ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
SEGUNDA EVALUACIÓN DE ÁLGEBRA LINEAL

Nombre: ………………………………. Paralelo: ……

Firma: ……………………….. 2 de septiembre de 2010

1. (20 ptos) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. **Justifique su respuesta**.

a. Sea $T: V \to W$ una transformación lineal, Sea S un subespacio vectorial de V, entonces $T(S) = \{ w \in W \mid w = T(v), v \in S \}$ es subespacio de W.

b. Existe un espacio vectorial V y existe un operador lineal $L: V \to V$ tal que $\mathrm{Nu}(L) = \mathrm{Im}(L)$

c. En P_2 se define el producto interno $\langle p(x), q(x) \rangle = p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1)$, entonces $\|1 + x^2\| \geq \|1 + x\|$

d. Si A y B son matrices semejantes, entonces A^t y B^t también lo son.

2. (20 ptos) Sea $T : P_2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T\left(p(x)\right) = \begin{pmatrix} p(-1) \\ p(0) \\ p(1) \end{pmatrix}$.

a. Determine el núcleo e imagen de T y sus respectivas bases.
b. Si T es invertible, calcule T^{-1}

3. (25 ptos) Sea $V = M_{2\times 3}$, con el producto interno $\langle A, B\rangle = \text{Traza}(AB^t)$.

Sea $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \in V \;\middle|\; a+b+c = d+e+f = 0 \right\}$

a. Determine el complemento ortogonal de *W*.

b. Sea $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in V$, calcule la proyección ortogonal de *C* sobre *W*

Obs.-La traza de una matriz cuadrada es la suma de los elementos de la diagonal principal.

4. (20 ptos) Sea L una transformación lineal de P_2 en $S_{2\times 2}$ tal que:

$$L(x^2+1)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\quad L(x^2-1)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\quad L(x+1)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

a. Determine la regla de correspondencia de L.

b. Encuentre la matriz asociada a L en las bases:

$$B_1=\{x+1,\ x^2+1,\ x^2-1\},\ B_2=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right\}$$

5. (15 ptos) Grafique el lugar geométrico correspondiente a $9x^2 - 6xy + y^2 = 10$