUIDOR (2 PUNTOS)

CANTIDAD DEL SEGUIDOR (1 PUNTO)

PASO 2: $\text{Max } \pi^L$

$$\pi_L = [140 - (q_L + q_S)] * q_L - 10 * q_L$$

$$\pi_L = \left[140 - \left(q_L + \frac{120 - q_L}{2} \right) \right] * q_L - 20 * q_L$$

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} = 140 - 2q_L - 60 + q_L - 20 = 0$$

$$q_L = 60$$

PLANTEAMIENTO DE LOS BENEFICIOS DEL LIDER (1 PUNTO)

CANTIDAD DEL LIDER (1 PUNTO)

$$P = 140 - (60 + 30)$$

$$P = 50$$

PRECIO (1 PUNTO)

$$\pi_L = 1800$$

BENEFICIOS DEL LIDER (1 PUNTO)

BENEFICIOS DEL SEGUIDOR (1 PUNTO)

$$\pi_2 = 900$$

Problema 4 [30 puntos]

En Guayaquil solo dos empresas venden café cortado con leche de soya en tazas de 8 oz: Pepe Paise (empresa 1) y Suirancofi (empresa 2). A pesar de ser en apariencia un mismo producto, las personas los perciben como distintos. Algunos dicen que el café tratado con mifosato de Pepe Paise lo hace mejor, mientras que otros opinan que las tierras donde crece el café polano de suirancofi le da un aroma único. Las funciones de demanda anual de Pepe Paise y Suirancofi en miles de tazas de café de cada empresa están dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned}q_1 &= 100 - 2p_1 + p_2 \\q_2 &= 300 - 3p_2 + 2p_1\end{aligned}$$

Donde p_1 y p_2 son los precios de venta en centavos de Pepe Paise y Suirancofi respectivamente. Como en cualquier función de demanda lineal, debe entenderse que, si el lado derecho de las ecuaciones es negativo, la cantidad demandada será cero.

A suirancofi le cuesta $c_2 = 20$ centavos producir cada tasa de café, mientras que a Pepe Paise, le cuesta $c_1 = 30$ centavos, dado que algunos de sus insumos son importados.

Las empresas compiten a la Bertrand.

- a) [5puntos] Establezca las funciones de reacción de cada una de las empresas.

Firma 1: Pepe Paise

$$\max_{p_1} \pi_1 = (p_1 - 30) [100 - 2p_1 + p_2]$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = (p_1 - 30)(-2) + [100 - 2p_1 + p_2] = 0$$

$$-2p_1 + 60 + 100 - 2p_1 + p_2 = 0$$

$$p_1 = \frac{160 + p_2}{4}$$

$$\hat{p}_1 = BR_1(p_2) = 40 + \frac{1}{4}p_2$$

Firma 2: Suirancofi

$$\max_{p_2} \pi_2 = (p_2 - 20) [300 - 3p_2 + 2p_1]$$

$$\frac{d\pi_2}{dp_2} = (p_2 - 20)(-3) + [300 - 3p_2 + 2p_1] = 0$$

$$-3p_2 + 60 + 300 - 3p_2 + 2p_1 = 0$$

$$p_1 = \frac{360 + 2p_1}{6}$$

$$\widehat{p}_2 = BR_2(p_1) = 60 + \frac{1}{3}p_1$$

b) [10 puntos] Indique los precios, cantidades y beneficios que obtendrá cada una de las empresas bajo un equilibrio de Nash – Bertrand.

$$P_1^* = 40 + \frac{1}{4} \left[60 + \frac{1}{3}P_1^* \right]$$

$$P_1^* = 40 + 15 + \frac{1}{12}P_1^*$$

$$\frac{11}{12}P_1^* = 55 \rightarrow P_1^* = 60 \text{ ctvs (2 puntos)}$$

$$P_2^* = 60 + \frac{1}{3}P_1^* \rightarrow P_2^* = 60 + \frac{1}{3}(60) \rightarrow P_2^* = 80 \text{ ctvs (2 puntos)}$$

$$q_1^* = 100 - 2P_1^* + P_2^* \rightarrow q_1^* = 100 - 2(60) + 80$$

$q_1^* = 60$ miles de tasas (2 puntos)

$$q_2^* = 300 - 3P_2^* + 2P_1^* \rightarrow q_2^* = 300 - 3(80) + 2(60)$$

$q_2^* = 180$ miles de tasas (2 puntos)

$$\pi_1^* = P_1^*q_1^* - 30q_1^* = (60 - 30)60 = 1800$$

$\pi_1^* = 1800$ miles de centavos o 18000 USD (1 punto)

$$\pi_2^* = (P_2^* - 20)q_2^* = (80 - 20)180 = 10800$$

$\pi_2^* = 10800$ miles de centavos o 108000 USD (1 punto)

- c) [15 puntos] Suirancofi y Pepe Paisa han mantenido conversaciones secretas para coludir. Para evitar levantar sospechas y ser sancionados, proponen que el acuerdo simplemente consista en fijar los precios que maximicen las ganancias conjuntas de la industria. Cada empresa se hará cargo de su producción y sus ganancias. De llegar a un acuerdo, la colusión funcionara. Un pajarito chiquitico les ha dicho que de faltar a su palabra, sus almas arderán por toda la eternidad en un lugar especial en la 8va Paila del infierno; así que, podemos considerar que el costo de incumplimiento es infinito. ¿Estarán ambas empresas a favor de coludir? Justifique su respuesta proveyendo información relevante sobre el resultado de implementar el acuerdo colusorio.

Colusión

$$\max_{p_1, p_2} \pi = \pi_1 + \pi_2 = (p_1 - 30) [100 - 2p_1 + p_2] + (p_2 - 20) [300 - 3p_2 + 2p_1] \quad (1 \text{ punto})$$

$$\frac{d\pi}{dp_1} = (p_1 - 30)(-2) + [100 - 2p_1 + p_2] + 2(p_2 - 20) = 0$$

$$-2p_1 + 60 + 100 - 2p_1 + p_2 + 2p_2 - 40 = 0$$

$$p_1 = \frac{120 + 3p_2}{4} \quad (3 \text{ puntos})$$

$$\frac{d\pi}{dp_2} = (p_1 - 30) + (p_2 - 20)(-3) + [300 - 3p_2 + 2p_1] = 0$$

$$p_1 - 30 - 3p_2 + 60 + 300 - 3p_2 + 2p_1 = 0$$

$$p_2 = \frac{330 + 3p_1}{6} \rightarrow 55 + \frac{1}{2}p_1 \quad (3 \text{ puntos})$$

$$P_2^{**} = 55 + \frac{1}{2} \left[30 + \frac{3}{4}P_2^{**} \right] = 55 + 15 + \frac{3}{8}P_2^{**}$$

$$\frac{5}{8}P_2^{**} = 70 \rightarrow P_2^{**} = 110 \text{ ctvs} \quad (1 \text{ punto})$$

$$P_1^{**} = 30 + \frac{3}{4}(112) \rightarrow P_1^{**} = 114 \text{ ctvs} \quad (1 \text{ punto})$$

$$q_1^* = 100 - 2(114) + 112$$

$$q_1^{**} = 0 \quad (1 \text{ punto})$$

$$q_2^* = 300 - 3(112) + 112(114)$$

$$q_2^{**} = 192 \text{ (1 punto)}$$

$$\pi_1^{**} = 0 \text{ (1 punto)}$$

$$\pi_2^{**} = (112 - 20)(192) = (92)(192) = 17664 \text{ (1 punto)}$$

Se puede observar que bajo un acuerdo colusorio, la empresa 1 (Pepe Paisa) no obtendrá ganancias, mientras que Suirancofi las incrementaría. Si bien de manera conjunta las ganancias de la industria se incrementan, en la forma como está concebido, el acuerdo no es beneficioso para Pepe Pisa y por tanto no aceptaría. **(2 puntos)**