AÑO:	2025	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Guale A., Laveglia F., Mancero M., Ramos M., Solís J., Valdiviezo J.				
EVALUACIÓN:	TERCERA	FECHA:	08/septiembre/2025		

Total

	T1	T2	T3	T4	T5
Puntos posibles	15	15	25	20	25
Puntos obtenidos					

Nombre: ____ *Cédula:* ______________ *Paralelo:* ___

1. (15 PUNTOS) En una estación biológica se modelizan dos poblaciones, P_A y P_B, tales que:

$$P_A(t) = \left(\frac{k+1}{2}\right)e^{-0.06t} \qquad\qquad P_B(t) = 300 + 120e^{-0.03t}$$

donde el tiempo t está dado en $años$, por lo que $t \geq 0$.

Con la aplicación de límites y sus teoremas o propiedades, para cada literal:

(a) (8 PUNTOS) Obtenga el valor de la constante k para la expresión correspondiente a P_A, si su población inicial es de 350 $individuos$.

(b) (7 PUNTOS) Determine la cantidad N de $individuos$ a la que tiende la población P_B, si el tiempo transcurre en forma indefinida.

2. (15 PUNTOS) Dada una curva en coordenadas paramétricas:

$$C:\ \begin{cases} x(t) = 3\,cos(\pi t) \\ y(t) = 2\,sen(\pi t) \end{cases} \quad ; \quad t \in [0, 2]$$

(a) (7 PUNTOS) Obtenga la expresión correspondiente a $\frac{dy}{dx}$ y evalúela cuando $t = \frac{1}{4}$.

(b) (8 PUNTOS) Obtenga la expresión correspondiente a $\frac{d^2y}{dx^2}$ y evalúela cuando $t = \frac{1}{4}$.

3. (25 PUNTOS) Suponga que, en un canal de riego, el caudal de agua Q que fluye a través de una compuerta, se modeliza mediante la función:

$$Q(x) = \frac{50x^2}{x^2 + 25} \quad ; \quad x \geq 0$$

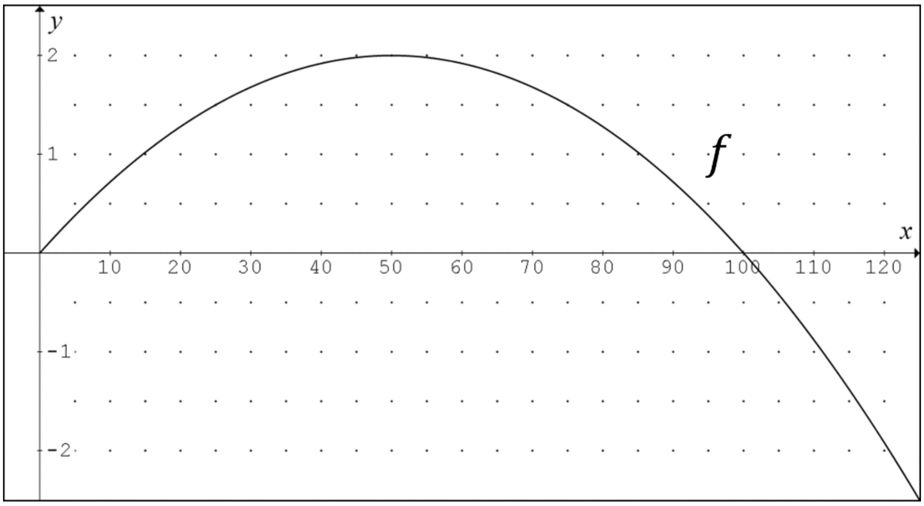
donde:

- Q se mide en $litros\ por\ segundo$; y,
- x representa la longitud, en $centímetros$, de la apertura que describe la compuerta conforme se desliza verticalmente.

(a) (10 PUNTOS) Obtenga la regla de correspondencia de $Q'(x)$. Luego, analizando el signo de $Q'(x)$, concluya si la cantidad de litros de agua por segundo aumenta o disminuye, a medida que la compuerta se eleva.

(b) (15 PUNTOS) Determine el PUNTO CRÍTICO ESTACIONARIO de $Q'(x)$ donde $Q(x)$ aumenta más rápido; esto es, obtenga el valor $x = c$, para el cual $Q''(x) = 0$. Considere que $\sqrt{3} \approx 1.73$ y aproxime su respuesta con un decimal.

4. (20 PUNTOS) La gráfica mostrada a continuación corresponde a una función de variable real $f: [0, +\infty) \mapsto \mathbb{R}$.



Si F es una antiderivada de f, tal que $F(0) = 0$, califique las siguientes proposiciones como VERDADERAS o FALSAS, justificando sus respuestas.

(a) (5 PUNTOS) F presenta un punto crítico en $x = 50$.

(b) (5 PUNTOS) F es creciente $\forall x \in (0, 50)$ y decreciente $\forall x \in (50, 100)$.

(c) (5 PUNTOS) F es cóncava hacia abajo $\forall x \in (60, 120)$.

(d) (5 PUNTOS) F presenta un punto de inflexión en $x = 100$.

5. (25 PUNTOS) Dada la región R definida como:

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;/\; \left(\sqrt{x} \leq y \leq 2\right) \wedge (0 \leq x \leq 4)\right\}$$

Calcule el volumen V del sólido de revolución que se genera al rotar R alrededor de la recta $x = 5$. Para el efecto, realice lo siguiente:

(a) (5 PUNTOS) Ubique, en el plano cartesiano, puntos relevantes de la región R, grafique los elementos que la limitan, identifíquela claramente; y, bosqueje su reflexión con respecto al eje de rotación.

(b) (10 PUNTOS) Dibuje la franja representativa y su rotación; luego, establezca la respectiva expresión para el volumen del elemento tridimensional generado.

(c) (10 PUNTOS) Plantee y evalúe la integral definida correspondiente al cálculo del volumen V.