ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE POSTGRADO

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

"MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA"

TEMA:

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE AULA INVERTIDA PARA LA ENSEÑANZA DE INTEGRALES DEFINIDAS DE FUNCIONES POLINOMIALES A ESTUDIANTES DE TERCER AÑO DE BACHILLERATO.

AUTOR:

ERICK SANTIAGO LLIVISACA RAMOS

Guayaquil - Ecuador

2024

RESUMEN

El presente trabajo titulado "Implementación del método de aula invertida para la enseñanza de integrales definidas de funciones polinomiales a estudiantes de tercer año de bachillerato" aborda el uso del método de aula invertida como una estrategia efectiva en la enseñanza de las integrales definidas de funciones polinomiales. El enfoque centrado en el estudiante permite que estos investiguen y adquieran conocimientos por sí mismos antes de compartirlos en clase, lo cual favorece la autonomía y profundización en los temas. El estudio resalta los problemas arraigados en los enfoques tradicionales del cálculo integral, como la falta de comprensión de conceptos esenciales y la limitada incorporación de tecnologías de la información y la comunicación. Los objetivos del trabajo se centran en abordar estas dificultades y mejorar la enseñanza y el aprendizaje del cálculo integral. La metodología propuesta implica la implementación del método de aula invertida, donde los estudiantes trabajan de forma autónoma y luego participan en clases presenciales para reforzar el aprendizaje. Se espera que esta estrategia promueva la comprensión profunda, la motivación y el aprendizaje activo. Los resultados y la discusión de este estudio podrían tener un impacto positivo en la educación matemática, la preparación de los estudiantes para futuros desafíos académicos y profesionales, así como en el desarrollo de habilidades de pensamiento lógico y abstracto.

Palabras clave: método de aula invertida, cálculo integral, autonomía estudiantil, aprendizaje activo.

ABSTRACT

The present work titled "Implementation of the Flipped Classroom Method for Teaching Definite Integrals of Polynomial Functions to Third-Year High School Students" addresses the use of the flipped classroom method as an effective strategy in teaching definite integrals of polynomial functions. The student-centered approach allows students to investigate and acquire knowledge on their own before sharing it in class, thus promoting autonomy and in-depth understanding of the topics. The study highlights the problems associated with traditional approaches to integral calculus, such as a lack of understanding of essential concepts and limited incorporation of information and communication technologies. The objectives of the work focus on addressing these difficulties and improving the teaching and learning of integral calculus. The proposed methodology involves the implementation of the flipped classroom method, where students work autonomously and then participate in face-to-face classes to reinforce their learning. It is expected that this strategy will promote deep understanding, motivation, and active learning. The results and discussion of this study could have a positive impact on mathematics education, students' preparation for future academic and professional challenges, as well as the development of logical and abstract thinking skills.

Keywords: flipped classroom method, integral calculus, student autonomy, active learning.

DEDICATORIA

En primer lugar, quiero dedicar esta tesis a mi pareja Fernanda Maribel, quien además de ser la madre de nuestro hijo, ha sido mi compañera de vida y mi mayor fuente de apoyo.

En segundo lugar, quiero dedicar esta tesis a mi hermano y hermanas Michelle, Matías y Rafaela. Desde que éramos pequeños, hemos compartido risas, aventuras y momentos inolvidables. Han sido mis compañeros de vida y mis aliados en cada paso del camino.

Por último, pero no menos importante, dedico esta tesis a mi hijo, Martín Samuel. Eres mi mayor motivación y fuente de alegría. Tu presencia en mi vida ha sido un regalo invaluable, y cada logro que alcanzo es para brindarte un futuro mejor. Espero ser un ejemplo para ti y enseñarte el valor del esfuerzo, la pasión y el amor por el conocimiento. Esta tesis es un tributo a nuestro vínculo y a mi compromiso de construir un mundo mejor para ti.

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a Dios, quien ha sido mi guía y fortaleza a lo largo de mi camino académico. Su amor incondicional, sabiduría y bendiciones han iluminado mi sendero y me han brindado la fuerza necesaria para superar desafíos y alcanzar metas.

Agradezco de manera especial a mi pareja Fernanda Maribel por estar a mi lado en cada paso del camino. Su paciencia, comprensión y amor incondicional han sido fundamentales en mi desarrollo académico y personal. Esta tesis no solo es mi logro, sino también el tuyo, ya que juntos hemos superado desafíos y has sido un pilar fundamental en mi motivación y perseverancia.

Agradezco a mis amados padres Patricio y Beatriz, quienes me han brindado su amor, confianza y estímulo desde el principio. Su guía y ejemplo me han inspirado a perseguir mis sueños y a alcanzar metas cada vez más altas.

También dedico un profundo agradecimiento a mi directora de tesis, cuyo conocimiento y orientación han sido fundamentales en este proceso. Su sabiduría, paciencia y dedicación han sido invaluables para mi formación académica y personal.

Asimismo, quiero expresar mi agradecimiento al Colegio de Bachillerato Macas por proporcionar un ambiente académico enriquecedor y por brindarme oportunidades de investigación y aplicación práctica.

No puedo dejar de agradecer a mis profesores y profesoras, quienes han compartido su conocimiento y experiencia a lo largo de mi formación académica. Sus enseñanzas han enriquecido mi visión del mundo y han sido una fuente constante de inspiración para perseverar en la búsqueda del conocimiento.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Titulación, me corresponde exclusivamente y ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría. El patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.

Firmado electrónicamente por:
ERICK SANTIAGO
LLIVISACA RAMOS

Erick Santiago Llivisaca Ramos

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Firmado electrónicamente por:
LUZ ELIMAR MARCHAN MENDOZA

PhD. Luz Elimar Marchan Mendoza

TUTORA

Firmado electrónicamente por:
FRANCISCO XAVIER VERA ALCIVAR

PhD. Francisco Xavier Vera Alcivar

PRESIDENTE

Firmado electrónicamente por:
SONNIA PAOLA REYES RAMOS

Mgs. Sonnia Paola Reyes Ramos

EVALUADORA

ABREVIATURAS O SIGLAS

T.I.C. - Tecnologías de la Información y la Comunicación.

P.P.T. - PowerPoint.

D.M. - Destreza Matemática.

F.I.P. - Figura profesional

TABLA DE CONTENIDO

LISTADO DE FIGURAS

LISTADO DE TABLAS

CAPÍTULO 1

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

El método de aula invertida ha ganado popularidad en la educación debido a su enfoque centrado en el estudiante. En este método, los estudiantes investigan el tema por sí mismos antes de compartir sus preguntas y aprendizajes en clase. En el contexto de las integrales definidas de funciones polinomiales, este enfoque es especialmente efectivo, ya que permite a los estudiantes trabajar de forma autónoma y profundizar en los temas antes de aplicarlos en clase. El proceso consta de dos fases: trabajo autónomo del estudiante y una clase presencial para reforzar el aprendizaje. Estudios han demostrado que este método puede mejorar significativamente las calificaciones de matemáticas, sugiriendo su efectividad en esta área específica (Sancho, 2020).

Contrastando con los enfoques tradicionales formalista y mecanicista, que se centran en la formalidad matemática o en la práctica algorítmica, respectivamente, el método de aula invertida se presenta como una alternativa. Este método fomenta la participación activa del estudiante, permitiéndoles profundizar a su propio ritmo. Además, al compartir sus preguntas y conocimientos en clase, los estudiantes aplican los conceptos a situaciones concretas, desarrollando habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas (Alanís, 2012). Es esencial que los educadores exploren métodos innovadores para asegurar una educación matemática completa y efectiva, y el método de aula invertida se destaca como una herramienta valiosa para lograr este objetivo.

1.2 Descripción del problema

La enseñanza del cálculo integral se enfrenta a desafíos que impactan negativamente en la comprensión y aplicación exitosa de este tema crucial en la educación matemática. Se han identificado problemas arraigados en los enfoques tradicionales de enseñanza. Estos enfoques generan dificultades persistentes para los estudiantes, incluyendo la falta de comprensión de conceptos esenciales como la integral definida, lo que resulta en un bajo rendimiento en exámenes (Sancho, 2020).

Un problema fundamental es la orientación excesivamente algebraica en la enseñanza del cálculo integral, que descuida aspectos gráficos y geométricos. Este enfoque limita la capacidad de los estudiantes para aplicar el cálculo integral de manera eficaz en situaciones prácticas y comprender su relevancia en contextos del mundo real. Además, otro obstáculo que suele presentarse es la falta de incorporación de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el proceso de aprendizaje del cálculo integral. Esta carencia impide que los estudiantes visualicen y experimenten con conceptos matemáticos complejos (Rojas, 2021).

El problema central se refleja en el bajo rendimiento académico de los estudiantes y en su incapacidad para aplicar el cálculo integral con eficacia en situaciones prácticas. Esto se traduce en una necesidad urgente de revisar y adaptar las estrategias de enseñanza en este campo. Abordar estas dificultades es clave no solo para el éxito académico de los estudiantes, sino también para el desarrollo de la habilidad de utilizar el cálculo integral en su vida cotidiana y en sus carreras (Rojas, 2021).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Implementar el método de aula invertida, diseñado para estudiantes de tercer año de bachillerato, que incorpore diversas estrategias de enseñanza para el aprendizaje de integrales definidas de funciones polinomiales y su aplicación en el cálculo de áreas.

1.3.2 Objetivos específicos

1. Identificar estrategias de enseñanza apropiadas para el método de aula invertida considerando el nivel de conocimiento de los estudiantes sobre operaciones algebraicas de funciones polinomiales.
2. Diseñar un plan de enseñanza que incluya actividades antes, durante y después de la clase que en su implementación promuevan la participación y autonomía de los estudiantes en su proceso de aprendizaje de integrales definidas de funciones polinomiales y aplicaciones al cálculo de área.
3. Comparar el rendimiento de los estudiantes que siguen el método de aula invertida con aquellos que reciben una enseñanza tradicional.

1.4 Hipótesis

La implementación de la metodología del modelo aula invertida en un curso de cálculo integral para estudiantes de tercer año de bachillerato mejorará significativamente la comprensión y el rendimiento de los estudiantes.

1.5 Alcance

El presente proyecto contempla la implementación del método de aula invertida dirigido a estudiantes de tercero de bachillerato del Colegio de Bachillerato Macas situado en un sector urbano del cantón Morona, ciudad Macas. La institución donde se desarrolla el estudio alberga alrededor de 870 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los 14 y los 18 años, en jornada matutina.

Con el conocimiento de este panorama, es apropiado indicar los resultados de rendimiento académico en el área que compete a la investigación. Siguiendo los resultados obtenidos en 2022 en segundo de bachillerato, los estudiantes ingresan con un promedio de 7.1/10 en matemáticas, y finalizan con un promedio de 7.2/10. Como se puede notar, no se llega a un nivel de excelencia y se requiere atender el particular.

En ese contexto, el diseño de la propuesta pedagógica aquí planteada se planifica para su desarrollo en un intervalo de dos semanas, siendo un total de aproximadamente 22 estudiantes en la jornada matutina, en la materia matemática. Como no es posible desarrollar la investigación a lo largo de todo el ciclo lectivo, se decide trabajar en los bloques curriculares de integrales definidas de funciones polinomiales y aplicaciones al cálculo de área.

El entorno familiar de los estudiantes está comprendido por personas de los sectores urbanos y rurales de la ciudad de Macas. Los padres de los alumnos no están en capacidad de brindarles soporte educativo adicional, esto se conoce tras informaciones recabadas durante conversaciones mantenidas con las autoridades y los representantes que permiten controlar el avance académico de los alumnos.

El propósito de este trabajo es fomentar la utilización de un método que genere una participación activa por parte de los estudiantes, con el objetivo de generar cambios significativos en el ambiente educativo. Se busca dejar atrás el aprendizaje puramente memorístico y fomentar un enfoque interactivo, en el cual tanto el profesor como los estudiantes sean actores activos en la comunicación y el intercambio de información. Todo esto tiene como objetivo estimular las habilidades metacognitivas y cognitivas de los estudiantes, para lograr una comprensión más profunda y significativa del tema de integrales definidas de funciones polinomiales y aplicaciones al cálculo de área.

CAPÍTULO 2

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Aprendizaje activo

El aprendizaje activo se busca definirlo y entenderlo, considerándolo como una teoría o un conjunto de estrategias pedagógicas. Se propone tres dimensiones en el aprendizaje activo: conductual, cognitiva y social.

La dimensión conductual implica que los estudiantes se comporten activamente y creen materiales. La dimensión cognitiva se logra cuando los estudiantes piensan activamente para construir nuevo significado, incorporando la reflexión como parte clave. La dimensión social se alcanza mediante la participación activa con otros como colaboradores y recursos, permitiendo aprender a trabajar con los demás y utilizar recursos disponibles.

La teoría subyacente es el constructivismo, donde el aprendizaje es un proceso activo donde los aprendices construyen nuevas ideas basadas en su conocimiento actual. Si se centra en la capacidad individual para construir el conocimiento, es constructivismo cognitivo; si se construye a través de la interacción con otros, es constructivismo social.

Determinar si el aprendizaje activo es una teoría o una serie de estrategias es complejo. Implementarlo implica un cambio significativo, alejándose de métodos tradicionales hacia una metodología centrada en el estudiante. Requiere esfuerzo en la planificación y concienciación del alumnado para optimizar su participación. Estudios sugieren que, en la educación actual, las metodologías tradicionales son menos efectivas. Se destaca el aprendizaje activo, donde los estudiantes participan activamente, desarrollan habilidades y exploran sus actitudes y valores, yendo más allá de la mera recepción de información de manera pasiva. (Fernández R. , 2019)

2.2 Aula Invertida

"Lo que tradicionalmente se hace en clase ahora se hace en casa, y lo que tradicionalmente se hace como tarea ahora se completa en clase." (Jonathan Bergmann, 2012)

"El aprendizaje invertido es un enfoque pedagógico en el que la instrucción directa se desplaza de la dimensión del aprendizaje grupal a la dimensión del aprendizaje individual, transformándose el espacio grupal restante en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el que el facilitador guía a los estudiantes en la aplicación de los conceptos y en su involucramiento creativo con el contenido del curso." (Moore, 2014)

2.2.1 Cuatro pilares del aprendizaje invertido

Ambiente Flexible

- Crear espacios y marcos temporales que permiten a los estudiantes interactuar y reflexionar sobre su aprendizaje.
- Continuamente observar y dar seguimiento a los estudiantes para hacer ajustes cuando sea necesario.
- Ofrecer a los estudiantes diferentes maneras de aprender el contenido y demostrar su dominio.

Cultura de Aprendizaje

- Ofrecer a los estudiantes diversas oportunidades de involucrarse en actividades significativas en las que el profesor no es la pieza central.
- Dirigir estas actividades como mentor o guía y las hago accesibles a todos los estudiantes a través de la diferenciación y la retroalimentación.

Contenido intencional

- Priorizar los conceptos utilizados en la instrucción directa para que sean accesibles a los estudiantes por cuenta propia.
- Crear o seleccionar contenidos relevantes por lo general videos para mis estudiantes.
- Utilizar la diferenciación para hacer el contenido accesible y relevante para todos los estudiantes.

Educador Profesional

- Estar a disposición de los estudiantes para dar retroalimentación individual o grupal inmediata según es requerida.
- Llevar a cabo evaluaciones formativas durante el tiempo de clases a través de la observación y el registro de información para complementar la instrucción.

- Colaborar y reflexionar con otros profesores y asumir la responsabilidad de la transformación de mi práctica docente. (Moore, 2014)

2.2.2 Ventajas y desventajas del aprendizaje invertido

Ventajas:

- Enfoque centrado en el estudiante durante el proceso de aprendizaje.
- Desarrollo de estudiantes independientes, creativos y responsables.
- Estímulo del trabajo en equipo y colaborativo.
- Disponibilidad de materiales y contenidos en cualquier momento.
- Mayor profundidad y durabilidad en la adquisición de conocimientos.
- Aumento de la motivación estudiantil.
- Mayor tiempo para que los profesores brinden retroalimentación y apoyen la diversidad.

Desventajas:

- Posible resistencia al cambio por parte de los estudiantes.
- Riesgo de falta de compromiso y responsabilidad estudiantil.
- Necesidad de mayor disponibilidad por parte del profesor para crear materiales.
- Limitaciones en el acceso a medios electrónicos para compartir material educativo. (Gutiérrez L. , 2021)

2.2.3 Modelo tradicional vs. Modelo de aula invertida

Tabla 2.1 Modelo tradicional vs. Modelo de aula (Gutiérrez L. , 2021)

Aspecto	Aula tradicional	Aula invertida
Rol del profesor	El profesor es la fuente principal de conocimiento y dirige la clase.	El profesor actúa como guía y motivador.
Rol del estudiante	El estudiante asume un rol pasivo.	Los estudiantes adoptan un papel activo e investigador.
Métodos de enseñanza en clase	La enseñanza ocurre en clase, seguida de la realización de tareas después.	Se fomenta el aprendizaje previo antes de la clase y la discusión de problemas en ella.
Distribución del tiempo en clase	La mayor parte del tiempo se dedica a la enseñanza directa.	La mayor parte del tiempo se dedica a la interacción y discusión entre los estudiantes.

Contenidos de enseñanza en clase	El enfoque se centra en impartir conocimientos.	Se emplea el método de pregunta-respuesta como parte del estudio.
Aplicación de métodos de enseñanza	Se presentan los contenidos de aprendizaje en clase.	Se promueve el aprendizaje autónomo y cooperativo.
Evaluación del aprendizaje	Evaluación a través de exámenes.	La evaluación se realiza desde múltiples aspectos.

Según la taxonomía de Bloom, se presenta a continuación una comparativa entre aula tradicional y aula invertida:

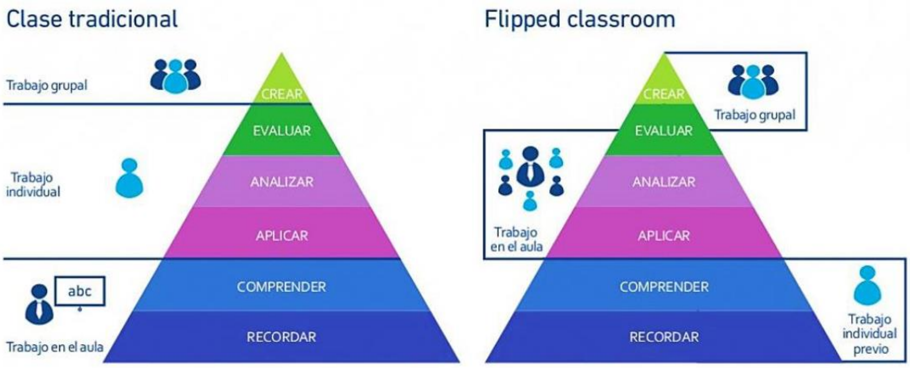


Figura 2.1 Comparativa entre aula tradicional y aula invertida (Gutiérrez L. , 2021)

2.2.4 Fases de aula invertida

Fase 1 – La lección en casa: Los estudiantes acceden al contenido y revisan documentos, videos, reflexionan y analizan los contenidos temáticos entregados por el docente, es decir, estos son tratados o trabajados fuera del horario de clase, por ejemplo, en sus horas autónomas.

Fase 2 – Los deberes en clase: El docente indica las tareas o proyectos para concretarlos en el salón de clases y retroalimenta a sus estudiantes. De esta manera la clase se dedica a un aprendizaje más activo, de alto procesamiento cognitivo.

Es importante contar con alguna plataforma para compartir el material con tus alumnos, para que pueda accederse fuera de clases y horario de actividades presenciales. Si se trata de un video la más recomendable es subir el video a YouTube o crear una Canal de Youtube; si en cambio es una presentación, te recomendamos Prezi, VideoScrib o Canva (herramientas que puedes encontrar en Internet).

Para comprobar que el alumno ha visualizado y entendido el video subido a la plataforma, realiza un sencillo cuestionario de control que deberá ser entregado al inicio de la clase, o puedes crear un formulario a través de Google Drive que contesten al momento de ver el video. (Antofagasta, 2022)

2.2.5 Modelos de aula invertida

Modelo 1 – No existe comunicación entre las fases

Lo que realmente se hace en este modelo es quitar completamente del aula la teoría. El alumnado debe visualizar los videos para aprender de forma autónoma la teoría y, posteriormente, el profesorado suele hacer un examen para comprobar la adquisición de conocimientos. Este mismo método se suele utilizar en clases de laboratorio o en la realización de prácticas, el alumnado no puede hacerlas hasta que supera un examen donde demuestra que conoce los conceptos básicos necesarios para realizar la actividad.

Figura 2.2 Modelo M1. Las dos fases son independientes (Fidalgo, 2019)

Modelo 2 – En la fase 2 se refuerza la fase 1

Durante la fase 2 (en el aula) el profesorado refuerza los conceptos aprendidos durante la fase 1 (visualización del video). Por ejemplo, responde las dudas que surgen al alumnado tras visualizar el video. Otro ejemplo habitual es realizar en clase un ejercicio o un estudio de caso de lo visto en el video de la fase 1.

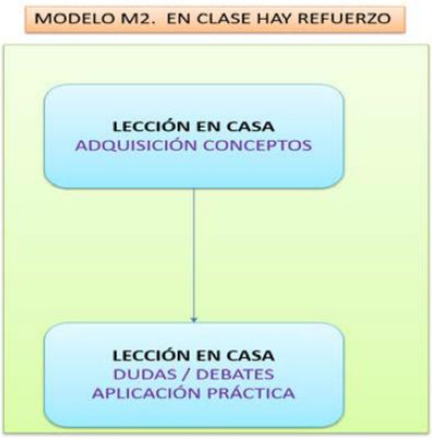


Figura 2.3 Modelo M2. En clase hay refuerzo (Fidalgo, 2019)

Modelo 3. Se genera una fase intermedia que une las fases 1 y 2 a través de una actividad

En este modelo el refuerzo se realiza durante la fase 1. En realidad, se basa en unir las actividades del modelo 1 y del modelo 2 para realizarlas durante la fase 1:

• Se resuelven dudas en tiempo real a través de un foro o cualquier otro medio de comunicación.

• Se hacen pruebas (por ejemplo, cuestionarios) para comprobar que se ha visto el video (no para examinar de los conceptos expuestos en el video).

• Se propone una actividad práctica relacionada con el video. El alumnado desarrolla esa actividad práctica, de forma individual o cooperativa, y los resultados de la misma se comparten con el profesorado a través de un espacio virtual.

La fase intermedia consiste en que el profesorado selecciona evidencias generadas por el alumnado en la fase 1 (dudas, resultados de los cuestionarios y resultados de la actividad práctica) para utilizarlas en el aula durante la fase 2.

En la fase 2 el profesorado comienza trabajando sobre las evidencias y realizando una retroalimentación sobre las mismas. Se puede hacer retroalimentación sobre trabajos que estén mal realizados, bien realizados o que aporten soluciones creativas. La retroalimentación no solo consiste en explicar las razones por las que, por ejemplo, una actividad esté bien hecha, sino explicar conceptos relacionados o complementarios.

Este método permite que el alumnado esté activo tanto fuera como dentro del aula y tiene un efecto adicional que es la creación de conocimiento por parte del alumnado, tanto de forma individual como cooperativa. (Fidalgo, 2019)

Figura 2.4 Modelo M3. Continuidad entre las fases (Fidalgo, 2019)

2.2.6 Pasos para implementar el aula invertida.

1. El docente *analiza* el resultado de aprendizaje y los contenidos asociados, determinando lo que desea lograr, cómo se va a lograr, cómo se va a observar los aprendizajes, cómo se va a evaluar.

Ejemplo: Respondiendo a las preguntas ¿Qué se pretende que mis estudiantes logren? ¿Conocimiento? ¿Habilidades procedimentales?,¿Actitudes? ¿Cómo voy a observar sus logros? ¿Cómo voy a registrarlos?

2. El docente *recopila y crea* los recursos que tenga relación con las unidades y temáticas asociadas a la asignatura y planificaciones previas.

Ejemplo: Preparar presentaciones PPT, películas, guías impresas, libros electrónicos, infografías o también puede grabar un video de una clase expositiva, recursos TIC, entre otros.

3. El docente *comparte* los recursos, por medio de una plataforma a los estudiantes de una manera interesante y clara, enfatizando que el contenido entregado va a ser discutido y aplicado en clase.

Ejemplo: Puede utilizar recursos tangibles como guías impresas o cargar los recursos utilizando Teams, Moodle, Correos electrónicos, Nube OneDrive. pedirles que participen en los Foros, entre otros.

4. El docente *reúne* a los estudiantes, en clase presencial, para compartir el trabajo individual con el resto de los compañeros. Realiza preguntas, aclara dudas, además se puede volver a visualizar el contenido y profundizar aún más y generando una visión conjunta del conocimiento.

Ejemplo: El docente puede retroalimentar el aprendizaje de sus estudiantes "En el recurso entregado se presentaba el siguiente caso, ¿Les surgió alguna duda?, "En los recursos de esta semana se menciona un concepto relevante y es importante comentar"

5. El docente *impulsa el trabajo colaborativo y práctico* una forma efectiva de discutir el tema, es separar en grupos donde los estudiantes reciban las tareas de aplicación para realizar. Los estudiantes colaboran con el aprendizaje de sus compañeros, dado que el docente no es el único que proporciona conocimiento.

Ejemplo: El docente puede marcar unas directrices de lo que se realizará en clases presenciales "Vamos a revisar estos recursos y en clases vamos a: realizar algún ejercicio clínico, trabajar en resolución de problemas matemáticos, debatir, hacer un mapa conceptual, hacer un video", entre otros (Antofagasta, 2022)

2.3 Técnicas usadas en aula invertida

2.3.1 Aprendizaje basado en equipos

El aprendizaje basado en equipos es un método activo que se centra en mejorar el aprendizaje y fomentar habilidades de trabajo colaborativo. Este enfoque incluye la gestión de equipos, tareas de preparación y aplicación de conceptos, retroalimentación continua y evaluación entre pares. La idea principal es que los estudiantes sean participativos y se sientan responsables tanto de su propio aprendizaje como del de sus compañeros.

El aprendizaje basado en equipos aspira a formar verdaderos equipos de aprendizaje, que se diferencian de los grupos tradicionales por dos características clave: un alto compromiso individual en beneficio del grupo y una confianza sólida entre los miembros. Para cultivar estas habilidades, se forman grupos colaborativos, generalmente de 5 a 7 integrantes, que permanecen fijos durante la aplicación del método. El profesor organiza estos grupos de manera que sean lo más heterogéneos posible en términos de conocimientos, experiencias sociales, intereses, entre otros factores, fomentando así la interactividad equitativa en el grupo. (Espinosa, 2018)

2.4 Integral y aplicaciones

2.4.1 Destrezas con criterios de desempeño sobre integrales

Según el documento oficial del Ministerio de Educación del Ecuador, las destrezas sobre integrales son las siguientes:

- D.M.3.1.1. Resolver problemas que involucren el cálculo de áreas de regiones planas, volúmenes de sólidos de revolución, longitudes de arcos de curvas y áreas de superficies de revolución, mediante la aplicación de la integral definida y sus propiedades, utilizando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.
- D.M.3.1.2. Interpretar el significado geométrico de la integral definida como el área bajo la curva de una función, y el significado físico como la acumulación de una cantidad variable, mediante la representación gráfica y el análisis de situaciones reales o simuladas.
- D.M.3.1.3. Aplicar el teorema fundamental del cálculo para hallar el valor de una integral definida, mediante la utilización de una primitiva de la función integrada, y verificar el resultado mediante el uso de herramientas tecnológicas. (Educación, 2021)

2.4.2 El problema del área bajo una curva

Sea $f\colon (a,b) \to R$ una función real de variable real, continua y positiva en el intervalo. El problema que nos planteamos es el de hallar el área de la región que encierra la curva $y = f(x)$ con el eje de abscisas OX y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$.

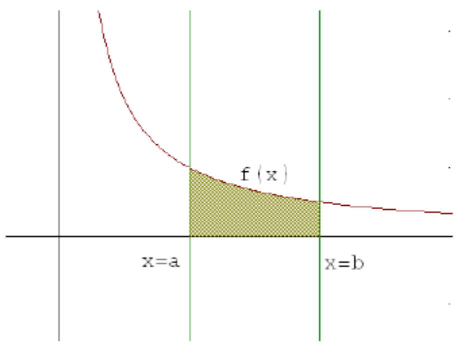


Figura 2.5 Área bajo una curva (Fernández E. , 2016)

Una idea sencilla consiste en dividir la región en n rectángulos verticales con la misma base Δx, mediante una partición del intervalo $[a,b]$, $P = \{x_0 = a, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n = b\}$, y alturas con $f(x_i)$ con $i = 1, 2, \ldots, n$. De esta manera el área de la región se puede aproximar, cuanto queramos, mediante la suma de las áreas de esos n rectángulos. Cuanto mayor sea el número de rectángulos, es decir $n \to \infty$,, mejor será la aproximación del área que buscamos.

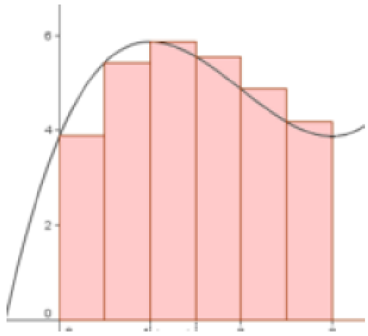


Figura 2.6 Área bajo la curva usando n rectángulos (Fernández E. , 2016)

Así, el área buscada se puede obtener mediante

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x \tag{2.1}$$

El símbolo $\sum$ se convirtió en una "s" estilizada $\int$ quedando la expresión anterior

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot \Delta x = \int_a^b f(x)dx \tag{2.2}$$

2.4.3 Integral definida

Sea $f: (a, b) \to R$ una función real de variable real, continua y positiva en el intervalo.

Definimos la integral definida de una función $f(x)$ entre a y b, como área de la región limitada por la función $f(x)$ las rectas verticales $x = a$ y $x = b$ y el eje OX. Dicha área la representaremos con el símbolo

$$\int_a^b f(x)dx \tag{2.3}$$

donde a y b se llaman límites de integración.

Teorema fundamental del cálculo integral: Sea $f: (a, b) \to R$ una función continua.

Sea $F(x)$ la función integral definida por $F(X) = \int_a^x f(x)dx$. Entonces $F'(x) = f(x)$

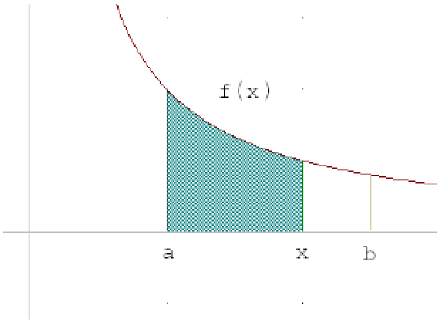


Figura 2.7 Área bajo la curva usando el teorema fundamental del cálculo integral (Fernández E. , 2016)

Regla de Barrow: Sea $f:(a,b) \rightarrow R$ una función continua y $F(x)$ una primitiva de $f(x)$. Entonces la integral definida

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b \qquad (2.4)$$

La regla de Barrow dice que la integral definida de una función continua $f(x)$ en un intervalo cerrado $[a,b]$ es igual a la diferencia entre los valores que toma una función primitiva $F(x)$ de en los extremos de dicho intervalo. (Fernández E. , 2016)

CAPÍTULO 3

3 METODOLOGÍA

3.1 Revisión de Literatura

Se inicia con una revisión de la literatura académica para identificar los conceptos clave vinculados a las operaciones algebraicas de funciones polinomiales y al cálculo de integrales definidas de estas funciones. Además, se enfoca en comprender las aplicaciones prácticas de estos conceptos en el cálculo de áreas. Esta revisión, más allá de ser una recopilación de información, se posiciona como el cimiento teórico fundamental sobre el cual se edificarán las estrategias de enseñanza para el método de aula invertida.

3.2 Acercamiento Inicial

Se lleva a cabo un encuentro inicial que sea amigable y cómodo para los estudiantes. Primero, se obtiene permiso de sus representantes para convocarlos a una reunión especial después de la jornada escolar normal, alrededor de las 13:00 a 14:00 horas, para no interrumpir sus horarios establecidos.

En esta reunión, se lleva a cabo la dinámica “la pelota más preguntona” para conocernos mejor. La idea es que todos se sientan cómodos y listos para participar.

Además, se realiza una evaluación de diagnóstico. Esto significa que se hará algunas preguntas para entender lo que ya saben sobre las operaciones algebraicas de funciones polinomiales con el objetivo de conocer sus habilidades y necesidades desde el principio.

También se proporciona información esencial sobre el curso al que se unirán de modo que los estudiantes estén informados sobre lo que van a aprender y cómo lo vamos a hacer. Esto ayuda a establecer expectativas claras y a preparar el terreno para un aprendizaje efectivo.

Este paso inicial no es solo una formalidad; es una oportunidad para sumergirnos en la atmósfera del aula y comprender las dinámicas específicas. Al conocer a los estudiantes cara a cara, podemos captar sus necesidades individuales y adaptar nuestra enseñanza en consecuencia.

3.3 Recolección de Datos

Ahora, se explica con más detalle cómo se recolecta la información necesaria para entender el nivel de conocimiento de los estudiantes.

Una vez que se haya aplicado las evaluaciones de diagnóstico, se aprovecha la tecnología y se administra encuestas diseñadas por el profesor utilizando la plataforma Google Forms. Los estudiantes podrán responder a estas encuestas de manera virtual, cómodamente desde donde estén. El propósito es asegurarse de obtener una visión completa de sus recursos, habilidades y experiencias en relación con la materia de matemática.

En la evaluación diagnóstica, se presenta problemas específicos relacionados con las operaciones algebraicas de funciones polinomiales, ya que se desea entender no solo qué saben, sino también cómo aplican ese conocimiento. Se analiza sus respuestas y errores para obtener datos cuantitativos detallados sobre su desempeño.

En las evaluaciones sumativas, se presentan problemas específicos sobre sumas de Riemann, integral definida y cálculo de área sobre la curva de funciones polinomiales, las cuales son de base estructurada, las mismas fueron elaboradas para ser aplicadas de manera presencial no obstante se tiene como alternativa la plataforma Quizizz, luego se analiza sus respuestas y errores para obtener datos cuantitativos detallados sobre su desempeño.

3.4 Creación de Recursos Didácticos

Con los hallazgos obtenidos en la encuesta, se identifica estrategias que hagan que aprender sobre cálculo de sumas de Riemann, integrales definidas y área bajo la curva sea atractivo y comprensible. Estas estrategias incluirán videos educativos, trabajo en grupo y evaluaciones en línea. La idea es hacer que el aprendizaje sea interactivo y dinámico.

Además, se selecciona recursos didácticos específicos que se ajusten a las necesidades identificadas. Se utiliza plataformas de aprendizaje en línea como EdPuzzle y aplicaciones educativas como GeoGebra. Estos recursos son herramientas prácticas que ayudan a los estudiantes a comprender las integrales de funciones polinomiales.

Se enfoca en la calidad y relevancia de estos recursos, para que sean tan buenos como sea posible y así facilitar un aprendizaje efectivo y autónomo. La meta es que los estudiantes no solo comprendan superficialmente, sino que realmente se sumerjan y entiendan los conceptos clave del cálculo de integrales definidas y sus aplicaciones en el cálculo de áreas.

3.5 Distribución de Recursos

Los videos tutoriales y la información adicional que se ha creado se envían al grupo experimental a través de la red social que sea más accesible para ellos, en este caso WhatsApp. Se quiere que estos recursos lleguen de manera fácil y cómoda, utilizando la plataforma que los estudiantes utilizan con más frecuencia.

Además de simplemente enviar los recursos, se proporciona orientaciones claras sobre cómo aprovechar al máximo estos materiales para que los estudiantes no solo reciban los recursos, sino que también sepan exactamente cómo utilizarlos.

3.6 Interacción y Soporte Presencial

Se aspira que los estudiantes revisen los recursos didácticos antes de las clases, esto significa que tendrán acceso a todo el material necesario para prepararse de manera independiente, adelantando lo que van a aprender para permitirles llegar a clase listos y con algunas ideas previas.

Dentro del aula, no solo se quiere que los estudiantes estén presentes; se quiere que participen activamente y aprendan juntos. El profesor juega un papel fundamental como facilitador. En lugar de solo enseñar, está allí para guiar, supervisar discusiones, liderar ejercicios prácticos y ayudar en la resolución de problemas en grupos pequeños. Esto fomenta un ambiente colaborativo donde cada estudiante puede aportar y aprender de los demás.

Pero la interacción no se limita solo al aula. Después de que los estudiantes hayan revisado los materiales educativos, se mantiene una interacción presencial con el grupo experimental del modelo de aula invertida, para responder preguntas y proporcionar cualquier soporte adicional que puedan necesitar. Esta interacción cara a cara asegura que los estudiantes no solo hayan revisado los conceptos, sino que también los comprendan plenamente.

Se quiere estar presentes, virtual o físicamente, para garantizar que los estudiantes se sientan respaldados y comprendan completamente los conceptos presentados en los recursos.

3.7 Evaluación y Comparación

Para comenzar, se lleva a cabo un estudio cuasiexperimental para comparar el rendimiento de dos grupos de estudiantes. El Grupo A está compuesto por aproximadamente 14 estudiantes de tercer año de bachillerato en la especialidad de Contabilidad, y el Grupo B está compuesto por 15 estudiantes de tercer año de bachillerato en la especialidad de Electromecánica Automotriz. Cada grupo es expuesto, respectivamente, al modelo de aula invertida y a la enseñanza tradicional para aprender sobre el cálculo de integrales definidas de funciones polinomiales.

Este diseño nos permite realizar una comparación efectiva de los resultados obtenidos por ambos grupos, evaluando la eficacia de cada método de enseñanza, luego se invierte los enfoques educativos para el aprendizaje del cálculo de áreas. Esto brinda una visión completa del impacto de ambos métodos en el aprendizaje del cálculo integral de funciones polinomiales.

Ambos grupos, el experimental (modelo de aula invertida) y el de control (enseñanza tradicional), serán sometidos a evaluaciones. Estas evaluaciones no solo miden el rendimiento académico en relación con el cálculo de integrales definidas y áreas de funciones polinomiales, sino que también se centra en la comprensión profunda de los conceptos.

3.8 Análisis de Resultados

Luego de recopilar los datos obtenidos al aplicar la evaluación de diagnóstico, encuesta y sumativa, se utiliza Excel para generar diagrama de barras y diagrama de cajas, además, se realiza una prueba de hipótesis para diferencia de medias con muestras pequeñas entre el método aula invertida y el método tradicional y así constatar que los promedios obtenidos en el método aula invertida son mayores que el método tradicional.

Esta comparación proporcionará información sobre la eficacia del método de aula invertida en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza.

CAPÍTULO 4

4 RESULTADOS

4.1 Encuesta realizada a tercero de bachillerato F.I.P. electromecánica automotriz y contabilidad.

A continuación, se muestra cuatro preguntas que corresponden a una encuesta inicial, cada una de esas preguntas tiene su respectivo análisis basándose en los resultados mostrados en los diagramas de barras.

1. ¿Cuánto tiempo dedicas a estudiar matemáticas durante la semana?

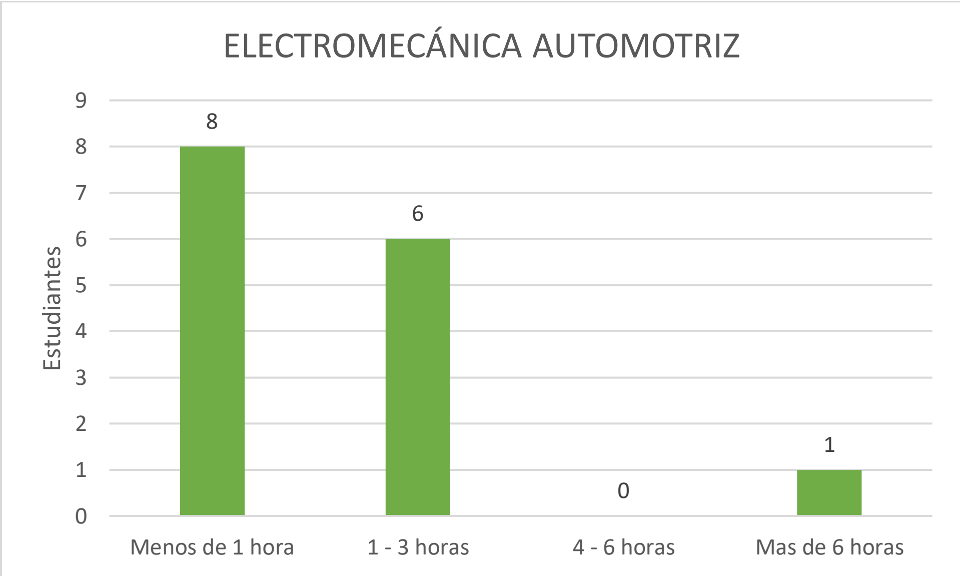


Figura 4.1 Tiempo que dedican a estudiar matemáticas los estudiantes de Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

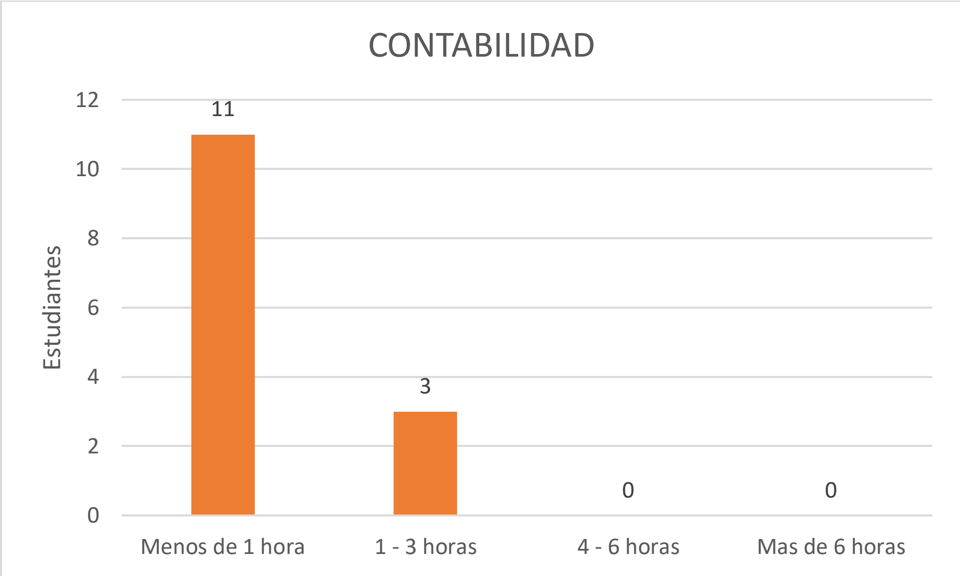


Figura 4.2 Tiempo que dedican a estudiar matemáticas los estudiantes de Contabilidad (Llivisaca, 2024)

Ambos cursos muestran similitudes en el sentido de que la mayoría de los participantes dedican menos de una hora a la actividad. Sin embargo, en el curso de contabilidad, hay una proporción aún mayor que asigna un tiempo limitado en comparación con el curso de electromecánica automotriz. Además, el curso de electromecánica tiene una respuesta única que indica una dedicación más extensa en comparación con el curso de contabilidad.

2. ¿Qué recursos (libros, videos, tutoriales en línea) utilizas con mayor frecuencia para estudiar matemáticas?

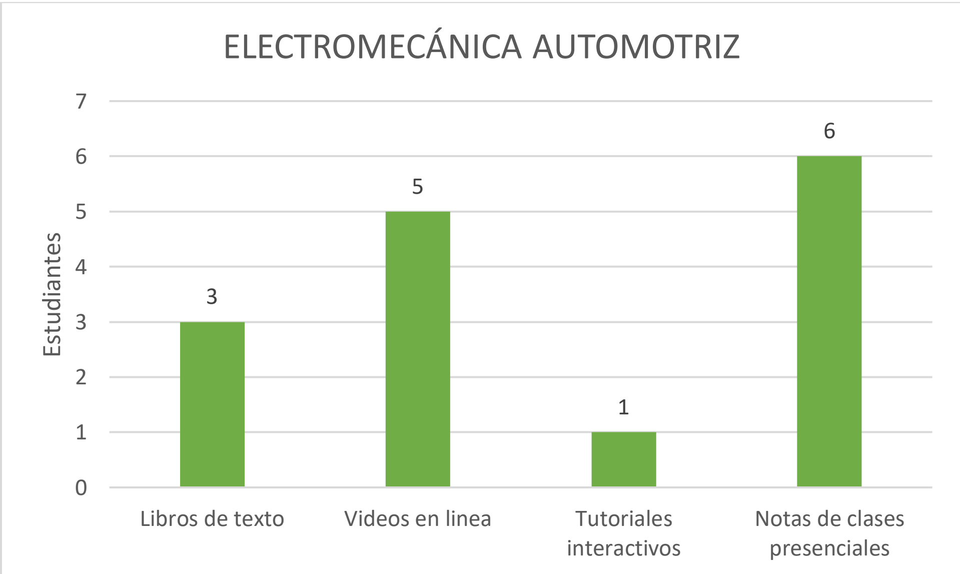


Figura 4.3 Recursos que utilizan con mayor frecuencia para estudiar matemáticas los estudiantes de Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

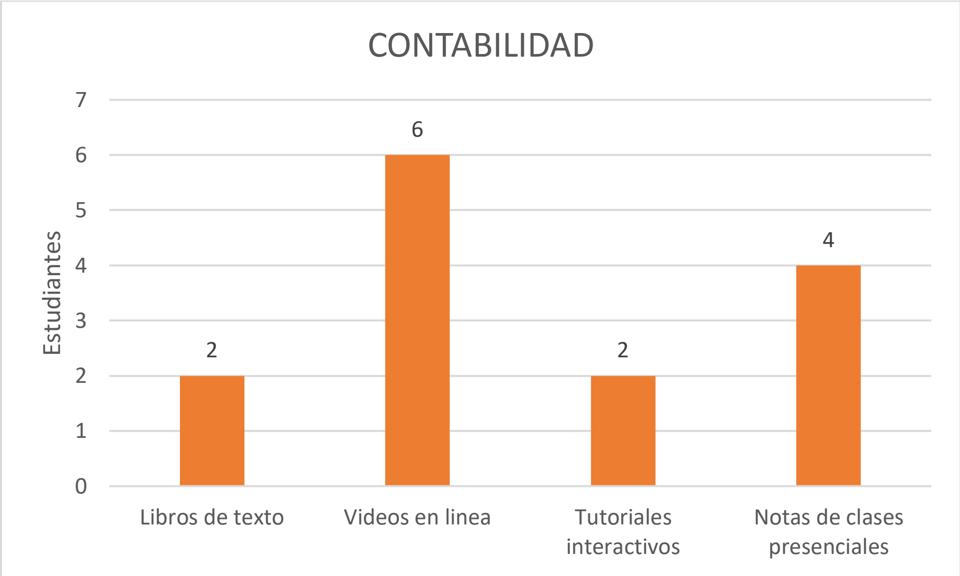


Figura 4.4 Recursos que utilizan con mayor frecuencia para estudiar matemáticas los estudiantes de Contabilidad (Llivisaca, 2024)

En ambos cursos, los participantes parecen preferir recursos visuales como videos en línea sobre libros de texto y notas de clases presenciales. La baja preferencia por tutoriales interactivos indica que esta modalidad de aprendizaje no es tan común en ambos cursos. Además, las notas de clases presenciales siguen siendo una fuente importante de aprendizaje en ambos contextos.

3. ¿Con que frecuencia tienes acceso a dispositivos tecnológicos (computadora, tableta, internet) para participar en actividades virtuales?

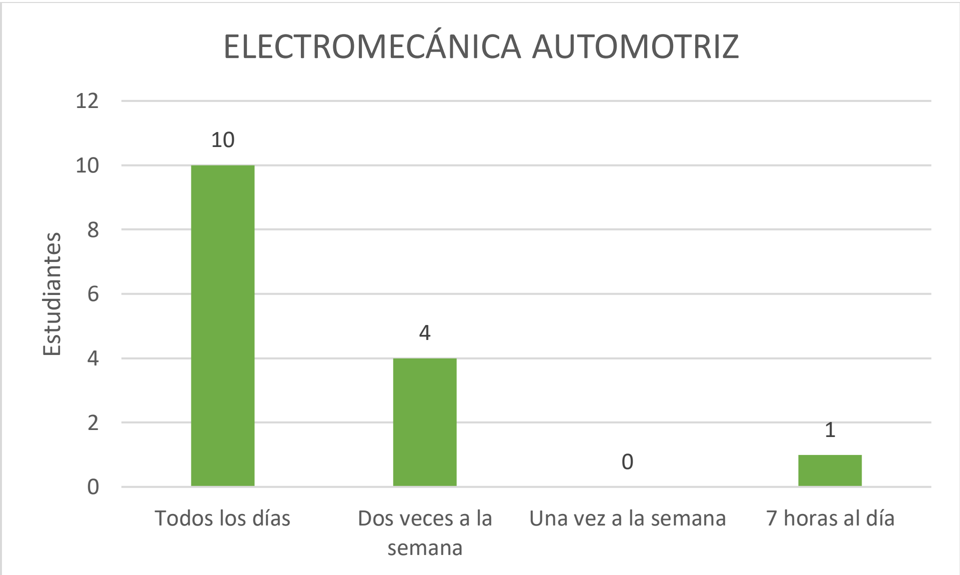


Figura 4.5 Acceso a dispositivos tecnológicos de los estudiantes de Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

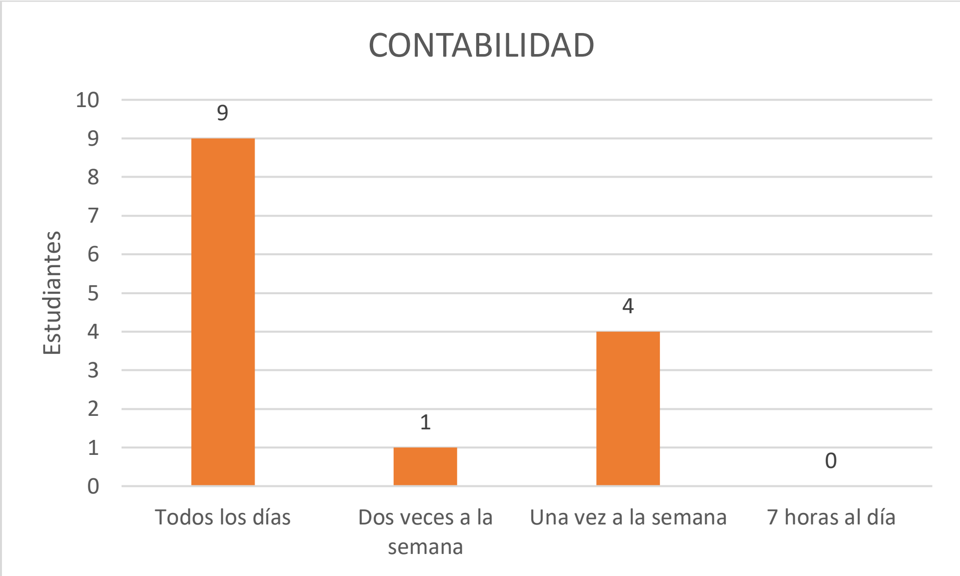


Figura 4.6 Acceso a dispositivos tecnológicos de los estudiantes de Contabilidad (Llivisaca, 2024)

La correlación entre la frecuencia de acceso a dispositivos tecnológicos y la participación en las actividades virtuales parece ser evidente en ambos cursos, pero la variabilidad en la frecuencia de acceso es más pronunciada en contabilidad.

4. ¿Cuáles son las estrategias que encuentras más efectivas al estudiar matemáticas?

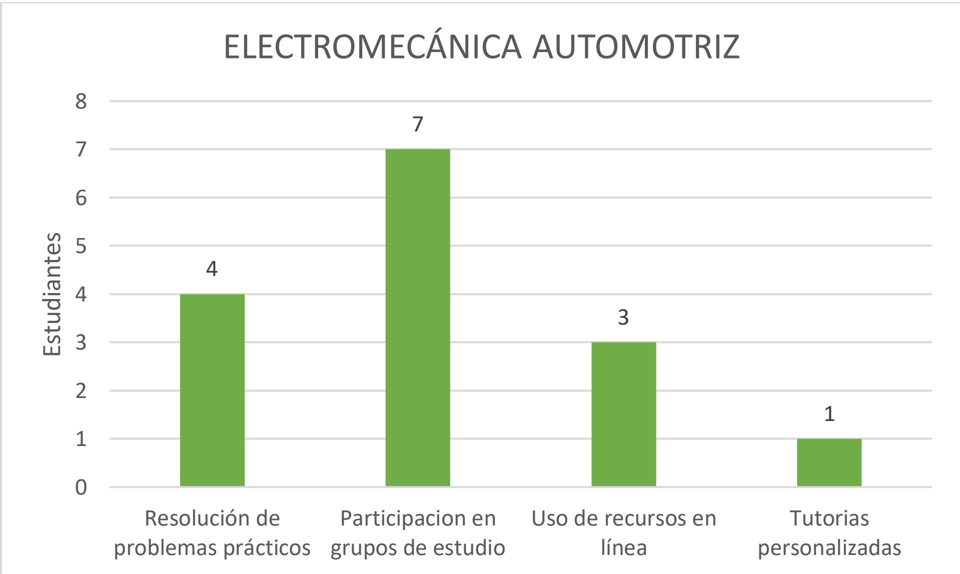


Figura 4.7 Estrategias más efectivas para estudiar matemáticas de los estudiantes de Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

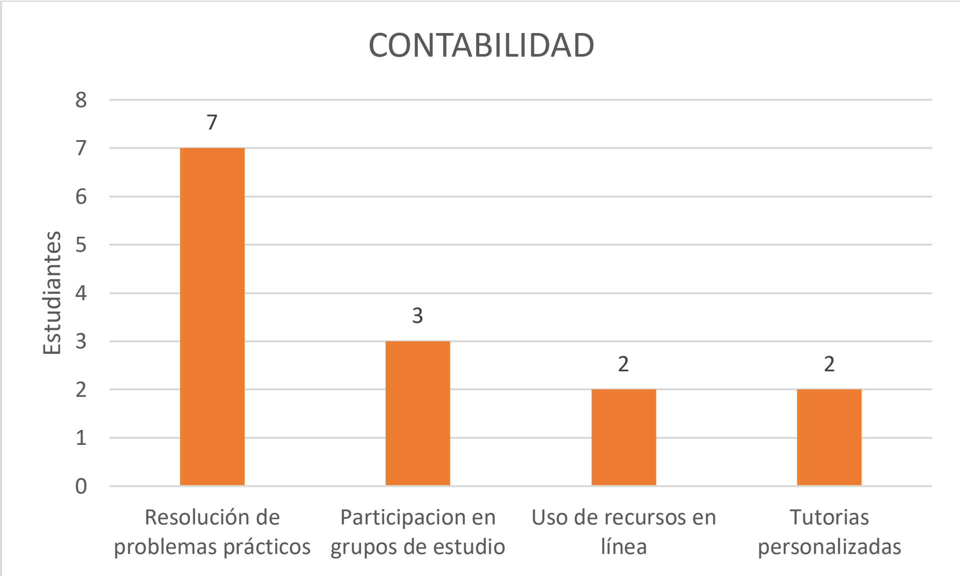


Figura 4.8 Estrategias más efectivas para estudiar matemáticas de los estudiantes de Contabilidad (Llivisaca, 2024)

- La resolución de problemas prácticos es una estrategia altamente valorada en ambos cursos, lo que sugiere la importancia de aplicar los conceptos matemáticos a situaciones prácticas y específicas.
- La participación en grupos de estudio es una estrategia popular en ambos cursos, lo que destaca la preferencia por el aprendizaje colaborativo y la discusión entre compañeros.
- El uso de recursos en línea tiene una presencia significativa en electromecánica automotriz, mientras que en contabilidad es menos prevalente. Esto podría indicar diferencias en la percepción de la utilidad de los recursos en línea entre los dos grupos de estudiantes.
- Las tutorías personalizadas son una estrategia menos común, pero aún hay estudiantes en ambos cursos que encuentran beneficios en un enfoque más individualizado.

4.2 Evaluación diagnóstica

Los resultados obtenidos al realizar la evaluación de diagnóstico se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4.1 Resultados de evaluación diagnóstica (Llivisaca, 2024)

	Electromecánica Automotriz (15 estudiantes)		**Contabilidad (13 estudiantes)**	
	Respuesta correcta	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	Respuesta incorrecta
Pregunta 1	10	5	9	4
Pregunta 2	7	8	9	4

Pregunta 3	4	11	7	6
Pregunta 4	6	9	0	13
Pregunta 5	4	11	2	11
Pregunta 6	13	2	3	10
Pregunta 7	4	11	1	12
Pregunta 8	2	13	1	12

En los siguientes diagramas de barras se hace énfasis en las preguntas que han tenido una respuesta incorrecta.

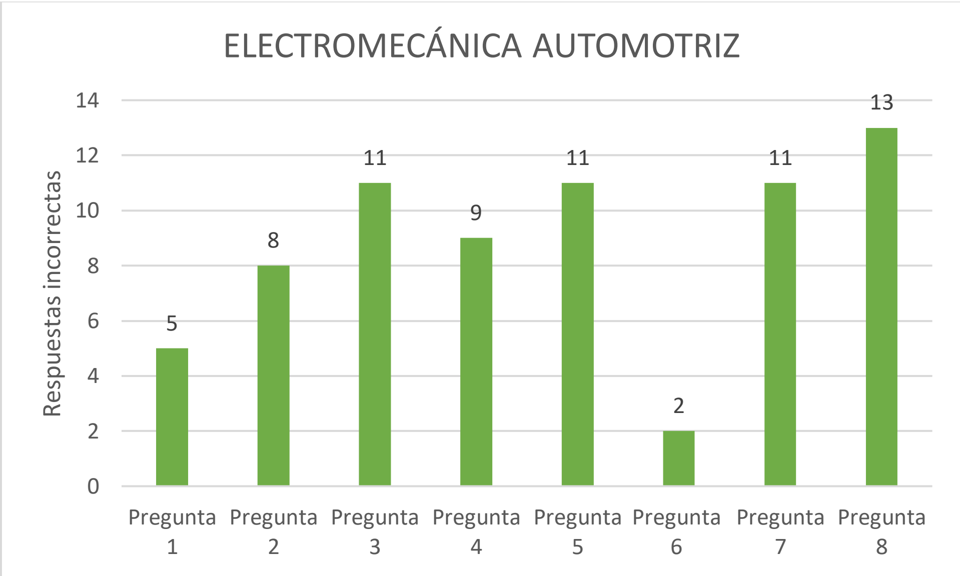


Figura 4.9 Respuestas incorrectas en evaluación de diagnóstico de los estudiantes de Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

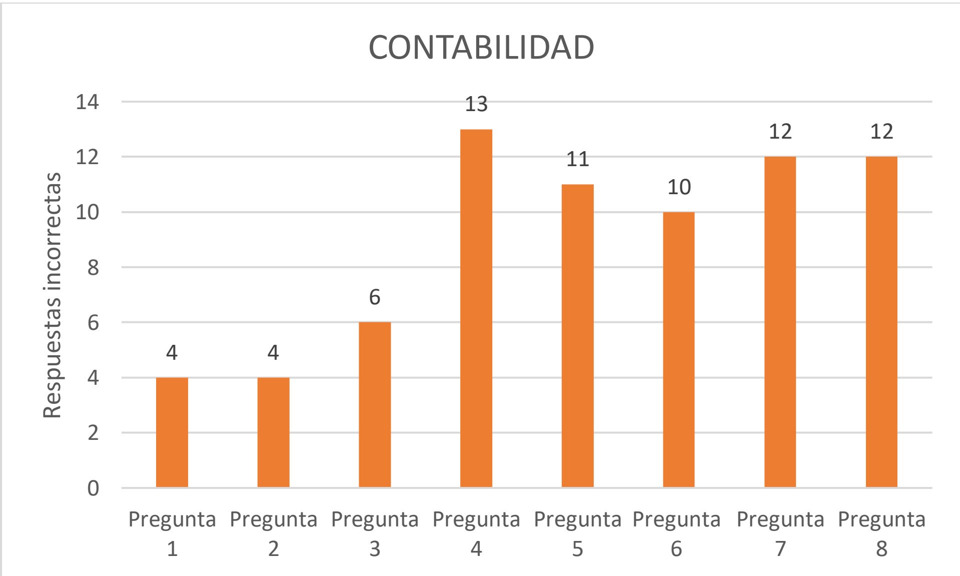


Figura 4.10 Respuestas incorrectas en evaluación de diagnóstico de los estudiantes de Contabilidad (Llivisaca, 2024)

Observando los diagramas de barras se nota que la mayoría de los estudiantes en ambos cursos logró identificar correctamente el término constante del polinomio. Sin embargo, un pequeño número de estudiantes cometió errores. En ambas asignaturas, hubo una proporción considerable de respuestas incorrectas para determinar el grado del polinomio. Esto podría indicar posibles dificultades con el concepto de grado. La mayoría de los estudiantes mostró dificultades para entender cuántas raíces reales puede tener un polinomio de grado 2, lo que sugiere la necesidad de revisar este concepto en ambos cursos. Hubo dificultades significativas en ambas asignaturas al simplificar expresiones algebraicas. Esto indica una posible falta de comprensión en la simplificación de polinomios. La factorización de polinomios fue un área de dificultad en ambos cursos, con muy pocos estudiantes respondiendo correctamente. Mientras que la mayoría de los estudiantes de electromecánica automotriz lograron el resultado correcto, en contabilidad hubo dificultades significativas en la multiplicación de polinomios. La comprensión de expresiones cuadráticas fue un desafío en ambos cursos, con un número limitado de respuestas correctas. La identificación de expresiones cuadráticas también fue un área problemática en ambos cursos.

Para nivelar y mejorar la comprensión de los conceptos identificados en el análisis de la evaluación de diagnóstico, se realizó lo siguiente:

- Se comenzó la clase con una breve revisión de los conceptos fundamentales de polinomios y álgebra que fueron identificados como problemáticos.
- Se utilizó ejemplos simples para repasar la terminología básica, como término constante, grado, raíces, factorización y multiplicación de polinomios.
- Se diseñó ejercicios prácticos en grupos pequeños donde los estudiantes trabajen juntos para resolver problemas específicos.
- Se organizó sesiones de resolución de problemas en grupos, donde los estudiantes puedan discutir y abordar preguntas específicas de la evaluación. Fomenta la colaboración y el intercambio de ideas entre los compañeros.
- Se proporcionó retroalimentación formativa durante la clase, corrigiendo conceptos erróneos y explicando los pasos correctos para abordar problemas específicos.
- Se animó a los estudiantes a hacer preguntas y aclarar dudas en tiempo real.

Con el objetivo de analizar posibles diferencias en el rendimiento académico entre los estudiantes de estos dos cursos, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney utilizando el software R. Los resultados obtenidos revelaron un valor p de 0.09, indicando que no existe una diferencia significativa en el desempeño entre los dos grupos estudiantiles en relación con el tema de integrales de funciones polinomiales. Este hallazgo sugiere que, en términos de comprensión y dominio de este contenido específico, tanto los estudiantes de contabilidad como los de electromecánica automotriz muestran un nivel similar de competencia.

4.3 Evaluación sumativa a tercero de bachillerato F.I.P. electromecánica automotriz y contabilidad

4.3.1 Suma de Riemann e integral definida de funciones polinomiales

En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos al aplicar el método de aula invertida a tercero de bachillerato F.I.P. electromecánica automotriz.

Tabla 4.2 Resultados al aplicar aula invertida a Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

ELECTROMECÁNICA AUTOMOTRIZ			
Nº	**ESTUDIANTES**	**AULA INVERTIDA**	
		PUNTAJE	**CALIFICACIÓN**
1	Altamirano Cabrera Edgar Sebastián	6	5,00
2	Apugllon Chuqui Tedy Antony	6	5,00
3	Betancourt Garzón Jasson Mauricio	10	8,33
4	Brito Garate Pablo Rafael	3	2,50
5	Brito Muñoz Cesar Alejandro	6	5,00
6	Cevallos Ambama Dennis Leonel	4	3,33
7	Chillogalli Tixi Maykel Daniel	4	3,33
8	Estrella Quezada Geovany Cristofer	5	4,17
9	González Romero Esthefany Viviana	4	3,33
10	Jaramillo Chabla Jean Marcos	6	5,00
11	Parrales Villafuerte Marlon Ismael	1	0,83
12	Peralta Guambaña Cristian Alexis	3	2,50
13	Ukuncham Najamde Lady Maite	5	4,17
14	Vásquez Samaniego Christian Ronaldo	5	4,17
15	Villizhañay Suarez Carlos Jhosue	6	5,00
		PROMEDIO	4,11
		DESVIACIÓN ESTANDAR	1,6805

También, los resultados obtenidos al aplicar el método tradicional a tercero de bachillerato F.I.P. contabilidad.

Tabla 4.3 Resultados al aplicar el método tradicional a Contabilidad (Llivisaca, 2024)

CONTABILIDAD			
Nº	**ESTUDIANTES**	**CLASES MAGISTRALES**	
		PUNTAJE	**CALIFICACIÓN**
1	Casenda Nivicela Damaris Belén	1	0,83
2	Jembuetza Cañirza Marilyn Angela	5	4,17
3	Kaniras Crespo Mayelin Vannesa	4	3,33
4	Mamatunch Chuima Rashel Leonela	6	5,00
5	Mera Pardo Maryorie Noemi	4	3,33
6	Mora Deleg Mariuxi Anahí	3	2,50
7	Revelo Sharupe Marilyn Adelaida	3	2,50
8	Rivadeneira Rivadeneira Valeria Fernanda	4	3,33
9	Rodríguez Chiriap Jheysmi Jhesenia	1	0,83
10	Rodríguez Pinchupa Rody Shair	4	3,33
11	Torres Taza Karen Stephany	7	5,83
12	Vimos Lema Juan Carlos	6	5,00
13	Otavalo Yunga José Luis	3	2,50
14	Yunga Quichimbo Gilda Jamileth	4	3,33
		PROMEDIO	3,27
		DESVIACIÓN ESTANDAR	1,4421

En base a estos resultados obtenidos se procede a aplicar una prueba de hipótesis para diferencia de medias con muestras pequeñas.

Sean u_1 y u_2 las calificaciones promedio para el grupo de método aula invertida y el grupo de método tradicional, respectivamente. Se busca evidencia para apoyar la teoría de que $u_1 > u_2$, se puede probar la hipótesis nula

$$H_o: u_1 = u_2 \ ; \ \ [o \ H_o: (u_1 - u_2) = 0]$$

contra la hipótesis alternativa

$$H_a: u_1 > u_2 \ ; \ \ [o \ H_a: (u_1 - u_2) > 0]$$

Para ello es necesario suponer que las poblaciones muestradas sean normales. Al observar las gráficas, notamos un patrón de "montículo", indicando que la suposición de normalidad no es irracional.

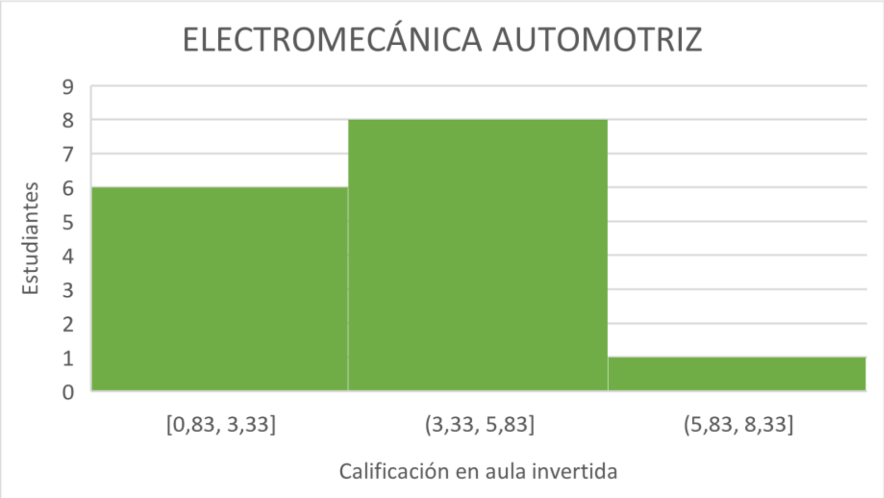


Figura 4.11 Distribución normal de calificaciones de aula invertida en Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

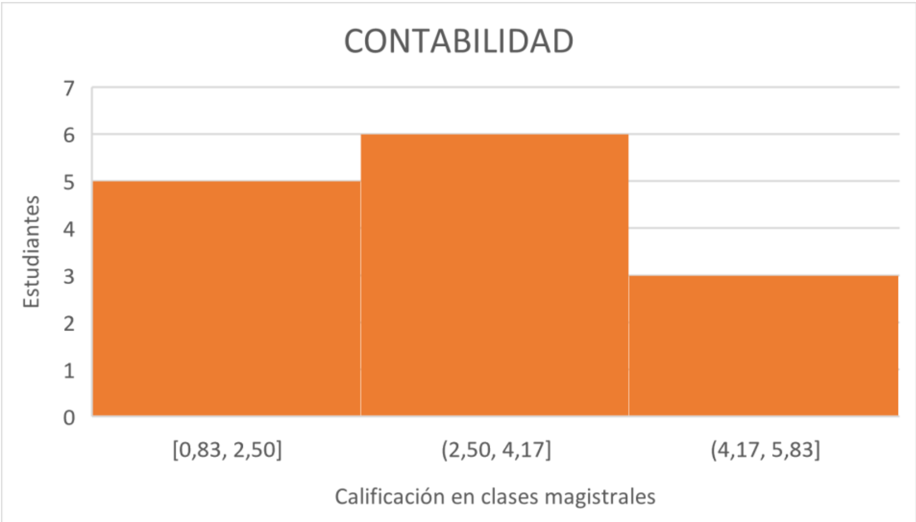


Figura 4.12 Distribución normal de calificaciones de clases magistrales en Contabilidad (Llivisaca, 2024)

También se realiza un diagrama de cajas para observar la dispersión y la variabilidad de los datos, permitiendo identificar de manera rápida aspectos como la media, mediana, los cuartiles, y los valores atípicos.

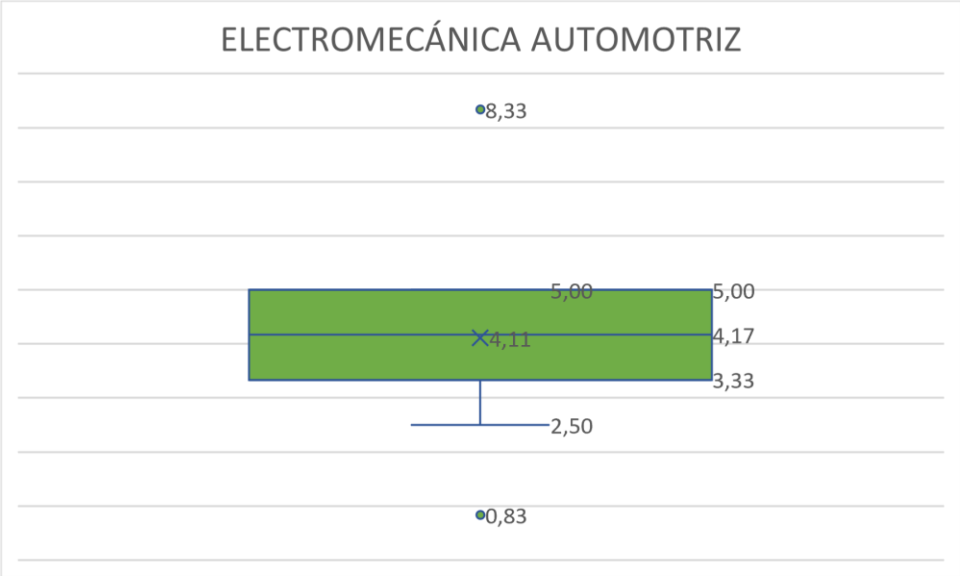


Figura 4.13 Diagrama de caja de calificaciones de aula invertida en Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

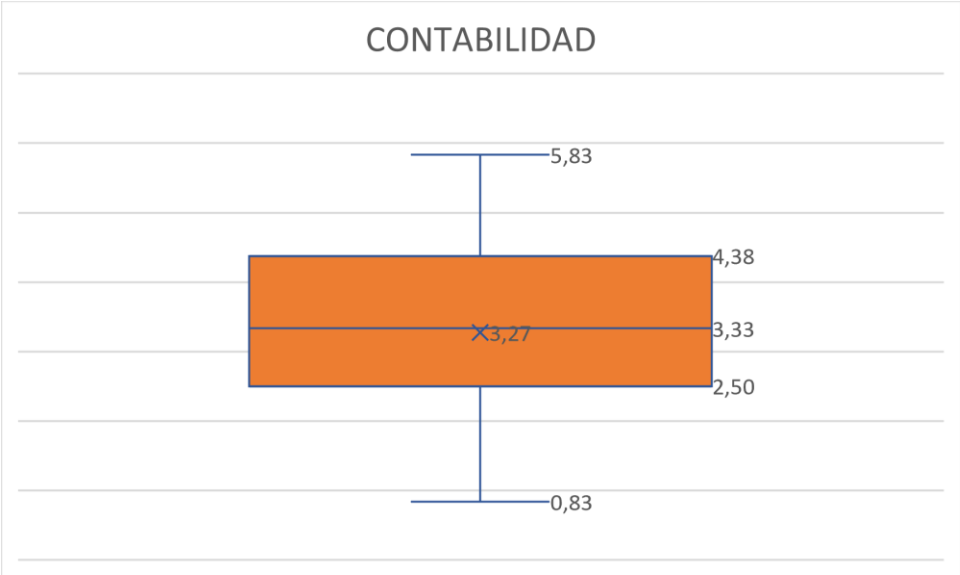


Figura 4.14 Diagrama de caja de calificaciones de clases magistrales en Contabilidad (Llivisaca, 2024)

Además, las desviaciones estándar de las dos muestras, calculadas como $s_1 = 1{,}68049816$ y $s_2 = 1{,}44205329$ no son diferentes lo suficiente como para dudar de que ambas distribuciones tengan la misma forma. Usando la precisión total, calculamos la varianza común estimada s^2 y luego el estadístico de prueba t. Después, comparamos el valor observado de t con el valor crítico para decidir si rechazamos la hipótesis nula.

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{14(1{,}68049816)^2 + 13(1{,}44205329)^2}{15 + 14 - 2} = 2{,}465583959 \quad (4.5)$$

$$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{4{,}11 - 3{,}27}{\sqrt{2{,}4656\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{14}\right)}} = 1{,}43 \tag{4.6}$$

La hipótesis alternativa $H_a: u_1 > u_2$ o, lo que es equivalente, $H_a: (u_1 - u_2) > 0$ implica que el experimentador debe usar una prueba de una cola en la cola superior de la distribución t con $n_1 + n_2 - 2 = 27$ grados de libertad. Se puede hallar el valor crítico apropiado para una región de rechazo con $\propto = 0.05$ como se muestra en la tabla del anexo B, y H_o será rechazada si $t > 1{,}703$.

En este caso, el valor observado de t =1,43 se compara con el valor crítico $t_{0.05} = 1{,}703$. Como no es mayor, no podemos rechazar la hipótesis nula. Esto significa que no hay suficiente evidencia para decir que las calificaciones del método de aula invertida son significativamente mayores que las del método tradicional, con un nivel de significancia del 5%.

El valor observado de t para esta prueba de una cola es $t = 1{,}43$. Por tanto, valor $p = P(t > 1{,}43)$ para un estadístico *t* con 27 grados de libertad. Como el valor observado, $t = 1{,}43$, está entre $t_{0.100} = 1{,}337$ y $t_{0.05} = 1{,}746$, el área de cola a la derecha de $1{,}43$ está entre $0{,}05$ y $0{,}10$. El valor *p* para esta prueba se informaría como $0.05 < valor\ p < 0.10$.

Como el valor *p* es mayor a 0.05, los resultados no son considerados significativos por la mayoría de los investigadores.

4.3.2 Área bajo la curva de funciones polinomiales

En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos al aplicar el método de aula invertida a tercero de bachillerato F.I.P. contabilidad.

Tabla 4.4 Resultados al aplicar aula invertida a Contabilidad (Llivisaca, 2024)

CONTABILIDAD			
Nº	**ESTUDIANTES**	**AULA INVERTIDA**	
		PUNTAJE	**CALIFICACIÓN**
1	Casenda Nivicela Damaris Belén	9	10,00
2	Jembuetza Cañirza Marilyn Angela	7	7,78
3	Kaniras Crespo Mayelin Vannesa	6	6,67
4	Mamatunch Chuima Rashel Leonela	8	8,89
5	Mera Pardo Maryorie Noemi	2	2,22

6	Mora Deleg Mariuxi Anahí	6	6,67
7	Revelo Sharupe Marilyn Adelaida	7	7,78
8	Rivadeneira Rivadeneira Valeria Fernanda	4	4,44
9	Rodríguez Chiriap Jheysmi Jhesenia	5	5,56
10	Rodríguez Pinchupa Rody Shair	6	6,67
11	Torres Taza Karen Stephany	7	7,78
12	Vimos Lema Juan Carlos	6	6,67
13	Otavalo Yunga José Luis	5	5,56
14	Yunga Quichimbo Gilda Jamileth	6	6,67
		PROMEDIO	6,67
		DESVIACIÓN ESTANDAR	1,8997

También, los resultados obtenidos al aplicar el método tradicional a tercero de bachillerato F.I.P. electromecánica automotriz.

Tabla 4.5 Resultados al aplicar el método tradicional a Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

ELECTROMECÁNICA AUTOMOTRIZ			
Nº	**ESTUDIANTES**	**CLASES MAGISTRALES**	
		PUNTAJE	**CALIFICACIÓN**
1	Altamirano Cabrera Edgar Sebastián	4	4,44
2	Apugllon Chuqui Tedy Antony	3	3,33
3	Betancourt Garzón Jasson Mauricio	4	4,44
4	Brito Garate Pablo Rafael	6	6,67
5	Brito Muñoz Cesar Alejandro	7	7,78
6	Cevallos Ambama Dennis Leonel	5	5,56
7	Chillogalli Tixi Maykel Daniel	6	6,67
8	Estrella Quezada Geovany Cristofer	9	10,00
9	González Romero Esthefany Viviana	7	7,78
10	Jaramillo Chabla Jean Marcos	3	3,33
11	Parrales Villafuerte Marlon Ismael	1	1,11
12	Peralta Guambaña Cristian Alexis	1	1,11
13	Ukuncham Najamde Lady Maite	2	2,22
14	Vásquez Samaniego Christian Ronaldo	4	4,44
15	Villizhañay Suarez Carlos Jhosue	7	7,78
		PROMEDIO	5,11
		DESVIACIÓN ESTANDAR	2,6494

En base a estos resultados obtenidos se procede a aplicar una prueba de hipótesis para diferencia de medias con muestras pequeñas.

Sean u_1 y u_2 las calificaciones promedio para el grupo de método aula invertida y el grupo de método tradicional, respectivamente. Se busca evidencia para apoyar la teoría de que $u_1 > u_2$, se puede probar la hipótesis nula

$$H_o: u_1 = u_2 \;\; ; \;\; [o\ H_o: (u_1 - u_2) = 0]$$

contra la hipótesis alternativa

$$H_a: u_1 > u_2 \;\; ; \;\; [o\ H_a: (u_1 - u_2) > 0]$$

Para ello es necesario suponer que las poblaciones muestradas sean normales. Al observar las gráficas, notamos un patrón de "montículo", indicando que la suposición de normalidad no es irracional.

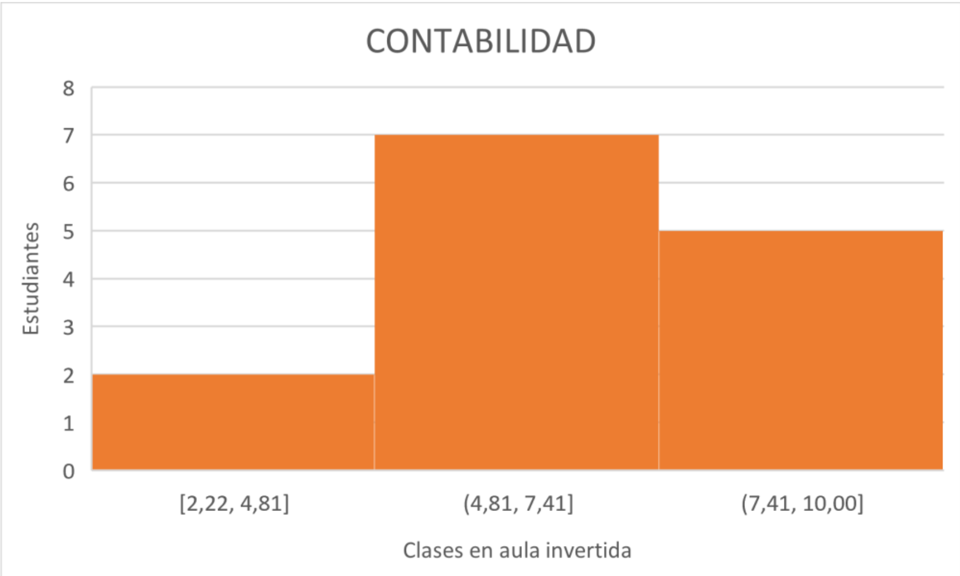


Figura 4.15 Distribución normal de calificaciones de aula invertida en Contabilidad (Llivisaca, 2024)

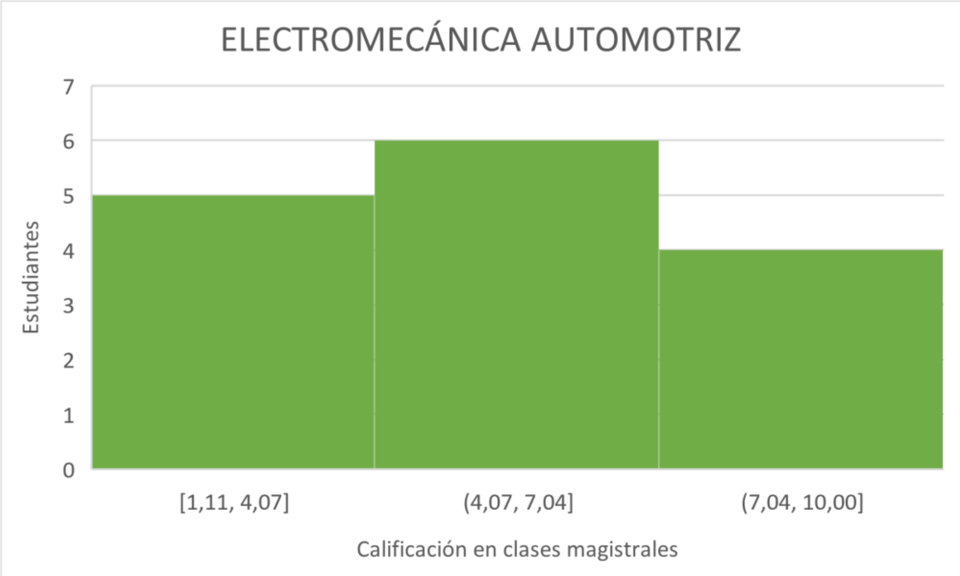


Figura 4.16 Distribución normal de calificaciones de clases magistrales en Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

También se realiza un diagrama de cajas para observar la dispersión y la variabilidad de los datos, permitiendo identificar de manera rápida aspectos como la media, mediana, los cuartiles, y los valores atípicos.

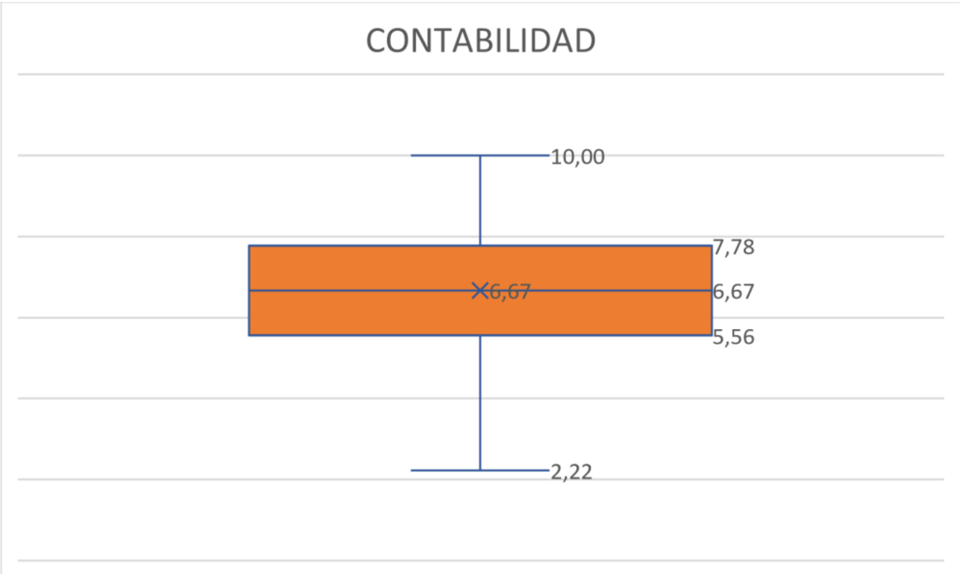


Figura 4.17 Diagrama de caja de calificaciones de aula invertida en Contabilidad (Llivisaca, 2024)

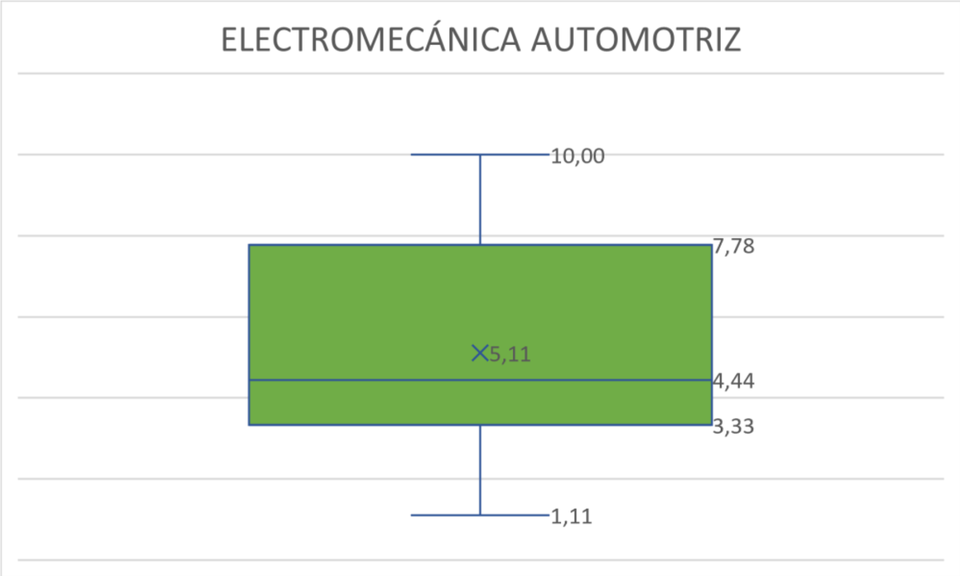


Figura 4.18 Diagrama de caja de calificaciones de clases magistrales en Electromecánica Automotriz (Llivisaca, 2024)

Además, las desviaciones estándar de las dos muestras, calculadas como $s_1 = 1{,}89966759$ y $s_2 = 2{,}64941510$
no son diferentes lo suficiente como para dudar de que ambas distribuciones tengan la misma forma. Usando la precisión total, calculamos la varianza común estimada s^2 y luego el estadístico de prueba t. Después, comparamos el valor observado de t con el valor crítico para decidir si rechazamos la hipótesis nula.

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{13(1{,}89966759)^2 + 14(2{,}64941510)^2}{14 + 15 - 2} = 5{,}377229096 \quad (4.7)$$

$$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{6{,}67 - 5{,}11}{\sqrt{5{,}3772\left(\frac{1}{14} + \frac{1}{15}\right)}} = 1{,}81 \quad (4.8)$$

La hipótesis alternativa $H_a: u_1 > u_2$ o, lo que es equivalente, $H_a: (u_1 - u_2) > 0$ implica que el experimentador debe usar una prueba de una cola en la cola superior de la distribución t con $n_1 + n_2 - 2 = 27$ grados de libertad. Se puede hallar el valor crítico apropiado para una región de rechazo con $\propto = 0.05$ como se muestra en la tabla del anexo B, y H_o será rechazada si $t > 1{,}703$.
Al comparar el valor observado del estadístico de prueba $t = 1{,}81$ con el valor crítico $t_{0.05} = 1{,}703$, podemos rechazar la hipótesis nula. Esto significa que hay

suficiente evidencia para afirmar que las calificaciones en el método de aula invertida son significativamente mayores que las del método tradicional, con un nivel de significancia del 5%.

CAPÍTULO 5

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Para implementar con éxito el método de aula invertida, es esencial incorporar estrategias que capitalicen las preferencias visuales de los estudiantes, fomenten la aplicación práctica de conceptos, promuevan el aprendizaje colaborativo y consideren las variaciones en la percepción de la utilidad de los recursos en línea. Además, ofrecer opciones de apoyo personalizado puede mejorar la experiencia de aprendizaje, adaptándose eficazmente al nivel de conocimiento y preferencias de los estudiantes.
- El diseño y la implementación de un plan de enseñanza que incluye actividades antes, durante y después de la clase en el tema de integrales definidas de funciones polinomiales demuestran ser una estrategia efectiva para promover la participación y autonomía de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. La variedad de actividades propuestas, desde la resolución de problemas hasta la interpretación gráfica de las funciones, permite abordar diferentes estilos de aprendizaje y fortalecer la comprensión profunda del tema.
- El método de aula invertida aplicado a tercero de bachillerato en electromecánica automotriz muestra un promedio de calificación de 4.11, mientras que el método tradicional en contabilidad presenta un promedio de 3.27. Esto indica una aparente superioridad en el rendimiento académico de los estudiantes bajo el método de aula invertida, a pesar de la aparente diferencia en los promedios, la prueba de hipótesis no proporciona suficiente evidencia para afirmar que el método de aula invertida es significativamente superior en términos de calificaciones en comparación con el método tradicional. La variabilidad de datos y la falta de una diferencia significativa en las desviaciones estándar indican que los dos métodos podrían ser igualmente efectivos en estas muestras específicas.
- El método de aula invertida aplicado a tercero de bachillerato en contabilidad muestra un promedio de calificación de 6,67, mientras que el método tradicional en electromecánica automotriz presenta un promedio de 5,11, la prueba de hipótesis respalda la idea de que el método de aula invertida ha tenido un impacto significativamente positivo en las calificaciones en comparación con el método

tradicional. La evidencia estadística sugiere que la implementación del método de aula invertida ha llevado a un rendimiento académico superior en este contexto específico.

- La aplicación de estrategias de enseñanza centradas en el estudiante, como la revisión de conceptos problemáticos, la resolución de ejercicios prácticos en grupos pequeños y la retroalimentación formativa, demostró ser efectiva para mejorar el rendimiento de los estudiantes en el tema de integrales de funciones polinomiales. Estas estrategias proporcionan un entorno de aprendizaje más interactivo y participativo, lo que puede ayudar a los estudiantes a desarrollar un entendimiento más profundo y duradero de los conceptos matemáticos.
- Implementar el método de aula invertida de manera más amplia: Dado que los resultados sugieren que el método de aula invertida puede conducir a un mejor rendimiento académico en comparación con la enseñanza tradicional, se recomienda considerar la implementación de esta metodología en una gama más amplia de cursos y temas. Esto puede ayudar a mejorar la participación y el compromiso de los estudiantes, así como su comprensión de los conceptos.
- Proporcionar formación continua a los docentes: Es importante ofrecer capacitación y apoyo continuo a los docentes para que puedan implementar efectivamente el método de aula invertida. Esto incluye enseñarles cómo crear contenido de aprendizaje interactivo y cómo facilitar discusiones significativas en el aula. Además, la formación debe centrarse en el uso eficaz de herramientas tecnológicas y en la creación de entornos de aprendizaje en línea atractivos.
- Fomentar la colaboración entre estudiantes: La realización de actividades prácticas en grupos pequeños y las sesiones de resolución de problemas pueden ser eficaces para mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos. Se recomienda fomentar la colaboración entre los estudiantes mediante el trabajo en equipo y la discusión de ideas. Esto puede ayudar a fortalecer las habilidades de resolución de problemas y promover un aprendizaje más interactivo y significativo.
- Proporcionar retroalimentación formativa regular: La retroalimentación formativa desempeña un papel crucial en el proceso de aprendizaje. Se recomienda que los docentes proporcionen retroalimentación regular a los estudiantes sobre su desempeño y progreso. Esto puede ayudar a identificar áreas de mejora y brindar orientación específica para fortalecer la comprensión de los conceptos.

6 Referencias

Aguinaga, A. (2019). Propuesta de actividades mediante la metodología ABP para la conceptualización del cálculo integral . Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/18606/1/T-UCE-0011-ICF-012-P.pdf

Alanís, J. (2012). La integral de funciones de una variable: Enseñanza actual. *El cálculo y su enseñanza*, 2. Obtenido de https://recacym.org/index.php/recacym/article/view/135/84

Antofagasta, U. d. (2022). Obtenido de http://desarrollocurricular.uantof.cl/wp-content/uploads/2022/05/aula-invertida.pdf

Educación, M. d. (2021). Obtenido de https://www.educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/12/Curriculo-priorizado-con-enfasis-en-CC-CM-CD-CS_Elemental.pdf

Espinosa, T. (2018). *Revista de enseñanza de la Física .* Obtenido de https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/22736/22346

Fernández, E. (2016). Obtenido de https://jemiliobasfernandez.iescla.org/wp-content/uploads/2016/07/11ApuntesINTEGRALDEFINIDAL.pdf

Fernández, R. (2019). *Universidad de Valladolid.* Obtenido de https://uvadoc.uva.es/handle/10324/40240

Fidalgo, Á. (2019). *Innovación Educativa.* Obtenido de https://repositorio.grial.eu/bitstream/grial/1967/1/M%C3%B3dulo1-Introducci%C3%B3nAulaInvertida_M.pdf

Gómez, E. (2016). DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA APLICACIÓN PEDAGÓGICA PARA DISPOSITIVOS MÓVILES ANDROID, QUE APOYE EL PROCESO DE ENSEÑANZAAPRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN LA TEMÁTICA DE INTEGRALES. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.ucundinamarca.edu.co/bitstream/handle/20.500.12558/335/DESARROLLO%20E%20IMPLEMENTACI%c3%93N%20DE%20UNA%20APLICACI%c3%93N%20PEDAGOGICA%20PARA%20DISPOSITIVOS%20M%c3%93VILES%20ANDROID%2c

González, M. (2022). Experiencia del aula invertida para promover estudiantes prosumidores del nivel superior. Obtenido de https://www.redalyc.org/journal/3314/331460297013/html/

Gutiérrez, L. (2014). ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN EL USO Y APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS VIRTUALES PARA EL MEJORAMIENTO EN LA ENSEÑANZA DEL CALCULO INTEGRAL. Obtenido de file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-EstrategiasDidacticasEnElUsoYAplicacionDeHerramien-5061043.pdf

Gutiérrez, L. (2021). Obtenido de https://cea.uprrp.edu/wp-content/uploads/2021/09/aula-invertidaCEA.pdf

Haro, F. (2020). Aplicación del Software Libre Geogebra en el Aprendizaje de Sólidos de Revolución en Cálculo Integral para los Estudiantes de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales, Matemática y Física de la Universidad Central del Ecuador. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/22494/1/T-UCE-0010-FIL-1020.pdf

Jonathan Bergmann, A. S. (2012). *Flip your c lassroom: Reach every student in*

every class every day.
Llivisaca, E. (2024).
Moore, M. T. (2014). *FLIP Learning*. Obtenido de https://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning/
Rincón, O. (2015). EL BLOG COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA INNOVADORA EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRAL. Obtenido de chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://funes.uniandes.edu.co/14770/1/Rinc%C3%B3n2015El.pdf
Rojas, A. (2021). La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral. *Scielo*, 2. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1992-82382021000100011
Sancho, A. (2020). Metodología mixta Flipped Classroom y Aprendizaje Basado en Proyectos para el aprendizaje de la geometría analítica en Secundaria. *ProQuest*, 137. Obtenido de https://www.proquest.com/docview/2518485341/7A96EF526C14658PQ/6?accountid=171402
Zúñiga, L. (2022). Matemáticas para Ingeniería: un Análisis del Funcionamiento Cognitivo en la Solución de un Problema de Cálculo en Dos Variables. Obtenido de https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062018000500055

7 Apéndices y anexos

Apéndice A:

Encuesta

1. ¿Cuánto tiempo dedicas a estudiar matemáticas durante la semana?

☐ Menos de 1 hora

☐ 1 – 3 horas

☐ 4 – 6 horas

☐ Mas de 6 horas

2. ¿Qué recursos (libros, videos, tutoriales en línea) utilizas con mayor frecuencia para estudiar matemáticas?

☐ Libros de texto

☐ Videos en línea

☐ Tutoriales interactivos

☐ Notas de clases presenciales

3. ¿Con que frecuencia tienes acceso a dispositivos tecnológicos (computadora, tableta, internet) para participar en actividades virtuales?

☐ Todos los días

☐ Dos veces a la semana

☐ Una vez a la semana

☐ 7 horas al día

4. ¿Cuáles son las estrategias que encuentras más efectivas al estudiar matemáticas?

☐ Resolución de problemas prácticos

☐ Participación en grupos de estudio

☐ Uso de recursos en línea

☐ Tutorías personalizadas

Apéndice B:

Evaluación diagnóstica

1. ¿Cuál es el término constante (independiente) del polinomio $2x^3 - 5x^2 + 3x - 7$?

- $2x^3$
- $-5x^2$
- $3x$
- -7

2. ¿Cuál es el grado del polinomio $4x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 3$?

- 3
- 2
- 4
- 1

3. Si tienes un polinomio de grado 2, ¿Cuántas raíces reales puede tener como máximo?

- 1
- 2
- 3
- 4

4. Al simplificar la expresión $3x^2 - 2x + 5(2x^2 + 4x - 1)$ se obtiene:

- $x^2 - 6x + 6$
- $x^2 - 6x + 4$
- $x^2 + 2x + 4$
- $x^2 + 2x + 6$

5. El polinomio $2x^2 - 8x + 6$ se puede factorizar como:

- $2(x-3)^2$
- $2(x-1)(x-5)$
- $2(x-1)(x-3)$
- $2(x+1)(x-3)$

6. El Producto $(3x-2)(2x+4)$ es igual a:

- $6x^2 - 2x - 8$
- $6x^2 + 8x - 8$
- $6x^2 + 8x - 4$
- $6x^2 - 8x - 4$

7. La expresión $(2y-1)^2$ es igual a:

- $4y^2 - 1$
- $4y^2 + 1$
- $4y^2 + 2y - 1$
- $4y^2 - 4y + 1$

8. $y^3 - 6y^2 + 6y - 8$ es igual a:

- $(y^2+2)(y-3)$
- $(y+2)^3$
- $(y-2)^3$
- $(y^2-2)(y+3)$

Apéndice C:

Evaluación sumativa #1

1. ¿Qué es la integral definida?
   a. Operación matemática para calcular el área bajo una curva en un intervalo específico.
   b. Operación matemática para calcular el área encerrada por una curva en un intervalo específico.
   c. Proceso para encontrar la raíz de una función en un intervalo específico.
   d. Método para calcular la pendiente de una curva en un punto específico.

2. ¿Cuál es la fórmula para calcular las sumas de Riemann?
   a. $S = \lim_{n \to 0} \sum f(x_i) \Delta x$
   b. $S = \lim_{n \to \infty} \sum f(x_i) \Delta x$
   c. $S = \sum f(x_i) \Delta x$
   d. $S = \sum f(x_i) \Delta y$

3. ¿Cuál es la diferencia entre las sumas de Riemann y la integral definida?
   a. Las sumas de Riemann son una forma de calcular la derivada de una función.
   b. Las sumas de Riemann son una aproximación de la integral definida.
   c. Las sumas de Riemann son una aproximación de la integral indefinida.
   d. Las sumas de Riemann y la integral definida son conceptos completamente diferentes.

4. ¿Cómo se utilizan las sumas de Riemann y la integral definida en matemáticas?
   a. Para encontrar la derivada de una función.
   b. Para calcular el perímetro de una figura geométrica.
   c. Para calcular el área bajo una curva o la integral de una función en un intervalo dado.
   d. Para resolver ecuaciones lineales.

5. Los términos "subdivisiones" o "particiones" son comúnmente mencionados cuando se trabaja con sumas de Riemann. Estos se refieren al número de partes en las que dividimos el intervalo en x para construir los rectángulos.
   a. Falso
   b. Verdadero

6. En general, en las sumas de Riemann mientras más subdivisiones (es decir, rectángulos) usemos para aproximar el área, más grande será la diferencia.
   a. Falso
   b. Verdadero

7. Encuentre la suma de Riemann con n tendiendo a ∞ de: $5 - x$ en el intervalo $[0, 5]$ (elija el resultado más cercano con rectángulos por debajo de la curva)
   a. $\frac{23}{2}$
   b. $\frac{25}{3}$
   c. $\frac{25}{4}$
   d. $\frac{25}{2}$

8. Encuentre la suma de Riemann con n tendiendo a ∞ de: $9 - x^2$ en el intervalo $[0, 3]$ (elija el resultado más cercano con rectángulos por debajo de la curva)
   a. 19
   b. 18
   c. 17
   d. 16

9. Al evaluar la integral de $\int \sqrt{x}\, dx$ en el intervalo $[1, 4]$ se tiene por resultado:
   a. 1
   b. 0
   c. $\frac{14}{3}$
   d. $\frac{2}{3}$

10. Calcule el valor de $\int 3x^2 - 2x + 1\, dx$ en el intervalo $[1, 3]$

  a. 10
  b. 35
  c. 15
  d. 20

11. Calcule el valor de $\int (4 - t)\sqrt{t}\, dt$ en el intervalo $[0, 4]$

  a. $\frac{128}{15}$
  b. 0
  c. $\frac{125}{8}$
  d. $\frac{71}{5}$

12. El valor de la integral $\int \frac{3x^2}{4} + \frac{x}{2} - \frac{4}{5}\, dx$ en el intervalo $[-1, 2]$ es:

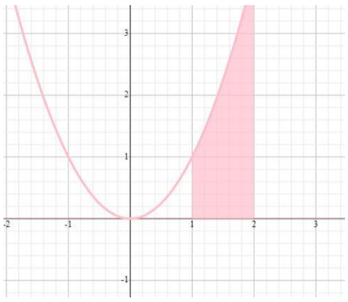
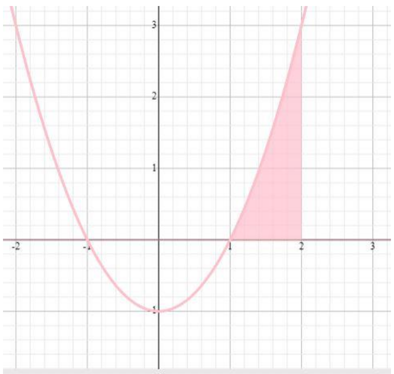
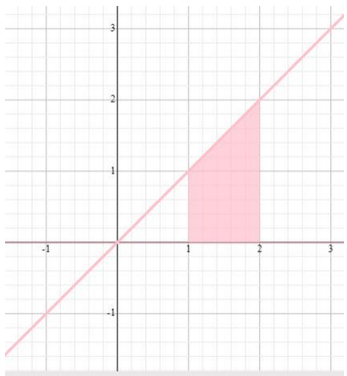
  a. $\frac{17}{10}$
  b. $\frac{3}{5}$
  c. $\frac{17}{2}$
  d. $0{,}8$

Apéndice D:

Evaluación Sumativa #2

1. La integral definida nos representa…
   a. El área a la izquierda de la curva.
   b. El área a la derecha de la curva.
   c. El área bajo la curva.
   d. El área sobre la curva.

2. Calcule la siguiente integral de $f(x) = x^2 + 1$ en el intervalo $[0, 1]$
   a. $13{,}33$
   b. $\frac{3}{4}$
   c. 133
   d. $\frac{4}{3}$

3. La gráfica que representa el área bajo la curva de la siguiente función $\int_1^2 x\, dx$ es:
   a. Ninguna
   b. 
   c. 
   d. 

4. Calcula el área de la siguiente función, en el intervalo $[0, 6]$. La función es $f(x) = \frac{x^2}{2} - 8$

a. -12

b. $\frac{28}{3}$

c. $-\frac{64}{3}$

d. $\frac{92}{3}$

5. El teorema fundamental del cálculo nos permite resolver integrales de una manera menos compleja y la fórmula es:

a. $x + y$

b. $[f(b) - f(a)]$

c. $a + b$

d. $[f(a) - f(b)]$

6. Calcula el área bajo la curva de $f(x) = x^2$ en el intervalo $[1, 2]$

a. 0

b. $3{,}32$

c. $2{,}33$

d. 3

7. Calcula el área bajo la curva de $f(x) = 4 - x^2$ en el intervalo $[-1, 2]$

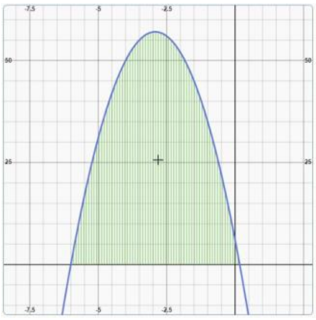
a. 5

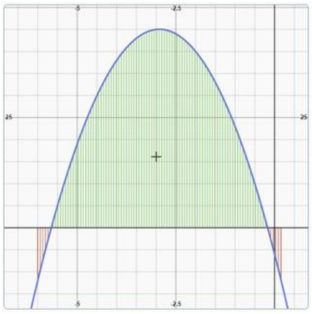
b. 10

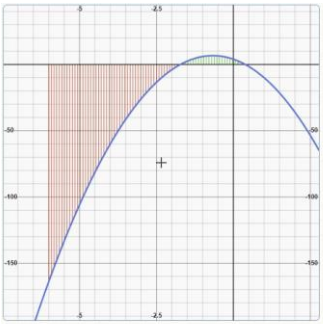
c. 9

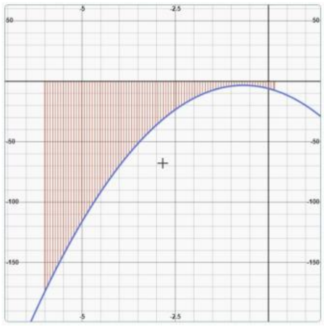
d. -9

8. Escoja la gráfica que corresponde al área bajo la curva de $f(x) = \frac{x^3}{3} + 3x + 6$ en el intervalo $[-6, \frac{1}{6}]$

a. 

b. 

c. 

d. 

9. Calcular el área encerrada entre la curva $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ en el intervalo $[0, 2]$
   a. $\frac{8}{3}$
   b. 3
   c. $-\frac{8}{3}$
   d. 8

Apéndice E:

Actividades antes, durante y después de la clase.

Sumas de Riemann de funciones polinomiales – Antes de la clase

1. Colocar en orden los pasos a seguir para evaluar una integral definida por medio de suma de Riemann.

    1. $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

    2. $f(x_i)\Delta x$

    3. $x_i = a + i\Delta x$

    4. $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\,x_i)\Delta x$

    5. $f(x_i)$

    6. $\sum_{i=1}^{n} f(\,x_i)\Delta x$

2. Relacione las fórmulas de sumatoria mencionadas.

$\sum_{i=1}^{n} i$	$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
$\sum_{i=1}^{n} i^2$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{i=1}^{n} i^3$	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. Relacione la respuesta de los siguientes límites.

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2}{x^3}\right)$ ∞

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-11x^7}{x^3}\right)$ 0

Sumas de Riemann de funciones polinomiales – Durante la clase

1. Utilizar los pasos para evaluar la siguiente integral por medio de suma de Riemann.

$$\int_1^4 x^2 + 2\,dx$$

a. 17
b. 27
c. 37

2. ¿Cuál de los siguientes limites es equivalente a la siguiente integral definida?

$$\int_{-2}^3 x + 1\,dx$$

a. $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{5i-1}{n}\right)\cdot\frac{5}{n}$
b. $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{5i}{n}-1\right)\cdot\frac{5}{n}$
c. $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{5i+1}{n}+1\right)\cdot\frac{5}{n}$

Sumas de Riemann de funciones polinomiales – Después de la clase

1. Utilizar los pasos para evaluar la siguiente integral por medio de suma de Riemann.

$$\int_0^3 x^3 + 4\,dx$$

a. $\frac{4}{129}$
b. 129

c. $\frac{129}{4}$

2. ¿Cuál de los siguientes limites es equivalente a la siguiente integral definida?

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 4\cdot\frac{5}{n}$$

a. $\int_0^5 4\,dx$
b. $\int_0^5 4x\,dx$
c. $\int_0^4 5x\,dx$

Integral definida de funciones polinomiales – Antes de la clase

1. Seleccione la respuesta correcta.

El teorema fundamental del cálculo señala: Si una función f es continua en un intervalo [a, b] entonces:

a. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
b. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$

2. Relacione las siguientes integrales utilizando la tabla de integrales inmediatas.

$\int dx$	$3x + c$
$\int 3dx$	$x + c$
$\int 5x^3dx$	$\frac{5x^4}{4} + c$

3. Relacione las siguientes propiedades de integrales.

$$\int_a^b \left(f(x) \pm g(x)\right)dx \qquad k\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b kf(x)dx \qquad \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

Integral definida de funciones polinomiales – Durante la clase

1. Obtener el valor de las siguientes integrales definidas:

a. $\int_{-1}^{1} 4x^3 + 5x^2 - x + 1\, dx$

b. $\int_{-2}^{3} x^2 + 5x + 1\, dx$

c. $\int_{1}^{4} \sqrt{x}\, dx$

d. $\int_{-1}^{2} \frac{3x^2}{4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\, dx$

e. $\int_{-5}^{5} 5\, dx$

Integral definida de funciones polinomiales – Después de la clase

1. Obtener el valor de las siguientes integrales definidas:

a. $\int_{-2}^{3} 12x^2 + 6x - 3\, dx$

b. $\int_{0}^{2} -2t^2 + 2t + 1\, dt$

c. $\int_{2}^{4} x\, dx$

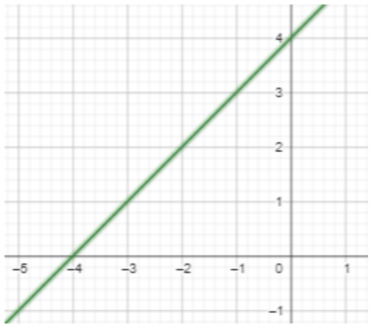
d. $\int_{-1}^{2} \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{5} + \frac{4}{7}\, dx$

e. $\int_1^4 (4-t)\sqrt{t}\, dt$

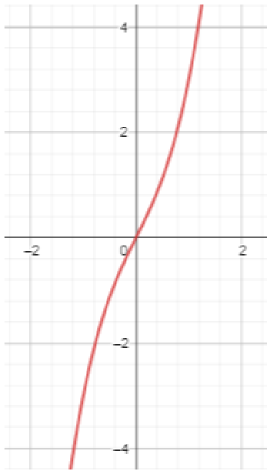
Área bajo la curva de funciones polinomiales – Antes de la clase

1. Relacione las siguientes funciones con su respectiva gráfica:

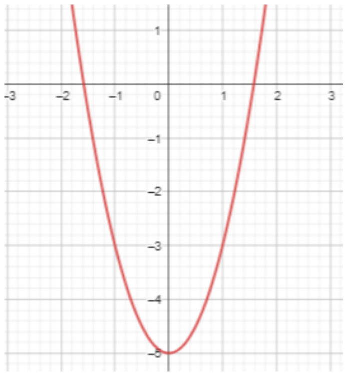
$f(x) = x + 4$



$f(x) = 2x^2 - 5$

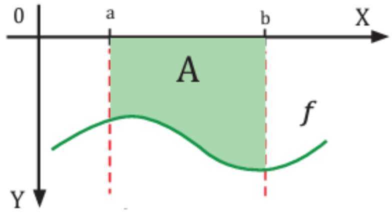


$f(x) = x^3 + 2x$

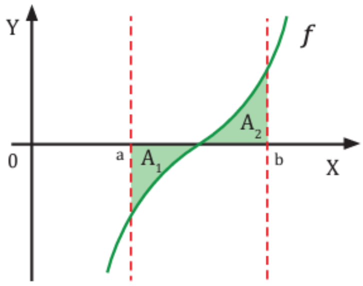


2. Relacione los signos del resultado de la integral definida con su respectiva gráfica.

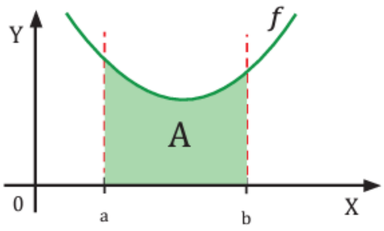
$$\int_a^b f(x)\,dx = A$$



$$\int_a^b f(x)\,dx = -A$$



$$\int_a^b f(x)\,dx = -A_1 + A_2$$



Área bajo la curva de funciones polinomiales – Durante la clase

1. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = x^2 + 3$, en el intervalo $[-2, 2]$, además, representar la gráfica de la función.
2. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = -x^2 - 4$, en el intervalo $[-2, 2]$, además, representar la gráfica de la función.
3. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = x^3 + 2x$, en el intervalo $[-1, 2]$, además, representar la gráfica de la función.

Área bajo la curva de funciones polinomiales – Después de la clase

1. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = \frac{3x-6}{2}$, en el intervalo $[0, 4]$, además, representar la gráfica de la función.
2. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = 6x^2 - 3x^3$, en el intervalo $[0, 2]$, además, representar la gráfica de la función.

3. Hallar el área limitada por la curva $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$, en el intervalo $[0, 2]$, además, representar la gráfica de la función.

Anexo A:

```
Data
data              28 obs. of 2 variables
    $ Grupo    : chr  "Electromecanica Automotriz" "Electromec…
    $ Variable: num  6 4 6 3 4 3 2 3 4 3 ...
resultado_prueba  List of  7
    $ statistic  : Named num 62
     ..- attr(*, "names")= chr "W"
    $ parameter  : NULL
    $ p.value    : num 0.0995
    $ null.value : Named num 0
     ..- attr(*, "names")= chr "location shift"
    $ alternative: chr "two.sided"
    $ method     : chr "Wilcoxon rank sum test with continuit…
    $ data.name  : chr "Variable by Grupo"
    - attr(*, "class")= chr "htest"
Values
  p_valor         0.0994808807563644
```

Fig. A1. Prueba U de Mann-Whitney utilizando el software R.

Anexo B:

TABLA 4
Valores críticos de *t*

df	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	*df*
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	16
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	19
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	20
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	23
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	∞

FUENTE: De "Table of Percentage Points of the *t*-Distribution", *Biometrika* 32 (1941):300. Reproducida con permiso de los fideicomisarios de *Biometrika*.

Fig. B1. Puntos porcentuales de la Distribución t.