



Escuela Superior Politécnica del Litoral  
Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas  
**Ecuaciones Diferenciales**  
EXAMEN DE SEGUNDA EVALUACIÓN



SEGUNDA EVALUACION

Febrero, 17 de 2017

Yo.....al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar calculadora básica, un lápiz o esférico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y cualquier instrumento de comunicación que hubiera traído, debo apagarlo y guardarlo, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. Además no debo consultar libros, notas ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.*

**FIRMA:**..... **PARALELO:**.....

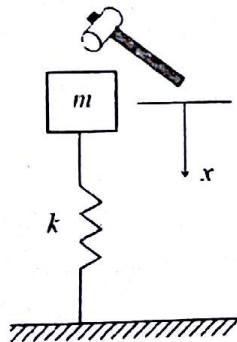
1. (10 p.) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$x^3 y'' - x^2(1+x)y' + xy = 0$$

alrededor de su punto singular.

2. (10 p.) Resuelva el problema de valor inicial:  $y'' + y = f(x)$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ,  
en donde  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 1; \\ 2, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$

3. (10 p.) Una masa  $m = 1$  reposa encima de un resorte lineal cuya constante es  $k = 4$ ; no hay amortiguador. La masa se aparta del reposo con  $x(0) = 3$ . En el instante  $t = 2\pi$  la masa se golpea con un martillo que le produce un impulso  $I = 8$ , como se muestra en la figura. Como resultado de este impulso la masa comienza a vibrar hacia arriba y hacia abajo. Encuentre la función  $x(t)$  que describe el desplazamiento vertical de la masa.



4. (10 p.) Encuentre la solución general del sistema  $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}$  para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (10 p.) Utilizando un desarrollo en serie de Fourier adecuado para la función  $f(x) = 1$  en el intervalo  $0 < x < \pi$ , demuestre que la serie numérica  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$  tiene por suma  $S = \frac{\pi}{4}$ .