FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea** el COMPROMISO DE HONOR; en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado**. **Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 6 preguntas.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 1

1. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ⊙) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ genera a V

2. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ⊙) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

$\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$ es linealmente independiente

3. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ʘ) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si $\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$ genera a V, entonces existe una base B de V tal que $B \subseteq \{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$

4. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ʘ) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

$\text{gen}\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\} = \text{gen}\{v_1, v_1+v_2,v_3,v_4-v_5,v_5\}$

5. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ʘ) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Sean $k \in K$; $v, w \in V$

Si kʘv= kʘw entonces v=w

6. (10 Puntos)

Sea (V,⊕, ʘ) un espacio vectorial sobre el campo (K,+,x). Se conoce que la dimensión de V es 4.

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si H y W son dos subespacios de V y $H \not\subset W$, entonces H+W no es un subespacio de V

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 2

1. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = b_1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_4 = b_3 \end{gathered}$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si el sistema es homogéneo tiene infinitas soluciones

2. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = b_1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_4 = b_3 \end{gathered}$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si el sistema es consistente el vector (b_1, b_2, b_3) pertenece al espacio columna de la matriz de coeficientes.

3. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = b_1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_4 = b_3 \end{gathered}$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si U Y W son soluciones del sistema entonces U+W también es una solución.

4. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = b_1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_4 = b_3 \end{gathered}$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si U Y W son soluciones del sistema entonces (1/2)(U+W) también es una solución.

5. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$\begin{gathered} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = b_1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_4 = b_3 \end{gathered}$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si se elimina la variable x_4, el sistema es consistente.

6. (10 Puntos)

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el campo de los reales.

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= b_1 \\
2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= b_2 \\
x_1 - 3x_2 - 2x_4 &= b_3
\end{aligned}
$$

Califique justificadamente la siguiente proposición como siempre verdadera **(S)**, a veces verdadera **(A)** o nunca verdadera **(N).**

Si $b_1=b_2=b_3$ el sistema es inconsistente.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 3

1. (20 Puntos)

Para un acto protocolar, se requieren 5 arreglos florales, para esto se cuenta con un presupuesto de $ 610 USD. Los arreglos deben contar de 24 flores cada uno. El costo de cada rosa es de $ 6 USD, los claveles cuestan $ 4 USD. cada uno y las orquídeas cuestan $ 3 USD. cada una. Si se requiere que la cantidad de rosas sea el doble que la cantidad total de las otras flores en cada arreglo.

Resolviendo de manera matricial, determinar:

¿Cuántas rosas, orquídeas y claveles se requieren para cada arreglo floral?

2. (20 Puntos)

Para un acto protocolar, se requieren 5 arreglos florales, para esto se cuenta con un presupuesto de $ 540 USD. Los arreglos deben contar de 20 flores cada uno. El costo de cada rosa es de $ 6 USD, los tulipanes cuestan $ 4 USD. cada uno y las lilas cuestan $ 3 USD. cada una. Si se requiere que la cantidad de rosas sea el triple que la cantidad total de las otras flores en cada arreglo.

Resolviendo de manera matricial, determinar:

¿Cuántas rosas, tulipanes y lilas se requieren para cada arreglo floral?

3. (20 Puntos)

Para un acto protocolar, se requieren 4 arreglos florales, para esto se cuenta con un presupuesto de $ 488 USD. Los arreglos deben contar de 24 flores cada uno. El costo de cada rosa es de $ 6 USD, los girasoles cuestan $ 2 USD. cada uno y los crisantemos cuestan $ 3 USD. cada una. Si se requiere que la cantidad de rosas sea el triple que la cantidad total de las otras flores en cada arreglo.

Resolviendo de manera matricial, determinar:

¿Cuántas rosas, girasoles y crisantemos se requieren para cada arreglo floral?

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 4

1. (20 Puntos)

Para el siguiente espacio vectorial V= { (x,y) $\in R^2$/ y > 0} con la operación de suma y multiplicación por un número real definidas por:

$$(x_1,y_1)+(x_2,y_2) = (x_1+x_2,y_1y_2)$$

$$\alpha(x,y)= (\alpha x , y^{\alpha})$$

a) Determine cuáles de estos conjuntos son subespacios de V:

H={(x,y)/ y=2^x }, W={ x,y)/ y = 3x} , U={ (x,y)/y=1}

b) Encuentre la intersección de los subespacios encontrados en el literal a

2. (20 Puntos)

Para el siguiente espacio vectorial V= { (x,y) $\in R^2$/ y > 0} con la operación de suma y multiplicación por un número real definidas por:

$$(x_1,y_1)+(x_2,y_2) = (x_1+x_2,y_1y_2)$$

$$\alpha(x,y)= (\alpha x , y^{\alpha})$$

a) Determine cuáles de estos conjuntos son subespacios de V:

H={(x,y)/ y=3^x }, W={ x,y)/ y = 2x , U={ (x,y)/x=0}

b) Encuentre la intersección de los subespacios encontrados en el literal a

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 5

1. (20 Puntos)

Sea $V = \text{Gen}\{e^x, x^2, 1\}$. Considere las bases $B_1 = \{e^x - 1,\ x^2 + 1, 2e^x\}$ y $B_2 = \{v_1, v_2, v_3\}$ de V. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz de cambio de base de B_1 a B_2:

a. Determine los elementos de la base B_2.

b. Si $[v]_{B_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, calcule el vector v.

2. (20 Puntos)

Sea $V = \text{Gen}\left\{xe^x, e^2, \cos(x)\right\}$. Considere las bases

$B_1 = \left\{e^2 + \cos(x),\ xe^x - e^2, 2\cos(x)\ \right\}$ y $B_2 = \left\{v_1, v_2, v_3\right\}$ de V. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

la matriz de cambio de base de B_1 a B_2:

a. Determine los elementos de la base B_2.

b. Si $\left[v\right]_{B_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, calcule el vector v.

3. (20 Puntos)

Sea $V = \text{Gen}\left\{e^x, e, sen(x)\right\}$. Considere las bases $B_1 = \left\{2e - sen(x),\ -e^x, 3sen(x)\ \right\}$

y $B_2 = \left\{v_1, v_2, v_3\right\}$ de V. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ la matriz de cambio de base de B_1 a B_2

a. Determine los elementos de la base B_2.

b. Si $\left[v\right]_{B_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, calcule el vector v.

4. (20 Puntos)

Sea $V = \text{Gen}\left\{sen^2(x), x, \cos^2(x)\right\}$. Considere las bases $B_1 = \left\{2sen^2(x) + \cos^2(x),\ x + \cos^2(x), -3x\right\}$ y $B_2 = \{v_1, v_2, v_3\}$ de V. Sea $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1 \\ 1/4 & -1/2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz de cambio de base de B_1 a B_2:

a. Determine los elementos de la base B_2.

b. Si $[v]_{B_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, calcule el vector v.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	**PERIODO:** PRIMER TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Sánchez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 07/07/2022

TEMA 6

1. (20 Puntos)

Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -1 & -3 & -4 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

a. Determine W= ELA(espacio fila de A) + NuA(núcleo de A)
b. Determine una base y la dimensión de W

2. (20 Puntos)

Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a. Determine W= ELA(espacio fila de A) + NuA(núcleo de A)
b. Determine una base y la dimensión de W

3. (20 Puntos)

Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

a. Determine W= ELA(espacio fila de A) + NuA(núcleo de A)
b. Determine una base y la dimensión de W

4. (20 Puntos)

Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a. Determine W= ELA(espacio fila de A) + NuA(núcleo de A)
b. Determine una base y la dimensión de W