

Año:	2025	Periodo:	I PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesor:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira, Luis Fernando Mejías
Evaluación:	Tercera	Fecha:	08 de septiembre de 2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que solo puedo un lápiz o esferográfico y borrador, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen y que cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (20 puntos) Halle una base para el siguiente subespacio de P_3 :

$$W = \{p \in P_3 : p'(2) = p(1)\}.$$

Rúbrica:

Usa las condiciones dadas en W para hallar condiciones equivalentes sobre los coeficientes de los elementos de W	1–10 puntos
Usa tales condiciones sobre los coeficientes para construir una base con 3 elementos	1–10 puntos

2. Un tanque con 550 litros de líquido recibe una solución de salmuera a un caudal constante de 2 litros por minuto. La solución, bien agitada, sale del tanque a la misma velocidad. Se monitorea la concentración dentro del tanque y se determina que es, en el tiempo t ,

$$\frac{e^{-t/500}}{50} \text{ kg}/L.$$

- (a) (10 puntos) Determinar la cantidad de sal presente inicialmente dentro del tanque.
 (b) (10 puntos) Determine la concentración de sal en la solución de salmuera que fluye hacia el tanque.

Rúbrica:

Determina la cantidad de sal presente inicialmente dentro del tanque.	1–10 puntos
Determina la concentración de sal en la solución de salmuera que fluye hacia el tanque.	1–10 puntos

3. (20 puntos) Consideremos la transformación lineal $T: P_2 \rightarrow P_2$ tal que

$$T(1-t) = t+3, \quad T(t^2+2t) = t^2-1, \quad \text{y} \quad T(1-t^2) = 1.$$

Encuentre la matriz de T respecto a la base $\{1+t, 1-t, t^2\}$ de P_2 .

Rúbrica:

Halla la regla de correspondencia de T	1-6 puntos
Usa la regla de correspondencia para calcular las imágenes de los elementos de la base dada	1-6 puntos
Escribe las imágenes de los elementos de la base como combinación lineal de de la misma base y lo usa para escribir la matriz de T	1-8 puntos

4. (20 puntos) Resuelva el problema de valor inicial

$$t^2 y'' - 4ty' - 14y = 0, \quad y(1) = -2, \quad y'(1) = -2.$$

Rúbrica:

Identifica que es una ecuación de Euler-Cauchy	1-4 puntos
Hace un cambio de variable adecuado para transformar la ecuación es otra a coeficientes constantes y halla la solución general (o cualquier otro método)	1-10 puntos
Resuelve el problema de valor inicial	1-6 puntos

5. (20 puntos) Resuelva el siguiente problema de valor inicial usando la transformada de Laplace:

$$-3y'' - 4y' - 2y = \cosh(at), \quad y(0) = -3, \quad y'(0) = 2,$$

donde a es un número real constante.

Aplica correctamente la transformada de Laplace	1-2 puntos
Calcula correctamente $Y(s)$ y la descompone en fracciones parciales	1-6 puntos
Aplica correctamente la transformada inversa de Laplace	1-6 puntos
Resuelve el PVI.	1-6 puntos