ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

Año: 2024	Período: PAO 2
Materia: CÁLCULO VECTORIAL	Profesores: Elvis Aponte, Mario Célleri, Nelson Córdova, Carlos Martín, María Nela Pastuizaca, Liliana Pérez, Pedro Ramos, Luz Rodríguez, Soraya Solís
Evaluación: Segunda	Fecha: 29 de enero de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadoras, celulares u otros dispositivos electrónicos, que sí puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que no debo hacer ruidos molestos durante el mismo; y, cualquier objeto que hubiere traído que sea de mi propiedad, debo depositarlo en el lugar autorizado. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA: ………………………….*** ***PARALELO: ………***

1. (10 p.) Empleando el método de Lagrange, determine los puntos de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ cuya distancia al punto $A(3, 1, -1)$, elevada al cuadrado, sea respectivamente la menor y la mayor posible. Justifique formalmente su respuesta.

2. (7 p.) Sea C la curva intersección entre las superficies $z = 6 - x^2 - y^2$ y $z = 2$. Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} + 2y^2\mathbf{k}$ un campo de fuerzas definido en $\mathbb{R}^3$. Evalúe el trabajo que realiza $\mathbf{F}$ al mover un objeto a lo largo de C orientada positivamente.

3. (10 p.) Considere la integral doble $I = \int_0^2 \int_{x^2}^4 xe^{y^2}\, dy\, dx$.

a) Dibuje la región de integración R.

b) Cambie el orden de integración a $dx\, dy$.

c) Evalúe I con el orden planteado en el literal *b*).

4. (8 p.) Sea S la superficie dada por la porción del cilindro $z = 4 - x^2$ limitada por los planos $x + 2y = 4$ y $x = 2$, ubicada en el primer octante. Calcular la masa de S si la densidad en cada punto es la función $\rho(x, y, z) = \dfrac{z + x^2}{\sqrt{1 + 4x^2}}$.

5. (15 p.) Sea Q el sólido formado por la región interna y común a las superficies $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y $r = 2sen(\theta)$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

   a) Realice un bosquejo gráfico de Q y de las superficies que lo limitan.

   b) Calcule el volumen de Q empleando una integral triple.

   c) Usando el teorema de la divergencia de Gauss, calcule el flujo que genera el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, a través de la superficie S de Q, orientada hacia el interior (entrante) de Q.