

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
 FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y
 MATEMÁTICAS
 MATEMÁTICAS APLICADAS A LA INGENIERÍA
 Paralelo 2, Profesor: Pablo Álvarez Z.

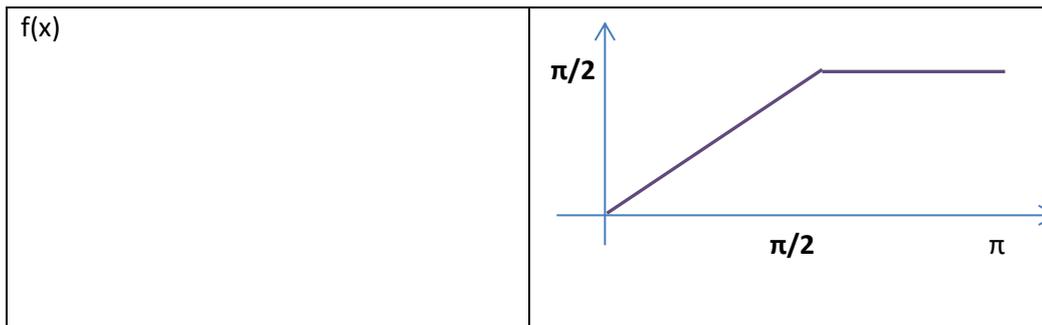


Yo, con número de matrícula
 estudiante del paralelo, me comprometo a desarrollar los
 siguientes problemas con la información que he obtenido en mi investigación o desarrollado
 en clases.

Firma:

De los temas de 1 a 4 elija tres temas para desarrollar, (sólo tres) y el tema de bono es
 opcional.

1. (25 puntos) Encuentre la serie de seno de Fourier, bosqueje su gráfica y su extensión
 periódica



2. (25 puntos) Encuentre los eigenvalores y eigenfunciones. Verifique la ortogonalidad

$$y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(1), y'(0) = y'(1)$$

3. (25 puntos) Encuentre la transformada $\hat{f}_c(w)$, para $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

4. (25 puntos) Encuentre $F_c(e^{-x^2/2})$ de 4.a y una fórmula adecuada en la tabla II de la
 sección 11.10

5. Bono (10 puntos) Sea f(x) una función representada por la integral de Fourier

$$\int_0^{\infty} A(w) \cos(wx) dw$$

Donde $A(w) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(t) \cos(wt) dt$, demuestre que la función $f(ax)$ se representa por la
 integral de Fourier

$$\frac{1}{a} \int_0^{\infty} A\left(\frac{w}{a}\right) \cos(wx) dw, a > 0$$

Temas

1. Encontrar la temperatura $u(x,t)$ en una barra de longitud L que está perfectamente aislada también en los extremos, en $x=0$ y en $x=L$, suponiendo que $u(x,0)=f(x)$.

$$\text{Nota: } u(0,t) = k_1 \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}, \quad u(x,t) = k_2 \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}$$

Esta situación corresponde a las condiciones

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, t > 0$$

$$u_x(0,t) = 0, u_x(L,t) = 0$$

$$u(x,0) = f(x)$$

Demuestre que el método de separación de variables aplicado en el problema proporciona la solución

$$u(x,t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\left(\frac{cn\pi}{L}\right)^2 t}$$

$$\text{Donde } A_n = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

2. Obtenga la deflexión $u(x,y,t)$ de la membrana vibrante cuadrada con

$$a = b = 1, c^2 = 1$$

Si la posición inicial es cero y la velocidad inicial es $g(x,y) = k \sin(\pi x) \cos(\pi y)$

Nota:

El modelo es

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2} \right)$$

Y las soluciones

$$u_{m,n}(x,y,t) = [B_{m,n} \cos(\lambda_{m,n}t) + B_{m,n}^* \sin(\lambda_{m,n}t)] \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

$m=1,2,\dots$

$n=1,2,\dots$

son las eigenfunciones correspondientes a los eigenvalores $\lambda_{m,n} = c\pi \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$