FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

AÑO:	2023	**PERÍODO:**	I PAO	**MATERIA:**	Cálculo de una variable
PROFESORES:		Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Crow P., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.			
EVALUACIÓN:		PRIMERA	**FECHA:**	03/julio/2023	

Nombre: ______________________________ *Cédula:* ________________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

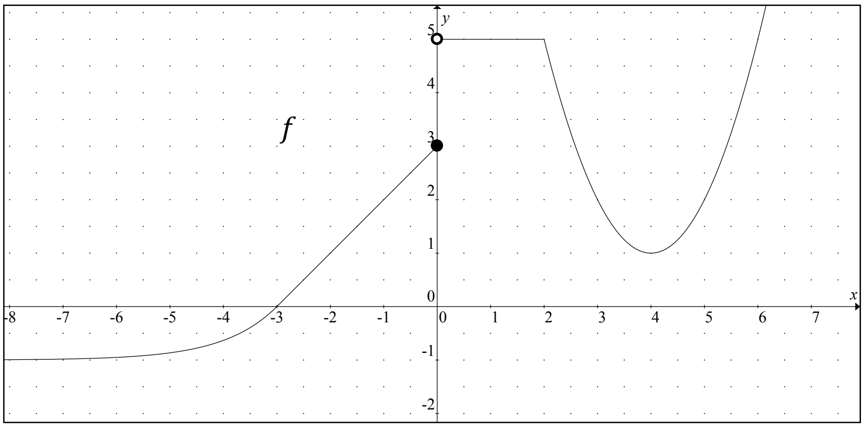
"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

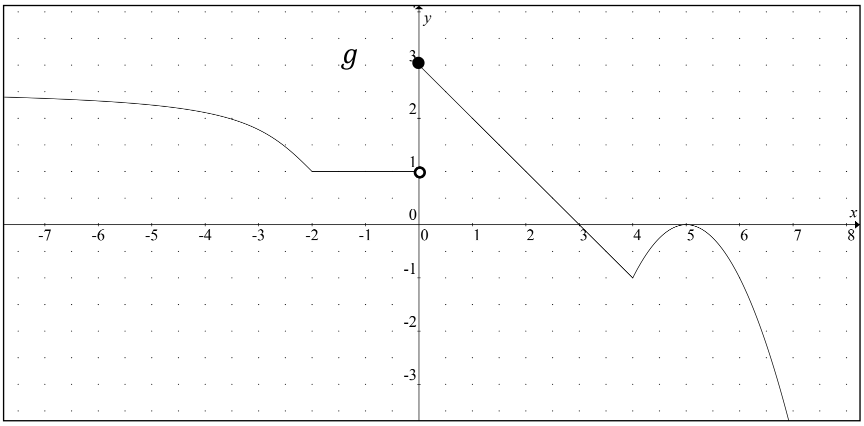
1. (5 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

   "Si $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$ *y* $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$, *entonces la función de variable real* f *es continua en* $x = a$*."*

   Luego, demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

2. (5 PUNTOS) Dadas las gráficas de las funciones de variable real f y g.





Justificando paso a paso y considerando las afirmaciones del TEOREMA PRINCIPAL de límites, calcule el valor de L, siendo:

$$L = \frac{\lim\limits_{x \to -1} \sqrt{f(x) + 2g(x)}}{\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{g(x)}{2 - f(x)} \right)^3}$$

3. (6 Puntos) Suponga que el parqueo en un centro comercial es gratuito mientras no se cumpla la primera $hora$. Pero, cumplida la primera hora, por cada hora transcurrida, desde el ingreso del vehículo, se cobrará un recargo de $2\ dólares$, sin que una fracción de hora genere un costo adicional.

   (a) (4 Puntos) Establezca la regla de correspondencia de la función de costo C del parqueo como una función del tiempo t medido en $horas$, suponiendo que no se llega a las $4\ horas$ de parqueo. Luego, bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de dicha función de costo.

   (b) (2 Puntos) Con base en la definición de continuidad en un punto, analice si la función C es continua cuando se ha utilizado el parqueo durante $2\ horas$ con $30\ minutos$.

4. (6 PUNTOS) Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

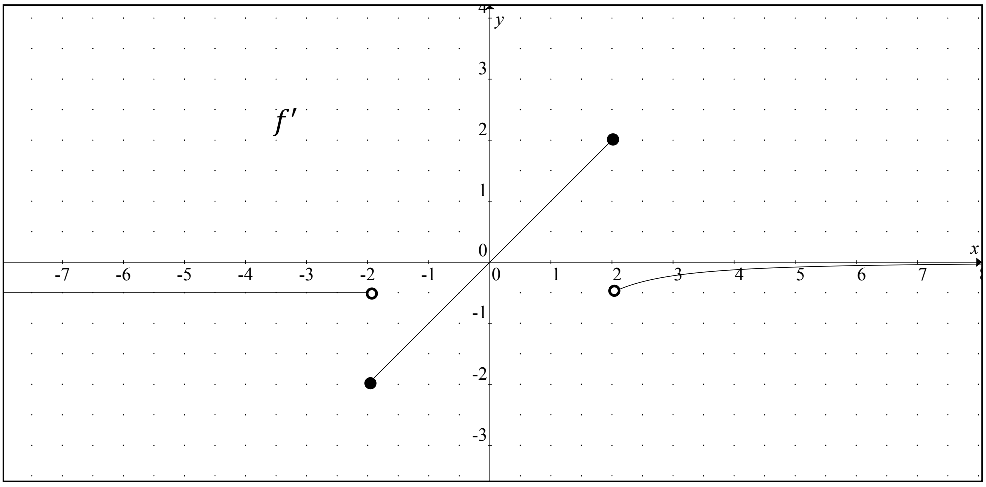
$$f(x) = [2cos(\pi x)]^{g(x)}$$

Obtenga una expresión simplificada para $f'(x)$. Luego, calcule $f'(0)$, si se sabe que $g(0) = 2$ y $g'(0) = 3$.

5. (8 PUNTOS) Bosqueje la gráfica de una función f que es continua en todo su dominio y cumple con las siguientes condiciones:

(i) f está definida para todo número real
(ii) $f(-2) = f(2) = 1$; $f(-4) = 2$; $f(0) = -1$
(iii) $\forall \varepsilon > 0\ \exists N > 0\ \forall x \in dom\, f\ [x > N \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon]$
(iv) $\forall x \in (-\infty, -2)$, f es lineal
(v) $\forall x \in (-2, 2) \cup (2, +\infty)$, $f''(x) > 0$

Para realizar la representación gráfica de f en el plano cartesiano, detalle en forma escrita la interpretación de cada condición y considere además que la gráfica de la función derivada f' es:



6. (6 PUNTOS) Para la curva definida por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x(t) = 3\, arctan(2t) \\ y(t) = 2\, ln(4t^2 + 1) \end{cases}$$

Utilizando derivación paramétrica, obtenga en coordenadas rectangulares, la ecuación de la recta tangente a la curva, cuando $t = 1/2$.

7. (7 PUNTOS) Una pelota se deja caer desde un edificio hasta que llega al piso. Conforme cae la pelota, su altura h (medida en $metros$ desde el piso) varía con respecto al tiempo (medido en $segundos$) y se puede modelizar con:

$$h(t) = 100 - 5t^2 \quad ; \quad 0 \le t \le 2\sqrt{5}$$

(a) (3 PUNTOS) Calcule la tasa de cambio de la altura, para el tiempo transcurrido entre $1\ s$ y $3\ s$. ¿Qué representa ese valor?
(b) (4 PUNTOS) Calcule la tasa de cambio de la altura, cuando el tiempo transcurrido es igual a $1\ s$. ¿Qué representa ese valor?

8. (7 PUNTOS) De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

En un estudio epidemiológico se descubrió que el número N de personas afectadas por cierta enfermedad, medido en $miles\ de\ personas$, se puede representar con la función:

$$N(d) = -3d^2 + 72d + 243 \quad ; \quad 0 < d < 27$$

siendo d el número de $días$ transcurridos desde que se detectó la enfermedad.

(a) Determine el día en que se tuvo la máxima cantidad de personas afectadas.
(b) Calcule la cantidad máxima de personas afectadas por esta enfermedad.

La demanda de cierto artículo varía con el precio que se cobra por el mismo. Se ha determinado que el ingreso anual I, en $miles\ de\ dólares$, es una función del precio p, en $dólares$:

$$I(p) = -50p^2 + 500p \quad ; \quad 0 < p < 10$$

(a) Determine el precio que debe cobrarse con el fin de maximizar el ingreso anual.
(b) Calcule el valor del ingreso anual máximo.