



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Año: 2017-2018	Período: Segundo Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Mireya Bracamonte, Johni Bustamante, Brenda Cobeña, David De Santis, Rosa Díaz, Marco Mejía, Johny Pambabay, María Nela Pastuizaca, Liliana Pérez, Carola Pinos, Heydi Roa, Soraya Solís, José Vera.
Evaluación: Tercera	Fecha: 19 de febrero de 2018

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, .....al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

**RÚBRICA DE LA TERCERA EVALUACIÓN**

1. (20 p.) Dada la función  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ . Determine:

a) Si  $f$  es continua en  $(0, 0)$ .

- Plantea criterio de continuidad.....2 p.
- Calcula límite en  $(0, 0)$ .....2 p.
- Verifica criterio y concluye que  $f$  sí es continua en  $(0, 0)$ .....1 p.

b)  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .

- Plantea definición de límite y reemplaza datos para las derivadas (2 p. c/u).....4 p.
- Calcula límite correctamente (3 p. c/u) .....6 p.

c) Si es posible concluir que  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$  con los resultados obtenidos en a) y en b).

Explica de forma clara y precisa que la continuidad y la existencia de las derivadas no son condiciones suficientes para la diferenciabilidad.....5 p.

---

2. (20 p.) Un campo de temperatura en  $\mathbb{R}^2$  está dado por  $T(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy$ .  
Sea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 8\}$  una placa circular.

a) Empleando el criterio de la matriz Hessiana, determine los máximos locales de  $T$  en  $Int(D)$ .

- Plantea sistema de ecuaciones para hallar puntos críticos.....2 p.
- Resuelve el sistema y obtiene punto crítico.....2 p.
- Calcula matriz Hessiana.....1 p.
- Califica correctamente el punto crítico.....1 p.

b) Empleando el método de Lagrange, determine el valor máximo de  $T$  en  $Fr(D)$ . Justifique su respuesta.

- Plantea condición de Lagrange.....2 p.
- Plantea sistema de Lagrange.....2 p.
- Resuelve el sistema y obtiene 4 puntos críticos.....4 p.
- Obtiene valor máximo en  $Fr(D)$ , justificando con  
continuidad y compacidad  
o usando la definición de extremo restringido.....2 p.

c) Con los resultados anteriores, especifique los puntos de la placa donde la temperatura es máxima y cuál es este valor. Justifique su respuesta.

- Especifica puntos.....2 p.
- Especifica valor máximo de  $T$  en estos puntos.....2 p.

---

3. (20 p.) Determine el volumen del sólido limitado por las superficies  $y = 4 - x^2$ ;  $x + y + z = 5$ ;  $z = 0$ ;  $y = 0$ .

- Realiza un bosquejo del sólido (1 p cada límite).....4 p.
- Dibuja una proyección adecuada para la región plana base del sólido.....4 p.
- Plantea el volumen con una integral doble o triple especificando límites correctos.....4 p.
- Resuelve la integral planteada.....5 p.
- Especifica respuesta correcta y simplificada.....3 p.

4. (20 p.) Evaluar  $\oint_C y dx - x dy$ , siendo  $C$  la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , con orientación positiva.

a) Empleando la definición de integral de línea vectorial.

- Bosqueja el camino  $C$ ..... 2 p.
- Parametriza el camino  $C$ ..... 2 p.
- Plantea integral en función del parámetro.....4 p.
- Resuelve la integral planteada y especifica respuesta correcta y simplificada..... 4 p.

b) Aplicando el teorema de Green.

- Plantea Teorema de Green..... 2 p.
- Reemplaza datos y límites en la integral doble.....2 p.
- Resuelve la integral planteada y especifica respuesta correcta y simplificada.....4 p.

---

5. (20 p.) Evaluar el flujo del campo vectorial  $\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$ , saliente a través de la superficie esférica  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ . Justifique las hipótesis del teorema de Gauss y utilice este teorema para evaluar dicho flujo.

- Justifica las hipótesis del teorema.....4 p.
- Calcula divergencia del campo.....2 p.
- Plantea Teorema de Gauss.....2 p.
- Transforma la integral triple con un sistema adecuado de variables y calcula el nuevo diferencial de volumen.....2 p.
- Escribe límites de las nuevas variables (2 p. c/variable).....6 p.
- Resuelve la integral planteada y especifica respuesta correcta y simplificada.....4 p.