ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

Tercera Evaluación de Álgebra Lineal para Ingeniería en Auditoría y CPA

Guayaquil, 16 de Septiembre de 2010

Nombre:…………………………………………………. Paralelo:………

1.- (20 ptos.) Califique como verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.

a) Sea W un subespacio del espacio vectorial V. Si $w \notin W$ y $\alpha \in R$, entonces $\alpha w \notin W$.

b) La nulidad de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ es 1.

c) Existe una transformación lineal $T: R^2 \rightarrow R^2$ tal que $T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $T\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

d) Si $A_T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ es la representación matricial de T con respecto a dos bases dadas, entonces T es un ISOMORFISMO.

e) Sea V un espacio vectorial real con producto interno. Sean $u, v \in V$ dos vectores ***ortonormales***. Si los vectores $\alpha u + \beta v$ y $\alpha u - \beta v$ son ortogonales, entonces $|\alpha| = |\beta|$

2.- (20 ptos.) Sean $B_1 = \{v_1, v_2\}$ y $B_2 = \left\{\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right\}$ dos bases del espacio vectorial $V = D_{2x2}$ (Matrices Diagonales 2x2). Sea la matriz cambio de base de B_1 a B_2

$$C_{B_1 \to B_2} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Encuentre los vectores de la base B_1.
b) **Usando** la matriz de cambio de base $C_{B_1 \to B_2}$, determine $[u]_{B_2}$ si se conoce que $u = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$.

3.- (20 pts.) Sea $V = R_3$ y $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 / 3x - 2y + 6z = 0 \right\}$ un subespacio de V

Determine:

a) El complemento ortogonal de W

b) La proyección de v sobre W si se conoce que $v = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

4.- (20 ptos.) Sea A la matriz de los coeficientes del sistema lineal:

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= a \\ x - y + 2z &= b \\ x + 2y - 3z &= c \end{aligned}$$

a) Determine el espacio fila, el núcleo y el recorrido de A.

b) Si $c = 2a + b$, determine si los vectores $u = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ pertenecen a $\mathrm{Im}(A)$.

5.- (20 ptos.) Construya, de ser posible, una transformación lineal $T: R^3 \rightarrow P_2$ que cumpla con las siguientes condiciones:

$$Nu(T) = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} / a = -t, b = t, c = 2t, t \in R \right\}$$

$$Im(T) = \{ax^2 + bx + c \in P_2 / c = a + b\}$$