

“Optimización de una cartera de inversiones utilizando algoritmos genéticos”.

Expositores:

- María Gracia León
- Nelson Arol Ruiz

Introducción

- El diseño de una cartera de inversiones óptima es un problema que ha sido tratado por más de 50 años. Es claro que la decisión que el inversionista debe tomar al escoger las acciones más prometedoras no puede ser guiada solamente por la intuición. Es necesario que el inversionista apoye su decisión utilizando criterios científicos.

Objetivo

- Determinar la mejor asignación de porcentajes al momento de invertir en un grupo de acciones ecuatorianas y otro grupo de acciones mexicanas

MODELO DEL PROBLEMA

$$\max f = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{R}_i w_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_i w_j} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad ; \quad w_i \geq 0$$

i, j Índices de acciones; $i, j = 1, 2, \dots, n$

R_i : El valor esperado de la acción i ; para $i=1, 2, \dots, n$

σ_{ij} : La covarianza entre el rendimiento de la acción i y la acción j

Variables de decisión:

W_i : Peso de la inversión en la acción i

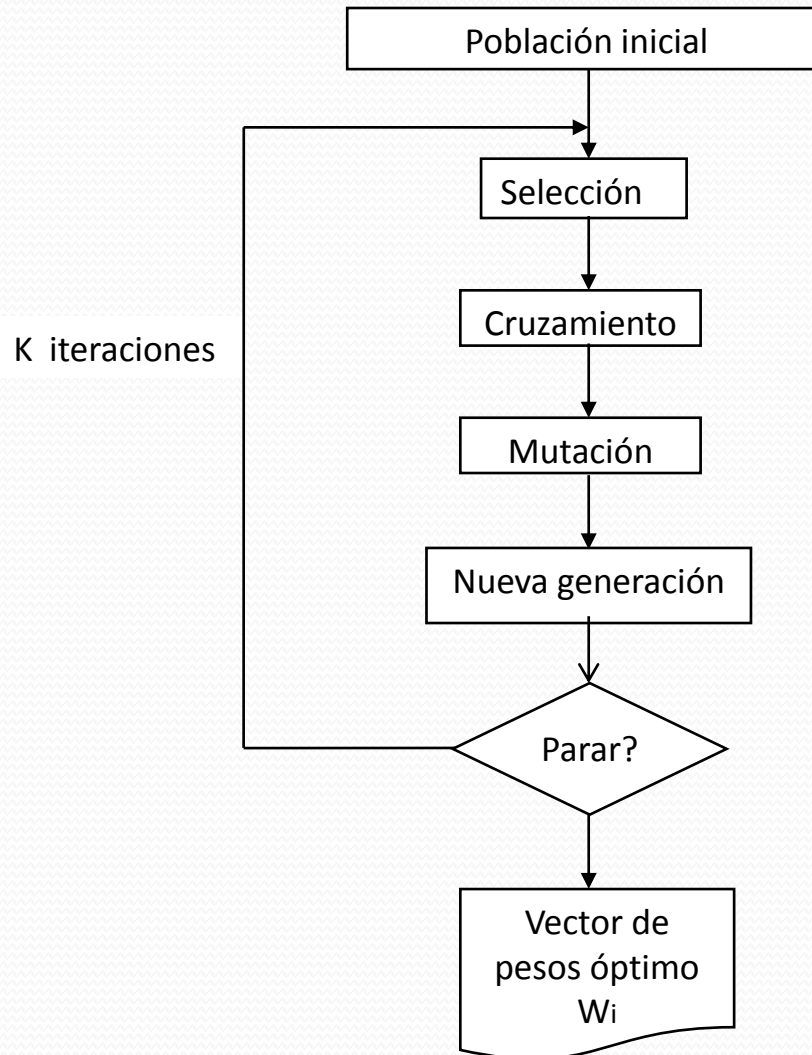
SOLUCIÓN A UTILIZAR

- Los algoritmos genéticos pueden ser utilizados para resolver problemas de optimización, en este caso se lo utilizará para resolver el problema de maximización del modelo propuesto anteriormente.

SOLUCIÓN A UTILIZAR

- En un problema de optimización se trata de escoger los valores de las variables de decisión que optimizarán la función objetivo dentro de un espacio de soluciones.

FASES DE UN ALGORITMO GENÉTICO



Función objetivo (*ajuste*)

$$f(w_1, w_2, \dots, w_n) = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{R}_i w_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_i w_j}$$

- Cuando se tiene la población inicial o una generación de n cromosomas se debe seleccionar a los cromosomas más idóneos para la siguiente etapa.

	Cromosoma	Pesos w	$f(w)$
1	:0,706;0,533;0,58;0,29;0,302;0,775;0,014;0,761	:0,178;0,135;0,146;0,073;0,076;0,196;0,004;0,192	1,55
2	:0,814;0,709;0,045;0,414;0,863;0,79;0,374;0,962	:0,164;0,143;0,009;0,083;0,174;0,159;0,075;0,194	1,33
3	:0,871;0,056;0,95;0,364;0,525;0,767;0,054;0,592	:0,208;0,013;0,227;0,087;0,126;0,184;0,013;0,142	1,71
4	:0,469;0,298;0,623;0,648;0,264;0,279;0,83;0,825	:0,111;0,07;0,147;0,153;0,062;0,066;0,196;0,195	1,94



Método de Selección

- Existen varios métodos de selección, el más utilizado es el de la **ruleta** que consiste en asignar probabilidades de acuerdo al grado de adaptación de los cromosomas o individuos.

Cromosomas	Función de ajuste	probabilidad	seleccionados
a	100	$100/380= 0,26$	d
b	80	0,21	a
c	50	0,13	b
d	120	0,32	d
e	30	0,08	a
Suma	380		

Optimización de una cartera de inversiones utilizando algoritmos genéticos



	Cromosoma	Pesos w	f(w)	frec	Facum	Cuenta	
Selecc	1	.0,706;0,533;0,58;0,29;0,302;0,775;0,014;0,761	.0,178;0,135;0,146;0,073;0,076;0,196;0,004;0,192	1,55	0,009	0,009	0
	2	.0,814;0,709;0,045;0,414;0,863;0,79;0,374;0,962	.0,164;0,143;0,009;0,083;0,174;0,159;0,075;0,194	1,33	0,008	0,017	0
	3	.0,871;0,056;0,95;0,364;0,525;0,767;0,054;0,592	.0,208;0,013;0,227;0,087;0,126;0,184;0,013;0,142	1,71	0,01	0,027	1
Cruza	4	.0,469;0,298;0,623;0,648;0,264;0,279;0,83;0,825	.0,111;0,07;0,147;0,153;0,062;0,066;0,196;0,195	1,94	0,011	0,038	2
	5	.0,589;0,986;0,911;0,227;0,695;0,98;0,244;0,534	.0,114;0,191;0,176;0,044;0,135;0,19;0,047;0,103	1,3	0,007	0,045	0
	6	.0,106;0,999;0,676;0,016;0,575;0,1;0,103;0,799	.0,031;0,296;0,2;0,005;0,17;0,03;0,031;0,237	0,9	0,005	0,05	1
Muta	7	.0,284;0,046;0,296;0,382;0,301;0,949;0,98;0,401	.0,078;0,013;0,081;0,105;0,083;0,261;0,269;0,11	2,37	0,014	0,064	0
	8	.0,278;0,16;0,163;0,647;0,41;0,413;0,713;0,326	.0,089;0,051;0,052;0,208;0,132;0,133;0,229;0,105	2,81	0,016	0,08	2
	9	.0,633;0,208;0,186;0,583;0,081;0,458;0,906;0,261	.0,191;0,063;0,056;0,176;0,024;0,138;0,273;0,079	2,01	0,012	0,092	0
	10	.0,785;0,379;0,29;0,919;0,632;0,628;0,428;0,098	.0,189;0,091;0,07;0,221;0,152;0,151;0,103;0,024	2,37	0,014	0,106	3
	11	.0,561;0,694;0,914;0,835;0,023;0,543;0,916;0,43	.0,114;0,141;0,186;0,17;0,005;0,11;0,186;0,087	1,48	0,009	0,115	0
	12	.0,678;0,502;0,514;0,463;0,353;0,405;0,27;0,056	.0,209;0,155;0,159;0,143;0,109;0,125;0,083;0,017	1,53	0,009	0,124	1
	13	.0,244;0,979;0,061;0,39;0,365;0,49;0,156;0,474	.0,077;0,31;0,019;0,123;0,116;0,155;0,049;0,15	0,7	0,004	0,128	0
	14	.0,257;0,629;0,542;0,156;0,939;0,654;0,506;0,39	.0,063;0,154;0,133;0,038;0,231;0,161;0,124;0,096	1,58	0,009	0,137	0
	15	.0,107;0,784;0,46;0,754;0,596;0,833;0,019;0,21	.0,028;0,208;0,122;0,2;0,158;0,221;0,005;0,056	1,36	0,008	0,145	0
	16	.0,074;0,105;0,332;0,128;0,0,537;0,657;0,544	.0,031;0,044;0,14;0,054;0,0,226;0,276;0,229	1,64	0,009	0,154	2
	17	.0,827;0,082;0,192;0,679;0,454;0,357;0,15;0,704	.0,24;0,024;0,056;0,197;0,132;0,104;0,044;0,204	2,79	0,016	0,17	1



OPERACIONES GENÉTICAS

- CRUZAMIENTO
- MUTACIÓN


CRUZAMIENTO

Posición de cruce: 3

Cromosoma1	0.72	0.28	0.52	0.24	0.54	0.45	0.08	0.58
								
hijo 1	0.72	0.28	0.52	0.78	0.13	0.61	0.95	0.99
								
Cromosoma2	0.63	0.69	0.92	0.78	0.13	0.61	0.95	0.99

Cromosoma1	0.72	0.28	0.52	0.24	0.54	0.45	0.08	0.58
								
hijo 2	0.63	0.69	0.92	0.24	0.54	0.45	0.08	0.58
								
Cromosoma2	0.63	0.69	0.92	0.78	0.13	0.61	0.95	0.99

MUTACIÓN



Cromosoma	0.44	0.84	0.98	0.28	0.36	0.39	0.69	0.47
Cromosoma mutado	0.44	0.84	0.98	0.69	0.36	0.39	0.28	0.47

GENERACIÓN DE UNA NUEVA POBLACIÓN

- Luego de la etapa de mutación los cromosomas resultantes pasan a ser parte de la nueva generación que reemplaza a la anterior.



Acciones mexicanas: Experimento de 20 ensayos.

Ensayo	f. ajuste	rend	riesgo	w1	w2	w3	w4	w5	W6	w7	w8
1	8,4277	1,5765%	0,001871	11,30%	0,50%	0,50%	74,80%	11,30%	0,50%	0,50%	0,50%
2	6,4093	2,0571%	0,003209	4,50%	2,80%	3,10%	64,90%	15,50%	3,10%	3,10%	3,10%
3	8,6233	1,8540%	0,00215	13,10%	0,20%	3,50%	69,40%	13,10%	0,20%	0,20%	0,20%
4	8,4164	1,7811%	0,002116	7,90%	0,70%	3,80%	77,60%	7,90%	0,70%	0,70%	0,70%
5	8,8542	1,6688%	0,001885	9,30%	0,30%	2,20%	77,80%	9,30%	0,30%	0,30%	0,30%
6	5,6343	1,9591%	0,003477	8,50%	4,00%	4,00%	63,10%	8,50%	4,00%	4,00%	4,00%
7	7,5505	1,3988%	0,001853	19,20%	1,20%	1,20%	70,40%	4,40%	1,20%	1,20%	1,20%
8	7,5457	1,7040%	0,002258	9,00%	1,90%	1,90%	72,50%	9,00%	1,90%	1,90%	1,90%
9	7,6018	1,4800%	0,001947	15,90%	1,40%	2,40%	73,60%	2,40%	1,40%	1,40%	1,40%
10	7,9118	1,6649%	0,002104	6,60%	1,40%	1,90%	77,50%	8,10%	1,90%	1,40%	1,40%
11	6,5082	1,8051%	0,002774	6,70%	3,10%	3,10%	71,30%	6,70%	3,10%	3,10%	3,10%
12	6,2637	1,8562%	0,002963	7,90%	3,30%	3,30%	67,80%	7,70%	3,30%	3,30%	3,30%
13	7,3302	1,7411%	0,002375	9,40%	2,10%	2,10%	70,60%	9,40%	2,10%	2,10%	2,10%
14	6,8541	1,7140%	0,002501	5,30%	2,60%	2,60%	76,40%	5,30%	2,60%	2,60%	2,60%
15	8,2102	1,6166%	0,001969	10,50%	1,00%	1,00%	74,20%	10,50%	1,00%	1,00%	1,00%
16	8,1754	1,6439%	0,002011	11,90%	0,90%	0,90%	71,40%	11,90%	0,90%	0,90%	0,90%
17	8,9628	1,6692%	0,001862	9,50%	0,20%	2,30%	78,10%	9,50%	0,20%	0,20%	0,20%
18	6,9475	1,8169%	0,002615	11,80%	2,30%	2,30%	64,90%	11,80%	2,30%	2,30%	2,30%
19	6,5197	1,4685%	0,002252	1,40%	1,30%	1,40%	90,60%	1,40%	1,30%	1,40%	1,30%
20	8,3871	1,5809%	0,001885	14,10%	0,50%	0,50%	71,10%	12,20%	0,50%	0,50%	0,50%

Resultados de 20 ensayos para las acciones mexicanas ordenados en forma descendente

ensayo	f. ajuste	rend	riesgo	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8
17	8,9628	1,6692%	0,001862	9,50%	0,20%	2,30%	78,10%	9,50%	0,20%	0,20%	0,20%
5	8,8542	1,6688%	0,001885	9,30%	0,30%	2,20%	77,80%	9,30%	0,30%	0,30%	0,30%
3	8,6233	1,8540%	0,00215	13,10%	0,20%	3,50%	69,40%	13,10%	0,20%	0,20%	0,20%
1	8,4277	1,5765%	0,001871	11,30%	0,50%	0,50%	74,80%	11,30%	0,50%	0,50%	0,50%
4	8,4164	1,7811%	0,002116	7,90%	0,70%	3,80%	77,60%	7,90%	0,70%	0,70%	0,70%
20	8,3871	1,5809%	0,001885	14,10%	0,50%	0,50%	71,10%	12,20%	0,50%	0,50%	0,50%
15	8,2102	1,6166%	0,001969	10,50%	1,00%	1,00%	74,20%	10,50%	1,00%	1,00%	1,00%
16	8,1754	1,6439%	0,002011	11,90%	0,90%	0,90%	71,40%	11,90%	0,90%	0,90%	0,90%
10	7,9118	1,6649%	0,002104	6,60%	1,40%	1,90%	77,50%	8,10%	1,90%	1,40%	1,40%
9	7,6018	1,4800%	0,001947	15,90%	1,40%	2,40%	73,60%	2,40%	1,40%	1,40%	1,40%
7	7,5505	1,3988%	0,001853	19,20%	1,20%	1,20%	70,40%	4,40%	1,20%	1,20%	1,20%
8	7,5457	1,7040%	0,002258	9,00%	1,90%	1,90%	72,50%	9,00%	1,90%	1,90%	1,90%
13	7,3302	1,7411%	0,002375	9,40%	2,10%	2,10%	70,60%	9,40%	2,10%	2,10%	2,10%
18	6,9475	1,8169%	0,002615	11,80%	2,30%	64,90%	11,80%	2,30%	2,30%	2,30%	2,30%
14	6,8541	1,7140%	0,002501	5,30%	2,60%	2,60%	76,40%	5,30%	2,60%	2,60%	2,60%
19	6,5197	1,4685%	0,002252	1,40%	1,30%	1,40%	90,60%	1,40%	1,30%	1,40%	1,30%
11	6,5082	1,8051%	0,002774	6,70%	3,10%	3,10%	71,30%	6,70%	3,10%	3,10%	3,10%
2	6,4093	2,0571%	0,003209	4,50%	2,80%	3,10%	64,90%	15,50%	3,10%	3,10%	3,10%
12	6,2637	1,8562%	0,002963	7,90%	3,30%	3,30%	67,80%	7,70%	3,30%	3,30%	3,30%
6	5,6343	1,9591%	0,003477	8,50%	4,00%	4,00%	63,10%	8,50%	4,00%	4,00%	4,00%

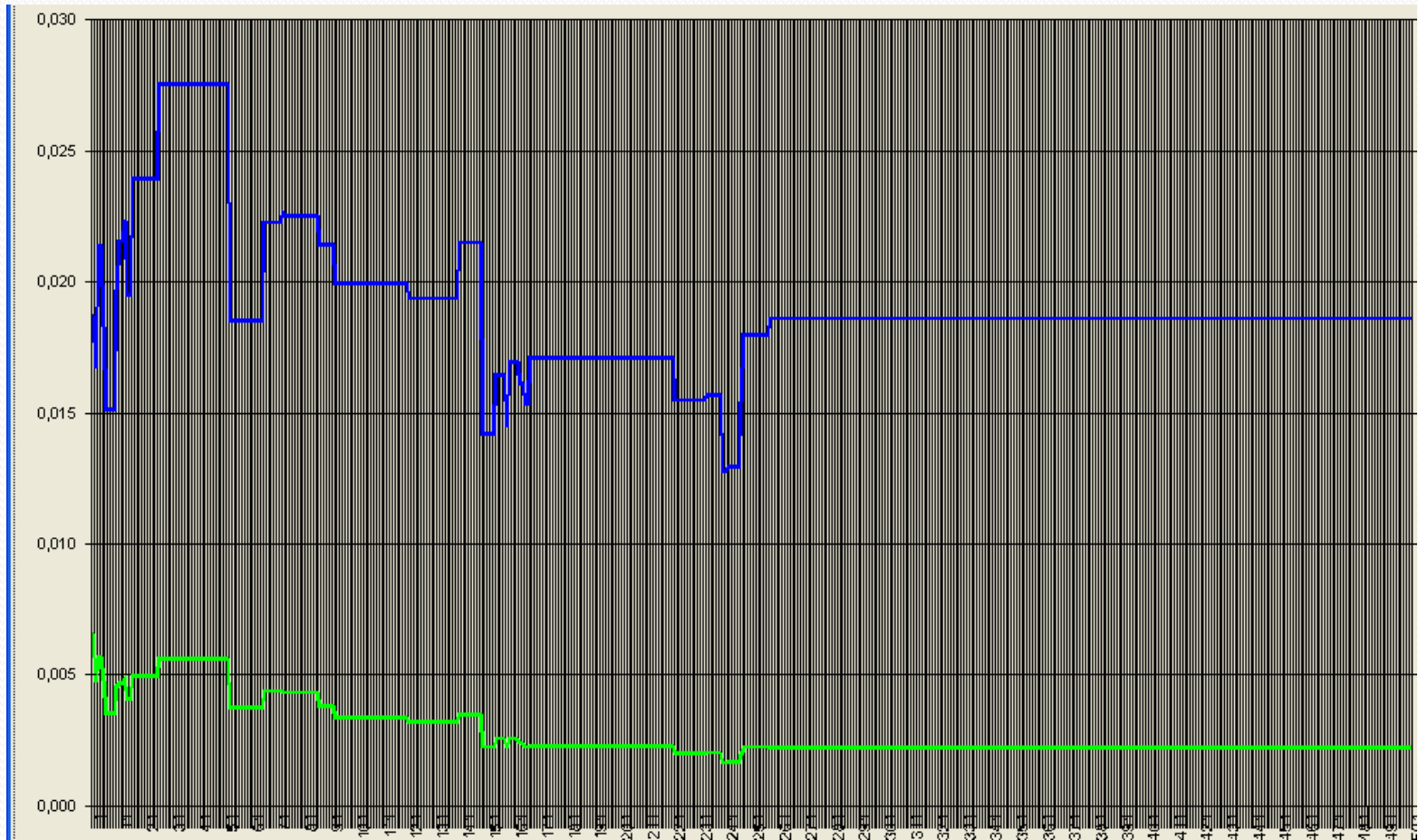
Acciones ecuatorianas: Experimento de 20 ensayos.

ensayos	f. ajuste	Rend	riesgo	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8
1	28,2194	0,92%	0,000328	0,80%	0,80%	68,2%	0,80%	26,70%	1,20%	0,80%	0,80%
2	22,2687	0,7849%	0,000352	2,50%	2,50%	49,60%	2,50%	35,40%	2,50%	2,50%	2,50%
3	28,5356	0,8756%	0,000307	0,20%	1,60%	60,90%	2,80%	31,30%	2,80%	0,20%	0,20%
4	28,9549	0,8600%	0,000297	0,00%	0,00%	60,40%	4,70%	30,20%	4,70%	0,00%	0,00%
5	22,6685	0,7317%	0,000323	3,20%	3,20%	62,00%	3,20%	18,80%	3,20%	3,20%	3,20%
6	22,6511	0,7934%	0,00035	0,20%	0,20%	44,90%	6,50%	41,20%	6,50%	0,20%	0,20%
7	22,6291	0,9515%	0,00042	0,60%	0,60%	52,00%	0,60%	45,20%	0,60%	0,30%	0,30%
8	28,2269	0,8673%	0,000307	1,20%	0,90%	64,40%	1,20%	24,70%	5,80%	0,90%	0,90%
9	23,7735	0,8702%	0,000366	0,90%	3,40%	49,90%	0,40%	41,20%	3,40%	0,40%	0,40%
10	27,452	0,8883%	0,000324	0,70%	1,60%	60,20%	1,60%	32,70%	1,60%	0,70%	0,70%
11	28,2384	0,9231%	0,000327	3,00%	0,20%	72,10%	3,00%	18,50%	3,00%	0,20%	0,20%
12	25,0482	0,8759%	0,00035	1,20%	1,60%	54,90%	1,20%	36,80%	1,60%	1,20%	1,20%
13	21,2849	0,8266%	0,000388	1,80%	1,80%	46,60%	1,80%	41,30%	3,00%	1,80%	1,80%
14	27,7836	0,9207%	0,000331	0,40%	0,40%	60,40%	0,40%	33,60%	3,80%	0,40%	0,40%
15	28,4855	0,8936%	0,000314	0,30%	1,90%	62,40%	1,90%	31,10%	1,90%	0,30%	0,30%
16	21,2899	0,8469%	0,000398	1,00%	2,20%	46,10%	2,20%	44,10%	2,20%	1,00%	1,00%
17	27,9019	0,9145%	0,000328	0,40%	0,50%	60,10%	0,40%	33,30%	4,60%	0,40%	0,40%
18	26,0954	0,8739%	0,000335	0,30%	3,40%	54,60%	0,30%	37,30%	3,40%	0,30%	0,30%
19	24,627	0,8685%	0,000353	1,30%	1,30%	53,50%	1,30%	37,40%	2,60%	1,30%	1,30%
20	27,2378	0,9188%	0,000337	3,50%	0,10%	74,30%	3,50%	15,10%	3,50%	0,10%	0,10%

Resultados de 20 ensayos para las acciones ecuatorianas ordenadas en forma descendente

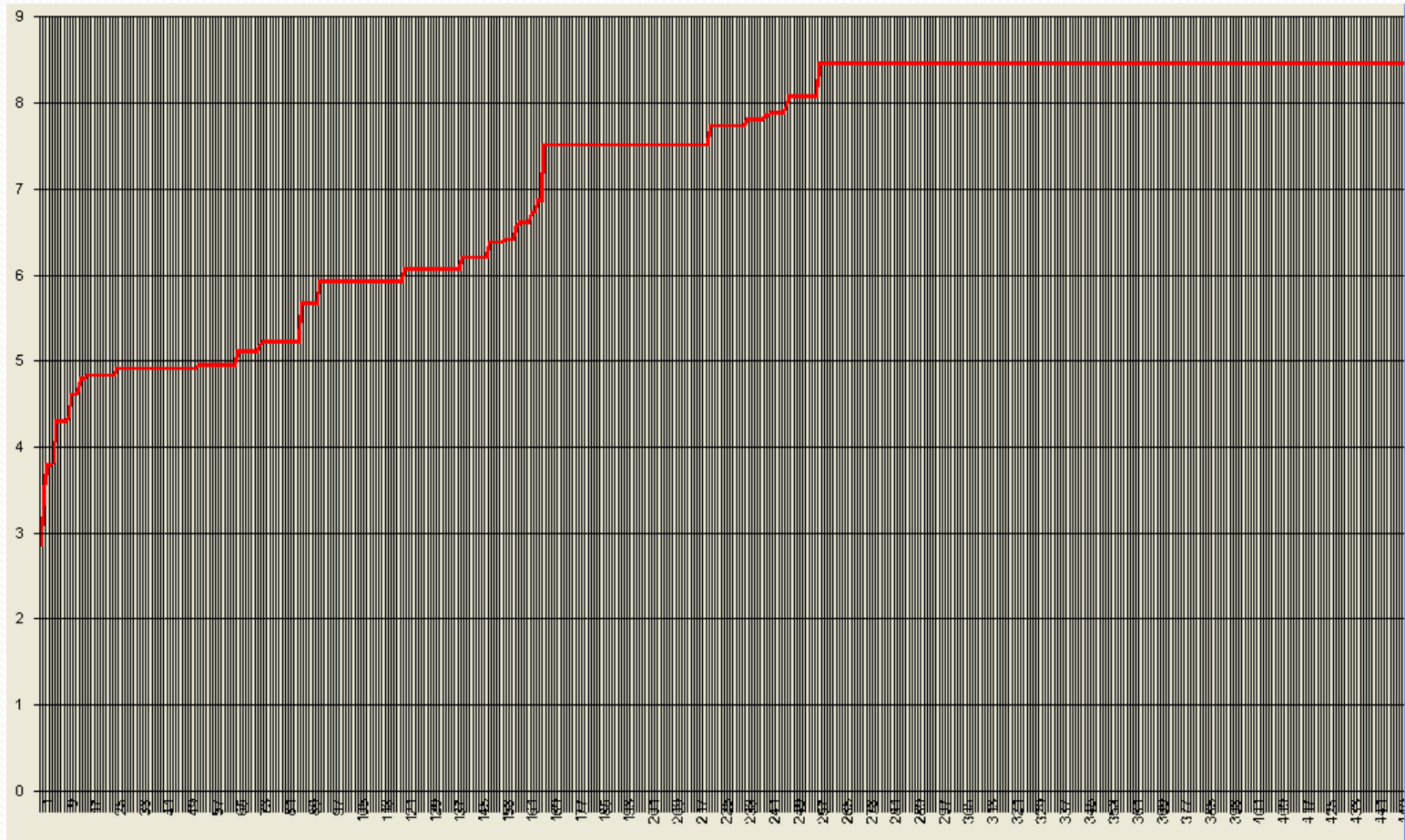
ensayo	f. ajuste	rend	riesgo	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8
4	28,9549	0,8600%	0,000297	0,00%	0,00%	60,40%	4,70%	30,20%	4,70%	0,00%	0,00%
3	28,5356	0,8756%	0,000307	0,20%	1,60%	60,90%	2,80%	31,30%	2,80%	0,20%	0,20%
15	28,4855	0,8936%	0,000314	0,30%	1,90%	62,40%	1,90%	31,10%	1,90%	0,30%	0,30%
11	28,2384	0,9231%	0,000327	3,00%	0,20%	72,10%	3,00%	18,50%	3,00%	0,20%	0,20%
8	28,2269	0,8673%	0,000307	1,20%	0,90%	64,40%	1,20%	24,70%	5,80%	0,90%	0,90%
1	28,2194	0,92%	0,000328	0,80%	0,80%	68,2%	0,80%	26,70%	1,20%	0,80%	0,80%
17	27,9019	0,9145%	0,000328	0,40%	0,50%	60,10%	0,40%	33,30%	4,60%	0,40%	0,40%
14	27,7836	0,9207%	0,000331	0,40%	0,40%	60,40%	0,40%	33,60%	3,80%	0,40%	0,40%
10	27,452	0,8883%	0,000324	0,70%	1,60%	60,20%	1,60%	32,70%	1,60%	0,70%	0,70%
20	27,2378	0,9188%	0,000337	3,50%	0,10%	74,30%	3,50%	15,10%	3,50%	0,10%	0,10%
18	26,0954	0,8739%	0,000335	0,30%	3,40%	54,60%	0,30%	37,30%	3,40%	0,30%	0,30%
12	25,0482	0,8759%	0,00035	1,20%	1,60%	54,90%	1,20%	36,80%	1,60%	1,20%	1,20%
19	24,627	0,8685%	0,000353	1,30%	1,30%	53,50%	1,30%	37,40%	2,60%	1,30%	1,30%
9	23,7735	0,8702%	0,000366	0,90%	3,40%	49,90%	0,40%	41,20%	3,40%	0,40%	0,40%
5	22,6685	0,7317%	0,000323	3,20%	3,20%	62,00%	3,20%	18,80%	3,20%	3,20%	3,20%
6	22,6511	0,7934%	0,00035	0,20%	0,20%	44,90%	6,50%	41,20%	6,50%	0,20%	0,20%
7	22,6291	0,9515%	0,00042	0,60%	0,60%	52,00%	0,60%	45,20%	0,60%	0,30%	0,30%
2	22,2687	0,7849%	0,000352	2,50%	2,50%	49,60%	2,50%	35,40%	2,50%	2,50%	2,50%
16	21,2899	0,8469%	0,000398	1,00%	2,20%	46,10%	2,20%	44,10%	2,20%	1,00%	1,00%
13	21,2849	0,8266%	0,000388	1,80%	1,80%	46,60%	1,80%	41,30%	3,00%	1,80%	1,80%

Rendimiento y Riesgo



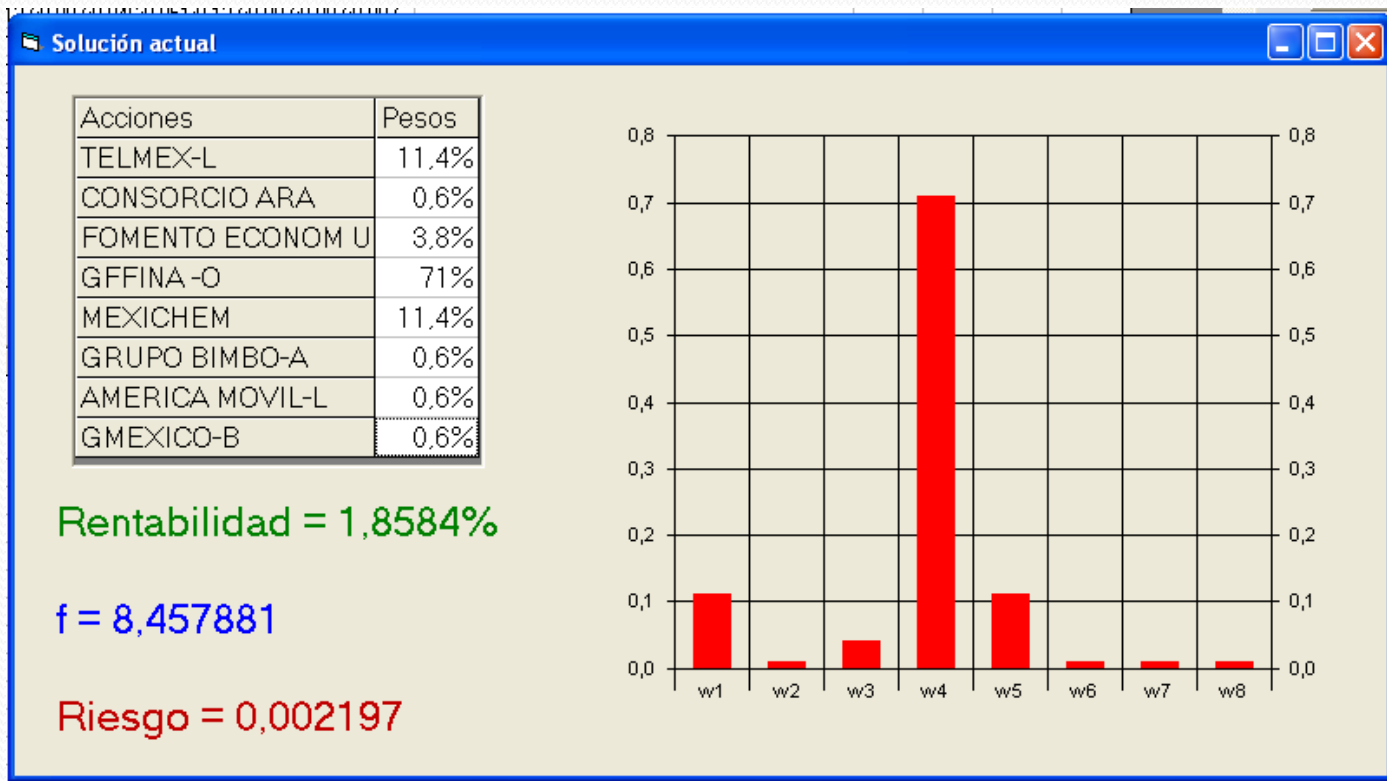
Acciones mexicanas

Función Objetivo



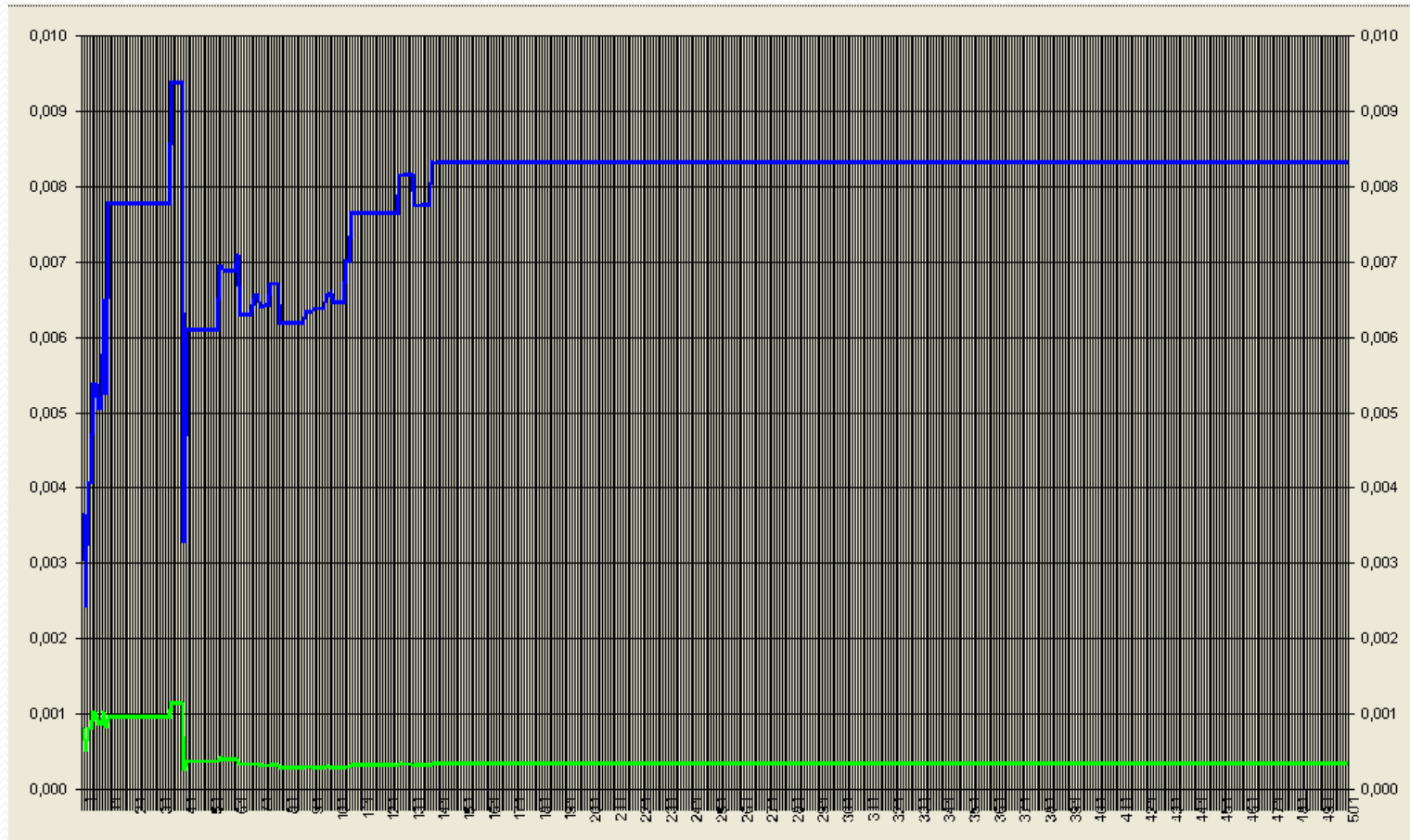
Acciones mexicanas

Solución después de 500 iteraciones



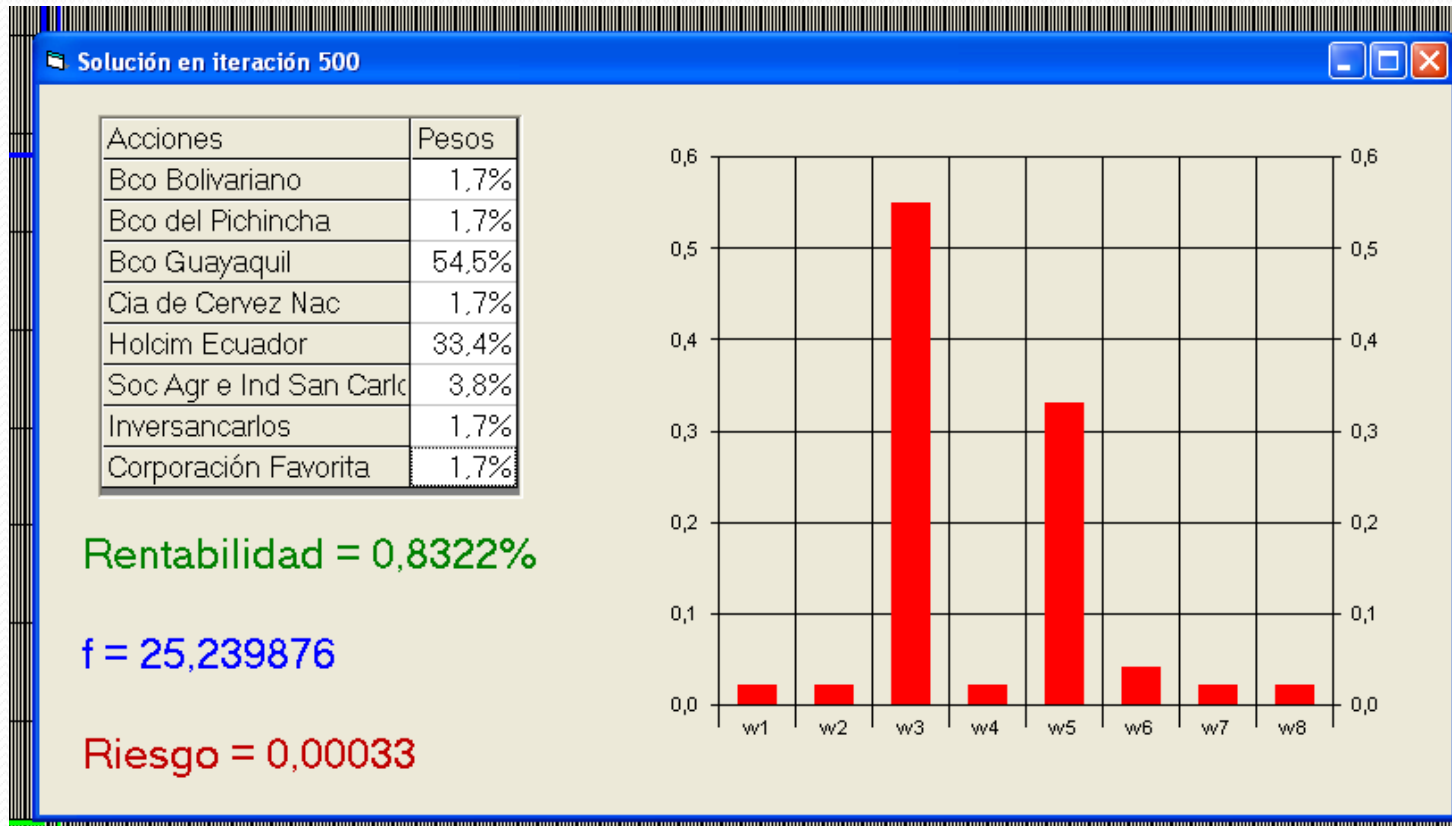
Acciones mexicanas

Rendimiento y Riesgo



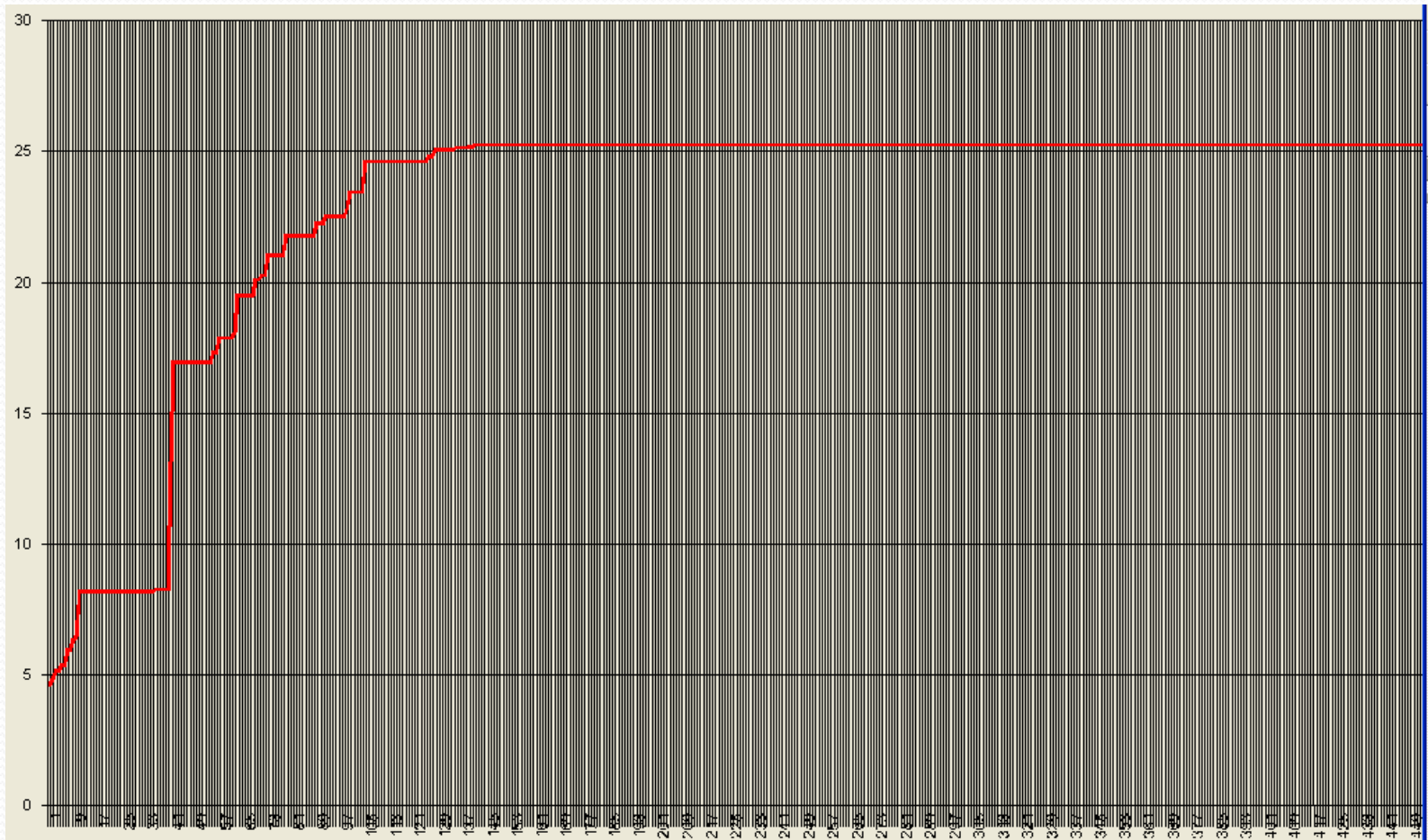
Acciones ecuatorianas

Solución después de 500 iteraciones



Acciones ecuatorianas

Función Objetivo



Acciones ecuatorianas

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En un experimento de 20 ensayos utilizando los datos de las acciones mexicanas el valor máximo de la función de ajuste que se obtuvo fue de 8.9628 con un rendimiento de 1.6692% y riesgo de 0.001862. Siendo los pesos obtenidos 9.5%; 0.20%; 2.30%; 78.10%; 9.5%; 0.20%; 0.20% y 0.20%. Por lo cual se concluye que se debe invertir la mayor parte del capital en la empresa GFFINA-O.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En el mismo experimento de 20 ensayos para las acciones mexicanas se obtuvo que el 40% de los ensayos obtuvieron funciones de ajuste mayores que 8; el 25% tuvieron funciones de ajuste entre 7 y 8; el 30% entre 6 y 7; y apenas el 5% obtuvo valores menores que 6. Por lo cual podemos concluir que el algoritmo genético pocas veces produce valores indeseables.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En un experimento de 20 ensayos utilizando los datos de las acciones ecuatorianas el valor máximo de la función de ajuste que se obtuvo fue de 28.9549 con un rendimiento de 0.86% y riesgo de 0.000297. Siendo los pesos obtenidos 0.00%; 0.00%; 60.40%; 4.7%; 30.20%; 4.7%; 0.00% y 0.00%. Por lo cual se concluye que se debe invertir la mayor parte del capital en las acciones de las empresas: Bco. Guayaquil y Holcim Ecuador.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En el mismo experimento de 20 ensayos para las acciones ecuatorianas se obtuvo que el 30% de los ensayos obtuvieron funciones de ajuste mayores que 28; el 20% tuvieron funciones de ajuste entre 27 y 28; el 5% entre 26 y 27; el 5% entre 25 y 26; el 5% entre 24 y 25; el 5% entre 23 y 24; el 20% entre 22 y 23; y el 10% obtuvo valores entre 21 y 22.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Puesto que el algoritmo genético puede producir valores no óptimos en ciertos ensayos se recomienda ejecutar el software varias veces para escoger la mejor solución.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En el caso de las acciones mexicanas, el rendimiento para la mayor función de ajuste es 1.6692% el cual no es el mayor sin embargo tiene un riesgo de 0.001862 el cual es uno de los riesgos más bajos obtenidos. Por lo cual se concluye que un inversionista conservador podrá con confianza elegir esta opción.