FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea** el COMPROMISO DE HONOR; en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado**. **Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 5 preguntas de DESARROLLO.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

TEMA 1

1. (10 pts. c/u)

a. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdadera)

Sean A y B matrices cuadradas de orden n y $p_A(\lambda)$, $p_B(\lambda)$ sus correspondientes polinomios propios

Si $p_A(\lambda) = p_B(\lambda)$ entonces A es semejante a B ($A \simeq B$)

b. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Sea H un subespacio del espacio vectorial V y x un vector de V entonces

$$||x|| \geq ||proy_H x||$$

2. (10 pts. c/u)

a. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdadera)

Sean A y B matrices cuadradas nxn.

Si $det(A) = det(B)$ entonces A es semejante a B ($A \simeq B$)

b. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Sea V un espacio vectorial de dimensión 3, λ escalar del campo K y T un operador sobre V.

Si $p(\lambda) = \lambda(\lambda + i)(\lambda - i)$ es el polinomio propio de T, entonces T es diagonalizable de manera ortogonal.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

3. (10 pts. c/u)

a. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdadera)

Si $dim\,V = dim\,W$ y $T: V \to W$ es una transformación lineal, entonces T es un isomorfismo

b. Califique la siguiente proposición de acuerdo con su grado de veracidad:

S (siempre verdadera), **A** (a veces verdadera) **N** (nunca verdaderas)

Sea V un espacio vectorial de dimensión 3, λ escalar del campo K y T un operador sobre V.

Si $p(\lambda) = \lambda(\lambda+2)(\lambda-3)$ es el polinomio propio de T, entonces T es diagonalizable de manera ortogonal.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

TEMA 2

1. (20 Puntos)

Considere una transformación lineal definida por: $L: M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^2$ se conoce, además:

$$L\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \ker L$. Determine la regla de correspondencia de L

2. (20 Puntos)

Considere una transformación lineal definida por: $L: M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^2$ se conoce, además:

$$L\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \ker L$. Determine la regla de correspondencia de L.

3. (20 Puntos)

Considere una transformación lineal definida por: $L: M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^2$ se conoce, además:

$$L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = L\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \ker L$. Determine la regla de correspondencia de L.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

TEMA 3

1. (20 Puntos)

Sea $V = P_2(\mathbb{R})$ un espacio vectorial con producto interno definido como:

$$(p(x)\,|\,q(x)) = p(-1)\,q(-1) + p(0)\,q(0) + p(1)\,q(1)$$

Si $W = gen\{x+1, x-1\}$, determine:

a) Una base ortonormal para W.

b) El complemento ortogonal de W.

2. (20 Puntos)

Sea $V = P_2(\mathbb{R})$ un espacio vectorial con producto interno definido como:

$$(p(x)\,|\,q(x)) = p(-1)\,q(-1) + p(0)\,q(0) + p(1)\,q(1)$$

Si $W = gen\{x^2-1, x+1\}$, determine:

a) Una base ortonormal para W.

b) El complemento ortogonal de W.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

3. (20 Puntos)

Sea $V = P_2(\mathbb{R})$ un espacio vectorial con producto interno definido como:

$$(p(x)\,|\,q(x)) = p(-1)\,q(-1) + p(0)\,q(0) + p(1)\,q(1)$$

Si $W = gen\{x^2 - 1, x - 1\}$, determine:

a) Una base ortonormal para W.

b) El complemento ortogonal de W.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

TEMA 4

1. (20 Puntos)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & c \\ 0 & c & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Determine el o los valores de c para que la matriz A sea diagonalizable.

2. (20 Puntos)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$. Determine el o los valores de c para que la matriz A sea diagonalizable.

3. (20 Puntos)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ c^2-1 & 0 & c \end{pmatrix}$. Determine el o los valores de c para que la matriz A sea diagonalizable.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Celleri Mario, Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 25/01/2024

TEMA 5

1. (20 Puntos)

Sea A una matriz invertible nxn.

Pruebe que si A es ortogonal y λ es un valor propio de A, entonces $\lambda \neq 0$ y $\frac{1}{\lambda}$ es también un valor propio de A.

2. (20 Puntos)

Sea A una matriz cuadrada nxn, $\lambda_1 \; y \; \lambda_2$ dos valores propios distintos y v_1 , v_2 dos vectores propios asociados a $\lambda_1 \; y \; \lambda_2$, respectivamente. Pruebe que v_1 , v_2 son linealmente independientes.