



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación

“PRONÓSTICO DE CAUDALES AFLUENTES PARA LA PLANIFICACIÓN  
DE LA OPERACIÓN DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTENCIA  
APLICANDO EL MODELO ANFIS”

INFORME DE PROYECTO DE GRADUACIÓN

Previo a la obtención del Título de:

INGENIERO EN ELECTRICIDAD

Especialización: POTENCIA

Presentado por:

Andrés Alejandro Zúñiga Rodríguez

GUAYAQUIL – ECUADOR

2015

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios, por guiarme en todas las etapas de mi vida.

Al Ing. Douglas Aguirre, Director del Proyecto, por la orientación e ideas compartidas durante todo el proceso.

Al Dr. Síxifo Falcones, por la gran ayuda proporcionada durante esta última etapa de mis estudios.

Al Ing. Carlos Jordán Villamar, por la confianza otorgada para las investigaciones previas a este trabajo.

Al Dr. Blas Galván González, por su infinita amistad y orientación permanente en el aprendizaje del mundo de la Inteligencia Computacional.

A todos los quienes, de alguna forma, contribuyeron para el desarrollo de este trabajo.

## DEDICATORIA

A mi amada esposa Silvana, por su infinito amor, paciencia y permanente apoyo.

A mis padres, que lucharon arduamente para otorgarme los bienes más preciados que un hombre puede poseer: amor, honradez y conocimiento.

## TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



---

SARA RÍOS ORELLANA, M.Sc.

SUBDECANA DE LA FIEC



---

DOUGLAS AGUIRRE HERNÁNDEZ, M.Sc.

DIRECTOR DEL PROYECTO DE GRADUACIÓN



---

ADOLFO SALCEDO GUERRERO, M.Sc.

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de este Informe, me corresponden exclusivamente; y el Patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de Pregrado de la ESPOL)

A handwritten signature in blue ink, consisting of a large, stylized 'A' followed by 'lejandro Zúñiga Rodríguez', written over a horizontal line.

ANDRÉS ALEJANDRO ZÚÑIGA RODRÍGUEZ

## RESUMEN

Este trabajo presenta el pronóstico de caudales medios mensuales afluentes a dos importantes centrales hidroeléctricas en el Ecuador (Daule – Peripa y Paute – Molino), utilizando uno de los más populares modelos de Redes Neuro-Fuzzy denominado ANFIS (Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System). Los datos utilizados fueron obtenidos de los registros de caudales históricos incluidos en el “Plan de Operación del Sistema Nacional Interconectado: Julio 2014 – Junio 2015” elaborado por el Centro Nacional de Control de Energía CENACE.

El desempeño de ANFIS fue comparado con el pronóstico obtenido mediante la aplicación de un modelo de series de tiempo de tipo Periódico Autoregresivo con Medias Móviles PARMA y con caudales reales de un período de 5 años (2009 – 2013), mediante la utilización de métricas de error usadas frecuentemente en pronósticos con técnicas de redes neurofuzzy.

Adicionalmente se presenta la aplicación de ambos modelos de pronóstico para evaluar su influencia en los modelos de Planificación de la Operación de un sistema hidrotérmico de prueba.

## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTO.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN.....	iv
DECLARACIÓN EXPRESA.....	v
RESUMEN .....	vi
ÍNDICE GENERAL .....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	xi
ÍNDICE DE TABLAS .....	xiv
ABREVIATURAS.....	xvii
INTRODUCCIÓN.....	xix
CAPÍTULO 1 MOTIVACIÓN Y ALCANCE .....	1
1.1. ANTECEDENTES. ....	1
1.2. EL PROBLEMA DEL PRONÓSTICO DE CAUDALES AFLUENTES A CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.....	3
1.3. SOLUCIÓN PROPUESTA.....	5
1.4. OBJETIVO Y ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO.....	6
CAPÍTULO 2. MODELOS CLÁSICOS UTILIZADOS PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES .....	9
2.1. INTRODUCCIÓN.....	9
2.2. PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	11

2.3. MODELOS ESTACIONARIOS LINEALES.....	14
2.3.1. MODELOS ESTACIONARIOS DE MEDIAS MÓVILES – MA.....	16
2.3.2. MODELOS ESTACIONARIOS AUTOREGRESIVOS – AR.....	17
2.3.3. MODELOS ESTACIONARIOS AUTOREGRESIVOS DE MEDIAS MÓVILES – ARMA.....	18
2.4. MODELOS PERIÓDICOS AUTOREGRESIVOS DE MEDIAS MÓVILES (PARMA).....	19
2.5. AJUSTE DE UN MODELO PARMA PARA LA SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL DAULE-PERIPA.....	24
2.6. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO ESTOCÁSTICAS PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.....	30
CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANFIS.....	32
3.1. INTRODUCCIÓN.....	32
3.2. SISTEMAS DE INFERENCIA FUZZY.....	41
3.3. REDES ADAPTABLES: ARQUITECTURA Y APRENDIZAJE.....	48
3.4. ARQUITECTURA DEL MODELO ANFIS.....	57
3.5. ALGORITMO DE APRENDIZAJE DEL MODELO ANFIS.....	61
3.6. SELECCIÓN DE ENTRADAS AL MODELO.....	62
3.7. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE MODELOS DE SOFT COMPUTING EN EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.....	63

CAPITULO 4. APLICACIÓN DEL MODELO ANFIS EN EL PRONÓSTICO DE CAUDALES. ....	69
4.1. DESCRIPCIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO.....	69
4.1.1. SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL DAULE-PERIPA.....	70
4.1.2. SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL PAUTE-MOLINO.....	71
4.2. IDENTIFICACIÓN DE LA ARQUITECTURA ANFIS PARA LOS CASOS DE ESTUDIO.....	73
4.3. RESULTADOS Y COMPARACIÓN DE MODELOS.....	79
4.4. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE MODELOS NEURO-FUZZY PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES. ....	85
CAPÍTULO 5. DESEMPEÑO DE LOS MODELOS DE PRONÓSTICO DE CAUDALES EN LA SIMULACIÓN DE LA OPERACIÓN DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTENCIA.....	88
5.1. INTRODUCCIÓN.....	88
5.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE LA OPERACIÓN ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTENCIA. ....	93
5.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN.....	112
5.3.1. SOLUCIÓN POR PROGRAMACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA. ....	113
5.3.2. SOLUCIÓN POR MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN DETERMINÍSTICOS. ....	120
5.4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA.....	129
5.4.1. DATOS DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA 1. ....	130
5.4.2. DATOS DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA 2. ....	134

5.5. APLICACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN AL SISTEMA DE PRUEBA..	137
5.5.1. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO:	
ESCENARIO 1. ....	141
5.5.2. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO:	
ESCENARIO 2. ....	146
5.6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	150
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	160
CONCLUSIONES.....	160
RECOMENDACIONES .....	164
TRABAJOS FUTUROS .....	164
ANEXOS .....	166
ANEXO1: CAUDALES MENSUALES CENTRAL DAULE-PERIPA .....	167
ANEXO2: CAUDALES MENSUALES CENTRAL PAUTE-MOLINO .....	168
BIBLIOGRAFÍA .....	169

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representación de una serie de tiempo como producto de un filtro lineal (tomado de [7]) .....	15
Figura 2.2. Serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]). .....	24
Figura 2.3. Serie estacionaria de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013. ....	26
Figura 2.4. Histograma de la serie estacionaria de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013. ....	26
Figura 2.5. Pronóstico de caudales afluentes a la central Daule-Peripa en el periodo 2009-2013 usando el modelo PARMA. ....	29
Figura 3.1. Función de pertenencia para el conjunto fuzzy “temperatura alta”. .....	35
Figura 3.2. Ejemplos de funciones de pertenencia: a) función triangular, b) función trapezoidal, c) función gaussiana, d) función G-bell.....	37
Figura 3.3. Estructura general de un sistema de inferencia fuzzy [14].....	42
Figura 3.4. Ejemplo de un mecanismo de inferencia fuzzy. ....	44
Figura 3.5. Resumen de los tres tipos de mecanismos de inferencia fuzzy (gráfico tomado de [14]). ....	46
Figura 3.6. Esquema del modelo fuzzy Sugeno de grado 1.....	48
Figura 3.7. Arquitectura general de una red adaptable (tomado de [16]).....	49
Figura 3.8. Arquitectura del modelo ANFIS: a) sistema de inferencia Takagi-Sugeno, b) red adaptable representando el sistema de inferencia (tomado de [16]). ....	60

Figura 4.1. Serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]). .....	70
Figura 4.2. Serie de caudales afluentes a la central Paute-Molino periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]). .....	72
Figura 4.3. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años utilizando entre el modelo ANFIS (línea roja), el modelo PARMA (línea verde) y caudales reales (línea azul) para el período 2009-2013, central Paute-Molino. ...	83
Figura 4.4. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años utilizando entre el modelo ANFIS, el modelo PARMA y caudales reales para el período 2009-2013, central Daule-Peripa. ....	84
Figura 4.5. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años para la central Furnas.....	87
Figura 5.1. Gráfico de la función de costo de un generador termoeléctrico.....	94
Figura 5.2. Esquema de una central hidroeléctrica con sus principales variables. ....	96
Figura 5.3. Función de costo de la energía hidroeléctrica en función del almacenamiento (tomado de [51])......	98
Figura 5.4. Parámetros asociados a la operación de un embalse .....	99
Figura 5.5. Curvas de potencia máxima y turbinamiento máximo (tomado de [46]). .....	104
Figura 5.6. Esquema de la PDE (tomado de [49])......	116
Figura 5.7. Valores de demanda de potencia considerada en la simulación de cada central.....	139
Figura 5.8. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Daule- Peripa para el escenario año 2011.....	143

Figura 5.9. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Paute-Molino para el escenario año 2011. ....	145
Figura 5.10. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Daule-Peripa para el escenario año 2012.....	148
Figura 5.11. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Paute-Molino para el escenario año 2012. ....	150
Figura 5.12. Trayectoria de los embalses Mazar y Amaluza ante caudales promedios mensuales. ....	157
Figura 5.13. Turbinamiento de la central Mazar.....	158
Figura 5.14. Turbinamiento de la central Molino. ....	158
Figura 5.15. Generación de potencia para la cascada Mazar-Molino.....	159

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).	25
Tabla 2.2. Selección del orden del modelo considerando el criterio BIC.	27
Tabla 2.3. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de la central Daule-Peripa.	28
Tabla 4.1. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).	71
Tabla 4.2. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Paute-Molino periodo 1964-2013 (fuente CENACE [34]).	72
Tabla 4.3. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Paute-Molino.	78
Tabla 4.4. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Daule-Peripa.	78
Tabla 4.5. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de Daule-Peripa.	79
Tabla 4.6. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de Paute-Molino.	80
Tabla 4.7. Métricas de error determinados para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años de la central Paute-Molino.	82
Tabla 4.8. Métricas de error determinados para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años de la central Daule-Peripa.	82

Tabla 4.9. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Furnas. ....	86
Tabla 4.10. Métricas de error determinadas para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años de la central Furnas. ....	87
Tabla 5.1. Parámetros operativos de la central Daule-Peripa.....	131
Tabla 5.2. Datos de relaciones cota-volumen, cota-descarga y pérdida de carga-turbinamiento para la central Daule-Peripa [65]. ....	133
Tabla 5.3. Coeficientes del polinomio cota-volumen ajustado para el embalse de la central Daule-Peripa [65]. ....	134
Tabla 5.4. Coeficientes del polinomio cota-descarga ajustado para el nivel del canal de descarga de la central Daule-Peripa [65]. ....	134
Tabla 5.5. Coeficientes del polinomio pérdida de cargaturbinamiento ajustado para la central Daule-Peripa [65]. ....	134
Tabla 5.6. Parámetros operativos de la central hidroeléctrica Paute. ....	135
Tabla 5.7. Coeficientes del polinomio cota-volumen ajustado para la central Paute-Molino. ....	137
Tabla 5.8. Coeficientes del polinomio cota-descarga para el nivel del canal de descarga ajustado para la central Paute-Molino. ....	137
Tabla 5.9. Valores de demanda considerados para la simulación de la operación de cada central. ....	139
Tabla 5.10. Costos totales de operación obtenidos para el año 2011 aplicando los modelos de pronóstico a la central Daule-Peripa.....	142
Tabla 5.11. Costos totales de operación obtenidos para el año 2011 aplicando los modelos de pronóstico a la central Paute-Molino.....	145

Tabla 5.12. Costos totales de operación obtenidos para el año 2012 aplicando los modelos de pronóstico a la central Daule-Peripa.....	147
Tabla 5.13. Costos totales de operación obtenidos para el año 2013 aplicando los modelos de pronóstico a la central Paute-Molino.....	149
Tabla 5.14. Parámetros operativos de la central Paute-Mazar. ....	153
Tabla 5.15. Coeficientes del polinomio cota-volumen del embalse de la central Paute-Mazar. ....	154
Tabla 5.16. Coeficientes del polinomio cota-descarga de la central Paute-Mazar..	154
Tabla 5.17. Demanda considerada para la simulación de la cascada Mazar-Molino. ....	155
Tabla 5.18. Caudales promedios mensuales (1964-2013) considerados para la simulación de la cascada Mazar-Molino.....	155

## ABREVIATURAS

<b>ANFIS</b>	Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System
<b>ANN</b>	Redes neuronales artificiales
<b>AR</b>	Modelo de series de tiempo autoregresivo
<b>ARIMA</b>	Modelo autoregresivos integrando medias móviles
<b>ARMA</b>	Modelo autoregresivos de medias móviles
<b>BIC</b>	Bayessian Inference Criterion
<b>CENACE</b>	Centro Nacional de Control de Energía
<b>CONELEC</b>	Consejo Nacional de Electricidad
<b>EAM</b>	Error absoluto medio
<b>ECM</b>	Error cuadrático medio
<b>EPM</b>	Error porcentual medio
<b>FIS</b>	Sistema de inferencia Fuzzy
<b>FS</b>	Sistemas Fuzzy
<b>GAMS</b>	General Algebraic Modelling System
<b>LRSE</b>	Ley de Régimen del Sector Eléctrico
<b>MA</b>	Modelo de series de tiempo con medias móviles
<b>NFS</b>	Sistemas Neuro-Fuzzy
<b>PAR</b>	Modelo periódico autoregresivo
<b>PARMA</b>	Modelo periódico autoregresivo con medias móviles
<b>PDE</b>	Programación Dinámica Estocástica
<b>RMSE</b>	Raíz del error medio cuadrático

<b>SARIMA</b>	Modelo estacional autoregresivos integrando medias móviles
<b>SDDP</b>	Programación Dinámica Estocástica Dual
<b>UNICAMP</b>	Universidade Estadual de Campinas

## INTRODUCCIÓN

El pronóstico de caudales de un río constituye un problema fundamental en varias ramas de la ingeniería. De la precisión de este pronóstico dependen muchas actividades de la vida moderna, como por ejemplo la gestión de riego en agricultura, la gestión de riesgos en el caso de inundaciones, el abastecimiento de agua potable, la operación de las centrales de generación hidroeléctrica, entre otras.

En la actualidad existen dos tendencias en lo referente a modelos de pronóstico de caudales, los modelos que se basan en series de tiempo estocásticas y los modelos que se basan en metaheurísticas conocidas como soft computing. Si bien es cierto que las series de tiempo poseen sólidos fundamentos matemáticos y continúan siendo utilizadas ampliamente para pronósticos en el sector eléctrico ecuatoriano, la capacidad de las metaheurísticas para representar el lenguaje común y procesos naturales las sitúan como una poderosa herramienta que en ocasiones supera el rendimiento de las series de tiempo.

Bajo esta premisa, en este trabajo se ha propuesto la aplicación de la metaheurística conocida como ANFIS para el pronóstico de caudales afluentes y su comparación con un modelo de series de tiempo estocásticas denominado PARMA.

## **CAPÍTULO 1**

### **1. MOTIVACIÓN Y ALCANCE**

#### **1.1. ANTECEDENTES.**

En el año de 1996, fue promulgada la Ley de Régimen del Sector Eléctrico Ecuatoriano (LRSE), con el objetivo de “regular y administrar el negocio de la generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica en el Ecuador” [1]. Según este marco legal, la gestión del sector eléctrico debe ser el resultado de un proceso de planificación liderado por un ente regulador (Consejo Nacional de Electricidad – CONELEC) y un ente de control y operación (Centro Nacional de Control de Energía – CENACE). El Artículo 24, literal i, de la LRSE, define entre las funciones específicas del CENACE el “preparar los programas de operación para los siguientes doce meses, con un detalle de la estrategia de operación de los embalses y la generación esperada mensualmente de cada central” [1].

La Ley de Régimen del Sector Eléctrico y la regulación CONELEC-006/00 [2] definen los procedimientos para la Planificación Operativa Energética del Sistema Nacional Interconectado (horizontes de largo plazo), y su objetivo es establecer una política óptima de generación y operación de los embalses, considerando como objetivo la minimización del costo esperado de la operación del sistema; este modelo debe considerar, entre otros aspectos, la hidrología a través de un *modelo de caudales afluentes medios mensuales*.

El Ecuador es un país con una considerable capacidad de generación hidroeléctrica y existe un gran potencial hidroeléctrico aprovechable aún no explotado y que se encuentra en pleno desarrollo (el 53.16% de la energía bruta disponible en el año 2012 fue suministrada por centrales hidroeléctricas [3]).

Dada la disponibilidad de estos recursos, el sistema eléctrico ecuatoriano debe planificarse considerando un óptimo aprovechamiento de la generación hidroeléctrica para sustituir al máximo la generación termoeléctrica, cuyo costo operativo es muy alto.

El estado ecuatoriano, mediante su plan nacional de desarrollo, ha financiado la construcción de 15 importantes proyectos hidroeléctricos entre los cuales destacan Toachi-Pilatón, Sopladora, Baba y el proyecto Coca-Codo-Sinclair; con la construcción de estos y otros proyectos emblemáticos el Ecuador se convertirá en un país con una importante participación de energía hidroeléctrica.

## 1.2. EL PROBLEMA DEL PRONÓSTICO DE CAUDALES AFLUENTES A CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.

La producción de energía en una central hidroeléctrica depende de dos variables principales: la cantidad de agua almacenada en el embalse y los caudales afluentes; considerando estas dos variables se determinará la producción de energía hidroeléctrica de una central.

En la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico, el principal fenómeno a considerarse corresponde a los caudales de los ríos afluentes al embalse de las centrales hidroeléctricas consideradas en el estudio.

Siendo la hidrología un proceso estacional, las series mensuales de caudales se pueden representar por modelos estocásticos capaces de generar series sintéticas de dichos caudales, considerando los parámetros característicos extraídos a partir de los datos de la serie histórica.

Las series de caudales mensuales tienen un comportamiento periódico, reflejado en parámetros como la media, desviación estándar, asimetría y estructura de autocorrelación [4, 5, 6]. Dada la importancia de su previsión, durante las últimas décadas han sido propuestos una gran variedad de modelos, entre los que se destacan los modelos de *alisamiento exponencial*, modelos de *regresión lineal y no lineal*, y modelos de *series de tiempo estocásticas* [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 31, 32]; entre los modelos de series de tiempo estocástica se encuentran los siguientes:

- Modelo Autoregresivo – AR
- Modelo Autoregresivo Integrando de Medias Móviles – ARIMA
- Modelo Estacional Autoregresivo Integrando de Medias Móviles – SARIMA
- Modelo Periódico Autoregresivo – PAR
- Modelo Periódico Autoregresivo de Medias Móviles – PARMA

Estas técnicas se basan en métodos estadísticos y extrapolan el comportamiento de los caudales en el pasado mientras consideran el efecto de otros factores como el clima y la correlación espacial entre caudales de diferentes centrales; sin embargo, estos modelos emplean un gran número de relaciones complejas y no lineales entre la serie de caudales y dichos factores; se requiere, además, una gran cantidad de tiempo y esfuerzo computacional, y pueden resultar en soluciones numéricamente inestables.

Los modelos de series de tiempo estocásticas y de regresión lineal son ampliamente utilizados en el sector eléctrico ecuatoriano [8, 13], aplicándose específicamente un modelo econométrico ARIMA que, según Hinojosa en [13], “considera una modelación univariable y no contempla el uso de variables exógenas que pueden ayudar a explicar la varianza del pronóstico”; las limitaciones de estos modelos motivan el desarrollo y aplicación de nuevas metodologías para la previsión que representen, de manera más exacta, las variaciones estacionales de la serie de caudales afluentes.

Dentro de este contexto, en las dos últimas décadas se ha introducido nuevos modelos de previsión, que manejan de una manera eficiente la aleatoriedad de los caudales y presentan una fácil adaptabilidad a nuevos datos, sin la necesidad de incurrir en laboriosas formulaciones matemáticas.

Entre estos modelos se incluyen las técnicas de Redes Neuronales Artificiales (ANN), Sistemas Fuzzy (FS) y Sistemas Neuro-Fuzzy (NFS); esta última técnica ha tenido una gran aceptación en el desarrollo de modelos para previsión de series de tiempo, debido a que combinan la capacidad de aprendizaje y adaptación de las ANN y el poder de la interpretación lingüística de los FS.

### **1.3. SOLUCIÓN PROPUESTA.**

Para el desarrollo del proyecto se utilizó la metodología propuesta por Jyh-Shing Roger Jang, denominada *ANFIS* (Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System) [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23], y que corresponde a la representación de las reglas de un sistema de inferencia Fuzzy (modelo tipo Takagi-Sugeno) a través de una estructura de red adaptable, la cual es entrenada mediante un algoritmo de aprendizaje híbrido.

El sistema de inferencia Fuzzy se encarga de representar lingüísticamente las características de las variables que componen el sistema modelado mediante su interpretación como conjuntos Fuzzy, y los utiliza como entradas en un sistema de razonamiento similar al utilizado en la lógica booleana; mediante el uso de reglas de inferencia del tipo “antecedente  $\rightarrow$  consecuente” se obtienen

los resultados del razonamiento Fuzzy y posteriormente mediante el uso de una función de variable real se determina una única la salida calculada como un valor crisp (denominación dada a los valores reales en la teoría de los sistemas Fuzzy).

Para determinar los parámetros asociados al sistema de razonamiento Fuzzy, dicho sistema es modelado mediante una estructura de red conocida como *red adaptable*; la red adaptable tiene como función “aprender” el comportamiento del sistema, produciendo una relación no lineal entre los valores de entrada y salida de la red, y debe ser construida de tal manera que cada uno de los componentes del sistema de inferencia esté representado.

El desempeño de los modelos de pronóstico incluidos en este trabajo fue evaluado considerando algunas medidas de error como la *raíz del error medio cuadrático*, *error medio relativo porcentual* y el *error medio absoluto*, que constituyen las métricas más utilizadas en la bibliografía consultada ([17, 21, 22, 23, 24, 25, 26]).

#### **1.4. OBJETIVO Y ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO.**

El objetivo principal de este trabajo es la aplicación de la metodología de las Redes Adaptables basadas en Sistemas de Inferencia Fuzzy (ANFIS) como una alternativa para mejorar la previsión de caudales medios mensuales afluentes a las centrales hidroeléctricas del Sistema Nacional Interconectado Ecuatoriano; se realizaron comparaciones entre el modelo ANFIS y un modelo

de series de tiempo estocásticas PARMA (Periodic Autoregressive Mobile Average).

Adicionalmente se ha realizado la simulación de la operación de un sistema hidrotérmico de potencia de prueba utilizando los pronósticos obtenidos con ambas metodologías con el fin de evaluar su influencia en la operación de mediano plazo de un sistema hidrotérmico.

El trabajo está dividido en 5 capítulos. Luego de la Motivación y Alcance, en el Capítulo 2 se presentan brevemente los modelos clásicos utilizados para el pronóstico de caudales, escogiéndose el modelo Periódico Autoregresivo de Medias Móviles PARMA y su ajuste para la serie de caudales de la central hidroeléctrica Marcel Laniado de Wind (Daule-Peripa).

En el Capítulo 3 se realiza la descripción del modelo Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System ANFIS, centrándose la discusión en su arquitectura y en su algoritmo de aprendizaje. En el Capítulo 4 se realiza la determinación de la arquitectura ANFIS para la serie de caudales de dos principales centrales hidroeléctricas del Ecuador: Paute-Molino y Daule-Peripa, incluyéndose la comparación de los resultados de los pronósticos aplicando la red ANFIS y el modelo PARMA mediante las métricas de *raíz del error medio cuadrático*, *error medio relativo porcentual* y el *error medio absoluto*.

En el Capítulo 5 se presenta la aplicación de los modelos de pronóstico de caudales analizados y se evalúan sus efectos en la operación de un sistema hidrotérmico de potencia; para tal efecto, se utilizará un modelo de optimización de la operación de largo plazo de un sistema hidrotérmico considerando métodos de optimización determinística.

Como un análisis adicional, se realizó la simulación de la cascada hidroeléctrica compuesta por las centrales Paute-Mazar y Paute-Molino, con el objetivo de verificar cual debe ser el comportamiento óptimo de los embalses según la filosofía de operación de sistemas hidrotérmicos considerada en dicho capítulo y según la respuesta del optimizador utilizado.

## **CAPÍTULO 2**

### **2. MODELOS CLÁSICOS UTILIZADOS PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES**

#### **2.1. INTRODUCCIÓN.**

Los modelos de series de tiempo son herramientas ampliamente conocidas y utilizadas en las ciencias, negocios e ingeniería; el pronóstico de series de tiempo es especialmente importante en todos aquellos procesos donde, a partir de una serie de datos pasados recolectados, la evolución del proceso depende de los valores futuros pronosticados.

Entre los modelos de series de tiempo más destacados se encuentran los propuestos por Box & Jenkins [7], los cuales son ampliamente utilizados en áreas como economía, finanzas, hidrología, meteorología e ingeniería.

Según Palit & Popovic [27], una serie de tiempo “es una secuencia de  $N$  valores observados de variables físicas o financieras ordenados cronológicamente y tomados en intervalos iguales de tiempo  $\Delta t$ ”:

$$\text{Serie de tiempo} \rightarrow \{x_t, t \in T, T \subset \mathbb{R}^+\}, T = \{t / 1 \leq t \leq N\} \quad (2.1)$$

Si el conjunto de observaciones es continuo en el tiempo, la serie de tiempo se denomina *continua*, si el conjunto de observaciones es discreto, como en el caso de los caudales afluentes, la serie de tiempo se denomina *discreta*. De igual manera, si los valores futuros de una serie de tiempo se determinan mediante el uso de funciones matemáticas, se dice que es una *serie determinística*; si los valores de la serie de tiempo son descritos en términos de funciones de probabilidades, se dice que es una *serie estocástica*.

En aplicaciones del mundo real, la mayoría de los fenómenos naturales o financieros no pueden ser representados fielmente por modelos matemáticos establecidos y se puede identificar que tienen un componente aleatorio que se conoce como *ruido*. Las variaciones que se producen durante la evolución de una serie de tiempo son normalmente descritas por leyes probabilísticas, por consiguiente, una serie de tiempo puede ser generada mediante un proceso estocástico.

En este trabajo se pronostican series de tiempo de caudales medias mensuales afluentes a centrales hidroeléctricas, los mismos que fueron observados para

valores de  $t$  enteros positivos ( $t \in \mathbb{Z}^+$ ), por lo que la serie de caudales será denotada por  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ , siendo  $x_t$  el caudal en el tiempo  $t = 1, 2, \dots, N$ .

En las siguientes secciones se presentarán algunos conceptos sobre procesos estocásticos y sobre modelos de series de tiempo.

## 2.2. PROCESOS ESTOCÁSTICOS.

Según Box et al., un proceso estocástico es “un fenómeno estadístico que evoluciona en el tiempo de acuerdo a leyes probabilísticas”; bajo este concepto, una serie de tiempo puede ser considerada como la “realización de un proceso estocástico” [7].

Más formalmente, sea  $\mathbb{Z}^+$  el conjunto de números enteros positivos, un *proceso estocástico* puede definirse como un conjunto de observaciones  $\{x_t, t \in \mathbb{Z}^+\}$ , tal que, para cada  $t \in \mathbb{Z}^+$ ,  $x_t$  es una variable aleatoria.

Hablando en términos de series de tiempo, una observación es la realización de una variable aleatoria  $x_t$  con función de densidad de probabilidades  $p(x_t)$ ; de manera general, una serie temporal puede ser descrita por una variable aleatoria N-dimensional con función de densidad de probabilidades conjunta  $p(x_1, x_2, \dots, x_N)$ , para  $t = 1, 2, \dots, N$  [7]. Un tipo especial de procesos estocásticos es el denominado *proceso estocástico estacionario*, que “se basa

en la suposición de que el proceso tiene un estado particular de equilibrio estadístico” [7].

Un proceso estocástico es *estrictamente estacionario* si sus propiedades no se ven afectadas por cambios en el origen del tiempo, esto es, si la distribución de probabilidad conjunta asociada a las  $k$  observaciones  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ,  $1 < k < N$ , es la misma distribución de probabilidades asociada a las observaciones  $x_{1+h}, x_{2+h}, \dots, x_{k+h}$ , para cualquier  $h \in \mathbb{Z}^+$ . En otras palabras, “para que un proceso discreto sea estrictamente estacionario, la distribución conjunta de cualquier conjunto de observaciones no debe verse afectada por ningún desplazamiento en el tiempo, sea hacia delante o hacia atrás, en un valor entero  $h$ ” [7].

En la práctica, es imposible conocer todas las distribuciones conjuntas de  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ,  $1 < k < N$ , y el proceso debe quedar restringido al concepto de *estacionario de segundo orden*, el cual debe tener las siguientes condiciones:

- La media de  $x_t$  es constante, es decir,  $E[x_t] = \mu(t) = \mu$ ,  $\forall t$ .
- La varianza de  $x_t$  es constante, es decir,  $Var[x_t] = \sigma^2(t) = \sigma^2$ ,  $\forall t$ .
- $Cov[x_t, x_{t+k}] = \gamma(k)$ , es decir, la covarianza es una función que solo depende del desfase  $k$ .

La mayoría de las series de tiempo, especialmente las series de tiempo hidrológicas, contienen componentes estacionales y/o de tendencia, por lo que no constituyen series estacionarias; en este caso, se debe realizar una transformación estadística para tornarla estacionaria [28]:

$$z_t = \frac{x_t - \mu}{\sigma} \quad (2.2)$$

Donde  $z_t$  es una nueva variable,  $\mu$  es la media determinada por:

$$\mu = E[x_t] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_t p(x_t) dx_t \quad (2.3)$$

Y  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  es la desviación estándar (raíz cuadrada de la varianza) y está dada por:

$$\sigma^2 = E[x_t - \mu]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_t - \mu)^2 p(x_t) dx_t \quad (2.4)$$

La ecuación 2.2 convierte el proceso en estacionario al restarle a la variable aleatoria el valor medio estacional  $\mu$ , y por tanto se cumple que  $p(z_{t+h}) = p(z_t)$ , es decir, la distribución de probabilidad de esta nueva variable es la misma para cualquier tiempo  $t$ .

Como se mencionó en la sección 2.1, los caudales afluentes constituyen un proceso estocástico discreto y por tanto la función de probabilidad  $p(z)$  puede ser descrita en términos de las observaciones estacionarias  $z_1, z_2, \dots, z_N$  y sus media y varianza muestral pueden ser determinadas de la siguiente forma:

$$\bar{z} = \hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t \quad (2.5)$$

$$Var[z] = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2 \quad (2.6)$$

La transformación 2.2 permite la aplicación de modelos estacionarios lineales para el modelado de series de tiempo, ya que los modelos estacionarios presentan menor complejidad estadística y matemática que los modelos no estacionarios.

### 2.3. MODELOS ESTACIONARIOS LINEALES.

Los modelos estacionarios lineales parten del supuesto de que “una serie de tiempo, en la cual sus valores sucesivos son altamente dependientes, puede ser considerada como generada a partir de una secuencia de valores aleatorios independiente  $a_t$ , los cuales pueden ser ajustados a una distribución de probabilidades Normal, con media igual a 0 y varianza igual a  $\sigma_a^2$ ” [7]:

$$E[a_t] = 0 \quad (2.7)$$

$$Var[a_t] = E[a_t^2] = \sigma_a^2 \quad (2.8)$$

$$\gamma_k = Cov[a_t, a_{t+k}] = 0, k \neq 0 \quad (2.9)$$

Esta secuencia de variables aleatorias  $a_t$  es conocida como *ruido blanco*.

Según Box et al., “se supone que el proceso  $a_t$ , conocido como ruido blanco,

transforma al proceso  $z_t$  a través de un mecanismo conocido como *filtro lineal* [7].

La aplicación del filtro lineal corresponde a la suma ponderada de los ruidos blancos previos  $a_{t-j}$ ,  $j = 1, \dots, \infty$ :

$$z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots = a_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j a_{t-j} = \Psi(B) a_t \quad (2.10)$$

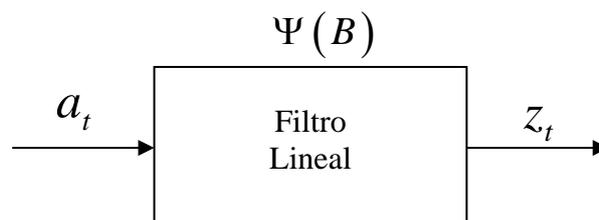
Donde  $B$  es conocido como el operador de retraso y se define como:

$$Bz_t = z_{t-1}; \quad B^m z_t = z_{t-m} \quad (2.11)$$

La función  $\Psi(B)$  se denomina *función de transferencia* y se define como:

$$\Psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j; \quad \psi_0 = 1 \quad (2.12)$$

El filtro lineal puede ser representado gráficamente de la siguiente manera:



**Figura 2.1. Representación de una serie de tiempo como producto de un filtro lineal (tomado de [7])**

Según Box et al., “si la secuencia  $\psi_1, \psi_2, \dots$  es finita o infinita pero absolutamente sumable tal que  $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$ , se dice que el filtro es *estable* y el proceso  $z_t$  es estacionario” [7], es decir, la estacionaridad de la serie depende de la convergencia de la serie  $\Psi(B)$ .

### 2.3.1. MODELOS ESTACIONARIOS DE MEDIAS MÓVILES – MA.

De acuerdo con el modelo descrito por la ecuación 2.10, dada una entrada  $a_t$  y una función de transferencia denotada por  $\Theta(B)$ , se puede generar una serie  $\{z_t\}$  mediante la siguiente expresión [7]:

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.13)$$

$$z_t = a_t + \sum_{k=1}^q \theta_k a_{t-k} = \Theta(B) a_t \quad (2.14)$$

De esta forma se verifica que el valor de  $z_t$  dependerá de los valores presente y de un número finito  $q$  de valores pasados de  $a_t$ ; este nuevo proceso es conocido como *Proceso de Medias Móviles de orden  $q$* .

Considerando la ecuación 2.14, el *operador de media móvil* puede ser descrito por:

$$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (2.15)$$

La serie  $z_t$  contiene  $q+2$  parámetros desconocidos  $\mu, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_a^2$ , los cuales deben ser estimados a partir de los datos [7].

Según Box et al., “el nombre de *medias móviles* es algo engañoso debido a que los pesos  $(1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q)$  no son necesariamente positivos o la suma de sus valores absolutos es la unidad” [7], esto se confirma porque el modelo MA es un modelo estacionario y por consiguiente, la característica de que la media varía no se cumple; sin embargo, el término medias móviles y su acrónimo MA han sido muy utilizados y los autores lo mantienen para denominar a este tipo de modelo estacionario lineal.

### 2.3.2. MODELOS ESTACIONARIOS AUTOREGRESIVOS – AR.

Los modelos estacionarios autoregresivos son determinados por la combinación lineal entre los  $p$  valores observados pasados del proceso y el ruido blanco  $a_t$ :

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t \quad (2.16)$$

$$z_t = a_t + \sum_{k=1}^p \phi_k z_{t-k} \quad (2.17)$$

Donde  $p$  es el orden de autoregresión del modelo, por lo que el modelo se lo denomina formalmente *modelo autoregresivo de orden  $p$*   $AR(p)$ .

Al igual que en el modelo MA, se puede definir el *operador autoregresivo* de la siguiente forma:

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (2.18)$$

Y el modelo autoregresivo puede ser denotado por:

$$\Phi(B)z_t = a_t \quad (2.19)$$

El modelo 2.19 posee  $p+2$  parámetros desconocidos  $\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma_a^2$  que deben ser estimados a partir de los datos; el parámetro  $\sigma_a^2$  corresponde a la varianza del ruido blanco  $a_t$  (siendo que  $E[a_t] = 0$ ).

### 2.3.3. MODELOS ESTACIONARIOS AUTOREGRESIVOS DE MEDIAS MÓVILES – ARMA.

Este tipo de modelos corresponde a la combinación de los modelos AR(p) y MA(q) y se denomina como modelo ARMA(p,q) [7]:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.20)$$

Reescribiendo la ecuación en términos de los operadores autoregresivo y de medias móviles:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) z_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (2.21)$$

O simplificando la notación:

$$\Phi(B)z_t = \Theta(B)a_t \quad (2.22)$$

El modelo 2.22 posee  $p+q+2$  parámetros desconocidos que pueden ser determinados a partir de los datos.

#### **2.4. MODELOS PERIÓDICOS AUTOREGRESIVOS DE MEDIAS MÓVILES (PARMA).**

Se pueden modelar series de tiempo que presentan variaciones estacionales a través de modelos periódicos, que constituyen extensiones de modelos ARMA y que permiten el uso de parámetros que dependen de la estacionalidad.

Si bien es cierto Box et al. definen un modelo ARMA estacional, el modelo que se presenta a continuación ha sido desarrollado bajo otro contexto y se fundamenta en los análisis preliminares realizados por Jones & Brelsford [29] y posteriormente estudiados por Vecchia [30], y han sido empleados con éxito en el modelado y pronóstico de series de tiempo de caudales afluentes como se muestra en [31] y [32].

Los modelos PARMA son extensiones de los métodos ARMA (p,q), y han sido desarrollados para trabajar con series de tiempo que presentan una variación estacional en su estructura [30].

Dada una serie de tiempo estacional  $\{x_t\}, t = 1, \dots, N$ , con periodo  $s$  y número de observaciones  $N$ ; si existen  $m = 1, 2, \dots, s$  observaciones que constituyen un conjunto de datos que determinan un periodo y siendo  $r = 1, 2, \dots, N$  el índice de cada uno de esos conjuntos de datos, entonces el índice del tiempo  $t$  puede ser escrito en términos de  $r$  y  $m$  como  $t = t(r, m)$  o  $t = (r-1)s + m$  [30].

En el problema de pronóstico de caudales se considera que el período de la serie es de 12 meses ( $s = 1, 2, \dots, 12$ ), o sea,  $s = 12$ ,  $r = 1, 2, \dots, n$  representa el número de años y  $m = 1, 2, \dots, 12$  representa los meses, de tal forma que  $x_{t(r,m)}$  representa la observación de la serie  $x_t$  en el año  $r$  y el mes  $m$ .

Un proceso periódico puede ser considerado estacionario si la distribución de probabilidad conjunta asociada a las  $k$  observaciones  $x_{1(r,m)}, x_{2(r,m)}, \dots, x_{k(r,m)}$ ,  $1 < k < N$ , es la misma asociada a las  $k$  observaciones  $x_{1+h(r,m)}, x_{2+h(r,m)}, \dots, x_{k+h(r,m)}$  para cualquier  $h$ .

De la misma forma en que se procedió en la sección 2.2, para eliminar el componente estacional de la serie y convertirla en periódicamente estacionaria, se realiza la siguiente transformación:

$$z_{t(r,m)} = \frac{x_{t(r,m)} - \mu_m}{\sigma_m} \quad (2.23)$$

Donde  $\mu_m$  es la media y  $\sigma_m$  es la desviación estándar del mes  $m$ .

Considerando la periodicidad de la serie, la idea propuesta por Vecchia es ajustar  $s$  modelos ARMA( $p_m, q_m$ ),  $m = 1, \dots, m$ , para cada mes del año. Estos modelos mensuales pueden representarse de la siguiente forma:

$$z_{t(r,m)} = a_{t(r,m)} + \sum_{i=1}^{p_m} \phi_{i,m} z_{t(r,m)-i} - \sum_{j=1}^{q_m} \theta_{j,m} a_{t(r,m)-j} \quad (2.24)$$

Donde  $\phi_{i,m}$  y  $\theta_{j,m}$  son funciones periódicas de periodo  $s$ ,  $a_{t(r,m)}$  es un ruido blanco con distribución de probabilidades  $N(0, \tau_m^{-1})$ , siendo  $\tau_m^{-1} = \sigma_m^2$ ,  $\tau_m > 0$ , y siendo  $z_{t(r,m)}$  la serie estandarizada (sin el componente estacional).

Para determinar los parámetros  $\phi_{i,m}$ ,  $\theta_{j,m}$  y  $\tau_m$  se empleará el método de máxima verosimilitud propuesto por Vecchia en [30]. Este método consiste en adoptar como estimativa de los parámetros los valores que maximizan la probabilidad (o función de densidad en caso de variables continuas) de que la muestra observada haya sido obtenida; para poder obtener los estimadores de máxima verosimilitud es necesario conocer la distribución de probabilidades de la variable en estudio, que para fines prácticos puede ser considerada como una función normal.

Si se considera que la función de densidad de probabilidades es normal, el objetivo del método de Vecchia será el maximizar la función de verosimilitud dada por [30]:

$$\begin{aligned}
& L_m(\Phi_m, \Theta_m, \tau_m | Z_m) \\
& = \tau_m^{\frac{n_m}{2}} \exp \left\{ -\frac{\tau_m}{2} (Z_m - X_m \Phi_m + Y_m \Theta_m)' (Z_m - X_m \Phi_m + Y_m \Theta_m) \right\} \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Donde

$$n_m = \begin{cases} n-1, & m=1, \dots, p_m \\ n, & m=p_m+s; \quad s=1, 2, \dots, 12 \end{cases}$$

$$Z_m = \begin{pmatrix} z_{t(1,m)} \\ z_{t(2,m)} \\ \vdots \\ z_{t(n,m)} \end{pmatrix}_{n \times 1} ; \quad \Phi_m = \begin{pmatrix} \phi_{1,m} \\ \phi_{2,m} \\ \vdots \\ \phi_{p_m,m} \end{pmatrix}_{p_m \times 1} ; \quad \Theta_m = \begin{pmatrix} \theta_{1,m} \\ \theta_{2,m} \\ \vdots \\ \theta_{q_m,m} \end{pmatrix}_{q_m \times 1}$$

$$X_m = \begin{pmatrix} z_{t(1,m)-1} & \cdots & z_{t(1,m)-p_m} \\ z_{t(2,m)-1} & \cdots & z_{t(2,m)-p_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{t(n,m)-1} & \cdots & z_{t(n,m)-p_m} \end{pmatrix}_{n \times p_m}$$

$$Y_m = \begin{pmatrix} a_{t(1,m)-1} & \cdots & a_{t(1,m)-q_m} \\ a_{t(2,m)-1} & \cdots & a_{t(2,m)-q_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{t(n,m)-1} & \cdots & a_{t(n,m)-q_m} \end{pmatrix}_{n \times q_m}$$

Los parámetros  $\Phi_m$ ,  $\Theta_m$  y  $\tau_m$  pueden ser estimados de tal forma que la ecuación de verosimilitud 2.25 pueda ser maximizada; para realizar esto, si se aplica el logaritmo natural a ambos lados de la ecuación 2.25:

$$\begin{aligned} & \ln[L_m(\Phi_m, \Theta_m, \tau_m | Z_m)] \\ &= \frac{n_m}{2} \ln(\tau_m) - \frac{\tau_m}{2} (Z_m - X_m \Phi_m + Y_m \Theta_m)^t (Z_m - X_m \Phi_m + Y_m \Theta_m) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Para encontrar los valores óptimos de los parámetros  $\Phi_m$ ,  $\Theta_m$  y  $\tau_m$  que maximizan la función de verosimilitud, se determinan las derivadas parciales de la ecuación 2.24 con respecto a dichos parámetros y se igualan a cero, obteniéndose los estimadores de máxima verosimilitud:

$$\hat{\Phi}_m = (X_m^t X_m)^{-1} (X_m^t Z_m) (X_m^t Y_m \hat{\Theta}_m) \quad (2.27)$$

$$\hat{\Theta}_m = (Y_m^t Y_m)^{-1} (Y_m^t Z_m) (X_m^t Y_m \hat{\Phi}_m) \quad (2.28)$$

$$\hat{\tau}_m^{-1} = \frac{1}{n_m} (Z_m - X_m \hat{\Phi}_m + Y_m \hat{\Theta}_m)^t (Z_m - X_m \hat{\Phi}_m + Y_m \hat{\Theta}_m) \quad (2.29)$$

El orden del modelo puede ser seleccionado a través de diferentes criterios propuestos en la literatura, entre los cuales el más utilizado es el *Bayesian Information Criterium BIC*, determinado por [33]:

$$BIC = N \log \hat{\sigma}_m^2 + M \log N \quad (2.30)$$

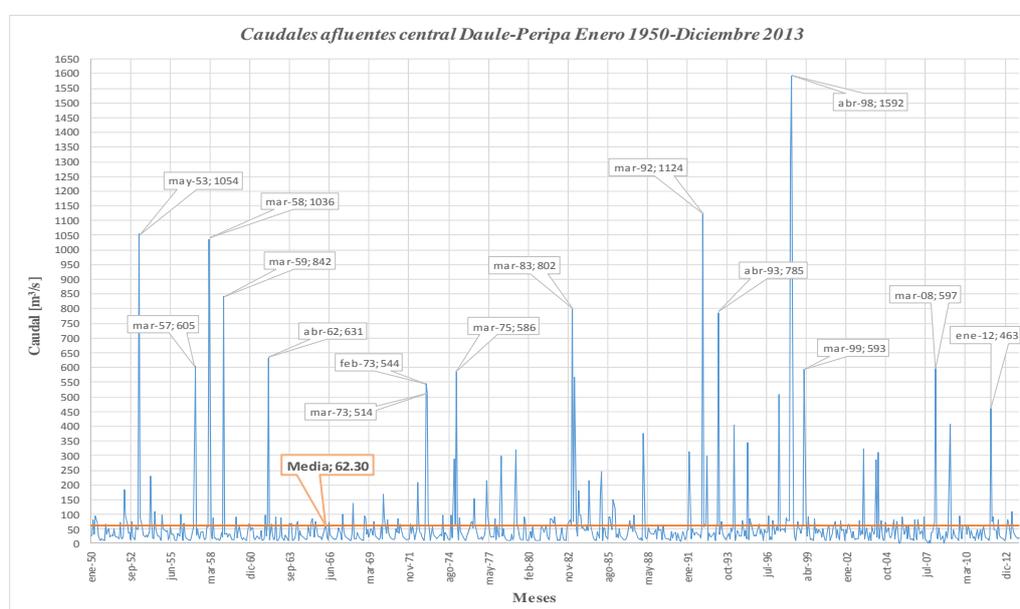
Donde  $M = p_m + q_m + 1$ . A partir de un orden inicial, se calculan los estimadores de máxima verosimilitud, repitiendo el procedimiento para órdenes superiores.

Mediante la minimización del criterio de selección BIC se puede determinar el modelo PARMA más parsimonioso para cada mes.

## 2.5. AJUSTE DE UN MODELO PARMA PARA LA SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL DAULE-PERIPA.

El modelo PARMA presentado en la sección anterior será utilizado para realizar el pronóstico de los caudales medios mensuales afluentes al embalse de la central hidroeléctrica Marcel Laniado de Wind, más conocida como Daule-Peripa. Todos los cálculos han sido realizados usando el software MATLAB® R2014a.

El histórico de los caudales medios mensuales abarca un total de 64 años (período de 1950 a 2013) según el registro mantenido por el Centro Nacional de Control de Energía CENACE [34]. La serie de caudales afluentes se presenta en la figura 2.2. En la tabla 2.1 se presentan la media y desviación estándar de la serie de caudales:



**Figura 2.2. Serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).**

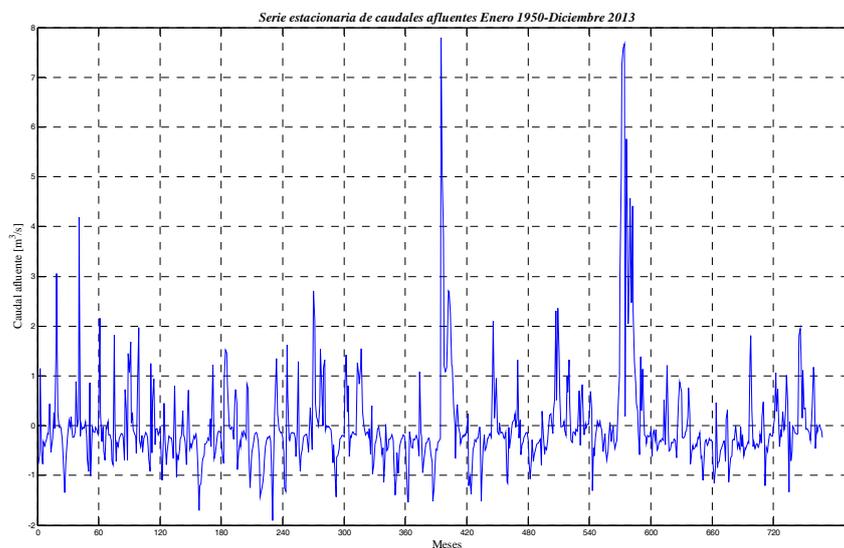
**Tabla 2.1. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).**

Parámetro	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
$\mu_m$	156.14	398.72	514.26	454.90	245.06	114.38
$\sigma_m$	169.58	182.89	263.90	249.16	193.19	129.30
Parámetro	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
$\mu_m$	58.26	35.73	27.57	25.41	24.79	52.83
$\sigma_m$	70.60	64.40	57.67	61.65	73.91	140.87

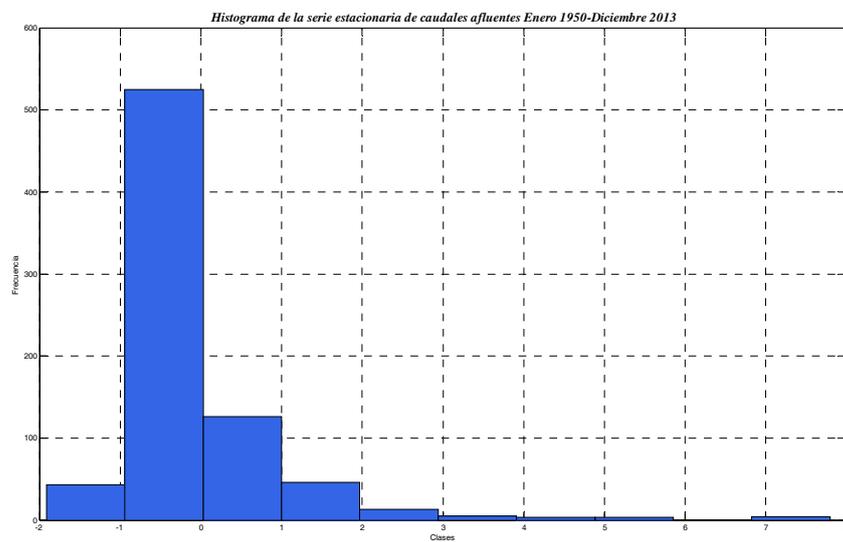
Los valores más altos de afluencias (período húmedo) se concentran entre los meses de enero y mayo, lo que coincide con la etapa lluviosa en el litoral ecuatoriano, lo que se puede apreciar en los valores de la media (tabla 2.1). Conforme se explicó en la sección 2.4, para eliminar el componente estacional es necesario realizar la transformación determinada por la ecuación 2.23, lo que convierte la serie en una serie estacionaria. La figura 2.3 presenta el gráfico de la serie estacionaria y la figura 2.4 presenta el histograma de la serie estacionaria.

Cabe resaltar que para el análisis realizado en la sección 2.4 se asumía que la distribución de probabilidades de la serie transformada sigue una distribución normal; sin embargo, el histograma de la figura 2.4 presenta asimetría y la distribución normal podría no ser la más adecuada para representar el conjunto de datos estacionarios, y esto acarreará dificultades y pérdida de las propiedades asintóticas en las estimaciones de los parámetros

$\Phi_m = \{\phi_{1,m}, \phi_{2,m}, \dots, \phi_{p,m}\}$ ,  $\Theta_m = \{\theta_{1,m}, \theta_{2,m}, \dots, \theta_{q,m}\}$  y  $\tau_m$ , que permitirán el ajuste del modelo PARMA para la serie de caudales analizada.



**Figura 2.3. Serie estacionaria de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013.**



**Figura 2.4. Histograma de la serie estacionaria de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013.**

La ecuación 2.24 fue propuesta por Vecchia [30] y establece que se deberán ajustar un modelo  $PARMA(p_m, q_m)$  para cada mes del año.

El orden de los modelos  $p_m$  y  $q_m$  han sido determinados de acuerdo con el criterio BIC indicado en la ecuación 2.30; para tal efecto, se realizaron 12 análisis de BIC y  $\sigma^2$  para determinar el orden adecuado  $p_m$  y  $q_m$  para cada mes, considerando un orden máximo de 5 para  $p_m$  y de 1 para  $q_m$ . A partir de este análisis, se pudo comprobar que el orden  $q_m$  fue de 0 para la mayoría de series mensuales, excepto para la serie del mes de junio, donde se pudo obtener un  $q_m=1$ . En la tabla 2.2 se presenta el BIC y  $\sigma^2$  para el mes de junio.

**Tabla 2.2. Selección del orden del modelo considerando el criterio BIC.**

		$\sigma^2$	BIC								
$q_m \backslash p_m$		1		2		3		4		5	
	0	0.67	-23.42	0.61	-27.69	0.58	-29.21	0.56	-28.89	0.52	-31.46
1	0.54	-31.45	0.57	-32.81	0.58	-33.4	0.59	-34.57	0.62	-34.8	

Considerando la tabla 2.2, se puede notar que para  $p_m$  entre 1 y 2 existe una diferencia respecto al BIC y la varianza, pero esta diferencia comienza a disminuir a partir de  $p_m = 3$ , por lo que el modelo PARMA se vuelve parsimonioso (se “estabiliza”) y esto se aprecia porque la diferencia para

órdenes 3, 4 y 5 son menores comparados con el orden 1 y 2, por ello basta con seleccionar un orden  $p_m = 2$  porque escoger un orden mayor no aportaría mucho al desempeño del modelo y al contrario se incrementaría el esfuerzo computacional al calcular parámetros adicionales.

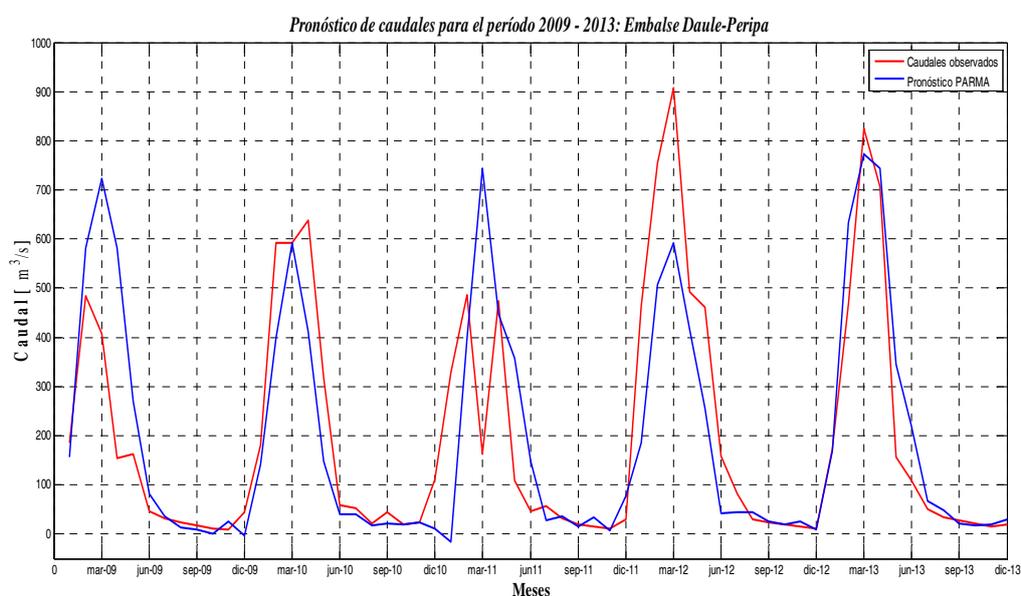
Igual se confirma para el orden  $q_m$ , donde se verifica que para órdenes mayores a 2 el modelo se vuelve parsimonioso y basta con seleccionar  $q_m = 1$ . Siguiendo este criterio, en la tabla 2.3 se presenta los parámetros estimados para cada serie mensual considerando la metodología presentada en la sección 2.4.

**Tabla 2.3. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de la central Daule-Peripa.**

Mes	$(p_m, q_m)$	$\phi_{1,m}$	$\phi_{2,m}$	$\theta_{1,m}$	$\tau_m$
Enero	(1,0)	2.3801	-	-	1.0206
Febrero	(1,0)	0.4483	-	-	1.2910
Marzo	(1,0)	0.1416	-	-	1.1625
Abril	(1,0)	0.4428	-	-	1.1471
Mayo	(1,0)	0.1046	-	-	1.2217
Junio	(2,1)	0.2711	0.2813	-0.2959	1.2804
Julio	(1,0)	0.1283	-	-	1.9245
Agosto	(1,0)	0.2191	-	-	1.7678
Septiembre	(1,0)	0.1206	-	-	4.8795
Octubre	(1,0)	0.0162	-	-	7.0711
Noviembre	(1,0)	0.4907	-	-	1.0050
Diciembre	(1,0)	0.5625	-	-	1.3608

Para la evaluación del modelo PARMA, se realizó una comparación entre el pronóstico realizado con dicho modelo y un conjunto de prueba compuesto por los últimos 5 años del histórico de caudales.

La comparación realizada en este capítulo solo tiene el carácter de orientativo y por ello no se aplicarán métricas adicionales, solo se realizará una discusión del análisis visual de las curvas de caudales pronosticados. En la Figura 2.5 se muestra el resultado del pronóstico realizado para un período de 5 años:



**Figura 2.5. Pronóstico de caudales afluentes a la central Daule-Peripa en el periodo 2009-2013 usando el modelo PARMA.**

En la figura 2.5 puede notarse que el modelo ajustado presenta buen desempeño en los períodos secos (valles), donde el caudal pronosticado se ajusta mejor a los caudales observados en dichos períodos, sin embargo, el modelo es poco efectivo en los meses que corresponden al períodos húmedos

(picos), lo que constituye una desventaja en este tipo de modelos pues en muchas ocasiones no pueden anticiparse a la previsión de valores altos de un fenómeno natural.

## **2.6. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO ESTOCÁSTICAS PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.**

En las secciones anteriores se ha presentado un resumen de la teoría de los procesos estocásticos y su utilización para el modelado de series de tiempo estacionarias, considerando especialmente los modelos propuestos por Box et al. y el modelo PARMA propuesto por Vecchia.

Es conocido que una de las mayores dificultades que presentan las series de tiempo estocásticas en su aplicación para el pronóstico de caudales, es la estacionalidad marcada por la existencia de dos períodos bien definidos (seco y húmedo) y a los valores extremos que pueden presentarse por fenómenos atmosféricos inesperados.

Durante la segunda mitad del siglo XX, los esfuerzos de los investigadores de recursos hídricos se concentraron en realizar mejoras para los modelos de pronósticos mediante series de tiempo; sin embargo, la aparición de los modelos heurísticos conocidos como *Modelos de Inteligencia Computacional* han permitido que actualmente existan herramientas alternativas al uso de las series de tiempo estocásticas, especialmente en el modelado de fenómenos

hidrológicos que, debido a los problemas de variación climática identificados en las últimas décadas, permitan el manejo de valores extremos de caudales que se presentan con mayor frecuencia y ante los cuales las series de tiempo estocásticas no siempre presentan resultados satisfactorios en su pronóstico.

A pesar de estas limitaciones y debido al pleno conocimiento de la metodología, los modelos de series de tiempo estocásticas continúan siendo ampliamente utilizados en el pronóstico de caudales en países como Ecuador [8, 13] y Brasil [4, 5, 11, [17].

En el Capítulo 3 se presentan los fundamentos de una metodología alternativa basada en modelos de Inteligencia Computacional, y su aplicación en el pronóstico de caudales afluentes a centrales hidroeléctricas.

## CAPÍTULO 3

### 3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANFIS.

#### 3.1. INTRODUCCIÓN.

La teoría de los conjuntos *Fuzzy* fue propuesta por Lofti A. Zadeh, un investigador de la Universidad de California en Berkley, como una alternativa para el tratamiento de la incertidumbre e imprecisiones en los problemas matemáticos.

En su artículo del año 1965 [35], Zadeh define las características y el fundamento matemático de la teoría de los conjuntos *fuzzy*, lo que dio lugar al desarrollo de toda una tecnología basada en dichos conceptos.

La teoría de los conjuntos difusos nació como una alternativa para representar computacionalmente información con un alto grado de incertidumbre, intentando emular el proceso del pensamiento humano donde su razonamiento no se basa en valores numéricos sino en etiquetas lingüísticas; por ello se indica

que la lógica fuzzy intenta captar el conocimiento y los mecanismos de razonamiento humanos.

Es común el uso de la palabra *difuso* para traducir el término anglosajón *fuzzy*, sin embargo existen otras traducciones como *borroso* o *indeterminado*; con el fin de evitar el uso de varias traducciones del término original el autor ha considerado el uso del término original en inglés *fuzzy*.

Para comprender la teoría de los sistemas fuzzy y sus aplicaciones es necesario introducir una serie de conceptos relacionados a la teoría de los conjuntos fuzzy propuesta por Lofti A. Zadeh. “Un *conjunto fuzzy* puede definirse como una colección de objetos que tienen un valor de *pertenencia* entre 0 (exclusión completa) y 1 (pertenencia completa)” [36].

En lógica booleana, la pertenencia de un objeto a un conjunto determinado tiene solo dos valores, 0 cuando el objeto no pertenece al conjunto ( $x \notin A$ ) y 1 cuando el objeto pertenece al conjunto ( $x \in A$ ). En la teoría de los conjuntos fuzzy, la pertenencia de un objeto puede ser expresada como un intervalo continuo  $[0, 1]$ , donde igualmente 0 corresponde a la no pertenencia del objeto y 1 determina la total pertenencia del objeto.

Para dar un ejemplo, supóngase que se tiene el conjunto fuzzy “temperatura alta”, el cual tiene como dominio el intervalo  $[15^{\circ}\text{C}, 30^{\circ}\text{C}]$ , en terminología de conjuntos fuzzy, se tendría que  $30^{\circ}\text{C}$  tiene una pertenencia igual a 1.0 y  $15^{\circ}\text{C}$

tiene una pertenencia de 0.0, de tal forma que una temperatura de 25°C podría considerarse que tiene una pertenencia de 0.75 dentro del conjunto “temperatura alta”. Cabe resaltar que un mismo elemento puede pertenecer a dos conjuntos fuzzy con diferentes valores de pertenencia.

Mientras más cercano sea el valor de pertenencia de un objeto a 1, mayor será su compatibilidad con las características del conjunto.

Un conjunto fuzzy puede ser representado de la siguiente forma [16]:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\} \quad (3.1)$$

Donde:

$A$  - conjunto fuzzy

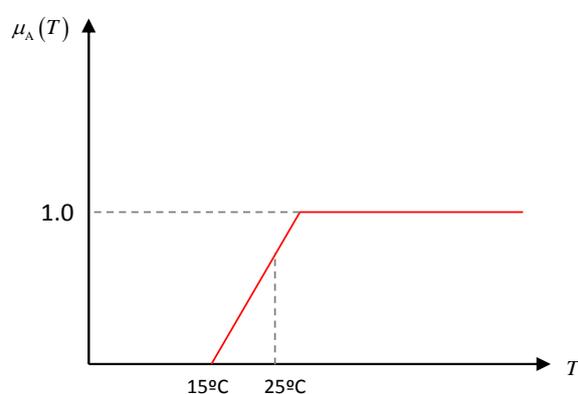
$x$  - elemento del conjunto

$\mu_A(x)$  - función de pertenencia (MF) del elemento  $x$  ( $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$ )

$X$  - dominio del conjunto o *universo del discurso*.

Retomando el ejemplo del conjunto “temperatura alta”, en la figura 3.1 se presenta un ejemplo de una función de pertenencia para dicho conjunto, donde se puede apreciar que el valor de  $T = 15^\circ\text{C}$  tiene un valor de pertenencia  $\mu_A(T) = 0$  y el valor de  $T = 25^\circ\text{C}$  tiene un valor de pertenencia de  $\mu_A(T) = 0.75$ .

La curva que representa un conjunto fuzzy es análoga a una distribución de densidad de probabilidades, la diferencia es que en los conjuntos fuzzy la curva representa la pertenencia y no la frecuencia relativa; pese a ello, en algunos casos se puede utilizar la distribución de densidad de probabilidad para aproximar la función de pertenencia de una variable determinada.



**Figura 3.1. Función de pertenencia para el conjunto fuzzy “temperatura alta”.**

Las funciones de pertenencia asociadas a conjuntos fuzzy pueden tener diferentes formas y dependen no solo del concepto que representan sino también del contexto en que son aplicadas [36]; pueden presentarse casos en que el significado de un concepto representado por un conjunto fuzzy no sea tan sensible al cambio en la forma de la función de pertenencia, en estos casos se pueden utilizar funciones sencillas como la función de pertenencia triangular.

El proceso de representar una variable mediante un conjunto fuzzy se denomina comúnmente *fuzzyficación*, y el proceso contrario, es decir, obtener un valor real a partir de un sistema fuzzy se denomina *defuzzyficación* [36].

En la mayoría de los casos prácticos, los conjuntos fuzzy pueden ser representados explícitamente por familias de funciones de pertenencia conocidas; las funciones de pertenencia más utilizadas son las siguientes:

*Función Triangular* – se define a partir de dos parámetros de distorsión  $a$  y  $b$  y un parámetro  $m$  que representa el centro o valor modal de la función:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & x \in [a, m] \\ \frac{b-x}{b-m}, & x \in [m, b] \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (3.2)$$

*Función Trapezoidal* – definida a partir de cuatro parámetros de distorsión  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , que representan los 4 vértices del trapecio:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 1, & x \in [b, c] \\ \frac{d-x}{d-c}, & x \in [c, d] \\ 0, & x \geq d \end{cases} \quad (3.3)$$

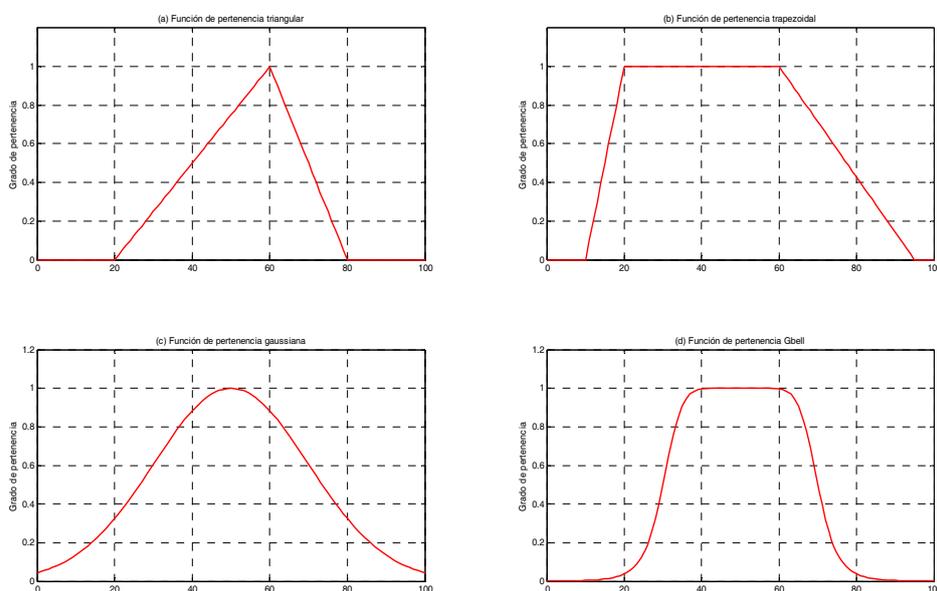
*Función Gaussiana* – tal como la función de densidad de probabilidad normal, está completamente definida por los parámetros  $m$  y  $\sigma$  :

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \quad (3.4)$$

*Función G-bell* – es una generalización de la función de Cauchy utilizada en teoría de la probabilidad [16], está completamente definida por los parámetros  $m$ ,  $a$  y  $b$  :

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-m}{a}\right|^{2b}} \quad (3.5)$$

En la figura 3.2 se presenta el gráfico de las 4 funciones de pertenencia descritas anteriormente.



**Figura 3.2. Ejemplos de funciones de pertenencia: a) función triangular, b) función trapezoidal, c) función gaussiana, d) función G-bell.**

La determinación de la función de pertenencia de un conjunto fuzzy puede realizarse mediante cualquiera de los siguientes procedimientos detallados en la literatura (ejemplos de estos procedimientos pueden encontrarse en [38]):

- Intuición
- Inferencia
- Ordenamiento
- Conjuntos fuzzy angulares
- Redes neuronales
- Algoritmos genéticos
- Razonamiento inductivo
- Partición flexible (soft partitioning)
- Estadística fuzzy

Al igual que en la teoría clásica de conjuntos, los conjuntos *fuzzy* presentan propiedades análogas en lo referente a las operaciones entre conjuntos, sin embargo, una de las mayores diferencias radica en que la lógica multivalor de los conjuntos *fuzzy* requiere que las operaciones clásicas entre conjuntos (unión, intersección, complemento y contención) sean desarrolladas de manera diferente. Todas las operaciones entre conjuntos fuzzy se realizan considerando las funciones de pertenencia que definen dichos conjuntos.

En la teoría de los conjuntos fuzzy, se define las *normas triangulares* como una operación que juega un papel fundamental para las operaciones de unión e

intersección; existen dos tipos de *normas triangulares* o *t-normas* y las *co-normas triangulares* denominadas *s-normas*.

Una *t-norma*, también conocida como *norma triangular*, es una operación binaria  $t: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  que satisface las siguientes propiedades [36]:

- Conmutativa:  $x \ t \ y = y \ t \ x$
- Asociativa:  $x \ t \ (y \ t \ z) = (x \ t \ y) \ t \ z$
- Monotónica: Si  $x \leq y$  y  $w \leq z$  entonces  $x \ t \ w \leq y \ t \ z$
- Condiciones de contorno:  $0 \ t \ x = 0$ ;  $1 \ t \ x = 1$

Una *s-norma*, también conocida como *co-norma triangular*, es una operación binaria  $s: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  que satisface las siguientes propiedades [36]:

- Conmutativa:  $x \ s \ y = y \ s \ x$
- Asociativa:  $x \ s \ (y \ s \ z) = (x \ s \ y) \ s \ z$
- Monotónica: Si  $x \leq y$  y  $w \leq z$  entonces  $x \ s \ w \leq y \ s \ z$
- Condiciones de contorno:  $x \ s \ 0 = x$ ;  $x \ s \ 1 = 1$

Las propiedades antes descritas permiten deducir que las *t-normas* son análogas al operador lógico  $\wedge$  y por consiguiente al operador intersección ( $\cap$ ) y las *s-normas* son análogas al operador lógico  $\vee$  y por consiguiente al

operador unión ( $\cup$ ). Pedricz y Gomide [36] establecen que el operador  $\min(\bullet)$  es una *t-norma* y el operador  $\max(\bullet)$  es una *s-norma*.

Por lo anteriormente indicado, se puede afirmar que las t-normas y s-normas pueden ser utilizadas para formular un *sistema de reglas fuzzy* a partir de los conjuntos y sus variables asociadas, de forma análoga a los sistemas de reglas *si-entonces* utilizados en la lógica binaria.

Los sistemas basados en reglas fuzzy pueden ser utilizados para obtener conclusiones a partir de los antecedentes descritos como conjuntos fuzzy, aplicando mecanismos de inferencia desarrollados para tal efecto.

Un *sistema basado en reglas fuzzy* está compuesto por una serie de reglas del tipo “**Si** X es A **entonces** Y es B”, de forma análoga al razonamiento en lógica clásica. La base de reglas está constituida por  $L$  reglas del tipo:

$$R^l : \left( \mathbf{SI} \ x_1 \text{ es } F_1^l \ \mathbf{Y} \ x_2 \text{ es } F_2^l \ \mathbf{Y} \ \dots \ x_n \text{ es } F_n^l \right) \mathbf{ENTONCES} \left( y \text{ es } g^l \right) \quad (3.6)$$

Donde:

$R^l$  -  $l$ -ésima regla fuzzy del sistema de reglas

$x_i$  - valor de la  $i$ -ésima variable considerada

$F_i^l$  - función de pertenencia de la  $i$ -ésima variable  $x_i$  y la  $l$ -ésima regla

$y^l$  - variable de salida del sistema de inferencia para la  $l$ -ésima regla

$g^l$  - función de salida que representa la  $l$ -ésima variable de salida del sistema de inferencia.

El valor de  $y^l$  se obtiene por medio de mecanismos de defuzzificación, existiendo para ello varios métodos descritos ampliamente en la bibliografía [16, 35, 36, 37, 38].

Debido a su estructura, las reglas fuzzy pueden utilizarse para representar la forma de razonar de los humanos y que le permiten tomar decisiones en el mundo real, es decir, bajo escenarios de incertidumbre e imprecisión. Un ejemplo de una regla fuzzy es: “**Si** la presión es alta **entonces** el volumen es pequeño”, donde *presión* y *volumen* son variables lingüísticas, *alta* y *pequeño* son funciones de pertenencia que representan dichas variables.

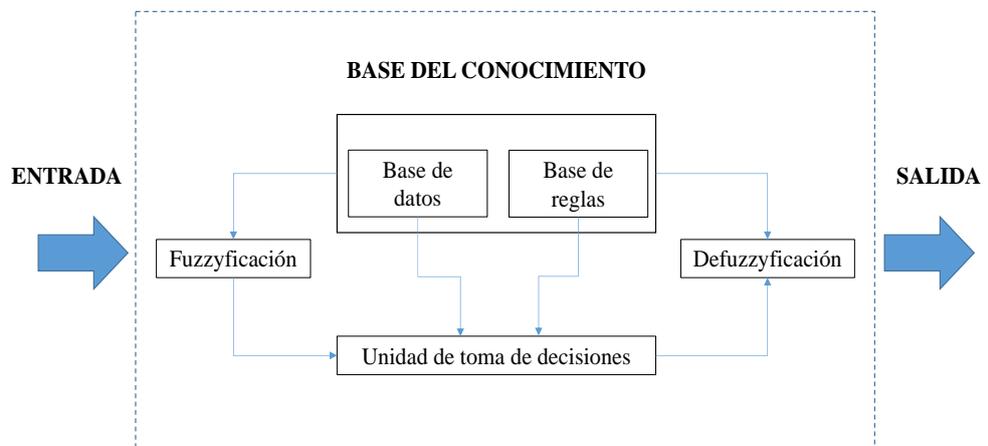
En la siguiente sección se presentarán una breve descripción de los Sistemas de Inferencia Fuzzy.

### 3.2. SISTEMAS DE INFERENCIA FUZZY.

Un sistema de inferencia Fuzzy (FIS) produce un mapeamiento entre un espacio de entrada y un espacio de salida utilizando mecanismos de lógica fuzzy. Un sistema de inferencia fuzzy está compuesto por 5 bloques fundamentales:

- **Interfaz de fuzzyficación** – convierte las variables reales en conjuntos fuzzy
- **Base de reglas** – contiene las reglas fuzzy empleadas en el sistema
- **Base de datos** – define las funciones de pertenencia de los conjuntos fuzzy usados en el razonamiento
- **Toma de decisiones** – realiza las operaciones de inferencia
- **Interfaz de defuzzyficación** – transforma los resultados de la inferencia en valores reales

En la figura 3.3 se presenta un esquema con la estructura de un sistema de inferencia fuzzy.



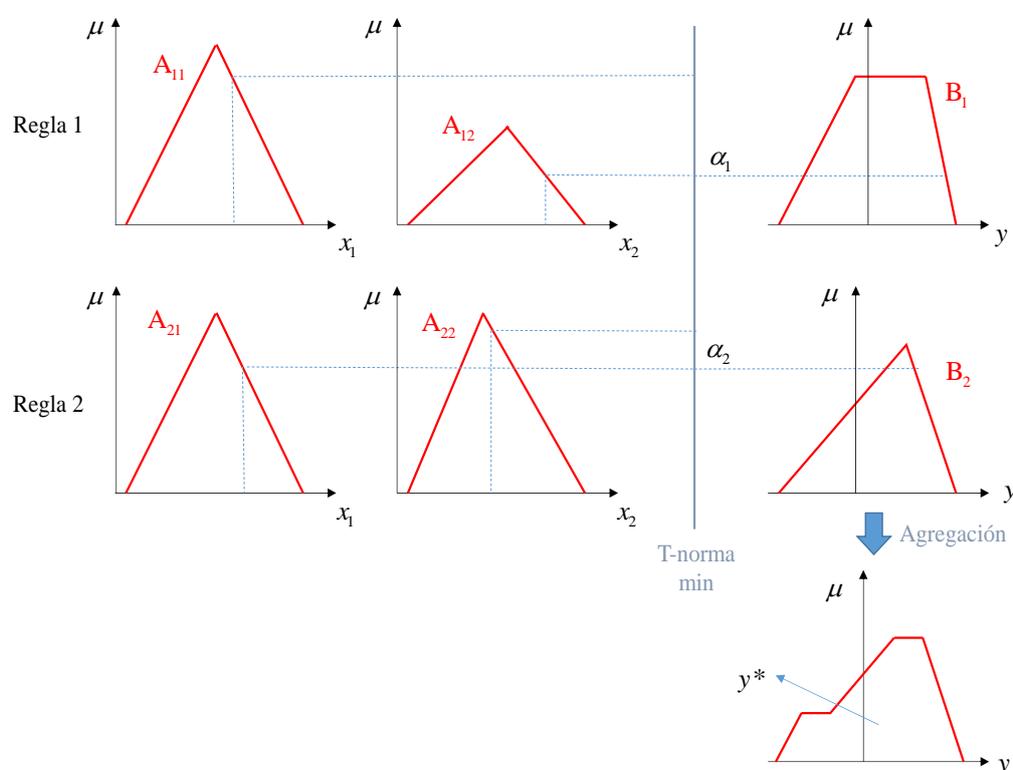
**Figura 3.3. Estructura general de un sistema de inferencia fuzzy [14].**

El proceso para el razonamiento fuzzy puede resumirse en los siguientes pasos [14]:

1. Comparar el valor de la variable con su función de pertenencia en la parte de las premisas para obtener los grados de pertenencia para cada función.
2. Combinar mediante la aplicación de una *t-norma* los valores de las premisas de la regla con la finalidad de encontrar el valor del *grado de activación* (ponderación o peso) de la regla.
3. Generar el valor del consecuente para cada regla considerando el *grado de activación* calculado.
4. Realizar la agregación de los consecuentes de las reglas para determinar la salida del sistema de inferencia (en caso que la salida sea un conjunto fuzzy deberá realizarse el proceso de defuzzyficación).

En la figura 3.4 se muestra un mecanismo de inferencia con 2 reglas y salida fuzzy, donde se tienen las funciones de pertenencia  $A_{ij}$  para cada regla  $i$  y para cada variable  $j$ . En la regla 1, se tienen las dos funciones de pertenencia para cada variable, se determina el valor de pertenencia para cada valor de entrada de variable  $x_1$  y  $x_2$ , posteriormente se procede con el operador *t-norma*, en este caso el operador mínimo, para comparar los valores de pertenencia obtenidos para cada variable de entrada. Una vez realizada la *t-norma*, se obtiene el grado de activación de la regla, denotado por  $\alpha_i$ , el mismo que será llevado para encontrar el área en la función de pertenencia que representa la variable de salida  $y$  (dependiendo del mecanismo de inferencia el resultado de cada regla puede ser un área o un valor real); se procede igual para la segunda regla del sistema de inferencia.

Finalmente se realiza una operación de agregación de los consecuentes de ambas reglas para obtener el resultado de la inferencia, en el caso representado por la figura 3.4, como el área bajo una función de pertenencia agregada; para encontrar el resultado real de la inferencia se procede a la defuzzyficación del resultado, obteniéndose el valor  $y^*$  como el valor final de la inferencia realizada.

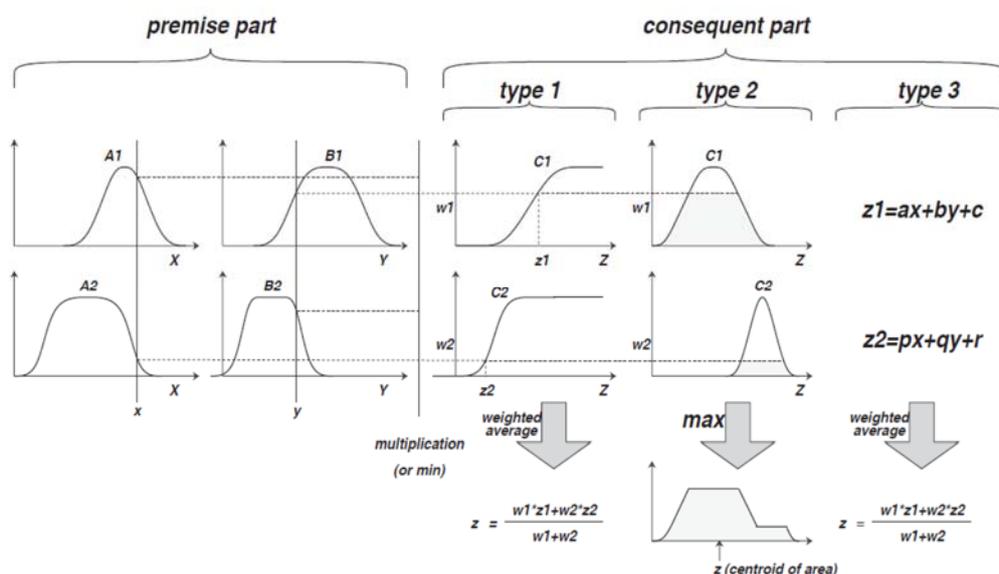


**Figura 3.4. Ejemplo de un mecanismo de inferencia fuzzy.**

Existen diferentes mecanismos de inferencia fuzzy; Jang [14] define tres tipos de mecanismos:

- Tipo 1:** La salida total del sistema de inferencia es igual a la media ponderada de la salida de cada regla (representada por un valor real) que ha sido determinada por el grado de activación (obtenido mediante la *t-norma* min) y la función de pertenencia de la variable de salida; para este esquema la función de pertenencia de salida debe ser un función monótona. Este mecanismo de inferencia se conoce con el nombre de TSUKAMOTO.
- Tipo 2:** La salida total del sistema de inferencia es derivada a partir de la aplicación del operador *max* a las salidas fuzzy de cada regla (obtenidas a partir del mínimo grado de activación y las funciones de pertenencia en cada regla), obteniéndose al final un área producto del operador *max*. Para encontrar el valor real del sistema de inferencia se utilizan varios esquemas como el centroide del área, bisector del área, media del máximo, criterio del máximo, entre otros [14]. El sistema de inferencia tipo Mamdani es del tipo 2.
- Tipo 3:** La salida de cada regla es la combinación lineal de las variables de entrada más un término constante [16], y la salida total es la media ponderada de la salida de cada regla. El sistema de inferencia Takagi-Sugeno corresponde al tipo 3.

En la figura 3.5 se presenta un esquema de los 3 tipos de inferencia fuzzy indicados anteriormente, utilizando solo dos funciones de pertenencia y dos reglas para ilustrar los resultados del sistema de inferencia.



**Figura 3.5. Resumen de los tres tipos de mecanismos de inferencia fuzzy (gráfico tomado de [14]).**

En la bibliografía consultada no se encontró evidencia sobre cuál de los sistemas de inferencia es mejor, por lo que se asume que su uso dependerá del problema y de la preferencia del investigador; sin embargo, se pudo apreciar que cuando se trabaja con *controladores fuzzy*, se prefiere el uso de sistemas de inferencia Tipo 2 (Mamdani).

Este trabajo se concentra en la utilización del mecanismo de inferencia Takagi-Sugeno [39].

Un conjunto de reglas fuzzy típica en el sistema de inferencia Takagi-Sugeno tendrá la siguiente forma (sistema con 2 reglas y 2 variables):

$$\begin{cases} R^1 : \text{SI } x \text{ es } A_1 \text{ Y } x \text{ es } B_1 \text{ ENTONCES } z_1 = f_1(x, y) \\ R^2 : \text{SI } x \text{ es } A_2 \text{ Y } x \text{ es } B_2 \text{ ENTONCES } z_2 = f_2(x, y) \end{cases} \quad (3.7)$$

La función  $f_i(x, y)$  es generalmente un polinomio de grado 1 del tipo  $f_i(x, y) = p_i x + q_i y + r_i$ , en este caso se dice que el sistema de inferencia es un *modelo fuzzy Sugeno de grado 1*, si  $f_i(x, y)$  es una constante, se dice que el sistema de inferencia es un *modelo fuzzy Sugeno de grado 0*.

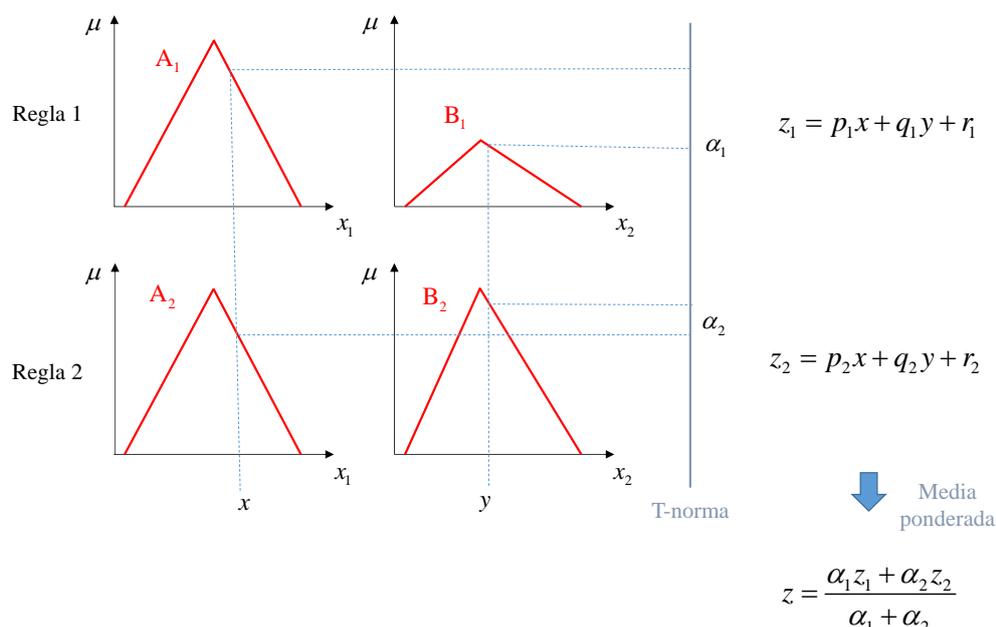
Los grados de activación  $\alpha_l$  ( $l = 1, 2$ ) de las reglas indicadas en la ecuación 3.7 se calculan mediante la aplicación de la *t-norma* " $\wedge$ ", esto es:

$$\begin{cases} \alpha_1 = A_1(x) \wedge B_1(y) \\ \alpha_2 = A_2(x) \wedge B_2(y) \end{cases} \quad (3.8)$$

La salida total del sistema de inferencia será la suma ponderada de las salidas de cada una de las reglas con respecto a los grados de activación de cada regla, esto es:

$$z = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (3.9)$$

En la figura 3.6 se presenta un esquema del modelo fuzzy Sugeno de grado 1.



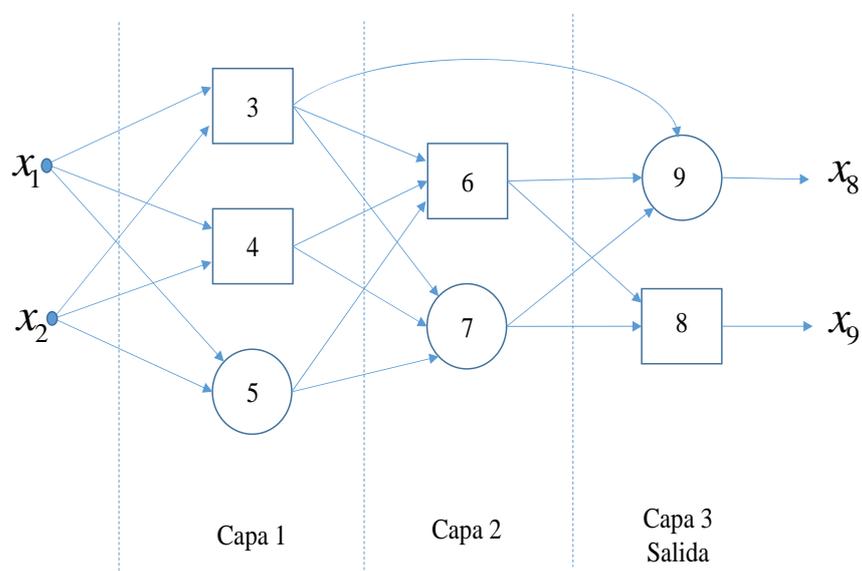
**Figura 3.6. Esquema del modelo fuzzy Sugeno de grado 1.**

El modelo fuzzy Sugeno puede representarse mediante una estructura de red adaptable con el fin de encontrar los valores óptimos para los parámetros involucrados en el sistema de inferencia. En la próxima sección se presenta una descripción de las redes adaptables y sus características.

### 3.3. REDES ADAPTABLES: ARQUITECTURA Y APRENDIZAJE.

Una red adaptable puede definirse como una estructura de nodos interconectados (con conexiones direccionales hacia adelante), en la cual cada uno de sus nodos tiene una función específica y contiene parámetros modificables que permiten variar esta salida. Las funciones de los nodos pueden ser diferentes y dependerán del sistema que se intenta modelar.

Al contrario de las redes neuronales artificiales, los arcos de las redes adaptables no tienen pesos asociados, solo indican la dirección de propagación de las señales de entrada y salida [16], sin embargo, una red neuronal puede ser representada como una red adaptable si se representa cada neurona como un nodo cuadrado y se considera que los pesos forman parte de los parámetros modificables del nodo. En la figura 3.7 se presenta la arquitectura de una red adaptable.



**Figura 3.7. Arquitectura general de una red adaptable (tomado de [16]).**

Por convención, se establece que en un nodo cuadrado se tienen parámetros modificables y en un nodo circular no se tienen parámetros configurables y solo se realizan funciones determinadas.

Los parámetros de una red adaptable corresponden a la unión de los parámetros de cada nodo; para encontrar el mapeamiento entrada-salida

deseado, dichos parámetros deben ser actualizados siguiendo algún criterio específico, esto puede realizarse al igual que en la redes neuronales mediante el algoritmo de aprendizaje supervisado (utilizando un conjunto de datos de entrenamiento y un aprendizaje basado en el método de gradiente descendiente) [14].

Supóngase que se tiene una red adaptable con  $L$  capas y que la  $k$ -ésima capa tiene  $\#(k)$  nodos. El  $i$ -ésimo nodo de la  $k$ -ésima capa estará representado por  $(k, i)$  y su función de nodo (salida del nodo) estará representada por  $O_i^k$ . La salida de un nodo depende de las señales de entrada y de los parámetros del nodo, por lo que se tiene:

$$O_i^k = f\left(O_1^{k-1}, \dots, O_{\#(k-1)}^{k-1}, a, b, c, \dots\right) \quad (3.10)$$

Donde  $a, b, c$ , corresponden a los parámetros configurables del nodo. Si se tiene un conjunto de datos de entrenamiento con  $P$  entradas, se puede definir la *función de error* para el  $p$ -ésimo dato de entrenamiento como la suma de los cuadrados de los errores entre los datos de entrenamiento y la salida de la última capa de la red:

$$E_p = \sum_{m=1}^{\#(L)} \left(T_{m,p} - O_{m,p}^L\right)^2 \quad (3.11)$$

Donde  $T_{m,p}$  es el  $m$ -ésimo componente del  $p$ -ésimo vector de datos de entrenamiento y  $O_{m,p}^L$  es la  $m$ -ésima componente del vector actual de salidas obtenida a partir del  $p$ -ésimo vector de entrada; de esta manera, el error total de la red será la suma de todos los errores  $E_p$ .

La tasa de error para el  $p$ -ésimo dato de entrenamiento respecto a cada salida de nodo  $i$  en el punto  $(L,i)$  puede ser calculada como la derivada de la ecuación 3.11.:

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^L} = -2(T_{i,p} - O_{i,p}^L) \quad (3.12)$$

Para los nodos internos  $(k,i)$ , la tasa de error puede ser derivada utilizando la *regla de la cadena*:

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{\#(k+1)} \frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^{k+1}} \frac{\partial O_{m,p}^{k+1}}{\partial O_{i,p}^k} \quad (3.13)$$

Donde  $1 \leq k \leq L-1$ ; la tasa de error de un nodo interno puede ser representada como una combinación lineal de las tasas de error de los nodos en la siguiente capa. Por tanto se puede utilizar la ecuación 3.13 para encontrar la tasa de error de cada nodo interno para cada  $1 \leq k \leq L$  y  $1 \leq i \leq \#(k)$ .

Si  $\alpha$  representa los parámetros de cada nodo, utilizando la regla de la cadena se puede encontrar la derivada del error con respecto a los parámetros de cada nodo:

$$\frac{\partial E_p}{\partial \alpha} = \sum_{O^* \in S} \frac{\partial E_p}{\partial O^*} \frac{\partial O^*}{\partial \alpha} \quad (3.14)$$

Donde  $S$  es el conjunto de nodos cuya salida depende de los parámetros  $\alpha$ .

La derivada del error total de la red con respecto a  $\alpha$  será:

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_{p=1}^p \frac{\partial E_p}{\partial \alpha} \quad (3.15)$$

Se puede entonces definir la ecuación para la actualización del parámetro  $\alpha$  como:

$$\Delta \alpha = -\eta \frac{\partial E}{\partial \alpha} \quad (3.16)$$

Donde  $\eta$  se conoce como la *tasa de aprendizaje* y puede ser expresada como:

$$\eta = \frac{k}{\sqrt{\sum_{\alpha} \left( \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right)^2}} \quad (3.17)$$

Donde  $k$  es conocido como el *paso*, es decir, la longitud de la transición del gradiente en el espacio de parámetros. El parámetro  $k$  es utilizado generalmente para variar la rapidez de la convergencia en un algoritmo de gradiente descendiente.

Según Jang [16], existen dos paradigmas de aprendizaje para las redes adaptables, el *batch learning* o *aprendizaje off-line* en el cual la actualización del parámetro  $\alpha$  se realiza solo cuando se han presentado todo el conjunto de entrenamiento (ecuación 3.15), es decir, luego de una iteración completa (conocida como *época* en la terminología de las redes neuronales), y el *aprendizaje por patrones* o *aprendizaje on-line*, en el cual el parámetro  $\alpha$  se actualiza inmediatamente después de presentado cada dato de entrenamiento (ecuación 3.16).

#### **APRENDIZAJE OFF-LINE**

Jang [16] define el método de aprendizaje *off-line* de la siguiente manera:

Asúmase una red adaptable con una sola salida representada por:

$$o = F(\vec{\mathbf{I}}, S) \quad (3.18)$$

Donde  $\mathbf{i}$  es el vector de variables de entrada,  $S$  es el conjunto de parámetros y  $F$  es la función total implementada por la red adaptable. Si existe una función  $H$  tal que la composición de funciones  $H \circ F$  es lineal en algunos elementos de  $S$ , entonces esos elementos pueden ser determinados mediante el uso del *método de mínimos cuadrados*. De una manera más formal, si el conjunto de parámetros  $S$  puede dividirse en dos conjuntos:

$$S = S_1 \oplus S_2 \quad (3.19)$$

Donde  $S_1$  es el conjunto de parámetros del antecedente y  $S_2$  es el conjunto de parámetros de consecuente. Si  $H \circ F$  es lineal en los elementos de  $S_2$ , entonces aplicando la función  $H$  a la ecuación 3.18 se tiene:

$$H(o) = H \circ F(\bar{\mathbf{I}}, S) \quad (3.20)$$

La función  $H(o)$  es lineal en  $S_2$ . Dados los valores de los elementos de  $S_1$ , se puede obtener la siguiente ecuación considerando los  $P$  datos de entrenamiento, obteniéndose la siguiente ecuación matricial:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B} \quad (3.21)$$

Donde  $\mathbf{X}$  es un vector de incógnitas cuyos elementos son los parámetros en  $S_2$ . Sea  $|S_2| = M$ , entonces la dimensión de  $\mathbf{A}$  es  $P \times M$ , la dimensión de  $\mathbf{X}$  es  $M \times 1$  y la dimensión de  $\mathbf{B}$  es  $P \times 1$ . Debido a que  $P$  (número de pares de entrenamiento) es generalmente mayor que  $M$  (número de parámetros lineales) entonces generalmente no existe una solución exacta para la ecuación 3.21. En este caso se puede utilizar el *estimador de mínimos cuadrados* (LSE) de  $\mathbf{X}$ , denotado por  $\mathbf{X}^*$ , el cual minimiza el error cuadrático  $\|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}\|^2$ .

La forma más utilizada para resolver el problema 3.21 mediante el uso del LSE es la siguiente:

$$\mathbf{X}^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (3.22)$$

Donde  $\mathbf{A}^T$  es la transpuesta de la matriz  $\mathbf{A}$  y  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$  es la pseudoinversa de la matriz  $\mathbf{A}$ , si  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  es no singular.

La ecuación 3.22 consume muchos recursos computacionales ya que se debe calcular la inversa de la matriz  $\mathbf{A}$ . Para tratar con esto se puede emplear un método secuencial para determinar el LSE, el cual es más eficiente desde el punto de vista computacional (especialmente con  $M$  pequeño) y fácilmente modificable para la versión *on-line*. Sea  $\mathbf{a}_i^T$  el  $i$ -ésimo vector fila de la matriz  $\mathbf{A}$  y sea  $b_i^T$  el  $i$ -ésimo elemento de  $\mathbf{B}$ , entonces  $\mathbf{X}$  puede ser calculado iterativamente de la siguiente forma [16]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_{i+1} &= \mathbf{X}_i + \mathbf{S}_{i+1} \mathbf{a}_{i+1} (b_{i+1}^T - \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{X}_i) \\ \mathbf{S}_{i+1} &= \mathbf{S}_i - \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{a}_{i+1} \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{S}_i}{1 + \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{S}_i \mathbf{a}_{i+1}}, i = 0, 1, \dots, P-1 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

Donde  $\mathbf{S}_i$  es la matriz de covarianzas y el estimador de mínimos cuadrados  $\mathbf{X}^*$  es igual a  $\mathbf{X}_P$ . Las condiciones iniciales para la aproximación de la ecuación 3.23 son  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$  y  $\mathbf{S}_0 = \gamma \mathbf{I}$ , siendo  $\gamma$  un número positivo grande y siendo  $\mathbf{I}$  la matriz identidad de dimensión  $M \times M$ .

Para realizar la actualización de los parámetros estimados mediante el LSE, se realiza la combinación del método de LSE con el método de gradiente. Cada

iteración o *época* del proceso de aprendizaje híbrido *off-line* está compuesto por un paso *forward* (hacia adelante) y un paso *backward* (hacia atrás).

En el paso *forward*, se proporcionan los datos de entrada y las señales se propagan hacia adelante para calcular la salida de cada nodo hasta que se obtienen las matrices **A** y **B** y los parámetros en  $S_2$  son determinados por las fórmulas secuenciales de mínimos cuadrados de la ecuación 3.23; una vez determinados los parámetros se calcula la medida del error.

En el paso *backward*, las tasa de error (ecuaciones 3.12 y 3.13) son propagadas desde las salidas hacia las entradas y entonces los parámetros en  $S_1$  son actualizados por la ecuación del método de gradiente (ecuación 3.16).

Para un valor fijo de parámetros en  $S_1$ , se garantiza que los valores de  $S_2$  encontrados son un punto de óptimo global en  $S_2$  debido al uso de la medición de error cuadrático. El algoritmo híbrido propuesto por Jang [14] no solo reduce la dimensión del espacio de búsqueda del método de gradiente sino que también reduce sustancialmente el tiempo de convergencia.

### **APRENDIZAJE ON-LINE**

Si se realiza la actualización de los parámetros en cada presentación de datos de entrenamiento, se tiene el aprendizaje *on-line*. Este tipo de aprendizaje se utiliza para la identificación on-line de parámetros en sistemas con

características cambiantes. Para actualizar el método de aprendizaje híbrido, la medida del error deberá estar basada en la ecuación 3.14.

Para las ecuaciones secuenciales de LSE que consideren las características variantes en el tiempo de los datos de entrada se necesita reducir el efecto de los datos antiguos cuando se presentan nuevos datos de entrada. Una manera simple de hacer esto es dando un peso alto a los datos recientes; esto se puede realizar adicionando un *factor de olvido*  $\lambda$  a las ecuaciones secuenciales originales 3.23:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_{i+1} &= \mathbf{X}_i + \mathbf{S}_{i+1} \mathbf{a}_{i+1} (b_{i+1}^T - \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{X}_i) \\ \mathbf{S}_{i+1} &= \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{S}_i - \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{a}_{i+1} \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{S}_i}{1 + \mathbf{a}_{i+1}^T \mathbf{S}_i \mathbf{a}_{i+1}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Donde  $\lambda \in [0,1]$ . En la siguiente sección se presentará la arquitectura de la red ANFIS y se explicará cómo se utiliza el método de aprendizaje híbrido para su entrenamiento.

### 3.4. ARQUITECTURA DEL MODELO ANFIS.<sup>1</sup>

El modelo ANFIS (**A**daptive-**N**etwork-**B**ased **F**uzzy **I**nference **S**ystem) fue desarrollado por Roger Jang [14] para representar sistemas de inferencia fuzzy mediante redes adaptables.

---

<sup>1</sup> Contenido completo tomado de [16], manteniendo notación.

Para simplificar el modelo, supóngase que se tiene un sistema de inferencia tipo Takagi-Sugeno con 2 variables de entrada ( $x$  e  $y$ ) y dos reglas fuzzy:

$$\begin{cases} R^1 : \text{SI } x \text{ es } A_1 \text{ Y } x \text{ es } B_1 \text{ ENTONCES } f_1 = p_1x + q_1y + r_1 \\ R^2 : \text{SI } x \text{ es } A_2 \text{ Y } x \text{ es } B_2 \text{ ENTONCES } f_2 = p_2x + q_2y + r_2 \end{cases} \quad (3.25)$$

Entonces, el modelo indicado por 3.25 puede ser representado como una red adaptable, definiéndose la arquitectura del modelo ANFIS como una red interconectada de 5 capas, la cual es presentada en la figura 3.8.

Las funciones de los nodos en cada capa son descritas a continuación [16]:

**Capa 1:** Las entradas en esta capa corresponden a las entradas  $x$  y  $y$ , y la salida del nodo es el grado de pertenencia para el cual la variable de entrada satisface el término lingüístico asociado a este nodo. Debido a que la función de pertenencia posee parámetros que serán actualizados por el proceso de aprendizaje, los nodos de la primera capa están representados como nodos cuadrados.

$$O_i^1 = \mu_{A_i}(x), \quad i = 1, 2. \quad (3.26)$$

**Capa 2:** Cada nodo calcula el grado de activación de la regla asociada a dicho nodo. Ambos nodos están representados con una  $\Pi$  en la figura 3.8-b, por el hecho de que estos nodos multiplican las señales de entrada. Los nodos de esta capa son conocidos como nodos de

reglas y no poseen parámetros asociados, por ello se representan por un círculo.

$$O_i^2 = \alpha_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y), \quad i = 1, 2. \quad (3.27)$$

**Capa 3:** Cada nodo en esta capa está representado por una N en la figura 3.8-b, para indicar la normalización de los grados de activación, no poseen parámetros asociados, por ello son representados por un círculo. La salida del nodo es el grado de activación normalizado (con respecto a la suma de los grados de activación) de la regla i.

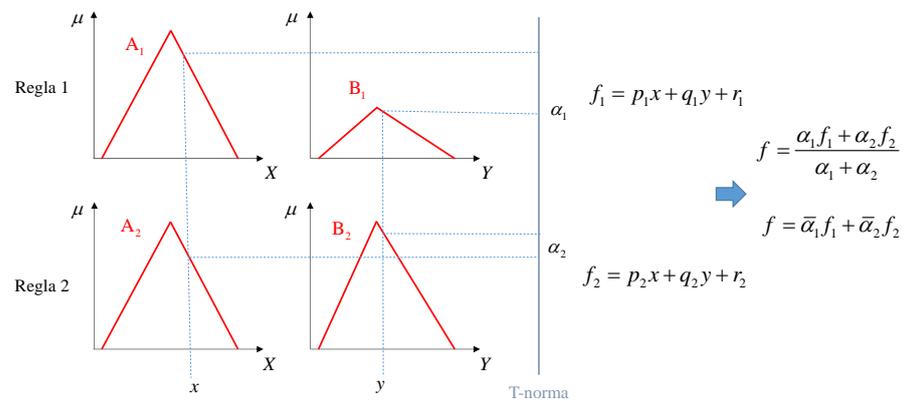
$$O_i^3 = \bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad i = 1, 2. \quad (3.28)$$

**Capa 4:** La salida de los nodos corresponde al producto entre el grado de activación normalizado por la salida individual de cada regla y al no poseer parámetros asociados, por ello son representados por un círculo.

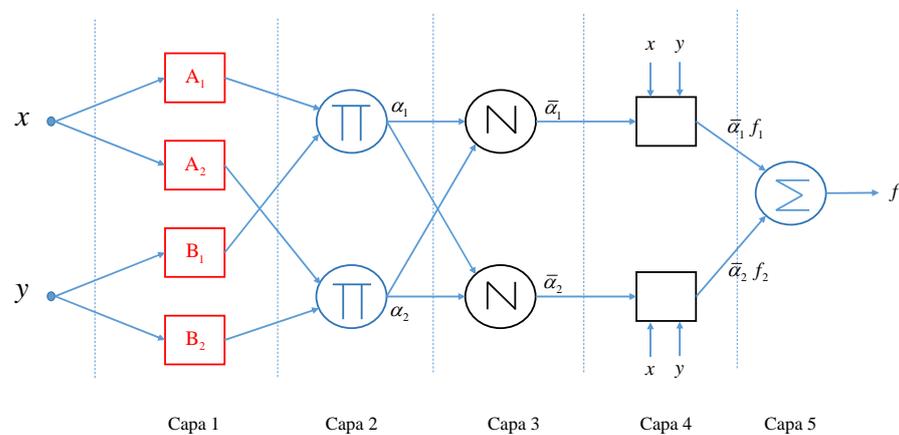
$$O_i^4 = \bar{\alpha}_i f_i = \bar{\alpha}_i (p_i x + q_i y + r_i), \quad i = 1, 2. \quad (3.29)$$

**Capa 5:** El único nodo de esta capa es representado por una  $\Sigma$  en la figura 3.8 para indicar la suma, calcula la salida total del sistema (agregación) como la suma de todas las entradas individuales de este nodo.

$$O^5 = f = \bar{\alpha}_1 f_1 + \bar{\alpha}_2 f_2 \quad (3.30)$$



a)



b)

**Figura 3.8. Arquitectura del modelo ANFIS: a) sistema de inferencia Takagi-Sugeno, b) red adaptable representando el sistema de inferencia (tomado de [16]).**

Cabe resaltarse que por simplicidad se ha presentado un modelo de red que considera solo 2 entradas, con una función de pertenencia por cada entrada. En la realidad, la arquitectura del modelo ANFIS está determinada por la cantidad de entradas  $\#(x_i)$ , la cantidad de funciones de pertenencia que representan a cada entrada  $numFP$ , y al tipo de función de pertenencia que

representa cada variable lingüística  $tFP$ . Por consiguiente, el esfuerzo computacional requerido para su entrenamiento dependerá del número de entradas, número de funciones de pertenencia y tipo de funciones de pertenencia (debido a que cada tipo de función tiene parámetros propios que deben ser ajustados).

### 3.5. ALGORITMO DE APRENDIZAJE DEL MODELO ANFIS.<sup>2</sup>

En esta sección se aplicará el mecanismo de aprendizaje híbrido descrito en la sección 3.3 al modelo ANFIS.

Para el modelo ANFIS se conoce que la salida total de la red puede ser expresada como una combinación lineal de los parámetros de su consecuente.

Detallando la salida de la red de dos entradas se tiene:

$$f = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} f_1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} f_2 = \bar{\alpha}_1 f_1 + \bar{\alpha}_2 f_2 \quad (3.31)$$

$$f = (\bar{\alpha}_1 x) p_1 + (\bar{\alpha}_1 y) q_1 + (\bar{\alpha}_1) r_1 + (\bar{\alpha}_2 x) p_2 + (\bar{\alpha}_2 y) q_2 + (\bar{\alpha}_2) r_2 \quad (3.32)$$

La combinación 3.32 es lineal en los parámetros del consecuente  $(p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2)$ . Si se define  $S$  como el conjunto total de parámetros,  $S_1$  el conjunto de parámetros del antecedente y  $S_2$  el conjunto de parámetros del

---

<sup>2</sup> Contenido tomado de [16]

consecuente, tal que  $S = S_1 \oplus S_2$ . Bajo esta premisa, se puede aplicar el algoritmo de aprendizaje híbrido descrito en la sección 3.3.

En el paso *forward*, las señales funcionales son propagadas hasta la capa 4 y los parámetros del consecuente son calculados aplicando la estimación por mínimos cuadrados (ecuaciones 3.23 y 3.24).

En el paso *backward*, las tasa de error son propagadas hacia atrás y los parámetros del antecedente son actualizados mediante la fórmula de actualización por gradiente descendiente (ecuación 3.16).

### **3.6. SELECCIÓN DE ENTRADAS AL MODELO.**

En [15], Jang propone una regla heurística para determinar las entradas potenciales al modelo ANFIS. Partiendo de la premisa de que el algoritmo de aprendizaje híbrido emplea el método de mínimos cuadrados para determinar los parámetros del consecuente del sistema de inferencia, Jang asegura que se obtienen resultados generalmente satisfactorios luego de la primera época de entrenamiento en comparación con algoritmos de aprendizaje que solo usan el método de gradiente.

Aprovechando esta característica, Jang indica que se pueden construir modelos ANFIS para varias combinaciones de variables de entrada, entrenarlas por una sola época y entonces seleccionar las mejores para realizar un entrenamiento completo. Se parte de la premisa de que “el modelo ANFIS con el menor error

medio cuadrático ECM después de una época de entrenamiento tiene un gran potencial de alcanzar menores ECM al ser entrenado por más épocas, esta afirmación no es absolutamente cierta pero es heurísticamente razonable” [15].

En este trabajo se seguirá la heurística propuesta por Jang y adicionalmente se implementará un algoritmo de búsqueda exhaustiva para realizar las diferentes combinaciones de tipos y cantidad de funciones de pertenencia para cada entrada.

### **3.7. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE MODELOS DE SOFT COMPUTING EN EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.**

En las secciones anteriores se presentó los fundamentos de los sistemas de inferencia fuzzy,

Los sistemas fuzzy forman parte de los llamados modelos de *Soft Computing*, término que podría traducirse como *Computación Flexible*, y que hace referencia a técnicas computacionales que permiten el manejo sencillo de problemas complejos, con alto grado de incertidumbre y en los cuales las técnicas tradicionales de solución requieren demasiado esfuerzo computacional.

Según Zadeh [40], la *soft computing* se diferencia de la computación clásica, a veces llamada *hard computing*, principalmente porque es tolerante ante la

imprecisión e incertidumbre, y sacrifica *exactitud* por mejor *eficiencia computacional*. Adicionalmente las técnicas de *soft computing* permiten la combinación entre ellas para mejorar los resultados finales.

Esta característica ha permitido que los modelos de *soft computing* sean cada vez más utilizados en la solución de problemas complejos, entre ellos el problema de la identificación de sistemas y el pronóstico de procesos naturales.

Aunque no existe una clasificación formal sobre las técnicas involucradas en el concepto de *soft computing*, muchos autores incluyen las siguientes:

- Redes neuronales artificiales – RNA
- Sistemas fuzzy – FS
- Computación bio-inspirada:
  - Algoritmos evolutivos – EA
  - Sistemas inmunes artificiales – AIS
  - Optimización por colonia de hormigas – ACO
  - Swarm intelligence
- Redes bayesianas
- Particle swarm optimization – PSO
- Machine Learning – ML
- Support Vector Machines – SVM

En el problema del pronóstico de caudales, los modelos de *soft computing* son ampliamente utilizados debido a que permiten manejar de mejor manera la incertidumbre asociada a los caudales futuros, especialmente ante eventos extremos que no podrían ser anticipados por las técnicas tradicionales basadas en series de tiempo estocásticas.

Una de sus ventajas radica en el poder de combinar diferentes técnicas, por ejemplo, en el proceso de pronóstico de caudales aplicando sistemas fuzzy se puede utilizar algoritmos genéticos para determinar los parámetros óptimos de las funciones de pertenencia que representen las variables de entrada y se puede utilizar los mecanismos de aprendizaje de las redes neuronales artificiales para optimizar los parámetros del sistema de inferencia.

Las técnicas de soft computing que forman *ensembles*, combinando lógica fuzzy, redes neuronales, algoritmos genéticos y sistemas expertos, constituyen los métodos más eficientes para la solución de una amplia gama de problemas. Uno de estos *ensembles* corresponde a los sistemas Neuro-Fuzzy, que combinan las técnicas de redes neuronales artificiales y las técnicas de inferencia fuzzy. Según Zúñiga y Jordán [19] “la lógica fuzzy proporciona un mecanismo de inferencia sobre la incertidumbre y las redes neuronales ofrecen grandes ventajas computacionales, tales como el aprendizaje, adaptación, tolerancia a fallas, el paralelismo y la generalización.

Las redes neuronales son usadas para representar los sistemas de inferencia fuzzy, los que a su vez son empleados como sistemas de toma de decisiones. A pesar de que la lógica fuzzy puede codificar el conocimiento a través de etiquetas lingüísticas, usualmente toma mucho tiempo definir y ajustar las funciones de pertenencia.

El proceso de ajuste de los parámetros de las funciones de pertenencia puede ser automatizado mediante el uso de los algoritmos de aprendizaje de las redes neuronales artificiales, esto permite “reducir sustancialmente el tiempo y costo de desarrollo al mejorar el desempeño del modelo” [19]. Teóricamente las redes neuronales y los sistemas fuzzy son equivalentes, pero en la práctica cada uno tiene sus propias ventajas y desventajas.

En las redes neuronales, el conocimiento se adquiere automáticamente por el algoritmo de backpropagation, pero el proceso de aprendizaje es relativamente lento (gran cantidad de épocas de entrenamiento) y el análisis de la red entrenada es difícil (modelo de caja negra). No es posible extraer el conocimiento estructural (reglas) de la red neuronal ni puede éste integrarse a la información especial sobre el problema con el fin de simplificar el procedimiento de aprendizaje.

Los sistemas fuzzy son más favorables porque su comportamiento puede ser explicado con base en reglas fuzzy y, de esta forma, su desempeño puede ser ajustado modificando estas reglas. Sin embargo, la adquisición del

conocimiento es difícil, y, además, el universo de discurso de cada variable necesita ser dividido en intervalos, por lo que las aplicaciones de los sistemas fuzzy se restringen a problemas en los cuales el conocimiento está disponible en un número de variables de entrada pequeño. Para superar el problema de la adquisición del conocimiento, las redes neuronales son extendidas para extraer automáticamente la reglas fuzzy de los datos numéricos [19].

A pesar que las técnicas más utilizadas en pronóstico de caudales han sido combinaciones de sistemas fuzzy, redes neuronales y algoritmos genéticos, recientemente se ha presentado un trabajo en que se propuso la aplicación de otras técnicas como *transformada wavelet*, *particle swarm optimization* y *support vector machines*; según los autores, obtuvieron resultados importantes cuando aplicaron esta metodología en el pronóstico de caudales en un embalse de China [41].

Es amplia la bibliografía donde se demuestra que los modelos de *soft computing* presentan ventajas sobre los modelos de series de tiempo tradicionales, por lo que este tipo de métodos debería ser considerado como un modelo alternativo para el pronóstico de caudales en el Ecuador, especialmente cuando se planea ampliar la capacidad instalada de energía hidroeléctrica al 90% en los próximos 5 años.

Pese a todas las ventajas manifestadas anteriormente, cuando exista un modelo matemático que resuelve eficientemente un problema determinado no

es recomendable la aplicación de técnicas de *soft computing*, pues los modelos matemáticos tradicionales siempre serán más precisos, a no ser que se requiera reducir el costo computacional utilizado para obtener esta solución.

## **CAPÍTULO 4**

### **4. APLICACIÓN DEL MODELO ANFIS EN EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.**

#### **4.1. DESCRIPCIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO.**

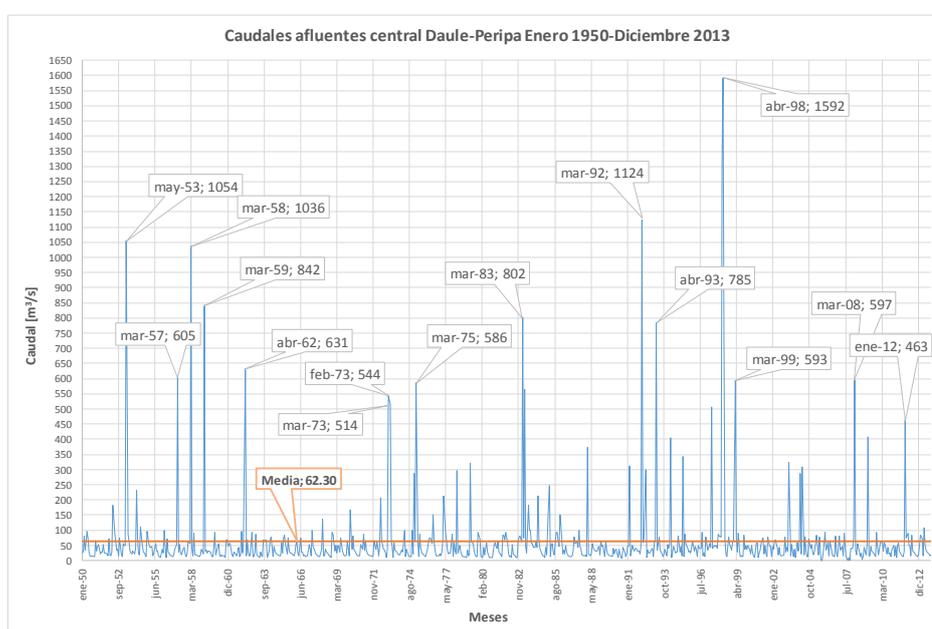
En este capítulo se presenta el ajuste de un modelo ANFIS para realizar el pronóstico de caudales afluentes a las centrales Paute-Molino y Daule-Peripa, y su comparación con el modelo de series de tiempo Periódico Autoregresivo de Medias Móviles PARMA presentado en el capítulo 2.

Las redes ANFIS fueron programadas en el software MATLAB® R2014a, utilizando las funciones contenidas en la Fuzzy Logic Toolbox™.

Para realizar las simulaciones se ha utilizado la información de caudales contenida como parte de Plan de Operación del Sistema Nacional Interconectado Julio 2014 – junio 2015 [34],

#### 4.1.1. SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL DAULE-PERIPA.

El histórico de los caudales medios mensuales de afluencias al embalse Daule Peripa abarca un total de 64 años (período de 1950 a 2013) según [34]. La serie de caudales afluentes se presenta en la figura 4.1. En la tabla 4.1 se presentan la media y desviación estándar.



**Figura 4.1. Serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).**

Los valores más altos de afluencias (período húmedo) se concentran entre los meses de enero y mayo, lo que coincide con la etapa lluviosa en el litoral ecuatoriano; la serie de caudales presenta una alta desviación estándar. Esta desviación tan grande podría explicarse por la alta variabilidad que se nota en la serie de caudales con altos picos (3

valores altos sobrepasan los 1000 m<sup>3</sup>/seg y 1 valor alto sobrepasa los 1500 m<sup>3</sup>/seg) y valores muy bajos (existen valores de 0.6 m<sup>3</sup>/seg), lo que aumenta la dispersión en los datos con respecto a la media histórica que es de 62.3 m<sup>3</sup>/seg.

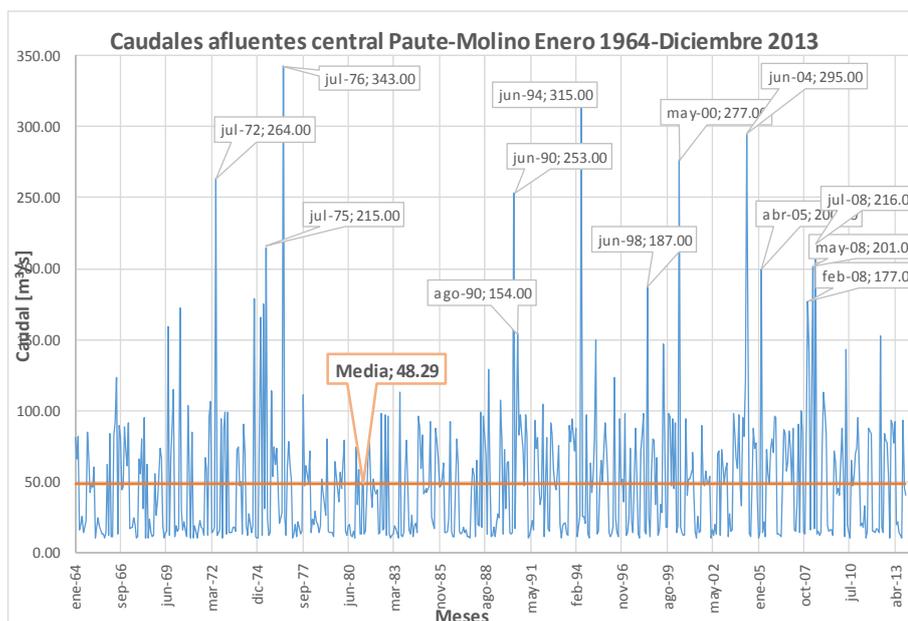
**Tabla 4.1. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Daule-Peripa periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).**

Parámetro	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
$\mu_m$	156.14	398.72	514.26	454.90	245.06	114.38
$\sigma_m$	169.58	182.89	263.90	249.16	193.19	129.30
Parámetro	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
$\mu_m$	58.26	35.73	27.57	25.41	24.79	52.83
$\sigma_m$	70.60	64.40	57.67	61.65	73.91	140.87

#### 4.1.2. SERIE DE CAUDALES DE LA CENTRAL PAUTE-MOLINO.

El histórico de los caudales medios mensuales de afluencias al embalse Daule Peripa abarca un total de 50 años (período de 1964 a 2013) según el registro mantenido por el Centro Nacional de Control de Energía CENACE en su Plan de Operación del Sistema Nacional Interconectado Julio 2014 – Junio 2015 [34].

La serie de caudales afluentes se presenta en la figura 4.2. En la tabla 4.2 se presentan la media y desviación estándar de la serie de caudales.



**Figura 4.2. Serie de caudales afluentes a la central Paute-Molino periodo 1950-2013 (fuente CENACE [34]).**

**Tabla 4.2. Media y desviación estándar de la serie de caudales afluentes a la central Paute-Molino periodo 1964-2013 (fuente CENACE [34]).**

Parámetro	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
$\mu_m$	67.31	87.24	103.51	144.77	157.16	184.78
$\sigma_m$	27.65	38.18	39.20	51.15	53.91	67.47
Parámetro	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
$\mu_m$	188.99	138.08	110.35	92.36	77.70	70.27
$\sigma_m$	54.11	43.25	37.94	32.47	30.47	27.12

Los valores más altos de afluencias (período húmedo) se concentran entre los meses de enero y mayo, lo que coincide con la etapa lluviosa

en el litoral ecuatoriano, lo que se puede apreciar en los valores de la media (tabla 4.2.).

Comparando los datos de las tablas 4.1 y 4.2 se puede apreciar que existe una complementariedad hidrológica entre los embalses Daule-Peripa y Paute-Molino.

#### **4.2. IDENTIFICACIÓN DE LA ARQUITECTURA ANFIS PARA LOS CASOS DE ESTUDIO.**

Con el fin de identificar la mejor arquitectura del modelo ANFIS para la serie de caudales mensuales de los embalses bajo estudio se tomaron las siguientes consideraciones:

- Se construyó un modelo ANFIS para cada mes del año, esto para considerar la estacionalidad de la serie de caudales; y
- En el capítulo 3 se determinó que, estadísticamente, el orden de autoregresión de la serie de caudales es 1 (el caudal futuro solo depende del caudal presente) en la mayoría de los meses; para conservar esta tendencia la arquitectura de la red adaptable solo consideró el mes anterior para realizar el pronóstico de caudales.

Para la fuzzyficación de las variables, se definió la cantidad de funciones de pertenencia  $n_{FP}$  necesarias para representar las variables lingüísticas; a su vez, esta cantidad de funciones determinó el número de parámetros no lineales

que deberán ser calculados para la salida del modelo (parámetros  $p_i$ ,  $q_i$  y  $r_i$  en la figura 3.8-a).

Cada función de pertenencia presente en la entrada del modelo está relacionada con el número de parámetros a calculados en la capa 4 de la red de la figura 3.8-b, por tanto,  $nFP$  deberá variar desde 2 hasta  $nFPmax$  [19].

Según [43], “el número máximo de funciones de pertenencia para una entrada será igual a  $ntrain/6$ , donde  $ntrain$  corresponde al número de patrones que contiene el conjunto de entrenamiento”. Por lo tanto, se establece  $nFPmax = (50-10)/6$  en 6 funciones de pertenencia para la entrada del modelo ANFIS ajustado a la central Paute y un  $nFPmax = (64-10)/6$  de 9 funciones de pertenencia para la central Daule-Peripa.

Los tipos de funciones de pertenencia  $tFP$  considerados corresponderán a los 8 modelos incluidos en el Fuzzy Logic Toolbox™: triangular (*trimf*), trapezoidal (*trapmf*), campana (*gbellmf*), gaussiana (*gaussmf*), gaussiana tipo 2 (*gauss2mf*), pi (*pimf*), diferencia de sigmoides (*dsigmf*) y producto de sigmoides (*psigmf*). Más informaciones sobre las funciones de pertenencia pueden ser encontradas en [36] y [42].

De acuerdo a la metodología heurística para identificación de modelos ANFIS propuesta por Jang en [15] y aplicada en [17] y [19], se realizaron 6 x 8 simulaciones, lo que determinó 48 posibles modelos ANFIS para cada mes de

la serie de caudales de la central Paute, y 9 x 8 simulaciones que determinan 72 posibles modelos para cada mes de la central Daule- Peripa.

Para determinar la mejor combinación de  $nFP \times tFP$  se utilizó como criterio de selección el mínimo Error Cuadrático Medio determinado en cada una de las simulaciones mensuales (entrenamientos de la red adaptable).

Para automatizar el proceso antes descrito, se elaboró un script en MATLAB® R2014a, y se utilizaron las funciones relacionadas con el modelo ANFIS provistas en la Fuzzy Logic Toolbox™. El algoritmo mostrado a continuación es solo un esquema del algoritmo real implementado y se presenta con fines ilustrativos.

El script tiene la siguiente estructura:

```

for mes = 1:12 %Número de meses considerados en modelo estacional
    for nfpert = 2:numFP %nFP para cada entrada
        for tipoFP = 1:8 %tFP para cada entrada
            % 1:'trimf', 2: 'trapmf', 3: 'gbellmf', 4: 'gaussmf',
            % 5: 'gauss2mf', 6: 'pimf', 7: 'dsigmf', 8: 'psigmf'

            for epocas = 1:300 %Épocas de entrenamiento
                %Realiza el entrenamiento de los modelos ANFIS
                ANFIS (historico, anios, nprev, nfpert, epocas,
                    tipoFP);
            end
        end
    end
end

```

```
        end
    end
end
```

Una vez realizadas las combinaciones  $nFP \times tFP$  se entrenó cada una de las redes por un número preliminar de épocas = 100 y finalmente se seleccionó los modelos mensuales que presentaron el menor error medio cuadrático, obteniéndose entonces la arquitectura final de los modelos ANFIS, que están representados completamente por el número de funciones de pertenencia por entrada, tipo de funciones de inferencia por entrada, y el número de épocas de entrenamiento que le tomó para encontrar el error mínimo.

Los modelos ANFIS con la arquitectura seleccionada fueron nuevamente entrenados con el número de épocas máximo establecido en 300.

Para la central Paute-Molino se consideró como conjunto de entrenamiento el período de 1964 a 2008 (45 pares de entrenamiento) y como conjunto de prueba se tomó el período de 2009 a 2013 (5 pares de prueba).

Para la central Daule-Peripa se consideró como conjunto de entrenamiento el período de 1950 a 2008 (59 pares de entrenamiento) y como conjunto de prueba se tomó el período de 2009 a 2013 (5 pares de prueba).

Los resultados del proceso de entrenamiento se presentan en las tablas 4.3 y 4.4; como puede apreciarse, el modelo ANFIS requiere un reducido número de épocas para alcanzar el mínimo error de entrenamiento, si se compara con los modelos de redes neuronales artificiales, que requieren más de 5000 épocas para el entrenamiento [19] (el número de épocas depende de la complejidad de la red neuronal).

Según se indica en las tablas 4.3 y 4.4, los caudales afluentes han sido representados dentro de la arquitectura de su red ANFIS por un número determinado de funciones de pertenencia y un tipo específico de función de pertenencia. Cada uno de estos modelos fue obtenido utilizando el método para selección de entradas propuesto por Jang y presentado en la sección 3.6, y dicha estructura fue empleada para el pronóstico de los caudales.

Existen diferencias importantes entre las características de las funciones de pertenencia para meses en una misma estación del año y que podría ser producto de la calidad del histórico de caudales; esta variación se acentúa cuando un mes determinado (mayo en la tabla 4.3) es representado por una función suavizada que presente alta sensibilidad a las variaciones en las variables lingüísticas y el mes siguiente (junio en la tabla 4.3) es representado por una función como la triangular que no presenta mucha sensibilidad respecto a las variaciones en la variable lingüística representada.

**Tabla 4.3. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Paute-Molino.**

Mes	<i>nFP</i>	<i>tFP</i>	Épocas
Enero	5	Gauss tipo 2	119
Febrero	2	Triangular	47
Marzo	4	Triangular	99
Abril	6	D-sigmoide	44
Mayo	5	Gauss tipo 2	4
Junio	5	Triangular	102
Julio	4	Gauss	201
Agosto	5	Gauss	191
Septiembre	4	Triangular	34
Octubre	4	Triangular	147
Noviembre	3	Gauss tipo 2	158
Diciembre	5	Gbellmf	106

**Tabla 4.4. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Daule-Peripa.**

Mes	<i>nFP</i>	<i>tFP</i>	Épocas
Enero	3	Triangular	69
Febrero	6	D-sigmoide	10
Marzo	6	Gauss	223
Abril	2	Triangular	221
Mayo	6	Gbell	3
Junio	7	Pi	223
Julio	7	Pi	258
Agosto	3	Triangular	117
Septiembre	8	Pi	173
Octubre	7	Pi	195
Noviembre	8	Pi	199
Diciembre	5	Pi	124

### 4.3. RESULTADOS Y COMPARACIÓN DE MODELOS.

Para el realizar la prueba de los modelos ANFIS se ha utilizado caudales correspondientes a un período de 5 años, entre enero 2009 a diciembre 2013.

El modelo ANFIS fue comparado con el modelo de previsión de series de tiempo estocásticas de tipo Periódico Autoregresivo de Medias Móviles PARMA y ambos comparados con los valores reales del período de prueba antes mencionado. En las tablas 4.5 y 4.6 se presenta la estructura de los modelos PARMA identificado para cada uno de los embalses en estudio, aplicando la metodología presentada en el capítulo 2.

**Tabla 4.5. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de Daule-Peripa.**

Mes	$(p_m, q_m)$	$\phi_{1,m}$	$\phi_{2,m}$	$\theta_{1,m}$	$\tau_m$
<b>Enero</b>	(1,0)	2.3801	-	-	1.0206
<b>Febrero</b>	(1,0)	0.4483	-	-	1.2910
<b>Marzo</b>	(1,0)	0.1416	-	-	1.1625
<b>Abril</b>	(1,0)	0.4428	-	-	1.1471
<b>Mayo</b>	(1,0)	0.1046	-	-	1.2217
<b>Junio</b>	(2,1)	0.2711	0.2813	-0.2959	1.2804
<b>Julio</b>	(1,0)	0.1283	-	-	1.9245
<b>Agosto</b>	(1,0)	0.2191	-	-	1.7678
<b>Septiembre</b>	(1,0)	0.1206	-	-	4.8795
<b>Octubre</b>	(1,0)	0.0162	-	-	7.0711
<b>Noviembre</b>	(1,0)	0.4907	-	-	1.0050
<b>Diciembre</b>	(1,0)	0.5625	-	-	1.3608

**Tabla 4.6. Parámetros estimados para el modelo PARMA para la serie de caudales de Paute-Molino.**

Mes	$(p_m, q_m)$	$\phi_{1,m}$	$\phi_{2,m}$	$\phi_{3,m}$	$\tau_m$
Enero	(1,0)	0.1296	-	-	1.2720
Febrero	(1,0)	0.433	-	-	1.2285
Marzo	(1,0)	0.5006	-	-	1.4261
Abril	(2,0)	0.2722	0.1689	-	1.1459
Mayo	(1,0)	0.3663	-	-	1.1923
Junio	(1,0)	0.1331	-	-	1.0228
Julio	(2,0)	0.2703	0.0277	-	1.0085
Agosto	(2,0)	0.1799	0.4322	0.2587	1.1244
Septiembre	(2,0)	0.1947	0.458	-	1.3965
Octubre	(1,0)	0.4618	-	-	1.2728
Noviembre	(1,0)	0.2462	-	-	1.0896
Diciembre	(1,0)	0.4478	-	-	1.2980

Para medir y comparar el desempeño de los modelos ANFIS y PARMA respecto a los valores reales de caudales, se consideraron 3 métricas de error comúnmente utilizadas en este tipo de estudios [17, 18, 19, 20]; estas métricas son la Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM), el Error Porcentual Medio (EPM) y el Error Absoluto Medio (EAM), definidos como:

$$\text{Raíz del error cuadrático medio - RECM} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (4.1)$$

$$\text{Error porcentual medio - EPM} = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \quad (4.2)$$

$$\text{Error absoluto medio - EAM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (4.3)$$

Donde  $y_i$  es el valor real del caudal  $i$ ,  $\hat{y}_i$  es el valor pronosticado para el mismo período  $i$ , y  $n$  es el número de años del pronóstico.

Para establecer la eficacia de los modelos, se pronosticaron los caudales para el período de 2009 a 2013 y fueron comparados con los valores de caudales reales registrados para dicho período usando las métricas descritas en las ecuaciones 4.1 a 4.3.

El modelo se ejecutó en un computador con procesador Intel® Core™ 2 Duo @ 3GHz, 4Gb RAM, utilizando el sistema operativo Microsoft Windows® 7 de 32 bits.

El tiempo de ejecución del modelo fue de 36 minutos y 37.94 segundos para la serie de caudales de la central Paute-Molino, y 1 hora, 20 minutos y 26.7 segundos para la serie de la central Daule-Peripa.

En las tablas 4.7 y 4.8 se presentan las métricas de error obtenidas del pronóstico de caudales comparándolos con los caudales reales registrados en el mismo período de tiempo.

Analizando las tablas 4.7 y 4.8, se puede apreciar que las métricas de error fueron menores para el pronóstico elaborado con el modelo ANFIS.

**Tabla 4.7. Métricas de error determinados para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años (2009 – 2013) de la central Paute-Molino.**

<b>Modelo</b>	<b><i>RECM</i></b>	<b><i>EAM</i> [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>EPM [%]</b>
<b>ANFIS</b>	27.07	25.27	27.59
<b>PARMA</b>	36.11	26.75	29.79

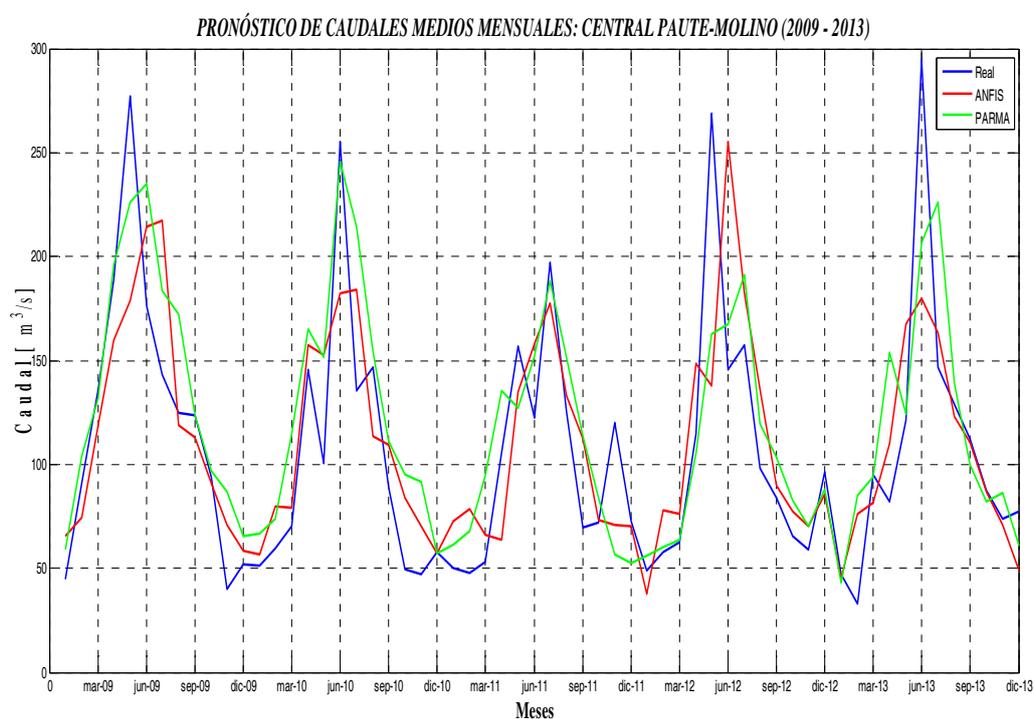
**Tabla 4.8. Métricas de error determinados para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años (2009 – 2013) de la central Daule-Peripa.**

<b>Modelo</b>	<b><i>RECM</i></b>	<b><i>EAM</i> [m<sup>3</sup>/s]</b>	<b>EPM [%]</b>
<b>ANFIS</b>	83.21	61.169	41.544
<b>PARMA</b>	150.52	88.575	60.227

Si bien es cierto el modelo ANFIS permitió obtener menor error de pronóstico en todas las métricas analizadas, los errores porcentuales medios obtenidos presentan un valor alto, especialmente en el caso del pronóstico de Daule-Peripa donde el error porcentual supera el 40%.

Estos valores de error altos podrían dar la impresión de que el modelo ANFIS presenta serias deficiencias en la aplicación de pronóstico de caudales, sin embargo, dichos errores también podrían ser producto de la calidad de la información proporcionada por el histórico de caudales o por el efecto de fenómenos atmosféricos que alteran la parsimonia de la serie y provocan

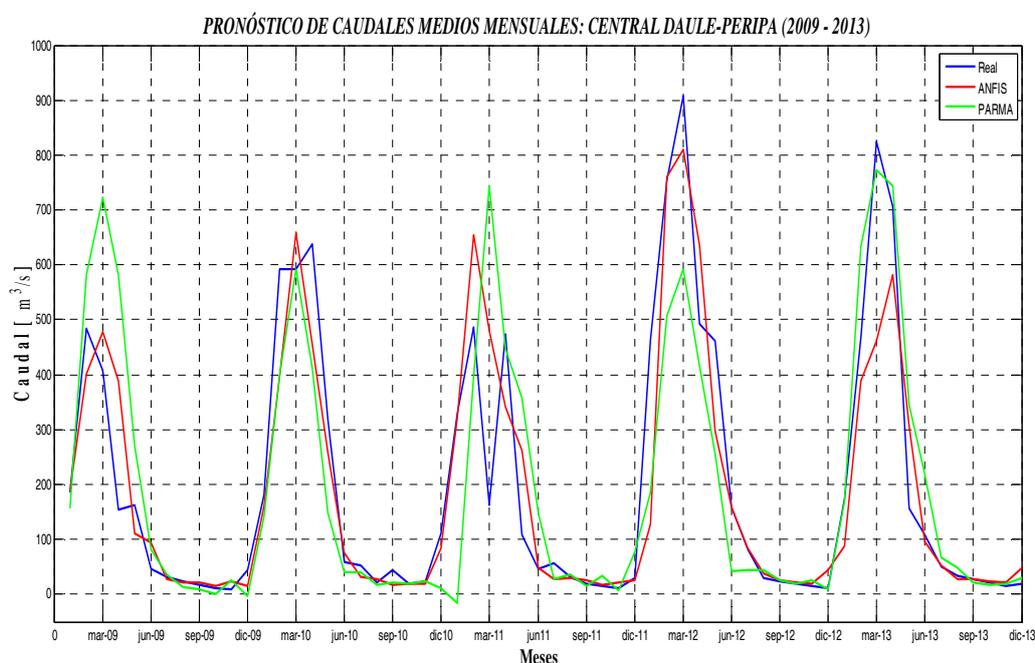
valores extremos que contribuyen al aumento de la varianza de los caudales. En el caso de los caudales de la central Daule-Peripa, cuya desviación estándar supera al valor medio en varios meses, este error de pronóstico podría explicarse por la presencia del fenómeno del niño, que podría introducir eventos extremos y por consiguiente aumenta la varianza provocando errores fuera de contexto como los indicados en la tabla 4.8.



**Figura 4.3. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años utilizando el modelo ANFIS, el modelo PARMA y caudales reales (línea azul) para el período 2009-2013, central Paute-Molino.**

En las figuras 4.3 y 4.4 se presentan gráficamente los resultados del pronóstico de caudales aplicando ambos modelos; en la serie de caudales de Daule-Peripa (figura 4.4), el modelo se anticipa con una buena aproximación a los valores

altos de caudal y existe una coincidencia en la forma de la curva de caudales para el período de prueba.



**Figura 4.4. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años utilizando el modelo ANFIS, el modelo PARMA y caudales reales para el período 2009-2013, central Daule-Peripa.**

Se podrían obtener mejores resultados si en el modelo ANFIS se incluye información relacionada a fenómenos climatológicos, como por ejemplo información sobre el fenómeno del niño que suele presentarse periódicamente y que influenciaría el pronóstico realizado. La adición de nuevas variables como temperatura, precipitación, evapotranspiración también contribuirían en un mejor pronóstico, ya que el modelo ANFIS podría utilizar esta información para “aprender” de mejor manera el comportamiento de los caudales en cada una de las centrales hidroeléctricas.

#### **4.4. CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE LA APLICACIÓN DE MODELOS NEURO-FUZZY PARA EL PRONÓSTICO DE CAUDALES.**

En países como Brasil, centros universitarios de alto prestigio como la Universidade de São Paulo y Universidade Estadual de Campinas [17, 24, 25, 26, 28] han producido varias tesis doctorales donde se analizan diferentes arquitecturas, incluyendo combinaciones de previsores (ensembles) para obtener mejores resultados. En el Ecuador estas técnicas no han tenido gran acogida en los investigadores, especialmente en lo relacionado al sector eléctrico; personal del Centro Nacional de Control de Energía CENACE elaboró un modelo para pronóstico de caudales basado en técnicas de soft computing [13], sin embargo, se mantienen los modelos de series de tiempo estocásticas para la planificación de la operación del sistema.

Los resultados obtenidos en la sección 4.3 presentan medidas de error de pronóstico demasiado grandes, y esto podría llevar a pensar que la aplicación del modelo ANFIS no es la más adecuada para el pronóstico de caudales. Sin embargo, la calidad de la información suministrada al modelo podría provocar que se obtengan errores muy altos como los presentados en la tabla 4.9.

Para comprobar o negar esta afirmación, se realizó un pronóstico con las mismas restricciones para la central hidroeléctrica FURNAS de Brasil, que es utilizada ampliamente para probar modelos de pronóstico desarrollados en dicho país. Los caudales de Furnas utilizados en esta última simulación corresponden a valores analizados y corregidos para evitar la presencia de

*outliers* que impidan a los modelos de pronóstico el tener un buen desempeño.

La arquitectura de las redes mensuales ANFIS se muestra en la tabla 4.9.

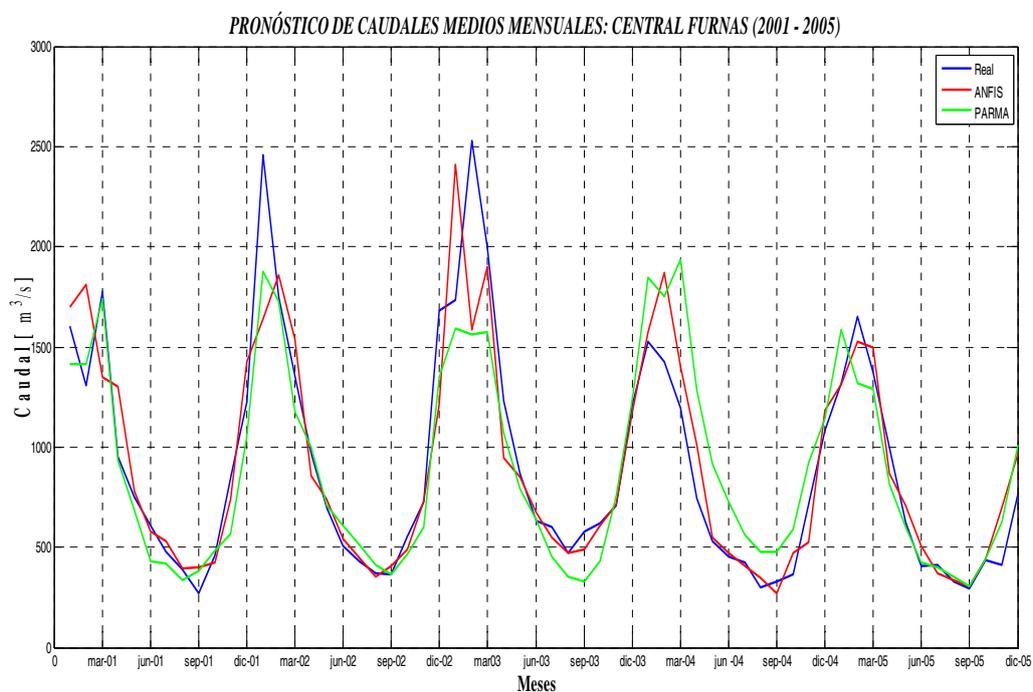
**Tabla 4.9. Arquitectura final de los modelos ANFIS mensuales para la serie de caudales de la central Furnas.**

Mes	<i>nFP</i>	<i>tFP</i>	Épocas
Enero	8	Gauss tipo 2	101
Febrero	3	P-sigmoide	25
Marzo	9	Gbell	182
Abril	3	P-sigmoide	85
Mayo	2	Gbell	15
Junio	7	P-sigmoide	224
Julio	10	Gbell	281
Agosto	2	P-sigmoide	134
Septiembre	2	Gauss	182
Octubre	2	Gauss	202
Noviembre	8	Gbell	199
Diciembre	8	Gauss	142

Como se puede apreciar, las series de caudales mensuales consecutivos presentan funciones de pertenencia con similares características, lo que supone que la información histórica de los caudales afluentes a Furnas posee datos de buena calidad. En la tabla 4.10 se presentan las medidas de error obtenidas para la simulación y en la figura 4.5 los caudales de Furnas; se puede notar el orden de magnitud de estos errores, especialmente comparando con el error porcentual medio de Furnas con el obtenido para Daule-Peripa, donde el modelo ANFIS permitió obtener un error porcentual tan bajo como el 14.52%

**Tabla 4.10. Métricas de error determinados para el pronóstico de caudales con horizonte de 5 años de la central Furnas.**

Modelo	<i>RECM</i>	<i>EAM</i> [m <sup>3</sup> /s]	<b>EPM</b> [%]
<b>ANFIS</b>	53.92	146.247	14.52
<b>PARMA</b>	251.70	173.117	21.1



**Figura 4.5. Comparación de caudales pronosticados con horizonte de 5 años para la central FURNAS.**

## **CAPÍTULO 5**

### **5. DESEMPEÑO DE LOS MODELOS DE PRONÓSTICO DE CAUDALES EN LA SIMULACIÓN DE LA OPERACIÓN DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTENCIA.**

#### **5.1. INTRODUCCIÓN.**

El objetivo de la planificación energética de la generación en sistemas eléctricos con alta participación de energía hidroeléctrica consiste en encontrar los niveles óptimos de generación tanto termoeléctrica como hidroeléctrica que aseguren el cumplimiento de los objetivos establecidos para el sistema, siendo el objetivo más común la minimización de los costos de producción de la energía. La entidad encargada de la operación del sistema debe decidir que unidades generadoras entran a funcionar en un determinado momento [47]. Al tratarse de un sistema hidrotérmico, el proceso de decisión se encuentra caracterizado por la incertidumbre asociada a la aleatoriedad de los caudales afluentes a los embalses.

La diferencia entra la operación de un sistema puramente térmico y un sistema hidrotérmico no solo radica en la capacidad instalada de generación hidroeléctrica sino también en factores operacionales y parámetros que determinan la operación de uno u otro.

Cuando se trata de un sistema puramente térmico, compuesto exclusivamente de unidades termoeléctricas o con baja participación de unidades hidroeléctricas, el costo de operación del sistema dependerá exclusivamente del costo del combustible. Las políticas óptimas de generación corresponderán a la combinación de unidades que permita la minimización del costo total del combustible necesario para satisfacer la demanda. La metodología normalmente usada para resolver el despacho en este tipo de sistema está basada en métodos de optimización determinísticos. Un sistema térmico tiene las siguientes características [46, 47]:

- Es desacoplado en el tiempo, una decisión de operación en una etapa determinada no afecta la operación en la etapa siguiente.
- Las unidades tiene un costo directo de operación, es decir, el costo de operación de una unidad no depende del costo de operación de otras unidades.

Los sistemas hidrotérmicos, donde la participación de la energía hidroeléctrica es alta, utilizan el agua como recurso para general energía, y siendo el agua un bien sin costo directo, su costo de generación es bajo comparado con el costo

de la generación termoeléctrica, por lo que la planificación de su operación priorizará la sustitución de la generación térmica cuyo costo es muy elevado. La oferta de energía hidroeléctrica está determinada por dos variables principales: la capacidad de almacenamiento del embalse y los caudales afluentes.

Siendo un fenómeno natural que no puede controlarse, la hidrología introduce una correlación temporal entre una decisión de operación en una etapa determinada y las decisiones que puedan tomarse en el futuro. Por ejemplo, si se toma la decisión de generar toda la energía almacenada en el embalse durante una etapa  $t$  y durante la siguiente etapa se produce una escasez de agua fluyendo hacia el embalse (etapa  $t+1$ ), se necesitará contratar energía térmica adicional para suplir el déficit de energía hidroeléctrica provocada por la decisión de vaciar el embalse en la etapa anterior y no poder recuperarlo. Por el contrario, si se toma la decisión de generar más energía termoeléctrica con el fin de ahorrar agua en el embalse, si en la etapa posterior se presentara abundancia de lluvias, se derramaría por el vertedero el exceso de energía y se desaprovecharía la energía almacenada. Los sistemas hidrotérmicos poseen las siguientes características ([46, 47]):

- Es acoplado en el tiempo, es decir, se debe medir las consecuencias futuras de una decisión tomada en el presente (problema dinámico). La decisión óptima debe ser un equilibrio entre el beneficio de usar el agua en el presente y el beneficio futuro de almacenarla, medidos en términos del ahorro esperado en los combustibles de las unidades térmicas.

- A esta característica se agrega el problema de la irregularidad de los caudales afluentes a los embalses, los mismos que varían estacional y regionalmente (problema estocástico).
- Es acoplado en el espacio, si hay unidades hidroeléctricas en cascada, la decisión de operación de una central afectará a otra central ubicada aguas abajo (problema interconectado).
- El valor de la energía generada por una central hidroeléctrica solamente puede determinarse en función del ahorro que se puede tener en los costos del combustible de las unidades térmicas o en función del déficit de energía evitado, y no directamente como resultado del estado operativo de la central.
- Los objetivos de economía y confiabilidad de servicio del sistema son totalmente contrarios en los sistemas hidrotérmicos, pues la máxima utilización de energía hidroeléctrica es la política más económica debido a que minimiza los costos de generación, sin embargo, esta política es la menos confiable pues resultaría en mayores riesgos de déficit en etapas futuras. Por otro lado, la política más confiable sería conservar los embalses en el nivel más elevado posible, aunque no es la más económica pues ocasionara el ingreso de más generación térmica y por consiguiente el aumento de los costos de generación. El equilibrio entre los costos de operación y confiabilidad está dado por un rubro llamado "costo de déficit", que es indispensable para la determinación de las políticas de operación óptimas para un sistema.

- Las características de producción de energía de las centrales hidroeléctricas son funciones no lineales, al igual que las funciones de costo de las centrales termoeléctricas (problema no lineal).
- Por último, los sistemas hidrotérmicos generalmente poseen una importante cantidad de centrales hidroeléctricas cuya operación deberá ser coordinada conjuntamente (problema de gran tamaño).

De lo escrito anteriormente, el problema de la operación de un sistema hidrotérmico puede ser catalogado como un problema *dinámico, interconectado, no lineal, estocástico, y de gran tamaño* [45, 48].

Las decisiones de generación en un sistema hidrotérmico se encuentran determinadas por el nivel de almacenamiento de los embalses y los caudales afluentes en una etapa determinada. Con este antecedente, será necesario implementar un modelo de optimización que permita anticipar eficientemente los caudales afluentes de tal forma que las decisiones sobre la generación (y por consiguiente sobre el vaciamiento del embalse) sea la adecuada considerando la confiabilidad de la operación del sistema.

Esto puede conseguirse por medio de dos enfoques, un enfoque *estocástico* donde la incertidumbre de los caudales es representada explícitamente dentro del modelo de optimización utilizando las probabilidades de transición entre estados de afluencias continuos [48, 49, 54], o mediante la aplicación de un enfoque *determinístico* donde la incertidumbre de los caudales no se representa

explícitamente dentro del modelo de optimización sino que es considerada como parte de un proceso independiente de pronóstico de caudales y luego este pronóstico es ingresado como información de entrada al modelo de optimización [46, 55, 60, 61].

En las siguientes secciones se presenta la formulación del problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico considerando los dos enfoques antes mencionados.

## **5.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE LA OPERACIÓN ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTENCIA.**

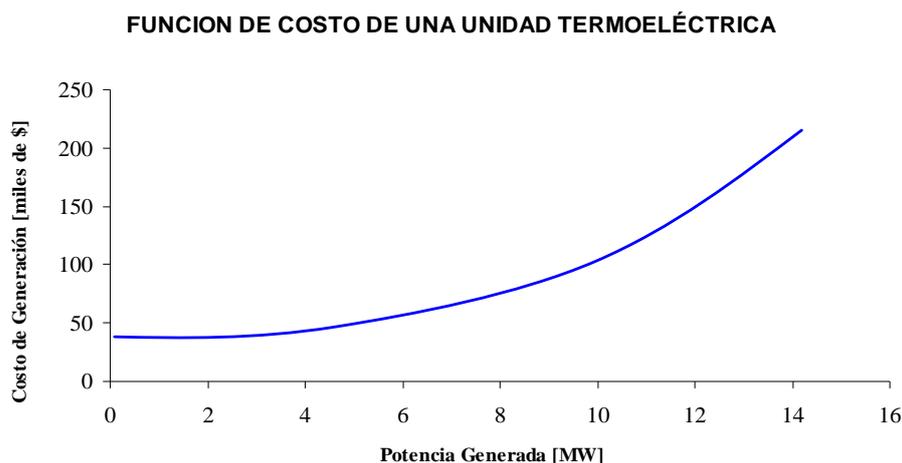
Como se mencionó en la sección anterior, el problema de la operación energética de sistemas hidrotérmicos de potencia corresponde a la determinación de las políticas óptimas de generación que contemplen un equilibrio entre confiabilidad operacional y economía en los costos de combustible. Para tal efecto, en esta sección se presentan los modelos matemáticos de los componentes y características tanto de centrales termoeléctricas como centrales hidroeléctricas que deben ser considerados en la formulación de este problema.

Para las centrales termoeléctricas se utiliza un modelo para las funciones de costo de generación, ya que constituyen los costos directos a ser minimizados en el proceso de optimización.

Uno de los modelos más utilizados actualmente para representar esta función es un polinomio de grado 2, de la siguiente forma:

$$f(Pg_i) = aPg_i^2 + bPg_i + c \quad (5.1)$$

La función antes descrita tiene la propiedad de que todos los coeficientes son positivos, y por consiguiente, esta es una función cóncava, estrictamente creciente, tal como se muestra en la figura 5.1. Las restricciones operativas de las centrales termoeléctricas consideradas en los modelos a utilizarse corresponden solo a los límites de generación y no se consideran restricciones de otro tipo (modelos más detallados de centrales termoeléctricas corresponden a otras instancias de estudios [46]), ya que en este tipo de problemas se da prioridad a las unidades termoeléctricas.



**Figura 5.1. Gráfico de la función de costo de un generador termoeléctrico.**

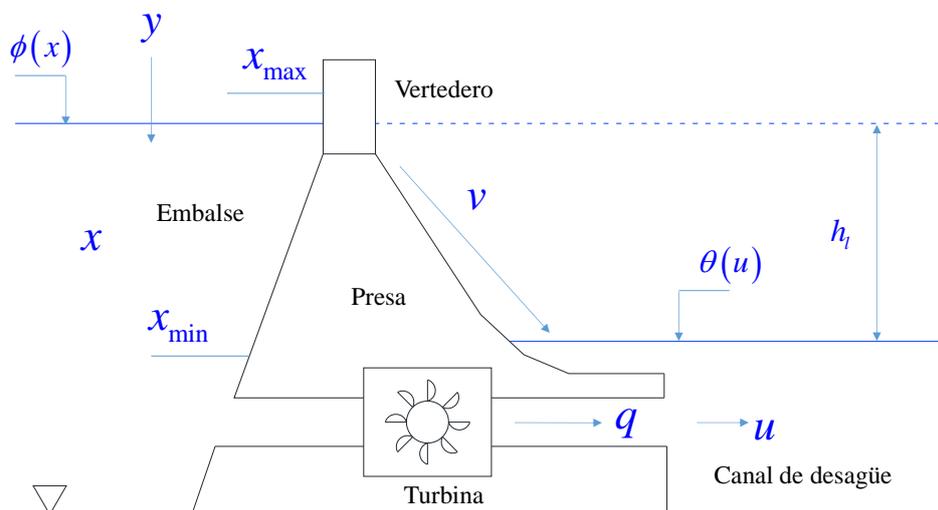
La principal característica de las centrales hidroeléctricas es el bajo costo de la generación de energía, ya que estas utilizan agua, que es un bien abundante en la naturaleza y de bajo costo. Hay que resaltar que el agua utilizada para generación de energía eléctrica es considerada como un bien, y por tanto tiene un costo asociado que dependerá del estado en que se encuentre la disponibilidad de dicho bien en el momento de su uso.

En estudios de planificación de la operación de sistemas hidrotérmicos, las decisiones son tomadas considerando la confiabilidad de la operación y suministro de las centrales hidroeléctricas, por tanto y como se comentará más adelante, el modelo de estas centrales debería ser lo más detallado posible.

En la figura 5.2 se presenta un esquema de una central hidroeléctrica. La presa es utilizada para mantener un nivel de altura líquida  $h_l$  determinada por la diferencia entre la cota del embalse  $\phi(x)$ , que es función del volumen almacenado, y la cota del canal de desagüe  $\theta(u)$ , que es función de la descarga total de la central menos las pérdidas en la tubería de presión.

El embalse tendrá un almacenamiento  $x$  (volumen) que dependerá principalmente del caudal de los afluentes al embalse  $y$ . El agua que se utiliza para generar energía eléctrica se conoce como caudal turbinable y se representa por la letra  $q$ , y el caudal que se vierte cuando hay exceso de agua se representa en el esquema por la letra  $v$ . La descarga total de agua de la

central será igual a la suma entre caudal vertido y el caudal turbinado, y se representa por el símbolo  $u$  .



**Figura 5.2. Esquema de una central hidroeléctrica con sus principales variables.**

La operación de una central hidroeléctrica dependerá principalmente del agua que ingrese al embalse, y por consiguiente, estará sujeta a la hidrología que presente la zona geográfica en la que se encuentra ubicada. El caudal afluente varía de acuerdo a la estación de año y no puede ser pronosticado con completa certeza ya que su abundancia dependerá principalmente del nivel de lluvias y de otras variables climatológicas presentes en la zona. Se define el estado de las afluencias como un “escenario hidrológico”, y estos pueden ser secos (escasez de lluvias) y húmedos (abundancia de lluvias).

El costo asociado a la generación hidroeléctrica tendrá como componentes los costos variables de producción y además un valor derivado del *costo de oportunidad* al desplazar generación térmica por hidroeléctrica.

Este *costo de oportunidad* asociado a los generadores hidroeléctricos se conoce con el nombre de *Valor Marginal del Agua* [51] y se expresa como la variación del costo total de generación con respecto al volumen almacenado en el embalse y al caudal afluente. Entonces, puede resumirse que la operación de una central hidroeléctrica y su valor del agua dependerán de dos variables: el nivel de almacenamiento del embalse en etapas futuras y los caudales de los afluentes al embalse.

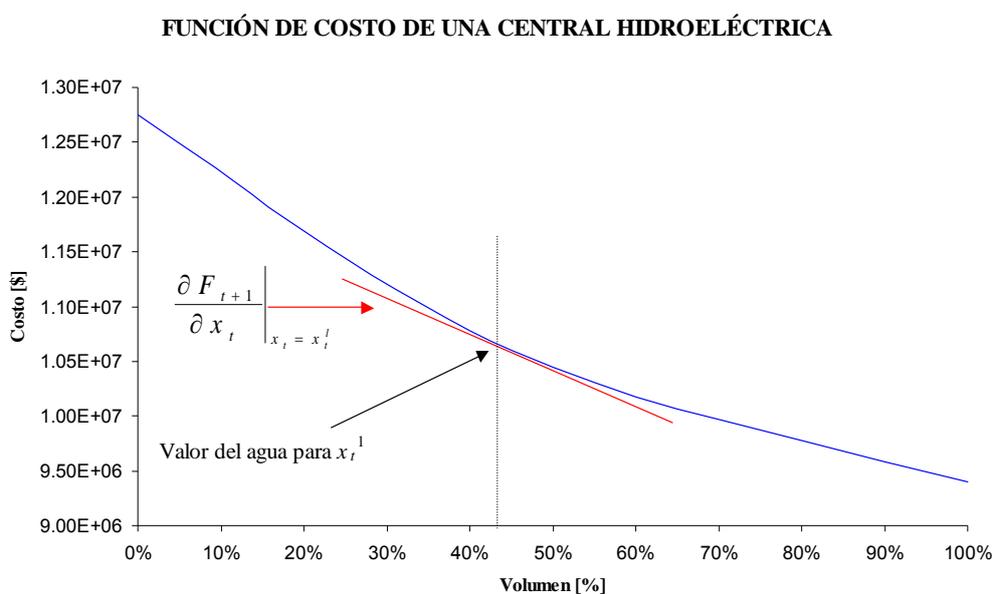
La función de costo asociada a la generación hidroeléctrica es una función bivariada, dependiente del tiempo, y puede expresarse como [52]:

$$FC_t = f_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \quad (5.2)$$

De acuerdo a la ecuación 5.2, el costo de la generación hidroeléctrica dependerá del nivel de almacenamiento del embalse existente al final de la etapa  $t$  (inicio de la etapa  $t+1$ ) y del caudal de las afluencias durante la etapa  $t$ . Esta función disminuye a medida que aumenta el nivel de almacenamiento del embalse, pues mientras más agua hay en el embalse habrá mayor oferta de energía hidroeléctrica y por consiguiente, su "precio" será más bajo.

La dependencia de la  $FC_t$  con la variación de las afluencias dependerá únicamente de la correlación temporal entre los caudales asociados a etapas consecutivas. Puede inferirse entonces que es muy difícil obtener un modelo de la  $FC_t$  por métodos directos y deberá ser calculada por métodos indirectos.

La figura 5.3 permite ilustrar la variación de la  $FC_t$  con el nivel de almacenamiento del embalse.



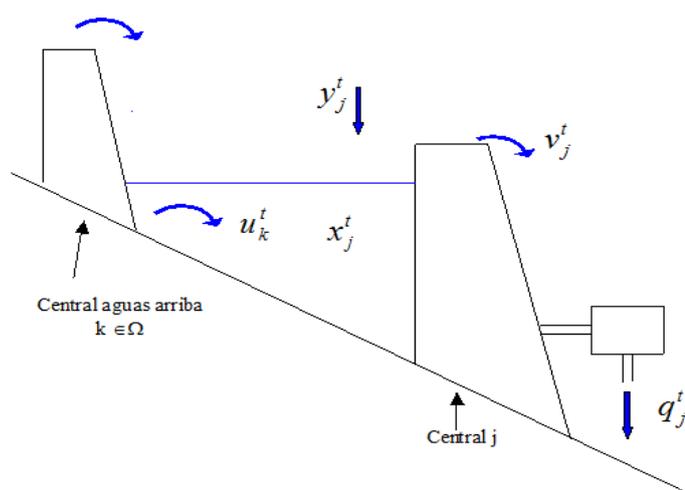
**Figura 5.3. Función de costo de la energía hidroeléctrica en función del almacenamiento (tomado de [51]).**

La figura 5.3 muestra cómo se produce la variación del precio de la energía hidroeléctrica con el nivel del embalse. La línea marcada con rojo corresponde a la derivada parcial de la  $FC_t$  con respecto al volumen en la etapa  $t+1$ ; a

esta derivada se la conoce como el *Valor Marginal del Agua*; dicha derivada debe evaluarse en el punto óptimo de operación del sistema Hidrotérmico que corresponderá al punto donde la función  $FC_t + f(P_g)$  tenga su valor mínimo.

Las centrales hidroeléctricas tienen asociadas una gran cantidad de restricciones, las mismas que dependen del modelo usado para representar la central. En la figura 5.4 pueden distinguirse los parámetros que se asocian a la operación de un embalse.

El superíndice  $t$  indica que todos estos parámetros se consideran en la etapa  $t$ ; se presenta además una central aguas arriba, que aporta con caudal defluente total  $u_k^t$ ; dentro del modelo planteado pueden tenerse  $\Omega$  centrales hidroeléctricas aguas arriba que aportan sus caudales al embalse bajo estudio.



**Figura 5.4. Parámetros asociados a la operación de un embalse**

La ecuación 5.3, relaciona el estado de almacenamiento de la central  $j$  en la etapa  $t + 1$  con el estado de almacenamiento en la etapa  $t$  y muestra la dependencia del nivel de embalse con la afluencia y descarga total (esta ecuación se conoce como *balance de caudales*).

$$x_j^{t+1} = x_j^t + \left( y_j^t - u_j^t + \sum_{k=1}^{\Omega} u_k^t \right) \Delta t \quad (5.3)$$

Donde la descarga total de la central  $j$ , denotada por  $u_j^t$ , es igual al caudal turbinado  $q_j^t$  más el caudal vertido en esta etapa  $v_j^t$ .

Los embalses presentan límites de almacenamiento mínimo y máximo para su operación. Si el embalse se encuentra fuera de su límite superior se tendría que verter el caudal sobrante. Pero si el embalse se encuentra fuera de su límite mínimo operativo, se tendría que sacar de servicio la unidad. Los límites de almacenamiento pueden modelarse como una restricción “dura” mediante la siguiente inecuación:

$$x_{j \min}^t \leq x_j^t \leq x_{j \max}^t \quad (5.4)$$

Donde  $j$  representa el índice de la central hidroeléctrica.

El nivel del embalse, en relación con el nivel del mar, es conocido como *cota del embalse*  $\phi(x)$  y el nivel del canal de desagüe es conocido como *cota del canal de desagüe*  $\theta(u)$ . Estas funciones pueden representarse mediante polinomios de grado  $n$  en función del volumen almacenado y el caudal descargado, respectivamente.

La determinación del polinomio de la cota del embalse (ecuación 5.5) se realiza a partir de estudios topográficos de la región, los cuales tienen la finalidad de determinar el volumen para diferentes posiciones del nivel de agua en el embalse (batimetría). El polinomio de la cota del canal de desagüe (ecuación 5.6) se obtiene a partir de regresiones aplicadas a un conjunto real de datos que representan medidas de la cota del canal de desagüe para diferentes cantidades de agua evacuada por la central. El grado de los polinomios dependerá de las características del sistema y del tipo de herramienta que se utilice para su determinación.

$$\phi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots \quad (5.5)$$

$$\theta(u) = b_0 + b_1u + b_2u^2 + b_3u^3 + \dots \quad (5.6)$$

A partir de estos polinomios se definen los valores de altura bruta y altura líquida (neta) del embalse:

$$h_b = \phi(x) - \theta(u) \quad (5.7)$$

$$h_l = \phi(x) - \theta(u) - pc \quad (5.8)$$

Donde  $pc$  representa la *pérdida de carga* o *pérdida de altura*. La pérdida de altura representa la pérdida de carga hidráulica, en metros, que sufre el agua en su paso desde el embalse hasta la turbina, y está principalmente asociado al rozamiento entre el agua y las paredes de los conductos.

Existen turbinas, como las de tipo Pelton, que debido a las condiciones operacionales no pierden rendimiento cuando aumenta el nivel del canal de desagüe. Este tipo de turbina posee inyectores de agua que, en forma de chorros de agua, transmiten energía cinética a las paletas del rotor; el rotor gira a su vez, bajo condiciones atmosféricas, fuera de la corriente de agua. Este tipo de turbina se denomina turbina de reacción. Las turbinas de tipo Francis y Kaplan, al contrario de las turbinas tipo Pelton, poseen un rotor que gira dentro de la corriente de agua, sufriendo la influencia de la elevación del nivel del canal de desagüe.

Cuando se trata de centrales hidroeléctricas encadenadas muy próximas, puede ocurrir el "ahogamiento" del canal de fuga de la central aguas arriba debido al embalse de la central aguas abajo. En este caso, la cota del canal de desagüe de la central aguas arriba será una función de su descarga y de la cota del embalse de la central aguas abajo. Para determinar la cota del canal de fuga

de las centrales “ahogadas”, se ajustan polinomios  $\theta(u)$  para diferentes valores de cota del embalse de la central aguas abajo.

Las restricciones de turbinamiento hacen referencia a los caudales turbinables mínimos y máximos de la central hidroeléctrica durante la etapa  $t$  y, por consiguiente, a la potencia máxima que puede ser producida por el conjunto turbina generador. La ecuación 5.9 muestra la restricción de caudal turbinable para la central  $j$ . La ecuación 5.10 representa la restricción de turbinamiento máximo como una función de la altura líquida (altura neta) del recurso hidroeléctrico.

$$q_{j \min}^t \leq q_j^t \leq q_{j \max}^t \quad (5.9)$$

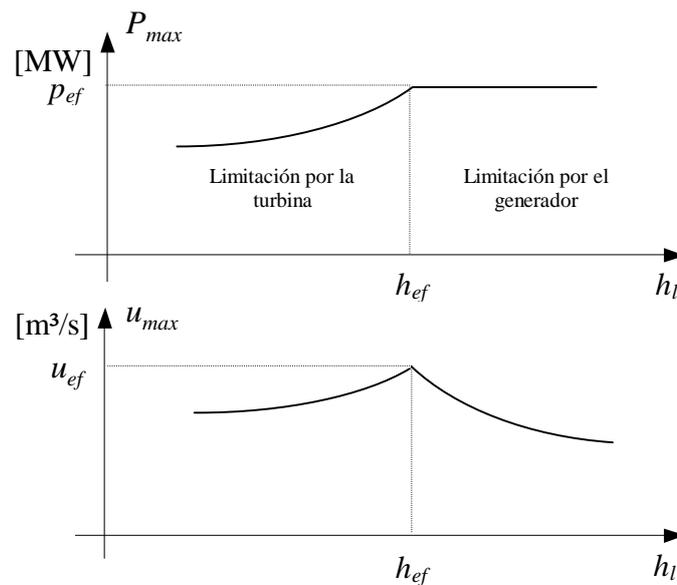
donde:

$$q_{j \max}^t = f(h_l) \quad (5.10)$$

La potencia máxima de una unidad generadora está determinada como la máxima potencia activa que puede ser producida por el conjunto turbina-generador para una determinada altura líquida, tomando en consideración las limitaciones de la turbina y del generador.

El caudal turbinable máximo  $q_{j \max}^t$  se define como el caudal turbinado que, con una determinada altura líquida, produce la potencia máxima de una unidad.

En la figura 5.5 se puede apreciar que la potencia máxima tiene dos comportamientos distintos, y el punto divisor de estos comportamientos corresponde al valor de la *altura efectiva*.



**Figura 5.5. Curvas de potencia máxima y turbinamiento máximo (tomado de [46]).**

La altura efectiva  $h_{ef}$  está definida como la menor altura líquida para la que la unidad de generación produce su *potencia efectiva*  $p_{ef}$  (máxima potencia activa que puede ser generada en estado estable); el caudal turbinado que, sometido a la altura efectiva, produce la potencia efectiva, es denominado *turbinamiento efectivo*  $q_{ef}$  [46].

La operación para alturas líquidas menores que la altura efectiva determina que la potencia queda limitada por la turbina; para tales alturas, la potencia

mecánica máxima producida por la turbina es inferior al valor que el generador debe recibir en su eje para producir su potencia efectiva. Por el contrario, durante la operación en condiciones de altura superior a la altura efectiva, la turbina es capaz de producir potencias mecánicas superiores a aquellas que el generador puede absorber en su eje.

Para disminuir la potencia mecánica transferida al generador, la turbina tiene sus distribuidores parcialmente cerrados, lo que reduce su turbinamiento máximo. Esto explica el lado descendiente en la curva de turbinamiento máximo.

Para una altura líquida menor que la altura efectiva, la unidad generadora no puede alcanzar su potencia efectiva y, además, la turbina tiene un turbinamiento máximo menor que el turbinamiento efectivo. Sin embargo, para una altura líquida mayor que la altura efectiva, la unidad generadora alcanza su potencia efectiva y, nuevamente, tiene su turbinamiento máximo menor que el turbinamiento efectivo ya que el generador no puede recibir toda la potencia disponible en la turbina en el caso de que el turbinamiento sea mayor.

Esto significa que, para alturas líquidas mayores que la altura efectiva, la unidad generadora produce su potencia efectiva y economiza agua del embalse, ya que el turbinamiento máximo necesario es menor mientras más alta sea la altura líquida.

La representación del turbinamiento máximo y la potencia máxima puede realizarse mediante la aproximación de polinomios de grado  $n$ , cuyos coeficientes se obtienen a partir del análisis empírico de las unidades generadoras midiendo la potencia máxima y el turbinamiento máximo para diferentes valores de altura líquida.

En general la representación del turbinamiento máximo y potencia máxima dependerá de las condiciones del sistema que se esté analizando.

La función de producción de energía es modelada como una función no lineal. Puede ser deducida a partir de la energía potencial almacenada en el embalse.

$$G = k h q \quad (5.11)$$

donde  $k$  (expresada en  $\frac{[MW]}{[m] \cdot [m^3 / s]}$ ) es la productividad específica,  $h$  [m] es la altura del recurso hídrico y  $q$  es el caudal turbinado  $[m^3 / s]$ .

La función de producción hidráulica puede ser expresada en función de la altura líquida del recurso y de la descarga de la central:

$$G = p(x, q) = k (\phi(x) - \theta(u) - pc) q \quad (5.12)$$

Como puede notarse en la ecuación 5.12, la producción de energía hidroeléctrica depende intrínsecamente de la cota del embalse, y su valor se ve afectado por la cota del canal de desagüe, dependiendo del tipo de turbina que posea la central.

Según Martinez & Soares [55] El problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico puede ser formulado en dos formas:

- como un problema estocástico, donde el modelo de optimización contempla las probabilidades de ocurrencia de los caudales en etapas consecutivas.
- como un problema determinístico, donde el modelo de optimización tiene el carácter de determinístico y los caudales de ingreso constituyen solo una variable de entrada conocida; los caudales se pronostican utilizando modelos de pronóstico basados en series de tiempo estocásticas o en pronosticadores basados en técnicas de *soft computing*.

Cada una de estas formulaciones tiene sus ventajas y desventajas, las mismas que serán discutidas en detalle en las secciones 5.3.1 y 5.3.2.

### **FORMULACIÓN ESTOCÁSTICA**

El problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico de potencia, en su versión estocástica, puede ser formulado como [49]:

$$\min_{q_t} E_{y_t/y_{t-1}} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+\beta)^t} f_t(D_t - G_t) \right\} + \frac{1}{(1+\beta)^T} F_T(x_T) \quad (5.13)$$

Sujeto a:

$$G_t = \sum_{i=1}^I g_i^t \quad (5.14)$$

$$g_i^t = k_i \cdot h_{i,t} \cdot u_{i,t} \quad (5.15)$$

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left( y_{i,t} - u_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} \right) \Delta t \quad (5.16)$$

$$h_{i,t} = \phi(x_{i,t}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad (5.17)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad (5.18)$$

$$x_{i,t \min} \leq x_{i,t} \leq x_{i,t \max} \quad (5.19)$$

$$q_{i,t \min} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t \max} \quad (5.20)$$

$$u_{i,t \min} \leq u_{i,t} \leq u_{i,t \max} \quad (5.21)$$

$$v_{i,t} \geq 0 \quad (5.22)$$

$$x_{i,0} \text{ dado} \quad (5.23)$$

donde:

$T$  : número de intervalos de tiempo;

$I$  : número de centrales hidroeléctricas del sistema;

$f_t(\cdot)$ : costo mínimo de generación termoeléctrica a complementar;

$F_T(\cdot)$  : función de costo asociada al estado final del embalse;

$G_t$  : generación de energía hidroeléctrica total durante el intervalo  $t$ ;

$D_t$  : demanda a ser atendido durante el período  $t$ .

$g_{i,t}$  : generación de la central hidroeléctrica  $i$  en la etapa  $t$ ;

$x_{i,t}$  : volumen del embalse de la central  $i$  al final del intervalo  $t$ ;

$h_{l,i,t}$  : altura líquida de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$pc_{i,t}$  : pérdida de carga hidráulica de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$k_i$  : productividad específica de la central  $i$ ;

$x_{i,t \max}$  : volumen máximo del embalse de la central al final del intervalo  $t$ ;

$x_{i,t \min}$  : volumen mínimo del embalse de la central  $i$  al final del intervalo  $t$ ;

$u_{i,t}$  : caudal descargado de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$q_{i,t}$  : caudal turbinado por la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$v_{i,t}$  : caudal vertido por la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$y_{i,t}$  : caudal incremental afluente a la central durante el intervalo  $t$ ;

$\phi(x_{i,t})$  : polinomio cota-volumen del embalse  $i$ ;

$\theta(u_{i,t})$  : polinomio cota-caudal del canal de desagüe de la central  $i$ ;

$\Delta t_t$  : tamaño del intervalo  $t$ ;

$\beta$  : tasa de descuento del costo futuro de operación;

$x_{i,0}$  : volumen inicial de los embalses.

$E_{y_t/y_{t-1}} \{ \cdot \}$  representa el valor esperado del costo durante la etapa  $t$ , condicionado a la ocurrencia del caudal  $y_t$ , dado que en el período anterior se produjo el caudal  $y_{t-1}$ . En cada etapa las decisiones óptimas son determinadas a través de la suma del costo presente más el costo esperado futuro, asumiendo decisiones óptimas para todas las etapas siguientes. Este costo es aditivo, en el sentido de que el costo presente en la etapa  $t$  se acumula en el tiempo.

### **FORMULACIÓN DETERMINÍSTICA**

El problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico de potencia, en su versión determinística, puede ser formulado como [46]:

$$\min \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+\beta)^t} f_t(D_t - G_t) \right\} + \frac{1}{(1+\beta)^T} F_T(x_T) \quad (5.24)$$

Sujeto a:

$$G_t = \sum_{i=1}^I g_i^t \quad (5.25)$$

$$g_i^t = k_i \cdot h_{i,t} \cdot u_{i,t} \quad (5.26)$$

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left( y_{i,t} - u_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} \right) \Delta t \quad (5.27)$$

$$h_{i,t} = \phi(x_{i,t}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad (5.28)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad (5.29)$$

$$x_{i,t \min} \leq x_{i,t} \leq x_{i,t \max} \quad (5.30)$$

$$q_{i,t \min} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t \max} \quad (5.31)$$

$$u_{i,t \min} \leq u_{i,t} \leq u_{i,t \max} \quad (5.32)$$

$$v_{i,t} \geq 0 \quad (5.33)$$

$$x_{i,0} \text{ dado} \quad (5.34)$$

donde:

$T$  : número de intervalos de tiempo;

$I$  : número de centrales hidroeléctricas del sistema;

$f_i(\cdot)$ : costo mínimo de generación termoeléctrica a complementar;

$F_T(\cdot)$  : función de costo asociada al estado final del embalse;

$G_t$  : generación de energía hidroeléctrica total durante el intervalo  $t$ ;

$D_t$  : mercado de energía (demanda) a ser atendido durante el período  $t$ .

$g_{i,t}$  : generación de la central hidroeléctrica  $i$  en la etapa  $t$

$x_{i,t}$  : volumen del embalse de la central  $i$  al final del intervalo  $t$ ;

$h_{li,t}$  : altura líquida de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$pc_{i,t}$  : pérdida de carga hidráulica de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$k_i$  : productividad específica de la central  $i$ ;

$x_{i,t \max}$  : volumen máximo del embalse de la central al final del intervalo  $t$ ;

$x_{i,t \min}$  : volumen mínimo del embalse de la central  $i$  al final del intervalo  $t$ ;

$u_{i,t}$  : caudal descargado de la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$q_{i,t}$  : caudal turbinado por la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$v_{i,t}$  : caudal vertido por la central  $i$  durante el intervalo  $t$ ;

$y_{i,t}$  : caudal incremental afluente a la central durante el intervalo  $t$ ;

$\phi(x_{i,t})$ : polinomio cota-volumen del embalse  $i$ ;

$\theta(u_{i,t})$  : polinomio cota-caudal del canal de desagüe de la central  $i$ ;

$\Delta t_t$  : tamaño del intervalo  $t$ ;

$\beta$  : tasa de descuento del costo futuro de operación;

$x_{i,0}$  : volumen inicial de los embalses.

Esta es una formulación detallada del problema de planificación energética para un sistema hidrotérmico compuesto por  $I$  centrales hidroeléctricas. Como puede apreciarse, corresponde a un problema determinístico, no lineal y de gran tamaño. Sin embargo, en esta formulación se considera que los caudales afluentes a los embalses son conocidos a priori.

### 5.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN.

Como se mencionó en la sección 5.3, existen dos tendencias para la formulación del problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico de potencia, un enfoque estocástico, donde la influencia de los caudales se introduce en el modelo de optimización mediante probabilidades de ocurrencia, y un enfoque determinístico, donde se considera el problema de los

caudales afluentes como un proceso externo, el cual es resuelto empleando un buen modelo de pronóstico de caudales, generalmente basado en técnicas metaheurísticas, y la optimización se la realiza empleando un método de solución por optimización no lineal.

En las siguientes secciones se presenta una descripción de dos métodos de solución para el problema y se determinarán los criterios para la selección del enfoque determinístico para realizar las pruebas en este trabajo.

### 5.3.1. SOLUCIÓN POR PROGRAMACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA.

A continuación se presenta un resumen de la técnica de resolución *backward* (recursiva hacia atrás) para la Programación Dinámica Estocástica *PDE*, mediante la cual el problema se resuelve buscando las políticas óptimas partiendo de la etapa final  $T$ . En este caso, la ecuación recursiva que corresponde a la solución de la PDE es:

$$J_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{u_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1+\beta} E_{y_t/y_{t-1}} [J_{t+1}(x_{t+1}, y_t)] \right\} \quad (5.35)$$

Para  $t = T, T-1, \dots, 1$ . En la ecuación 5.35,  $J_t(x_t, y_{t-1})$  representa el mínimo *valor esperado* de operación para la etapa  $t$ , suponiendo que el

sistema se encuentra en el estado  $(x_t, y_{t-1})$  y que, en función de la decisión tomada, cambia hacia el estado  $(x_{t+1}, y_t)$ .

Según el principio de optimización de Bellman [53], “si  $q_t^*$  ( $t = k, \dots, T - 1$ ) es una política óptima, estando el sistema en el estado  $(x_k, y_{k-1})$  en el período  $t = k$ , entonces, la misma decisión  $q_t^*$ , ( $t = k, \dots, T - 1$ ), será una política óptima para el estado inicial  $(x_{k+1}, y_k) = g(x_k, y_{k-1}, u_k, q_k, v_k)$  en el período  $t = k + 1$ , donde  $g(\bullet)$  representa la ecuación de transición de estado del modelo”. De acuerdo con el principio de optimización de Bellman, una política óptima  $q_t^*$ , para  $\forall t = 1, \dots, T - 1$ , para el problema 5.13 a 5.23, puede obtenerse mediante la solución del siguiente problema:

$$J_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{\Omega_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1 + \beta} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \cdot f^k(y_t/y_{t-1}) dy_t \right\} \quad (5.36)$$

Sujeto a:

$$J_T(x_T, y_{T-1}) = F_T(x_T) \quad (5.37)$$

$\forall t = T - 1, T - 2, \dots, 1$ . Donde  $\Omega_t = \{q_t^k\}$  (conjunto de las decisiones óptimas de turbinamiento), y está además sujeto a las restricciones 5.14 a 5.23.

El término  $f^k(y_t/y_{t-1})$  representa la función de densidad de probabilidades de transición, que puede ser determinada por el procedimiento propuesto por Marks & Alarcón [54] y empleado en [47] y [49], considerando la ocurrencia de caudales en etapas consecutivas como un modelo markoviano; la función de densidad de probabilidad condicionada para el histórico de caudales afluentes puede ser escrita como [54]:

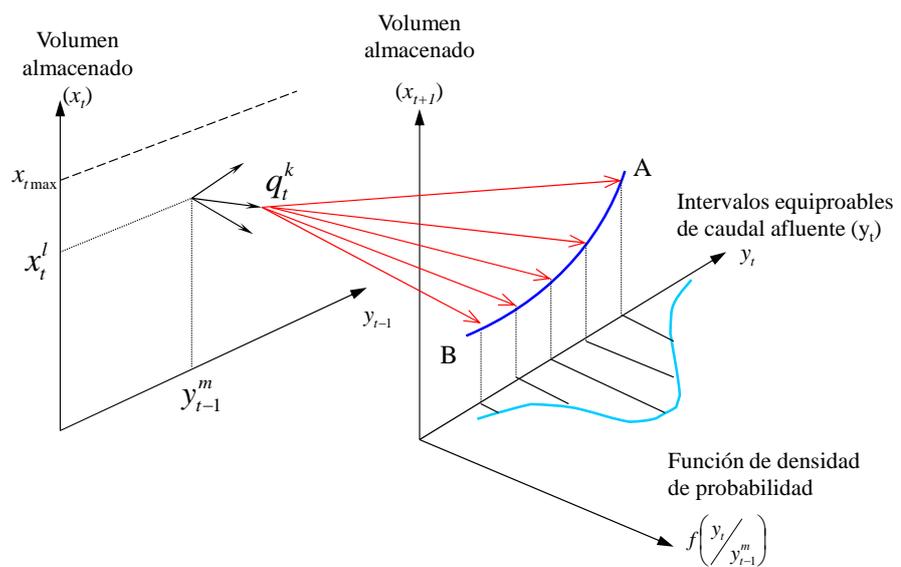
$$f(y_t/y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y_t - \mu_m)^2}{2\sigma_m^2}} \quad (5.38)$$

La solución de la ecuación recursiva 5.36 en un período  $t$  estará condicionada a la energía afluente al sistema en el período  $y_{t-1}$ .

Si  $q_t^k$  es la decisión (turbinamiento) en el período  $t$ , representada en la figura 5.6, se puede observar que, una vez que las decisiones son tomadas anticipándose al conocimiento del caudal afluente en el periodo, la misma decisión puede llevar a valores más elevados de almacenamiento en el siguiente período  $x_{t+1}$  (indicado por el punto A de

la curva) cuando ocurren valores elevados de afluencias  $y_t$  en el período  $t$ , o a valores bajos de almacenamiento  $x_{t+1}$  (punto B de la curva) cuando se presentan valores bajos de caudales afluentes  $y_t$  [48].

La formulación 5.36 se denomina formulación del tipo *decisión-acción* [49]; en este tipo de formulación las decisiones son tomadas sin el conocimiento de los caudales afluentes en el propio mes, pero considerando su distribución de probabilidades.



**Figura 5.6. Esquema de la PDE (tomado de [49]).**

La solución de 5.36 se obtiene mediante la *discretización* de cada variable de estado continua (división de las variables en intervalos

discretos), de tal manera que cada espacio de estados es substituido por un conjunto de intervalos discretos, en los cuales se calcula  $J_t$ .

En un problema con un solo embalse, donde la variable de estado que representa el volumen es *discretizada* en 100 intervalos (0 a 100%) y la variable que representan el caudal afluente al sistema es *discretizada* en 10 intervalos equiprobables, el total de estados discretizados será (100x10) estados. Si se considera más de un embalse, el número de estados crece exponencialmente con el número de centrales hidroeléctricas y el total de estados resultante es  $1000^N$ , donde  $N$  representa el número de embalses considerados.

La solución del problema de PDE son tablas de decisión que proporcionan la política de decisiones óptimas  $q_t^*$  y los costos esperados  $J_t$  para el sistema, en función de los niveles de almacenamiento y de los caudales afluentes al sistema en la etapa anterior  $(x_t, y_{t-1})$ .

La recursión debe iniciarse en algún momento y puede partirse de un mes lo suficientemente distante en el futuro con una tabla de costos  $J_T(x_T, y_{T-1})$ , donde  $T$  es el último mes.

Es posible verificar que debido a la aleatoriedad de las afluencias, después de un cierto número de años, es extremadamente probable que el sistema presente déficits o vertimientos, sin importar el estado inicial.

Esto quiere decir que las decisiones tomadas ahora no afectarán las decisiones a ser tomadas después de un cierto tiempo en el futuro.

Este hecho, junto con la existencia de una tasa de actualización financiera en la recursión que tiende a desvalorizar en el presente los costos futuros, ocasiona que la política óptima de decisiones para un futuro inmediato sea independiente de los costos a ser involucrados más allá de un cierto horizonte de planificación.

A continuación se presenta el algoritmo de solución del problema utilizando la técnica de PDE:

1. Inicializar variables y lectura de archivos de datos.
2. Cálculo de costo terminal  $J_T(x_T, y_{T-1}) = F_T(x_T)$ , caso sea considerado.
3. Determinar el modelo markoviano de caudales.
4. Inicio de la recursión:
  - Para cada etapa  $t = T, T - 1, \dots, 1$ .
  - Para cada intervalo de afluencia anterior

$$y_{t-1} = y_{t-1}^1, \dots, y_{t-1}^m, \dots, y_{t-1}^M$$

- Para cada intervalo de volumen

$$x_t = x_t^1, \dots, x_t^J, \dots, x_t^L$$

Resolver el problema de operación:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_t(x_t, y_{t-1}) = \min_{\Omega_t} \left\{ f_t(D_t - G_t) + \frac{1}{1+\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{t+1}(x_{t+1}, y_t) \cdot f^k(y_t/y_{t-1}) dy_t \right\} \\ \text{s.a.:} \\ J_T(x_T, y_{T-1}) = F_T(x_T) \\ G_t = k \cdot h_t \cdot q_t \\ h_t = \phi(x_t) - \theta(u_t) - pc_t \\ x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t) \Delta t \\ def_t = q_t + v_t \\ x_{t \min} \leq x_t \leq x_{t \max} \\ q_{t \min} \leq q_t \leq q_{t \max} \\ u_{t \min} \leq u_t \leq u_{t \max} \\ v_t \geq 0 \\ x_0 \text{ dado} \end{array} \right.$$

5. Impresión de las tablas de decisión óptima, tablas de costos y tablas de valor del agua.
6. Modelo de Simulación.
7. Finalizar.

Luego de la optimización se obtienen las tablas de turbinamiento óptimo para cada intervalo de estado de volumen y cada nivel de afluencias, para cada uno de los 12 meses del año.

Con esta información se ejecuta un modelo de simulación donde se utilizan los valores óptimos de turbinamiento para determinar el estado de los embalses y los costos del sistema considerando los caudales afluentes al inicio de cada etapa.

### **5.3.2. SOLUCIÓN POR MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN DETERMINÍSTICOS.**

Para resolver el problema de la planificación de la operación de sistemas hidrotérmicos de potencia se pueden emplear varios métodos de optimización determinística, dependiendo de las características especiales de cada caso analizado.

Existen numerosos modelos computacionales basados en técnicas matemáticas que permiten optimizar problemas no lineales, algunos que permiten resolver problemas de optimización genéricos y otros contruidos especialmente para la solución del problema de la planificación de la operación de sistemas hidrotérmicos, como los desarrollados por investigadores de la UNICAMP (Brasil) [45, 46, 60].

Cada sistema hidrotérmico es diferente y por tanto es erróneo intentar universalizar un método de solución, al contrario, cada modelo debe ser construido o al menos adecuado específicamente para el sistema en el cual será utilizado.

Para este trabajo se ha seleccionado el optimizador MINOS 5.0 [56], desarrollado en la Universidad de Stanford y cuya licencia *demo* forma parte del software GAMS (General Algebraic Modelling System).

MINOS permite la solución de problemas de optimización de 4 tipos:

- Programación lineal
- Optimización sin restricciones
- Optimización con restricciones lineales
- Optimización con restricciones no lineales

El problema de optimización que resuelve MINOS 5, cuando se incluyen restricciones no lineales, tiene la siguiente forma [56]:

$$\min_{x,y} F(x) + \mathbf{c}^T x + \mathbf{d}^T y \quad (5.39)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{b}_1 \leq f(x) + \mathbf{A}_1 y \leq \mathbf{b}_2 \quad (5.40)$$

$$\mathbf{b}_3 \leq \mathbf{A}_2 x + \mathbf{A}_3 y \leq \mathbf{b}_4 \quad (5.41)$$

$$\mathbf{l} \leq (x, y) \leq \mathbf{u} \quad (5.42)$$

Donde los vectores  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{u}$ , y las matrices  $\mathbf{A}_i$  son constantes,  $F(x)$  es una función no lineal sobre algunas variables y  $f(x) = [f^1(x), \dots, f^{m_1}(x)]^T$  es un vector de funciones no lineales, las cuales se asumen que son continuas y diferenciables, con gradiente  $g^i(x)$  y Hessiana  $G^i(x)$ ,  $i = 1, \dots, m_1$ . Se asume también que las *condiciones de Karush-Kuhn-Tucker* de primer y segunda orden se cumplen para un mínimo local  $x^*$  con su correspondiente multiplicador de Lagrange  $\lambda^*$ .

La ecuación 5.39 corresponde a la función objetivo no lineal, la ecuación 5.40 corresponde a las restricciones no lineales, la ecuación 5.41 corresponde a las restricciones lineales y la ecuación 5.42 corresponde a los límites de las variables, siendo  $m$  el número total de restricciones,  $n$  el número total de variables en  $(x, y)$ .

Para el caso de problemas de optimización con restricciones no lineales, MINOS 5 utiliza un algoritmo de *Lagrangeano Proyectado*, “el cual envuelve una serie de grandes iteraciones, cada una de las cuales requiere de la solución de un subproblema linealmente restringido” [57]. Esto significa que el algoritmo requiere de la *linealización* de las restricciones no lineales del problema alrededor de un punto  $x_k$ , de acuerdo a la aproximación por series de Taylor de primer orden

$f'(x) = f'(x_k) + g^i(x_k)T(x - x_k) + \mathbf{O}\|x - x_k\|^2$ . Para la  $k$ -ésima iteración, las restricciones no lineales de la ecuación 5.41 puede ser linealizado por [57]:

$$\bar{f}(x, x_k) = f(x_k) + J(x_k)(x - x_k) \quad (5.43)$$

Donde  $\bar{f}(x, x_k)$  es la linealización de la restricción no lineal,  $J(x_k)$  es la matriz jacobina evaluada en  $x_k$ . Una vez realizada esta aproximación, el problema de optimización no lineal puede ser escrito como [56]:

$$\min_{x,y} F(x) + \mathbf{c}^T x + \mathbf{d}^T y - \lambda_k^T f_d + \frac{1}{2} \rho_k \|f_d\|^2 \quad (5.44)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{b}_1 \leq \bar{f}(x, x_k) + \mathbf{A}_1 y \leq \mathbf{b}_2 \quad (5.45)$$

$$\mathbf{b}_3 \leq \mathbf{A}_2 x + \mathbf{A}_3 y \leq \mathbf{b}_4 \quad (5.46)$$

$$\mathbf{l} \leq (x, y) \leq \mathbf{u} \quad (5.47)$$

Donde  $f_d = f(x) - \bar{f}(x, x_k)$  es la diferencia entre la función no lineal original y su función linealizada,  $\lambda_k$  corresponde a los estimadores de los *multiplicadores de Lagrange* asociados a las restricciones no lineales.

La ecuación 5.44 es conocida como el *Lagrangeano aumentado*.

El parámetro escalar  $\rho_k$  se conoce como el *parámetro de penalización*

y el término  $\frac{1}{2}\rho_k \|f_d\|^2$  se conoce como la *función de penalización*

*cuadrática* modificada. Para términos prácticos se establece que

$$\|f_d\|^2 = [f(x) - \bar{f}(x, x_k)]^T [f(x) - \bar{f}(x, x_k)].$$

MINOS 5 utiliza el método de gradiente reducido para resolver cada

subproblema. Se introducen variables de holgura y las restricciones

linealizadas obtienen la forma  $Ax + s = b$  [57]:

$$\begin{pmatrix} J(x_k) & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J(x_k)x_k - f(x, x_k) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

Los valores de  $J(x_k)$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\lambda_k$  y  $\rho_k$  son modificados en cada

iteración. El algoritmo utilizado por MINOS 5 puede resumirse como [57]:

1. Establecer  $k = 0$ ; seleccionar estimadores para  $x_0, y_0$  y  $\lambda_0$ .

Especificar un parámetro de penalización  $\rho \geq 0$  y una tolerancia de

convergencia  $\varepsilon > 0$ .

2. Dado  $x_k, y_k, \lambda_k$  y  $\rho$ , resolver el subproblema linealmente restringido (5.45 a 5.48) para obtener las cantidades  $x_{k+1}, y_{k+1}$  y  $\pi$ , donde  $\pi$  es el vector de multiplicadores de lagrange para el subproblema.
3. Seleccionar  $\lambda_{k+1}$  como los primeros  $m_1$  componentes de  $\pi$ .
4. Realice la prueba de la convergencia (si el óptimo existe) mediante los siguientes criterios:

$$\frac{\|f(x_{k+1}) + A_1 y_{k+1} - b_1\|}{1 + \|[x_{k+1}, y_{k+1}]\|} \leq \varepsilon$$

$$\frac{\|\lambda_{k+1} - \lambda_k\|}{1 + \|\lambda_{k+1}\|} \leq \varepsilon$$

Si se cumplen ambos criterios seleccione  $\rho = 0$ .

5. Linealizar las restricciones en  $x_{k+1}$
6. Establezca  $k = k + 1$  para una nueva iteración.

### SELECCIÓN DEL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN A UTILIZARSE.

El autor considera importante presentar un análisis crítico sobre la aplicación de los modelos de optimización estocástica y determinística utilizados en la solución del problema de la planificación de la operación de un sistema hidrotérmico.

Los criterios aquí expuestos se refieren a la experiencia de un país que tiene un altísimo porcentaje de energía hidroeléctrica y una gran red interconectada de centrales hidroeléctricas (Brasil).

Al igual que en Ecuador, en Brasil se utiliza oficialmente la metodología de Programación Dinámica Estocástica Dual para la planificación del sistema hidrotérmico, por lo que puede considerarse importante conocer las experiencias adquiridas en Brasil para prever futuros problemas que pudieran presentarse en Ecuador, o buscar alternativas en cuanto a los modelos de optimización para el sistema hidrotérmico ecuatoriano, especialmente en momentos en que se espera cambiar completamente la matriz energética para incrementar drásticamente la generación hidroeléctrica.

En Brasil, existen dos importantes tendencias en cuanto a los modelos de optimización aplicables a la planificación de sistemas hidrotérmicos:

- *Modelos basados en optimización estocástica:* desarrollados por investigadores afines a la Universidade Federal de Rio de Janeiro UFRJ y al Centro de Pesquisas Eléctricas CEPEL, corresponden a los modelos utilizados oficialmente en el sector eléctrico brasileño (la misma metodología se utiliza actualmente en Ecuador bajo el nombre de Stochastic Dual Dynamic Programming SDDP [51]).

- *Modelos basados en optimización determinística*: desarrollados por investigadores de la Universidade Estadual de Campinas UNICAMP bajo la coordinación del Prof. Secundino Soares Filho, quienes consideran que se obtienen mejores resultados con una representación detallada del sistema, optimización mediante métodos determinísticos robustos y utilización de buenos modelos para el pronóstico de caudales.

Ante la primera gran crisis energética brasileña del siglo XXI (2001), en una entrevista Soares expone que “existe una forma errónea en el modelo de planificación del sistema brasileño pues según sus investigaciones se puede reducir los riesgos de déficit con una mejor operación de los embalses” [58].

La actual metodología de planificación usada en el sistema brasileño contempla que los embalses deben vaciarse en un porcentaje igual en un mismo tiempo, a esto se le conoce como “*regla de operación de embalses en paralelo*” [49].

Según una nota publicada en la revista *Ciência Hoje* [59], los investigadores de la UNICAMP reiteran que el uso de las reglas de operación en paralelo no son las más adecuadas y para ello exponen resultados obtenidos con modelos de reglas alternativas aplicados al cálculo de la energía firme de la central Belo Monte en Brasil, uno de los

resultados más asombrosos fue que la energía firme (energía que se obtiene con el escenario hidrológico más desfavorable del histórico de caudales), fue de 1172 MW con el modelo de reglas alternativas frente a la versión oficial de 4714 MW con el modelo de reglas paralelas basado en SDDP [59], siendo más realista el primer valor.

Cabe resaltar que durante 12 años la UNICAMP preparó un modelo completo para la planificación de la operación de sistema hidrotérmicos y que actualmente dicho sistema está siendo por parte del Operador Nacional del Sistema Brasileño en forma paralela al modelo oficial.

En investigaciones posteriores, Zambelli et al. ([60], [61]), presenta resultados completos de la comparación entre modelos de Programación Dinámica Estocástica Dual SDDP a través del modelo NEWAVE usado en el sector eléctrico brasileño, con el modelo determinístico ODIN desarrollado por la UNICAMP; ODIN se ejecuta en dos partes, la primera realiza el pronóstico de los caudales afluentes para el período de estudio y el segundo hace la optimización de la operación del sistema para los caudales pronosticados utilizando un modelo de optimización determinística no lineal [61].

Los resultados de este estudio indicaron que “utilizando ODIN se obtuvo una reducción del costo total de operación del 8.23%, un aumento en la

generación de energía hidroeléctrica del 0.81% y al menos un 38.9% de energía almacenada en los embalses hasta finales del 2015” [61].

Una apreciación interesante que hacen Zambelli et al., se refiere a que el modelo ODIN intenta recuperar el nivel de los embalses al final de cada período seco y el modelo NEWAVE va reduciendo el nivel de los embalses año tras año y, aparentemente, la respuesta en el largo plazo no sería estable pues se esperaría que los embalses sigan reduciéndose a medida que transcurren los años, lo que sugiere que la política de operación de NEWAVE no es sustentable en el largo plazo [61].

Considerando los resultados y criterios expuestos anteriormente, se ha escogido realizar las simulaciones de la operación del sistema hidrotérmico utilizando el método de optimización determinística no lineal descrito en la sección 5.3.2.

#### **5.4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA.**

Para determinar la influencia del pronóstico de caudales en la operación de un sistema hidrotérmico, se aplicará el modelo de optimización determinístico representado por las ecuaciones 5.24 a 5.34, a un sistema de prueba compuesto por una única central hidroeléctrica, un parque termoeléctrico equivalente con límites de generación infinita y una demanda concentrada en la única barra del sistema. Se analizarán dos sistemas, uno incluyendo la central

hidroeléctrica Daule-Peripa y el segundo incluyendo la central Paute-Molino, ambas pertenecientes al Sistema Nacional Interconectado (SNI) del Ecuador.

#### **5.4.1. DATOS DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA 1.**

La central hidroeléctrica Daule-Peripa, oficialmente nombrada con el nombre de *Marcel Laniado de Wind*, está ubicada en el cantón Pichincha, provincia de Manabí. El embalse Daule Peripa está geográficamente localizado en el punto de cierre de los Ríos Daule y Peripa y cubre territorios de las provincias de Manabí, Pichincha y Guayas. Es parte del “Proyecto de Propósito Múltiple Jaime Roldós Aguilera”, administrado anteriormente por CEDEGE (Comisión de Estudios para la Cuenca del Río Guayas) y actualmente por la SENAGUA. Este proyecto contempla las siguientes fases:

- Presa Daule Peripa
- Sistema de Riego y Drenaje del Valle del Daule
- Central Hidroeléctrica “Marcel Laniado de Wind”
- Control de Inundaciones de la Cuenca Baja del Guayas

La central hidroeléctrica Marcel Laniado posee una potencia instalada de 213 MW (originalmente fue proyectada para 130 MW), que garantiza al país la entrega de energía eléctrica firme durante todo el año, sin depender de grandes precipitaciones ni verse afectada por estiajes. La generación media anual de la Central Hidroeléctrica “Marcel Laniado de

Wind” es de 600 GWh, de los cuales más del 50% se generan en el período crítico del Sistema Nacional Interconectado.

Este proyecto tiene la característica de regular indirectamente los caudales de la central hidroeléctrica Paute, principal fuente de generación de energía eléctrica del Ecuador, pues debido a su gran embalse y tener un régimen hidrológico distinto puede suplir de energía al país precisamente en la época que el Río Paute está en estiaje. En la tabla 5.1 se resumen los parámetros operativos de la central Daule-Peripa:

**Tabla 5.1. Parámetros operativos de la central Daule-Peripa.**

<b>Parámetros Operativos</b>					
Potencia Instalada [MW]	Volumen Mínimo [hm <sup>3</sup> ]	Volumen Máximo [hm <sup>3</sup> ]	Turbinamiento Mínimo [m <sup>3</sup> /s]	Turbinamiento Máximo [m <sup>3</sup> /s]	Productividad $\left[ \frac{MW}{(m^3/s) \cdot m} \right]$
213	2003.22	6000	73	493.06	0.008844696

El valor de la productividad fue determinado considerando los valores de rendimiento de la turbina y el generador informado por Lindao et al. en [65].

La casa de máquinas de la central Marcel Laniado, está constituida por 3 unidades de generación de 71 MW (caída nominal de 58.8 metros y

caudal nominal de 136 m<sup>3</sup>/s) cada una, por lo que en conjunto se tiene una potencia instalada de 213 MW.

Las turbinas de la central son de tipo Francis, y por tanto, la cota del canal de desagüe sí ejerce influencia sobre el rendimiento de los generadores de la central.

Lindao et al. [65], presentan la aplicación del programa PFIRM en la simulación de la operación de la central Daule-Peripa.

En una de las ventanas de información de ingreso al programa, los autores presentan informaciones sobre la relación entre cota de embalse y volumen, cota de canal de descarga y defluencia, pérdidas de carga y turbinamiento.

En la tabla 5.2 se presentan los datos obtenidos del trabajo de Lindao et al. [65].

El programa PFIRM tiene la opción de estimar funciones polinómicas de tercer orden a partir de los datos proporcionados en la tabla 5.2 [65].

**Tabla 5.2. Datos de relaciones cota-volumen, cota-descarga y pérdida de carga-turbinamiento para la central Daule-Peripa [65].**

EMBALSE		CANAL DESCARGA		PERD DE CARGA	
Cota	Volumen	Cota	Descarga	Perd carga	Turbinamiento
[m]	[hm <sup>3</sup> ]	[m]	[m <sup>3</sup> /s]	[m]	[m <sup>3</sup> /s]
85	5200	20.5	360	1.3	360
80	4000	20	250	1.2	250
75	2800	19.5	150	1	150
70	2001	19	50	0.7	50

En este trabajo se ha utilizado el programa MATLAB R2014a para determinar los coeficientes de polinomios de tercer orden empleando la herramienta de regresión lineal.

En la tabla 5.3 se presentan los coeficientes del polinomio resultante para la relación cota-volumen del embalse.

En la tabla 5.4 se presenta los coeficientes del polinomio cota-descarga para el nivel del canal de descarga y en la tabla 5.5 se presenta los coeficientes del polinomio que relaciona las pérdidas de carga con el turbinamiento

**Tabla 5.3. Coeficientes del polinomio cota-volumen ajustado para el embalse de la central Daule-Peripa [65].**

<b>Polimonio Cota - Volumen <math>\phi(x)</math> [msnm]</b>			
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
44.288	0.019392	-3.9241e-6	3.2701e-10

**Tabla 5.4. Coeficientes del polinomio cota-descarga ajustado para el nivel del canal de descarga de la central Daule-Peripa [65].**

<b>Polimonio Cota - descarga <math>\theta(u)</math> [msnm]</b>			
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
18.763	0.0045985	3.142e-6	0

**Tabla 5.5. Coeficientes del polinomio pérdida de carga-turbinamiento ajustado para la central Daule-Peripa [65].**

<b>Polimonio perdida de carga - turbinamiento <math>pc(q)</math> [m]</b>			
$kpc_0$	$kpc_1$	$kpc_2$	$kpc_3$
0.51368	0.039639	-4.7172e-6	0

#### **5.4.2. DATOS DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA 2.**

La central hidroeléctrica Paute-Molino, es actualmente la mayor central de generación del Sistema Nacional Interconectado del Ecuador. Se

encuentra ubicada en la cuenca del río Paute, en la vertiente oriental de la cordillera de Los Andes. Las turbinas de la central son de tipo Pelton, y por tanto, la cota del canal de desagüe no ejerce influencia sobre el rendimiento de la central.

La casa de máquinas de la central Paute, está constituida por 10 unidades de generación, que han sido instaladas en dos etapas de construcción denominadas Fase AB y Fase C. La Fase AB comprende 5 unidades de generación de 100 MW cada una, y la Fase C comprende 5 unidades de generación de 115 MW cada una, por lo que en conjunto se tiene una potencia instalada de 1075 MW.

En la tabla 5.6 se presentan los principales parámetros operativos de la central.

**Tabla 5.6. Parámetros operativos de la central hidroeléctrica Paute.**

Parámetros Operativos						
Potencia Instalada [MW]	Volumen Mínimo [hm <sup>3</sup> ]	Volumen Máximo [hm <sup>3</sup> ]	Turbinamiento Mínimo [m <sup>3</sup> /s]	Turbinamiento Máximo [m <sup>3</sup> /s]	Productividad $\left[ \frac{MW}{(m^3/s) \cdot m} \right]$	Coef $K_{pc} \left[ \frac{m}{(m^3/s)^2} \right]$
1075	28.8	120.8	20.5	213	0.00900558	0.00035

El valor de la productividad fue determinado considerando los valores de rendimiento de la central informados por Maldonado en [67]. El modelo

para la pérdida de carga de la central fue tomado de [66] y considera que las pérdidas de altura son función del caudal turbinado de la central

$$p_c = K_{pc} \cdot q^2 .$$

Los polinomios cota-volumen fueron determinados mediante un análisis de regresión utilizando el software MATLAB, a partir de los datos de batimetría presentados por Maldonado en [67].

El modelo que mejor se ajustó fue un polinomio de grado 6, con un valor de  $r^2 = 0.98$  . En la tabla 5.7 se presentan los coeficientes de este polinomio.

Debido a falta de información, no fue posible establecer una curva que relacione la cota del canal de desagüe con la descarga total de la central, por lo que se consideró solo la cota de restitución como única referencia del nivel del río aguas abajo.

Tratándose de turbinas tipo Pelton, esta cota no tendrá mayor influencia en el rendimiento de la central.

Esta cota se utilizó como el coeficiente independiente de un polinomio de grado 5 siendo los demás coeficientes iguales a cero (tabla 5.8).

**Tabla 5.7. Coeficientes del polinomio cota-volumen ajustado para la central Paute-Molino.**

Polimonio Cota - Volumen $\phi(x)$ [msnm]						
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1866.8	9.6715	-0.48782	0.012149	-00014972	8.8234e-7	-1.9802e-9

**Tabla 5.8. Coeficientes del polinomio cota-descarga para el nivel del canal de descarga ajustado para la central Paute-Molino.**

Polimonio Cota - descarga $\theta(u)$ [msnm]						
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
1323	0	0	0	0	0	0

## 5.5. APLICACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN AL SISTEMA DE PRUEBA.

El modelo de optimización determinística fue aplicado independientemente a las centrales Daule-Peripa y Paute-Molino, con el fin de evaluar cuál es la influencia que tendrían los resultados del modelo de pronóstico en el costo total de operación de un sistema hidrotérmico y en las políticas de operación del embalse.

Para la aplicación del modelo se ha utilizado el programa GAMS (General Algebraic Modelling System) [63], que es un software que permite el modelado algebraico de problemas de optimización y sirve al mismo tiempo como interfaz

con diferentes programas de optimización, entre ellos MINOS 5 [56]. Se utilizó la versión de prueba disponible en la página web de GAMS. Mayores detalles sobre GAMS y su forma de utilización pueden encontrarse en [63].

Se ha considerado como demanda máxima, la capacidad instalada de cada una de las centrales, es decir:

Daule-Peripa = 213 MW

Paute-Molino = 1075 MW

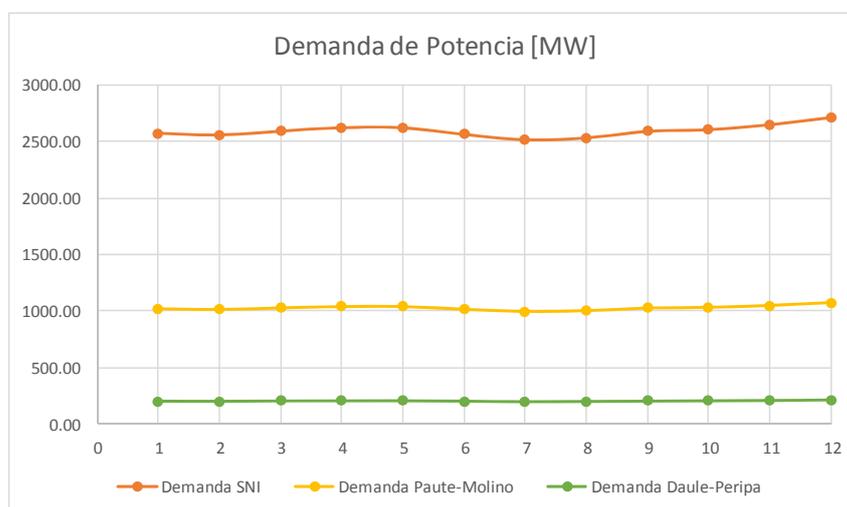
Para simular la demanda aplicada en cada simulación, se ha tomado una curva de demanda anual con etapas mensuales del SIN, la misma que fue tomada del Plan de operación del sistema interconectado enero-diciembre 2014 [34].

Para considerar la demanda de cada central y conservar la misma variación mensual de la demanda del SNI, la curva de demanda promedio mensual fue normalizada dividiéndola para su demanda máxima, obteniéndose valores de demanda mensual entre 0 y 1.

En un segundo paso, esta curva normalizada fue multiplicada por la capacidad instalada de cada central y se obtuvo la curva de demanda mostrada con color naranja en la figura 5.7. En la tabla 5.9 se presenta la demanda considerada para las simulaciones con cada central hidroeléctrica.

**Tabla 5.9. Valores de demanda considerados para la simulación de la operación de cada central.**

	<b>Demanda promedio SNI (2002 - 2013)</b>	<b>Demanda normalizada (0-1)</b>	<b>Demanda referida a Daule-Peripa</b>	<b>Demanda referida a Paute-Molino</b>
<b>Enero</b>	2573.51	0.948753522	202.08	1019.91
<b>Febrero</b>	2558.06	0.943056387	200.87	1013.79
<b>Marzo</b>	2592.29	0.955677194	203.56	1027.35
<b>Abril</b>	2621.74	0.966533535	205.87	1039.02
<b>Mayo</b>	2621.72	0.966524777	205.87	1039.01
<b>Junio</b>	2562.92	0.94484892	201.25	1015.71
<b>Julio</b>	2515.47	0.927356369	197.53	996.91
<b>Agosto</b>	2531.96	0.933434056	198.82	1003.44
<b>Septiembre</b>	2590.00	0.954832038	203.38	1026.44
<b>Octubre</b>	2605.03	0.960372401	204.56	1032.40
<b>Noviembre</b>	2649.04	0.976599488	208.02	1049.84
<b>Diciembre</b>	2712.52	1	213.00	1075.00
<b>Promedio</b>	2594.52	-	203.73	1028.24
<b>Máximo</b>	2712.52	-	213.00	1075.00



**Figura 5.7. Valores de demanda de potencia considerada en la simulación de cada central.**

Para las simulaciones realizadas se han considerado las siguientes suposiciones:

- En cada simulación, el sistema estará compuesto por una única central hidroeléctrica y una única central termoeléctrica con capacidad de generación infinita ya que el interés de estas simulaciones es solo mostrar la influencia del pronóstico de caudales en la operación del sistema. Esto significa que la operación de las centrales será simulada de manera independientemente.
- La función de costo del generador termoeléctrico fue escogida como  $0.00204G_T^2 + 3.9795G_T + 3877.5$ , estos coeficientes fueron tomados de una central a vapor equivalente publicada en el libro de Wood & Wollenberg [68]; se considera que esta central tiene límites de generación infinita.
- Se asumirá que el sistema debe atender una demanda igual a la capacidad total instalada de cada central hidroeléctrica en su respectiva simulación, considerando la variación estacional de la curva de demanda mensual del SNI; esta demanda permitirá visualizar el comportamiento del sistema hidroeléctrico al atender una demanda igual a su potencia nominal.
- En vista que no fue posible conseguir información detallada sobre las características cota canal de desagüe-descarga total de la central hidroeléctrica Paute-Molino, esta cota será considerada como una constante cuyo valor es igual a la cota de restitución.

- No se consideró la representación detallada de la característica turbinamiento máximo-altura líquida por falta de información detallada, se consideró entonces un límite máximo de turbinamiento “duro” indicado por las características generales de la central.
- No se consideró pérdidas de sistema de transmisión y se asumió que las centrales y la carga están conectadas a una misma barra.
- La solución inicial del problema fue considerada como la *operación como central de pasada*, esta es una solución factible pues todo el caudal que ingresa es turbinado por la central y se mantiene su embalse lleno durante todo el tiempo de optimización.

Se han considerado dos escenarios de afluencias para cada una de las centrales, correspondientes a un año de caudales bajos y un año de caudales altos (escenarios de hidrología seco y húmedo), dentro del período del pronóstico realizado en la sección 4.3 (período de 2009 a 2013).

Para cada escenario se evaluó el costo total de operación y la trayectoria del almacenamiento de los embalses, y se realizaron comparaciones para los caudales reales y pronosticados con los modelos ANFIS y PARMA.

#### **5.5.1. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO: ESCENARIO 1.**

El escenario 1 corresponde a los siguientes escenarios de afluencias escasas, cuyo pronóstico se presentó en la sección 4.3:

- Central Daule-Peripa: Año 2011
- Central Paute-Molino: Año 2010

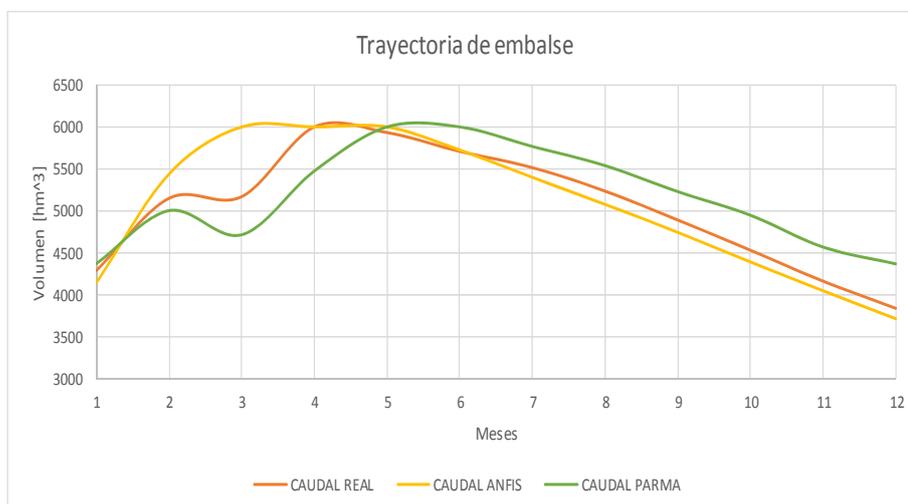
En la tabla 5.10 se presentan los costos totales obtenidos luego de aplicar el modelo de optimización para los caudales reales, pronosticados con PARMA y ANFIS para el año 2011, en la central Daule-Peripa.

Como puede apreciarse, los menores costos de operación se obtuvieron utilizando los caudales pronosticados con el modelo ANFIS frente a los costos obtenidos con el modelo de pronóstico PARMA. El hecho de obtener costos de operación menores con el modelo de pronóstico ANFIS implica que para determinar las cuotas de generación de cada central hidroeléctrica, se puede utilizar el pronóstico con el modelo ANFIS pues este permitirá al optimizador tomar una mejor decisión de generación al menor costo posible.

**Tabla 5.10. Costos totales de operación obtenidos para el año 2011 aplicando los modelos de pronóstico a la central Daule-Peripa.**

<b>COSTOS TOTALES DE OPERACIÓN DAULE-PERIPA 2011 (AÑO SECO)</b>		
<b>CAUDAL REAL</b>	<b>ANFIS</b>	<b>PAR</b>
\$ 183,957,117.92	\$ 171,166,958.29	\$ 185,462,873.59

En la figura 5.8 se presenta la trayectoria del almacenamiento para las simulaciones del año 2011.



**Figura 5.8. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Daule-Peripa para el escenario año 2011.**

En la vertiente occidental de la cordillera, donde se encuentra ubicada la central Daule-Peripa, el período de afluencias altas comienza en el mes de enero; según la trayectoria del embalse mostrada en la figura 5.8, el optimizador hace que el embalse se vacíe hacia el mes de febrero, aprovechando que se tiene un período de abundancia de caudales, sin embargo, a partir del mes de abril que es cuando comienza a decrecer el caudal afluente, el optimizador mantiene el embalse en niveles altos hasta el mes de julio, que es cuando comienza a vaciar nuevamente el embalse pues se espera que en el inicio del siguiente ciclo se tengan afluencias abundantes nuevamente.

Un buen optimizador aplicable a la operación de sistemas hidrotérmicos de potencia debería considerar como política óptima de operación el vaciar los embalses antes de los períodos de altas afluencias y aprovechar para generar la máxima potencia posible, pues si mantiene el embalse en niveles altos al momento de la ocurrencia de los caudales altos podría ser necesario verter el exceso de agua y desperdiciar el recurso.

En la tabla 5.11 se presentan los costos totales obtenidos luego de las simulaciones realizadas para la central Paute-Molino considerando el año 2011.

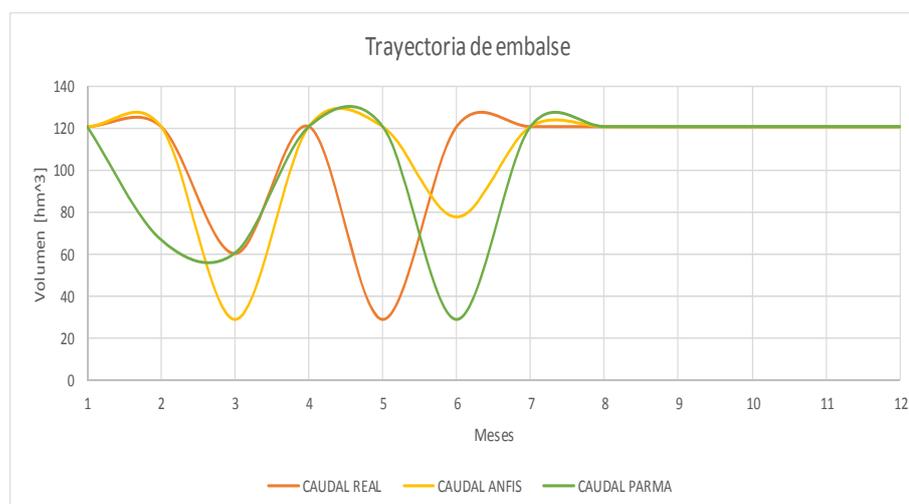
En este caso, el menor costo de operación se obtuvo cuando se optimizó el sistema utilizando los caudales pronosticados con el modelo ANFIS, siendo incluso menores a los costos obtenidos con los caudales reales, lo cual es coherente con lo reportado por Marinho en [26].

Esto no implica que los caudales reales provoquen una operación errada del sistema, simplemente indican que el optimizador respondió mejor a los escenarios hidrológicos representados por los caudales pronosticados y se puede aplicar el modelo ANFIS como una buena aproximación en los estudios de despacho económico.

**Tabla 5.11. Costos totales de operación obtenidos para el año 2011 aplicando los modelos de pronóstico a la central Paute-Molino.**

<b>COSTOS TOTALES DE OPERACIÓN PAUTE-MOLINO 2010 (AÑO SECO)</b>		
<b>CAUDAL REAL</b>	<b>ANFIS</b>	<b>PAR</b>
\$ 3,496,468,400.00	\$ 2,018,054,900.00	\$ 2,020,054,900.00

En la figura 5.9 se presenta la trayectoria del almacenamiento del embalse de la central Paute-Molino.



**Figura 5.9. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Paute-Molino para el escenario año 2011.**

La hidrología de la vertiente oriental de la cordillera de Los Andes, donde se encuentra ubicada la central Paute-Molino, es complementaria con la

hidrología de la vertiente occidental; de esta forma, cuando en la vertiente oriental es época de estiaje (meses de octubre a marzo), en la vertiente occidental es época de lluvias abundantes que inician en el mes de enero. El pico de caudales altos en la central Paute-Molino suele ocurrir en el mes de julio de cada año.

La trayectoria del embalse para la central Paue-Molino presenta un comportamiento un poco especial, ya que el optimizador propone que se vacíe el embalse durante los primeros meses del año, cuando es época de estiaje y que luego se recupere el nivel del embalse para anticiparse al inicio del estiaje en el mes de octubre. Se nota otro descenso del embalse hacia el mes de mayo, seguramente para generar más energía y anticiparse a caudales altos que permitirán recuperar el nivel del embalse.

#### **5.5.2. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO: ESCENARIO 2.**

El escenario 2 corresponde a los siguientes escenarios de afluencias altas, cuyo pronóstico se presentó en la sección 4.3:

- Central Daule-Peripa: Año 2012
- Central Paute-Molino: Año 2012

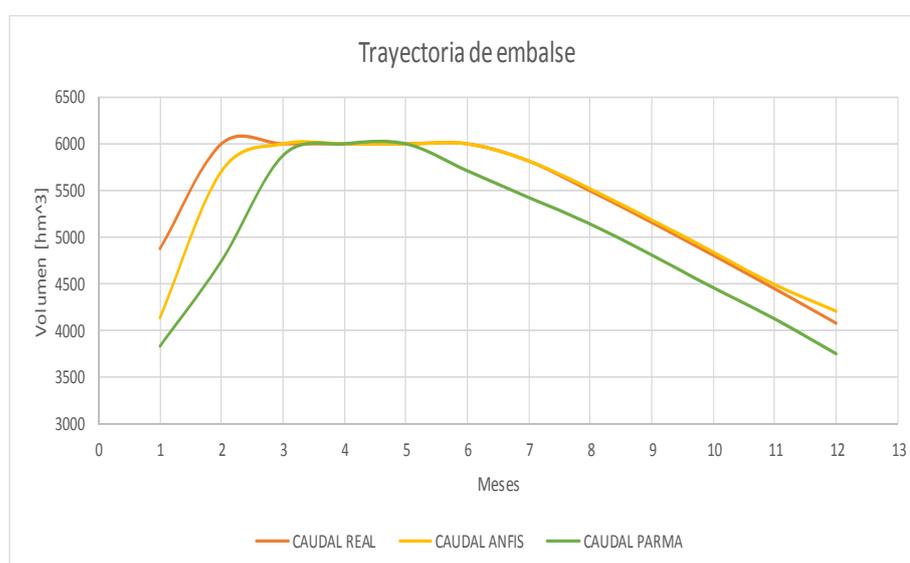
En la tabla 5.12 se presenta los costos totales obtenidos considerando el período 2012 en la optimización de la operación de la central Daule-Peripa. Como era de esperarse, al tener afluencias altas los costos de generación son menores a los costos determinados en la tabla 5.10, ya que para el período 2012 se tiene mayor disponibilidad de energía hidroeléctrica.

**Tabla 5.12. Costos totales de operación obtenidos para el año 2012 aplicando los modelos de pronóstico a la central Daule-Peripa.**

<b>COSTOS TOTALES DE OPERACIÓN DAULE-PERIPA 2012 (AÑO HÚMEDO)</b>		
<b>CAUDAL REAL</b>	<b>ANFIS</b>	<b>PAR</b>
\$ 164,616,300.55	\$ 165,889,045.28	\$ 172,550,141.15

Analizando la tabla 5.12, se puede notar que el costo mínimo de operación se lo obtuvo para el escenario de caudales reales, sin embargo, al comparar los costos obtenidos al considerar los caudales pronosticados, los menores costos se obtuvieron para los caudales pronosticados con el modelo ANFIS, lo que refuerza la idea de que los resultados del modelo de pronóstico tienen influencia en los costos totales de operación del sistema.

En la figura 5.10 se presenta la trayectoria del embalse de la central Daule-Peripa. Haciendo una comparación con la trayectoria de la figura 5.8, se puede apreciar que para el año 2012 (afluencias altas), el embalse reacciona vaciándose más pues los caudales afluentes son mayores y permitirán una mejor recuperación del embalse al llegar estas afluencias.



**Figura 5.10. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Daule-Peripa para el escenario año 2012.**

La trayectoria del embalse considerando los caudales pronosticados con ANFIS (línea amarilla) es muy cercana a la trayectoria considerando caudales reales (línea naranja) en los meses de enero a marzo y prácticamente coincide en los meses de marzo a diciembre, esto permite deducir que los pronosticadores de caudales tienen mejor rendimiento ante escenarios de caudales normales a altos y su rendimiento baja para

caudales bajos o cuando hay presencia de fenómenos hidrológicos desfavorables. Este comportamiento se agudiza si no existe información histórica suficiente y de buena calidad para que el modelo de pronóstico pueda anticipar su ocurrencia o no se cuenta con información de variables climatológicas que permitan al pronosticador anticiparse a esta hidrología seca.

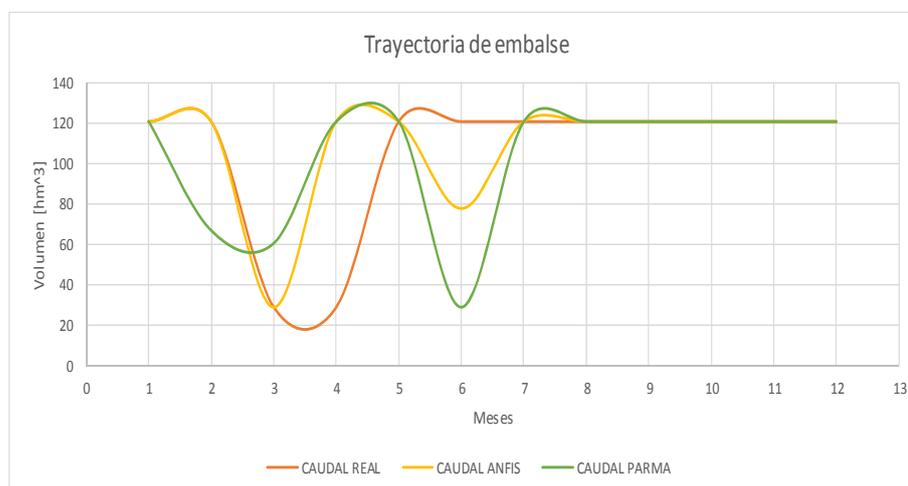
En la tabla 5.13 se presentan los costos obtenidos para la central Paute-Molino para el año 2012.

**Tabla 5.13. Costos totales de operación obtenidos para el año 2013 aplicando los modelos de pronóstico a la central Paute-Molino.**

<b>COSTOS TOTALES DE OPERACIÓN PAUTE-MOLINO 2012 (AÑO HÚMEDO)</b>		
<b>CAUDAL REAL</b>	<b>ANFIS</b>	<b>PAR</b>
\$ 3,145,819,400.00	\$ 2,644,534,800.00	\$ 2,775,339,200.00

Nuevamente es evidente que los costos son menores a los obtenidos en la tabla 5.11 debido a que, siendo el año 2012 un año de afluencias altas, entonces se tiene mayor oferta de energía hidroeléctrica y se desplazará más energía termoeléctrica. Los costos menores de operación se obtuvieron considerando los caudales pronosticados con ANFIS.

En la figura 5.11 se presenta la trayectoria del embalse de la central Paute-Molino. La trayectoria obtenida utilizando los caudales pronosticados con el modelo ANFIS nuevamente tiene una cercanía con la trayectoria de los caudales reales para el año 2012, lo que confirma que el modelo ANFIS presenta un buen desempeño cuando es contrastado con el modelo PARMA en aplicaciones de operación de sistemas hidrotérmicos.



**Figura 5.11. Trayectoria del almacenamiento en el embalse de la central Paute-Molino para el escenario año 2012.**

## 5.6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

La principal idea de haber incluido el capítulo 5 de este trabajo fue realizar un análisis crítico sobre los modelos de optimización aplicables a los sistemas hidrotérmicos. Como se pudo apreciar en la sección 5.5, el modelo de

pronóstico tiene incidencia tanto en los costos esperados de operación del sistema como en las políticas de operación de los embalses.

Las figuras 5.8 y 5.10, trayectoria del almacenamiento para la central Daule-Peripa en dos escenarios de afluencias, se presentan como curvas suaves, con sus valores más altos coincidiendo con los meses de caudales bajos y con los valores más bajos de almacenamiento en los períodos previos a la ocurrencia de caudales altos, esto puede entenderse como que el optimizador ha seleccionado una buena política de operación mediante la cual se turbinaba una cantidad importante de agua vaciando el embalse en las etapas previas y durante la ocurrencia de caudales altos, y por el contrario reduce su turbinamiento y recupera el nivel de los embalses anticipándose a los caudales bajos con el fin de evitar que exista un déficit de energía hidroeléctrica.

Revisando la trayectoria del almacenamiento de la central Paute-Molino, se puede notar que es una curva cuya tendencia sería mantener una política de operación similar a la obtenida para la central Daule-Peripa, sin embargo, su forma no corresponde al tipo de curva que se obtiene normalmente para este tipo de simulaciones (ver [46, 47, 55, 60, 61]).

El embalse Amaluza (Paute-Molino) tiene una pequeña capacidad de regulación, ya que su volumen útil ( $79.61 \text{ hm}^3$ ) permite generar energía durante pocos días, trabajando a plena carga (turbinamiento máximo de  $190 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

En el trabajo de Guañuna [64] se presenta un modelo para la optimización de un sistema hidrotérmico conteniendo la central Paute-Molino, utilizando etapas mensuales para la optimización, y se presenta un gráfico de trayectoria del embalse similar al obtenido en las figuras 5.9 y 5.11.

Cabe resaltar que la central Paute-Molino forma parte de un proyecto que integra 4 centrales hidroeléctricas en cascada (Paute-Mazar, Paute-Molino, Paute-Sopladora y Paute-Cardenillo).

La central aguas arriba de esta cascada, Mazar, realiza la regulación de los caudales pues posee un embalse mayor (3.43 veces mayor que Molino), pese a que tiene una capacidad instalada del 17.1% de la central Molino.

Actualmente se encuentran en operación las centrales Mazar y Molino. En vista que la central Molino tiene una alta capacidad de generación y un embalse pequeño, debería esperarse que en la operación conjunta de estas centrales, la central Molino opere como una central de pasada para aprovechar al máximo los caudales de ingreso manteniendo la altura líquida al máximo, ya que la regulación será realizada aguas arriba.

Con la finalidad de verificar el comportamiento de la cascada Mazar-Molino ante la solución óptima obtenida con el optimizador Minos 5 empleado en la sección anterior, se ha simulado la operación de este sistema para el escenario de

caudales promedios mensuales considerando el histórico disponible de 1964 a 2013.

En la tabla 5.14 se presentan los parámetros operativos de la central Mazar y en las tablas 5.15 y 5.16 se presentan los coeficientes de los polinomios de cota de embalse y canal de descarga, obtenidos a partir de las referencias [66] y [67].

No se ha logrado obtener informaciones sobre la relación entre la cota del canal de descarga y la descarga total de la central, por lo que se ha considerado que el nivel de la descarga es constante e igual a la cota de restitución.

Esto podría afectar el rendimiento de la central Mazar dado que posee turbinas tipo Francis, pero se asumirá esta limitación considerando que la afectación puede ser mínima.

**Tabla 5.14. Parámetros operativos de la central Paute-Mazar.**

Parámetros Operativos						
Potencia Instalada [MW]	Volumen Mínimo [hm <sup>3</sup> ]	Volumen Máximo [hm <sup>3</sup> ]	Turbinamiento Mínimo [m <sup>3</sup> /s]	Turbinamiento Máximo [m <sup>3</sup> /s]	Productividad $\left[ \frac{MW}{(m^3/s) \cdot m} \right]$	Coef PC $\left[ \frac{m}{(m^3/s)^2} \right]$
183.66	91.4	414.1	14.1	141.1	0.00877014	0.000269

**Tabla 5.15. Coeficientes del polinomio cota-volumen del embalse de la central Paute-Mazar.**

Polimonio Cota - Volumen $\phi(x)$ [msnm]						
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
2022.0	2.1092	-0.020789	9.972e-5	-2.15101e-7	1.6882e-10	0

**Tabla 5.16. Coeficientes del polinomio cota-descarga de la central Paute-Mazar.**

Polimonio Cota - descarga $\theta(u)$ [msnm]						
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$
2004.0	0	0	0	0	0	0

En cuanto a la demanda de energía, se ha considerado que la demanda máxima que deberá atender la cascada será igual a la suma de las capacidades instaladas de ambas centrales, y su variación mensual será igual a la variación mensual de la curva de demanda del SNI. En la tabla 5.17 se presenta la demanda considerada para este escenario.

Mazar	=	183.66 MW
Molino	=	1075 MW
TOTAL	=	1258.66 MW

Las limitaciones y suposiciones para la aplicación del optimizador son las mismas consideradas en las secciones anteriores.

Se considerará los caudales promedios afluentes a ambas centrales de manera independiente, ya que cuando se simuló la operación de Molino aislada se consideró el caudal afluente total (Mazar + Molino).

Debido a que se simularán las centrales de manera independiente, se ha considerado los caudales afluentes laterales a ambos embalses (Tabla 5.18). Los valores más altos de afluencias se presentan desde abril hasta agosto de cada año.

**Tabla 5.17. Demanda considerada para la simulación de la cascada Mazar-Molino.**

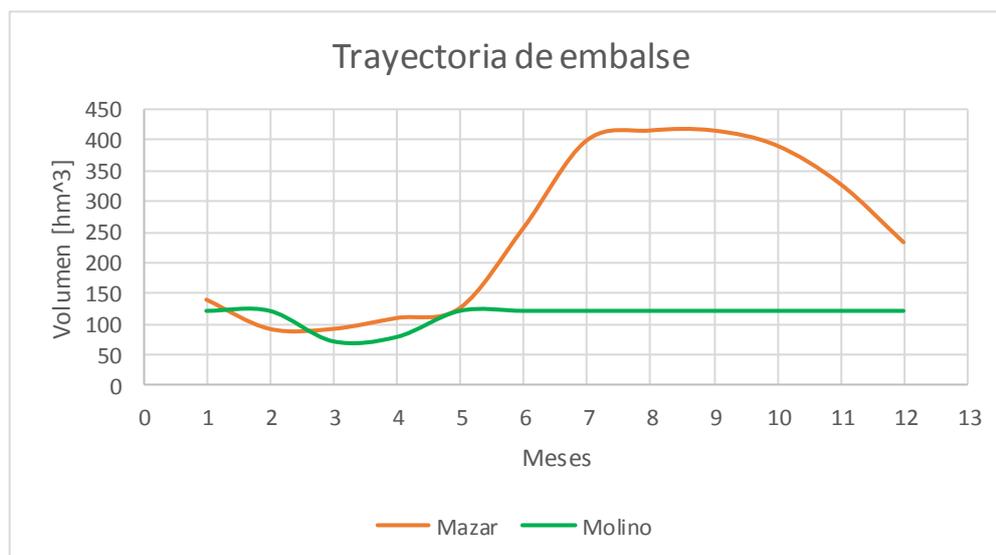
	<b>Demanda promedio [MW] SNI (2002 - 2013)</b>	<b>Demanda normalizada (0-1)</b>	<b>Demanda referida a las centrales [MW]</b>
<b>Enero</b>	2573.51	0.948753522	1194.16
<b>Febrero</b>	2558.06	0.943056387	1186.99
<b>Marzo</b>	2592.29	0.955677194	1202.87
<b>Abril</b>	2621.74	0.966533535	1216.54
<b>Mayo</b>	2621.72	0.966524777	1216.53
<b>Junio</b>	2562.92	0.94484892	1189.24
<b>Julio</b>	2515.47	0.927356369	1167.23
<b>Agosto</b>	2531.96	0.933434056	1174.88
<b>Septiembre</b>	2590.00	0.954832038	1201.81
<b>Octubre</b>	2605.03	0.960372401	1208.78
<b>Noviembre</b>	2649.04	0.976599488	1229.21
<b>Diciembre</b>	2712.52	1	1258.66
<b>Promedio</b>	2594.52	-	1203.91
<b>Máximo</b>	2712.52	-	1258.66
<b>Mínimo</b>	2515.47	-	1167.23

**Tabla 5.18. Caudales promedios mensuales (1964-2013)  
considerados para la simulación de la cascada Mazar-Molino.**

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>Mazar</b>	47.09	61.44	71.94	101.69	108.82	127.45	131.93	93.92	74.38	63.84	54.33	48.84
<b>Amaluza</b>	20.22	25.80	31.57	43.07	48.34	57.33	57.07	44.16	35.97	28.52	23.37	21.43

En la figura 5.12 se presenta la trayectoria de los embalses de ambas centrales.

Se puede notar que curvas obtenidas mantienen una forma similar a las curva que se obtiene normalmente para este tipo de simulaciones (ver [46, 47, 55, 60, 61]), ya que el embalse aguas arriba (Mazar), de mayor tamaño, realiza la regulación de los caudales y reduce su almacenamiento dependiendo de las afluencias, en tanto que el embalse al final de la cascada (Molino), realiza su operación como una central de pasada, manteniendo su embalse al nivel máximo la mayor parte del tiempo y turbinando prácticamente todo el caudal que ingresa a su embalse (afluentes laterales y contribuciones de Mazar).

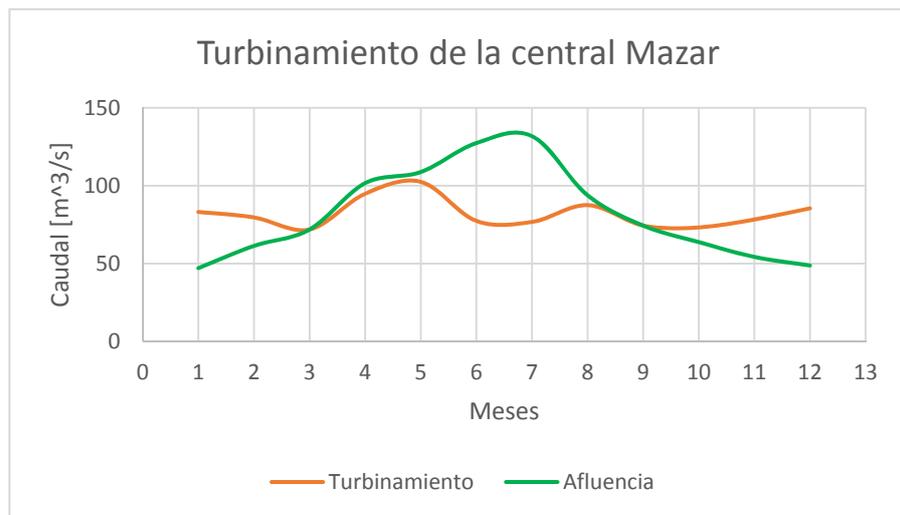


**Figura 5.12. Trayectoria de los embalses Mazar y Amaluza ante caudales promedios mensuales.**

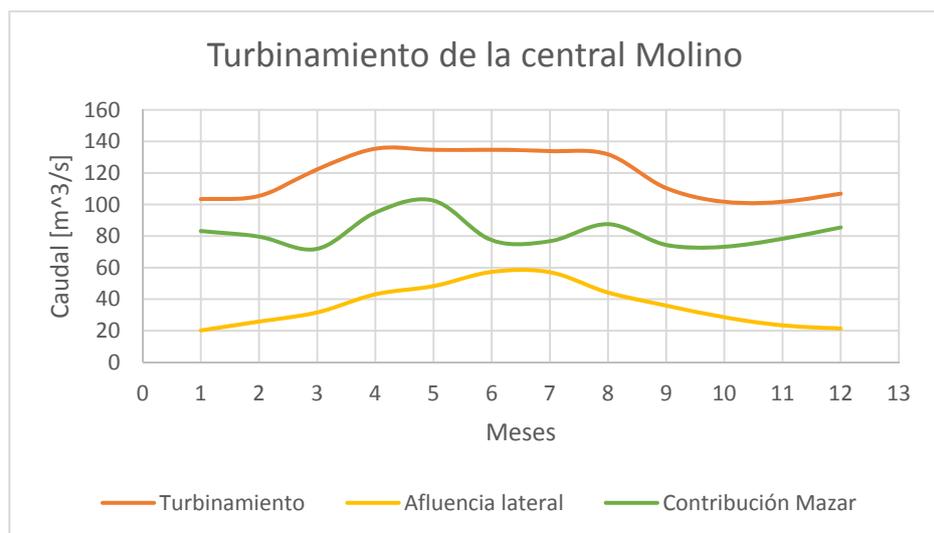
En la figura 5.13 y 5.14 se presentan los turbinamientos de ambas centrales comparados con las afluencias mensuales. El turbinamiento de la central Mazar tiene su valor máximo en el mes mayo, por lo que aprovecha el aumento de las afluencias que inicia en abril.

En los siguientes meses el turbinamiento se reduce para almacenar la mayor cantidad de agua del periodo húmedo con la finalidad de luego utilizar esta agua en los meses de afluencias escasas, por este motivo el embalse tiene sus mayores niveles en las etapas posteriores al período húmedo, pues de esta manera la oferta de energía hidroeléctrica se mantiene y los costos de operación totales del sistema se mantienen equilibrados.

Por el contrario, la central Molino (figura 5.14) turbiniza prácticamente toda el agua que le ingresa desde los afluentes laterales y desde el embalse Mazar, manteniendo las características de operación como central de pasada, que es la política óptima de operación según [46, 47 y 61].



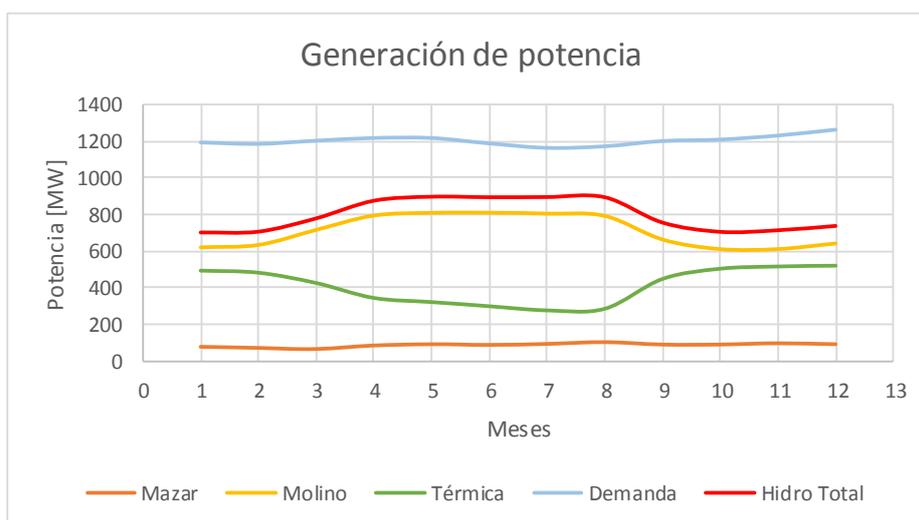
**Figura 5.13. Turbinamiento de la central Mazar.**



**Figura 5.14. Turbinamiento de la central Molino.**

En la figura 5.15 se presenta la trayectoria de la generación de potencia de las centrales comparadas con la demanda total considerada. Como puede apreciarse, la central Molino tiene mayor capacidad instalada y por tanto es la que define la generación hidroeléctrica para complementar la generación térmica; la diferencia entre la generación hidroeléctrica total y la generación de la central Molino tienen un comportamiento casi igual, diferenciado solo por la generación de la central Mazar. La generación hidroeléctrica total (línea color rojo) y la complementación térmica (línea color verde) se suman para atender la demanda del sistema (línea color azul).

Para el escenario analizado no se presentaron vertimientos. El costo total de operación fue de \$ 2,265'392,000.00 (dos mil doscientos sesenta y cinco trescientos noventa y dos mil millones de unidades monetarias).



**Figura 5.15. Generación de potencia para la cascada Mazar-Molino.**

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **CONCLUSIONES**

1. El principal objetivo de este trabajo fue la aplicación de un modelo basado en una de las técnicas de Soft Computing más populares: las Redes Neuro-Fuzzy, y una de sus aplicaciones específicas el sistema ANFIS, que se fundamenta en la combinación de redes adaptables (una extensión de las redes neuronales) y los sistemas de inferencia Fuzzy.
2. El problema del pronóstico de caudales es de vital importancia para el sector eléctrico ecuatoriano, ya que la eficacia de las políticas de operación del sistema hidrotérmico ecuatoriano tiene una alta dependencia de la exactitud de los caudales pronosticados.
3. La entrada en operación de nuevos proyectos hidroeléctricos actualmente en construcción motiva a que se realicen mayores esfuerzos para encontrar mejores modelos de pronóstico de caudales, especialmente en momentos en

que el clima presenta una alta variabilidad y se estima la ocurrencia de diferentes escenarios de cambio climático.

4. En la actualidad, los pronósticos de caudales en el Ecuador se realizan considerando modelos de series de tiempo estocásticas; sin embargo, si se considera que las series de caudales afluentes presentan un comportamiento periódico y no estacionario, dichos modelos no pueden ofrecer siempre resultados satisfactorios, especialmente cuando se presentan variaciones climatológicas. Por este motivo se propuso la aplicación del modelo ANFIS el cual según la literatura consultada ha presentado mejores resultados frente a los modelos estocásticos clásicos.
5. En este trabajo se ajustaron dos modelos ANFIS para realizar el pronóstico de los caudales medios mensuales afluentes a las centrales hidroeléctricas Paute-Molino y Daule-Peripa; el histórico de caudales considerado para el estudio fue el período entre 1950 a 2013 para Daule-Peripa y 1964 a 2013 para Paute-Molino.
6. El proceso de pronóstico se llevó a cabo en dos fases: la primera fase correspondió a la identificación de la arquitectura ANFIS y entrenamiento de la red para cada serie de caudales, y la segunda correspondió a la evaluación de dicha arquitectura en el pronóstico de caudales en un horizonte de cinco años.

7. Para el entrenamiento de la red se consideró el histórico de caudales de cada central hasta el año 2008, de tal manera que los modelos ANFIS adapten sus parámetros y “adquieran el conocimiento” sobre el comportamiento de la serie de caudales. Para el proceso de pronóstico y comparación de resultados, se utilizó un período de 5 años, de 2009 a 2013.
8. Para determinar la eficacia del modelo propuesto, fue comparado con los caudales reales del período de prueba y con un pronóstico basado en el modelo de series de tiempo estocásticas PARMA. La comparación se realizó utilizando métricas de error comúnmente utilizadas en aplicaciones de redes neuronales artificiales.
9. Los resultados presentados en el capítulo 4 muestran que el modelo ANFIS presenta mejor eficiencia en el pronóstico frente al modelo PARMA, cuando son comparados con los caudales reales ocurridos en el período de prueba utilizando las métricas de error definidas para la comparación. Los resultados obtenidos son coherentes con las referencias consultadas y se puede establecer que el modelo ANFIS permite obtener un mejor pronóstico de caudales para las dos centrales hidroeléctricas estudiadas.
10. Los resultados también demuestran que para el proceso de entrenamiento, el modelo ANFIS requiere un número de épocas mucho menor que las redes neuronales artificiales.

11. En el capítulo 5 se presentó la aplicación de un modelo de optimización determinística para evaluar la influencia que tiene el modelo de pronóstico de caudales en los costos de operación de un sistema hidrotérmico y en las políticas de operación. Para tal efecto se seleccionaron dos años del período pronosticado, un año de afluencias altas y un año de afluencias bajas.
12. Los resultados en cuanto a costos y la trayectoria del almacenamiento del embalse nuevamente fueron favorables para el modelo ANFIS, pues al optimizar la operación del sistema con los caudales pronosticados con esta herramienta se obtuvieron menores costos de operación comparados con los obtenidos considerando los caudales pronosticados con el modelo PARMA.
13. Una de las limitaciones que se tuvieron en la aplicación del modelo de optimización fue la falta de información detallada de las centrales, especialmente en lo que se refiere a las ecuaciones que relacionan los volúmenes del embalse y canal de desagüe con la altura y el turbinamiento, respectivamente. Evidentemente la falta de esta información no permite representar en detalle la función de producción de hidroelectricidad, sin embargo, siendo el objetivo del capítulo 5 solo evidenciar la influencia del modelo de pronóstico de caudales, el autor considera que los resultados obtenidos son coherentes y constituyen una aproximación válida.
14. Finalmente, se realizó una discusión detallada de las ventajas y desventajas de los dos enfoques utilizados para la planificación de la operación de sistemas

hidrotérmicos (determinístico y estocástico), y se realizó un análisis de la operación conjunta de las centrales Paute-Mazar y Paute-Molino considerando caudales promedios mensuales, lo que confirmó que la operación óptima de una cascada de centrales hidroeléctricas establece que la centra aguas abajo debería operar como una central de pasada para aprovechar la altura líquida máxima y aprovechar de mejor manera los caudales afluentes que son regulados por las centrales aguas arriba.

## **RECOMENDACIONES**

1. Como recomendación se plantea que la FIEC la adquisición de una licencia educativa del software GAMS, lo que permitiría realizar simulaciones de largo plazo (5 a 10 años) y se tendría una mejor perspectiva de la operación de las centrales del sistema ecuatoriano, y de esta forma realizar estudios que permitan determinar reglas operativas óptimas adecuadas para los embalses, pues las reglas operativas paralelas que se utilizan actualmente pueden no ser las más adecuadas.

## **TRABAJOS FUTUROS**

1. Debido al desempeño mostrado por el modelo ANFIS, se sugiere la continuación de estos estudios considerando el aumento del orden de autoregresión; esto aumentará el esfuerzo y tiempo computacional necesario

para la ejecución de los modelos, pero es importante analizar el rendimiento del pronóstico bajo estas consideraciones.

2. Un aspecto teórico que debe ser analizado es el aumento en el orden de la función de salida del modelo ANFIS y utilizar un polinomio de segunda orden en lugar de una función lineal para la salida. Otro aspecto teórico importante es el uso de técnicas afines como algoritmos genéticos para el ajuste de las funciones de pertenencia, ya que el procedimiento heurístico utilizado constituye un ensayo tipo “prueba y error”, y evidentemente habrá mejores metodologías para este ajuste.
3. Un desarrollo importante y necesario es el establecimiento de un Sistema de Información para las Centrales Eléctricas del Ecuador, dicho sistema debería contar con una base de datos detallada con las características principales de cada una de las centrales hidroeléctricas y termoeléctricas, de tal forma que los investigadores cuenten con información completa para aplicar diferentes modelos de optimización; de esta forma se podrían realizar mejoras que conduzcan a obtener los mayores beneficios de la gran inversión que está realizando el estado en energía hidroeléctrica.
4. En virtud del ingreso de importantes proyectos hidroeléctricos, debería considerarse la apertura de una línea de I+D en modelos de *planificación de la operación de sistemas hidrotérmicos*, ya que la experiencia brasileña con el uso del modelo de optimización estocástica no ha sido la mejor según la bibliografía consultada y en dicho país se está realizando pruebas con modelos alternativos.

## **ANEXOS**

## ANEXO1: CAUDALES MEDIOS MENSUALES CENTRAL DAULE-PERIPA

AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1950	26.1	286.6	816.8	327.6	95.4	72.6	28.9	15.6	11.3	15.8	12.3	113.9
1951	65.1	321.7	450.4	519.4	233.1	289.2	274.3	52.4	25.5	24.1	21.7	16.6
1952	72.6	198.2	158.8	277.9	183.0	94.3	66.2	34.1	37.9	14.4	7.5	22.0
1953	137.8	561.3	507.2	487.8	1054.0	87.8	61.1	30.6	25.3	22.2	30.3	21.8
1954	41.4	231.0	742.3	205.1	184.3	111.0	49.3	26.6	25.2	19.9	11.8	96.1
1955	521.5	444.9	428.3	449.8	146.1	23.6	55.9	31.9	31.8	14.2	11.5	10.3
1956	36.5	255.8	993.9	455.3	104.9	70.6	28.8	19.5	15.0	15.2	11.6	19.3
1957	37.1	530.7	605.0	282.3	524.3	251.5	177.5	38.9	42.7	21.1	12.9	21.4
1958	61.2	563.5	1036.0	383.4	164.2	89.4	20.1	19.5	14.6	17.1	11.4	18.2
1959	38.5	230.3	842.0	318.3	339.3	235.2	31.5	31.1	24.2	13.9	13.7	43.4
1960	91.3	198.5	436.6	566.5	188.8	13.3	19.3	15.9	15.2	10.2	6.7	6.7
1961	45.1	544.4	548.9	196.8	130.4	27.3	24.0	18.3	16.3	44.1	11.7	17.6
1962	96.2	255.4	630.8	631.0	153.6	66.7	27.8	14.8	15.6	9.2	12.2	11.6
1963	27.1	86.5	193.1	167.2	103.2	28.7	16.3	11.6	6.9	6.5	6.8	10.4
1964	178.8	321.2	688.2	759.2	118.4	45.0	29.7	23.5	21.2	18.2	15.2	16.8
1965	57.4	260.7	755.2	834.2	527.2	222.6	74.3	33.7	23.4	23.6	21.9	15.2
1966	252.6	532.1	634.1	235.4	144.8	72.8	28.2	26.6	15.7	18.4	12.4	15.6
1967	298.1	534.5	369.6	144.7	99.7	45.0	30.5	22.2	18.0	17.0	11.9	11.7
1968	36.9	136.0	167.5	163.5	38.4	28.5	21.3	16.0	14.1	10.3	9.3	8.8
1969	32.1	49.0	239.9	509.4	434.8	289.1	75.1	32.2	22.0	16.3	15.2	20.2
1970	63.1	170.3	167.0	858.4	358.2	80.9	37.4	25.5	20.0	16.0	14.1	16.5
1971	51.3	370.8	853.1	349.2	66.5	35.2	24.6	19.2	15.5	14.3	12.4	15.5
1972	66.3	369.4	608.7	405.8	150.6	464.4	208.0	64.4	37.3	34.1	24.5	108.7
1973	415.4	544.0	514.0	745.2	500.7	101.2	58.1	33.0	26.8	22.6	18.4	19.5
1974	28.8	329.2	275.6	98.2	121.7	37.5	26.0	18.4	14.0	12.9	9.8	21.1
1975	288.0	659.9	586.0	652.5	125.9	87.4	41.7	27.3	20.3	15.0	11.7	26.1
1976	369.7	585.9	734.2	743.5	543.1	152.0	61.9	32.6	16.9	16.9	15.6	22.2
1977	145.6	293.6	619.3	214.0	93.5	67.2	34.5	22.5	23.6	23.6	8.6	13.7
1978	60.1	315.8	215.9	297.0	250.7	49.7	27.3	18.4	11.5	11.5	11.5	10.2
1979	33.2	143.7	232.6	320.0	60.4	57.0	31.7	18.4	13.8	13.8	9.2	7.2
1980	12.8	117.6	109.2	423.3	186.8	57.9	27.1	18.0	11.0	11.0	10.1	10.2
1981	52.8	596.8	478.5	399.6	62.7	26.7	18.0	13.6	8.5	8.5	6.9	9.2
1982	57.6	263.6	112.2	143.9	103.1	53.2	22.9	14.4	10.0	10.0	600.9	768.1
1983	803.5	617.5	802.0	743.3	566.0	464.3	247.3	181.0	98.1	98.1	54.5	56.1
1984	43.8	448.2	627.4	447.3	214.0	68.1	39.5	22.8	14.5	14.5	10.3	42.7
1985	195.6	177.0	246.0	111.7	53.1	54.2	27.7	17.2	9.2	9.2	6.6	47.3
1986	151.0	120.0	220.7	338.5	210.1	50.7	27.5	18.6	12.6	13.7	13.0	19.0
1987	339.2	782.2	554.4	609.7	427.8	98.2	45.8	39.4	18.9	17.1	14.4	18.6
1988	112.8	374.0	218.7	167.3	237.3	54.6	40.4	37.0	32.0	31.6	42.4	47.8
1989	181.5	640.8	449.7	484.5	132.4	64.4	35.1	20.5	17.2	15.9	14.3	11.5
1990	40.1	203.7	338.9	382.9	106.2	35.7	22.5	10.3	7.0	4.2	2.8	13.7
1991	21.3	451.1	466.5	312.0	161.7	51.1	38.5	30.0	39.7	40.0	30.8	29.8
1992	206.5	495.5	1124.0	581.3	701.5	298.0	102.9	34.5	26.3	24.5	31.0	39.3
1993	122.3	578.2	693.4	785.0	327.5	76.3	34.9	27.3	20.7	13.7	19.8	36.6
1994	163.7	526.7	410.7	561.4	404.0	109.1	45.0	37.9	25.1	27.0	27.1	80.1
1995	272.6	458.8	168.2	344.0	126.8	85.1	56.0	41.6	27.2	30.7	24.7	40.6
1996	66.5	325.3	471.7	336.7	110.9	49.1	39.4	39.7	9.3	14.8	24.2	13.7
1997	77.6	336.9	436.8	558.1	437.8	507.0	411.7	502.8	464.9	498.3	39.0	864.2
1998	800.4	773.2	1317.0	1592.0	722.0	684.7	220.5	117.4	77.0	53.3	46.6	34.7
1999	57.5	652.6	593.0	736.7	267.4	90.5	42.4	12.9	16.3	11.3	8.4	35.8
2000	51.1	367.9	487.1	384.2	227.9	49.5	25.3	14.1	10.1	5.6	5.8	10.1
2001	242.9	328.7	572.5	756.3	212.2	48.7	24.3	14.0	7.8	4.5	4.7	11.3
2002	46.9	364.5	646.5	673.8	399.6	201.3	41.9	20.1	15.1	17.0	18.4	77.8
2003	285.2	442.8	311.4	324.0	167.7	53.5	26.8	12.1	3.8	10.6	5.8	31.7
2004	46.3	286.0	226.3	309.0	181.2	78.0	30.1	11.5	12.4	7.2	3.9	5.4
2005	27.1	187.2	302.6	569.4	82.7	18.4	7.6	3.7	0.6	0.6	2.1	9.2
2006	33.8	424.7	595.7	171.1	63.7	30.5	15.1	16.8	11.5	8.1	25.3	12.5
2007	80.5	335.7	391.1	450.4	162.8	90.1	15.5	7.0	0.2	1.1	0.5	3.9
2008	393.4	729.2	597.0	350.9	182.9	55.0	31.9	12.8	2.5	3.0	12.4	44.3
2009	186.3	485.2	407.0	154.7	161.7	46.3	31.8	24.4	18.0	12.2	9.4	44.7
2010	181.5	592.9	591.7	638.7	318.6	59.0	52.1	21.5	43.7	20.3	23.5	111.6
2011	328.1	486.3	162.1	474.8	108.4	46.4	57.7	31.4	19.7	15.4	11.7	29.8
2012	463.0	754.4	906.8	492.7	460.5	158.6	82.7	30.7	23.7	18.7	15.4	11.6
2013	173.1	467.8	824.9	705.8	155.8	109.0	49.8	34.8	28.0	22.6	16.2	19.9

## ANEXO2: CAUDALES MEDIOS MENSUALES CENTRAL PAUTE-MOLINO

AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1964	81.0	66.2	82.1	154.8	200.4	250.5	139.3	177.9	221.4	84.5	66.5	42.6
1965	48.0	45.9	60.5	102.6	175.6	243.6	183.2	125.9	134.3	100.8	140.4	62.0
1966	118.7	83.3	109.5	107.3	82.4	92.6	123.0	127.5	89.2	82.1	44.4	46.1
1967	88.8	72.3	61.4	91.6	170.8	172.7	241.6	198.2	102.9	114.1	65.5	55.1
1968	80.1	30.6	95.3	100.3	61.6	101.1	238.2	139.1	106.5	119.5	55.7	25.8
1969	36.9	73.3	66.7	188.8	103.7	141.2	147.6	159.0	122.4	65.6	88.7	115.0
1970	108.7	190.7	145.9	164.4	172.0	299.4	161.9	214.4	161.9	107.6	103.0	103.6
1971	84.5	102.5	182.8	146.7	100.6	163.3	220.7	173.4	168.6	124.9	67.0	59.1
1972	117.6	95.5	106.0	134.8	149.3	178.3	264.0	116.7	155.6	93.8	104.9	87.5
1973	98.6	128.3	98.4	137.4	140.7	136.9	173.9	178.7	145.6	72.3	74.5	47.0
1974	49.8	128.3	90.2	70.2	181.9	122.7	273.1	137.5	185.6	179.0	110.8	104.1
1975	105.2	92.4	166.0	120.7	175.0	308.2	215.0	235.6	124.5	135.2	114.0	53.9
1976	74.0	61.8	72.9	202.1	247.7	278.8	343.0	238.9	119.2	59.0	77.9	60.6
1977	51.2	105.2	132.6	193.2	108.8	214.5	176.3	129.5	144.8	111.0	46.5	61.2
1978	49.1	71.2	137.9	229.6	198.1	287.1	214.9	196.4	140.2	181.9	51.3	42.4
1979	33.8	26.3	79.7	150.5	136.2	138.7	136.7	106.4	64.3	53.7	36.0	56.5
1980	45.0	62.1	79.2	148.9	118.3	183.8	191.3	118.5	109.9	147.3	100.6	74.7
1981	34.1	58.0	126.5	127.1	74.6	134.2	151.7	65.7	79.5	46.1	31.4	51.9
1982	43.9	40.9	43.7	130.1	139.5	97.4	154.6	164.8	96.9	118.6	95.5	129.9
1983	103.3	120.6	132.4	185.4	167.9	101.8	113.0	123.1	110.4	142.9	58.2	78.5
1984	47.6	158.4	127.7	258.9	108.4	188.3	201.8	138.1	96.3	88.4	59.3	82.7
1985	41.2	45.4	42.0	46.1	92.5	252.3	206.8	167.1	87.5	77.7	66.0	45.7
1986	46.8	52.8	62.9	134.7	136.7	144.8	245.7	92.4	144.8	112.7	114.5	79.8
1987	61.6	152.7	128.5	142.7	181.5	140.9	158.5	115.2	112.1	102.3	42.7	59.2
1988	54.9	110.3	64.8	192.8	183.4	98.5	177.2	95.5	68.5	128.3	129.0	58.1
1989	109.5	124.9	179.9	107.8	203.9	268.4	247.3	107.0	78.7	129.6	72.0	30.8
1990	62.8	64.1	135.8	130.3	138.5	253.0	163.3	154.0	82.4	97.2	84.1	73.5
1991	46.8	97.0	82.2	101.7	119.2	168.5	226.3	155.9	93.2	73.3	80.7	47.0
1992	34.1	39.3	104.0	109.7	81.1	169.8	144.2	91.5	84.1	57.8	47.8	43.9
1993	56.8	75.2	192.8	103.6	188.3	206.2	203.3	126.9	121.5	89.1	78.1	93.6
1994	71.3	87.2	114.3	186.3	263.9	315.0	252.7	255.4	208.6	97.3	134.4	102.6
1995	62.9	42.0	52.6	80.2	150.0	133.5	150.6	47.0	64.5	50.0	91.0	74.7
1996	54.8	134.9	114.5	125.6	185.9	123.0	241.9	138.9	108.3	93.7	48.1	52.0
1997	35.8	97.7	118.2	141.1	241.6	73.0	211.3	141.9	87.8	51.3	127.2	101.9
1998	71.5	83.3	97.7	152.9	129.8	187.0	248.8	108.1	56.5	79.5	79.0	34.1
1999	67.0	116.3	158.4	337.8	283.1	147.0	175.7	180.8	98.1	96.3	47.3	93.6
2000	45.0	91.2	135.9	189.1	277.0	176.1	143.3	124.6	123.5	93.9	40.2	52.0
2001	51.2	59.3	70.4	145.7	100.3	255.2	135.4	146.5	89.5	49.3	46.9	57.6
2002	50.0	48.0	53.1	105.8	156.9	122.4	196.9	125.6	69.4	71.8	119.8	72.5
2003	49.1	57.9	62.7	114.5	268.7	145.3	157.4	98.0	83.8	65.3	59.0	96.5
2004	47.1	33.0	94.9	82.1	121.0	295.0	147.0	128.7	112.5	87.3	73.6	77.2
2005	37.0	100.6	137.6	200.0	135.7	216.5	115.7	72.2	55.0	47.8	71.8	80.0
2006	70.8	95.5	95.3	131.2	133.7	125.2	113.4	86.8	84.0	57.1	64.1	85.1
2007	73.5	47.9	87.0	156.7	146.1	352.2	90.7	137.2	99.4	85.8	137.8	128.4
2008	85.7	177.0	142.0	156.6	201.0	164.2	216.0	132.9	147.4	124.1	135.5	75.7
2009	113.0	99.9	82.6	183.9	148.1	155.8	158.8	118.6	71.1	64.2	41.6	45.5
2010	40.7	87.4	52.4	109.6	143.0	194.8	139.5	103.4	64.5	46.6	53.7	69.2
2011	72.9	94.6	57.2	187.5	202.7	174.8	331.9	102.6	153.3	87.9	84.0	149.6
2012	149.7	139.4	168.2	160.4	139.2	152.0	174.9	142.1	83.6	79.2	76.8	53.5
2013	102.3	93.5	90.4	76.8	91.9	193.6	210.5	141.7	103.8	93.3	46.2	39.9

## BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Registro Oficial, eds., “Ley de Régimen del Sector Eléctrico”, Suplemento del Registro Oficial N° 43 (Incluidas reformas hasta agosto de 2000), Quito, Ecuador, octubre de 1996.
- [2]. CONELEC, “Regulación CONELEC-006/00, Procedimientos de Despacho y Operación, Versión 2.0”, Ley de Régimen del Sector Eléctrico, Quito, Ecuador, agosto de 2000.
- [3]. CONELEC, “Estadística del Sector Eléctrico Ecuatoriano 2012”, Quito, Ecuador, 2014, accesible desde [http://www.conelec.gob.ec/archivos\\_articulo/doc\\_10371\\_Estadistica2012.zip](http://www.conelec.gob.ec/archivos_articulo/doc_10371_Estadistica2012.zip).
- [4]. Kelman, J., “Uso de series sintéticas no planejamento e operações de sistemas hidrotérmicos”, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1987.
- [5]. Maceira, M. E. P., Kelman, J., Damázio, J. M., “Utilização de modelos PAR para simulação e previsão de séries hidrológicas mensais”, Anais do VII Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, pp. 511-521, Salvador da Bahia, BA, Brasil, novembro 1987.

- [6]. Yevjevich, V., "Stochastic Processes in Hydrology", Water Resources Publications, Colorado, USA, 1972.
- [7]. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Prentice-Hall International Inc., Third Edition, Upper-Saddle River, New Jersey, USA, 1994.
- [8]. Ruilova, J. C., "Estudio del Año Hidrológico 2001, Embalse Amaluza", Centro Nacional de Control de Energía, Quito, Ecuador, mayo de 2001.
- [9]. Seth, S. M., Chandra, S., "Stochastic modeling of monthly streamflow sequences", en Stochastic Processes in Water Resource Engineering pp. 18-1 a 18-21, Proceedings of the Second International IAHR Symposium on Stochastic Hydraulics, 1977.
- [10]. Terry, L. A., Pereira, M. V. F., Araripe Neto, T. A., Silva, L. F. C. A., Soares, P. R. H., "Coordinating the energy generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", Interfaces, No. 16, Vol. 1, pp. 16-38, enero/febrero de 1986.
- [11]. Fernanda da Serra Costa, Maria Elvira Piñeiro Maceira, Jorge Machado Damázio, "Modelos de Previsão Hidrológica Aplicados ao Planejamento da Operação do Sistema Elétrico Brasileiro", Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Volume 12, No. 3, Júlio/setembro 2007.
- [12]. Manoel Henrique da Nóbrega Marinho, Ricardo Levi Piancó Cavalcante, "Regressão linear para previsão de vazões afluentes do rio São Francisco", XI Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, João Pessoa – PB, Brasil, 27 a 30 de novembro de 2012.

- [13]. Hinojosa, V. H., Pronóstico de Caudales de Mediano y Corto Plazo utilizando razonamiento Inductivo Fuzzy y Algoritmos Evolutivos – Aplicación para las Centrales de Embalse y Centrales de Pasada, Revista Técnica Energía, CENACE, Quito, Enero 2008, pp. 149 – 154.
- [14]. Jang, J-S. R., “ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 23 No. 3, may/june 1993.
- [15]. Jang, J-S. R., “Input Selection for ANFIS Learning”, Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems, New Orleans, 1996.
- [16]. Jang, J-S. R., Sun. T-S., Mizutani, E., “Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A computational approach to Learning and Machine Intelligence”, Prentice Hall Inc., 1997.
- [17]. Manoel Henrique da Nóbrega Marinho, Thyago Carvalho Marques, Rosangela Ballini, Secundino Soares, “Comparative Study of Seasonal Streamflow Forecasting models”, 5th Latin American Congress: Electricity Generation and Transmission, November 16- 20 2003, Sao Pedro, Brazil.
- [18]. Velásquez, J. D., Dyner I., Souza, R.C., “Modelación de Series Temporales usando ANFIS”, Inteligencia artificial: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial, Vol. 8, N°. 23, 2004, págs. 47-64.
- [19]. Zúñiga, A., Jordán, C., “Pronóstico de caudales medios mensuales aplicando Sistemas Neurofuzzy”, Revista Tecnológica ESPOL, No. 18, Vol. 1, pp. 17 – 23, Octubre de 2005.
- [20]. Zúñiga, A., Jordán, C., “Redes Adaptables y Sistemas de Inferencia Fuzzy: Una aplicación al problema de la previsión de caudales”, I Congreso Nacional

de Investigación, Tecnología e Innovación, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Octubre de 2005.

- [21]. Firat, M., Güngör, M., “Sugeno fuzzy inference system for river flow estimation”, International Congress on River Basin Management, Antalya, Türkiye, pp. 583-598, 2007.
- [22]. Jordán, C., Zúñiga, A., Medina, D., “Ajuste de un Modelo Lluvia-Caudal para la Cuenca Media del Río Paute Aplicando el Modelo Neuro-Difuso ANFIS”, V CONGRESO SOBRE INGENIERIA E INVESTIGACION CIENTIFICA- V CONIIC 2009, Universidad Tecnológica del Perú, Lima, Perú, 16 a 19 de Octubre de 2009.
- [23]. Jordán, C. Zúñiga, A., Medina, D., Gallo, J., Galván, B., “Modelo para la evaluación de los efectos del cambio climático en la operación de largo plazo de centrales hidroeléctricas aplicando técnicas de inteligencia computacional”, Proyecto PIC-08-00165 financiado por SENECYT – Ecuador, Noviembre 2008 a Julio 2010.
- [24]. Ballini, R., Soares, S., Andrade, M.G., “An Adaptive Neural Fuzzy Network Model for Seasonal Streamflow Forecasting”, In Proceedings of the Vth Brazilian Symposium on Neural Networks (SBRN '98), Belo Horizonte-MG, Brazil, Dezembro 1998.
- [25]. Ballini, R., Soares, S., Gomes de Andrade, M., “Redes Neurais Nebulosas para Previsão de vazões médias mensais”, XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Campinas, SP, Brasil, outubro de 2001.

- [26]. Marinho, M.E.N, “Previsão de vazões afluentes vários passos á rente via agregação de vazões para o planejamento energético da operação de sistemas hidrotérmicos de potência”, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – Sp, Brasil, 2005.
- [27]. Palit, A. K., Popovic, D., “Computational Intelligence in Time Series Forecasting: Theory and Engineering Applications”, Springer-Verlag, USA, 2005.
- [28]. Salgado, R. M., Luna, I., Ballini, R., Soares, S., da Silva Filho, D., “Modelos de Inteligência Computacional para Geração de Séries Sintéticas de Vazões Médias Mensais”, Learning and Nonlinear Models (L&NLM), Vol. 10, Iss. 3, pp. 167–174, 2012.
- [29]. Jones, R., Brelsford, W., “Time series with periodic structure”, *Biometrika*, Vol. 54 Nos. 3 & 4, pp. 403 – 408, December 1967.
- [30]. Vecchia, A., “Maximum likelihood estimation for periodic autoregressive-moving average models”, *Technometrics*, Vol. 27, No. 4, pp. 375-348, November 1985.
- [31]. Tesfaye, Y. G., Meerschaert, M. M., Anderson, P. L., “Identification of periodic autoregressive moving average models and their application to the modelling of river flows”, *Water Resources Research*, Vol. 42, No. 1, january 2006.
- [32]. Anderson, P. L., Meerschaert, M. M., Zhang, K., “Forecasting with prediction intervals for periodic autoregressive moving average models”, *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 34, No. 2, March 2013.
- [33]. Schwarz, G., “Estimating the Dimension of a Model”, *The Annals of Statistics*, No 6, Vol. 2, pp.: 461-468, 1978.

- [34]. Dirección de Planeamiento CENACE, Plan de Operación del Sistema Nacional Interconectado Julio 2014 – Junio 2015, Centro Nacional de Control de Energía CENACE, julio de 2014, accesible desde [www.cenace.org.ec](http://www.cenace.org.ec) (acceso en 2014-11-09).
- [35]. Zadeh, L., “Fuzzy sets”, *Information and Control* 8, 338-353, 1965.
- [36]. Pedrycz, W., Gomide, F., “An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design”, MIT Press, Cambridge, MA, 1998.
- [37]. Klir, G. J., Yuan, B., “Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications”, Prentices Hall PTR, New Jersey, 1995.
- [38]. Ross, T. J., “Fuzzy Logic with Engineering Applications”, McGraw Hill, Inc., New York, 1995.
- [39]. Takagi, T., Sugeno, M., “Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modelling and Control”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15:116-132, 1985.
- [40]. Zadeh, L., “Fuzzy logic, neural networks and soft computing”, *Communications of the ACM* 37(3): 77-84, 1994.
- [41]. Fanping Zhang, Huichao Dai, and Deshan Tang, “A Conjunction Method of Wavelet Transform-Particle Swarm Optimization-Support Vector Machine for Streamflow Forecasting,” *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2014, Article ID 910196, 10 pages, 2014. doi:10.1155/2014/910196.
- [42]. Babuška, R., “Fuzzy Systems, Modeling and Identification”, Department of Electrical Engineering, Delft University of Technology, Delft, GA, The Netherlands, 1996,

- [43]. Riyanto, B., Febrianto, F., Machbub, C., “Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System for Forecasting Daily Gasoline Demand”, Proceedings of the Sixth AEESEAP Triennial Conference, Bali, Indonesia, 2000.
- [44]. Grupo de Inteligencia Computacional y Aplicaciones GICA, ESPOL, FIEC, <http://www.fiec.espol.edu.ec/GICA-Web/> , consultado en 2014-12-01.
- [45]. Soares, S., “Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos”, SBA: Controle e Automação, Vol. 1 No. 2, pp. 133 – 131, 1987.
- [46]. Cicogna, M., “Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos Orientado por Objetos”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 1999.
- [47]. Zúñiga, A., “Optimización de la operación de centrales hidroeléctricas aplicando métodos estocásticos”, Jornadas de Investigación ESPOLCIENCIA 2007, Guayaquil, Octubre 2007.
- [48]. Siqueira, T. G., “Comparação entre diferentes Abordagens de Programação Dinâmica no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência”, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 2009.
- [49]. Da Cruz Jr., Gelson, “Planejamento da operação energética a longo prazo de Sistemas Hidrotérmicos de Potência”, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 1994.
- [50]. CONELEC, “Regulación CONELEC-007/00, Procedimientos de Despacho y Operación, Versión 2.0”, Ley de Régimen del Sector Eléctrico, Quito, Ecuador, agosto de 2000.

- [51]. Pereira, M. V. F., “Modelo SDDP V. 6.0, Manual de metodología”, PSR-Inc., Río de Janeiro, julio 1999.
- [52]. Maidment, D. R., Chow, V. T., “Stochastic State Variable Dynamic Programming for reservoir systems analysis”, Water Resources Research, Vol. 17, No.6, pp. 1578-1584, diciembre 1981.
- [53]. Larson, R. E., Casti, J. L., “Principles of Dynamic Programming Part I: Basic Analytic and Computational Methods”, Marcel Dekker Inc., 1978.
- [54]. Marks, D. H., Alarcón, L. F., “A stochastic dynamic programming model for the operation of the High Aswan Dan”, Report No. 246, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1979.
- [55]. Martinez, L., Soares, S., “Comparison Between Closed-Loop and Partial Open-Loop Feedback Control Policies in Long Term Hydrothermal Scheduling”, IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 17, No. 2, MAY 2002.
- [56]. Murtagh, B. A., Saunders, M. A., “Minos 5.5.1 User’s Guide”, Technical Report SOL 83-20R, Stanford University, 2003.
- [57]. Murtagh, B. A., Saunders, M. A., “A projected Lagrangian algorithm and its implementation for sparse nonlinear constraints”, Mathematical Programming Study, 16: 84–117, 1982,
- [58]. Kassab, A., “São Pedro nada tem a ver com isso”, entrevista al Prof. Secundino Soares Filho, Jornal da Unicamp: Especial sobre a crise Energética, Universidade Estadual de Campinas, Julio 2001, consultado en: [http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp\\_hoje/ju/jul2001/unihoje\\_ju164pag04.html](http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp_hoje/ju/jul2001/unihoje_ju164pag04.html)

- [59]. “Belo Monte: energia e polêmica na Amazônia”, Revista Ciência Hoje, Vol. 38, No. 225, pp. 20-25, Brasil, abril 2006, disponible en: [http://cienciahoje.uol.com.br/revista-ch/revista-ch-2006/225/pdf\\_aberto/belomonte.pdf](http://cienciahoje.uol.com.br/revista-ch/revista-ch-2006/225/pdf_aberto/belomonte.pdf)
- [60]. Zambelli, M., Siqueira, T. G., Cicogna, M., Soares, S., “Deterministic Versus Stochastic Models for Long Term Hydrothermal Scheduling”, in Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting (PES '06), Montreal, Canada, 2006.
- [61]. Zambelli, M., Toscano, A. E., dos Santos, E., Soares, S., da Silva Filho, D., “Newave versus Odin; Comparison of Stochastic and Deterministic Models for the Long Term Hydropower Scheduling of the Interconnected Brazilian System”, Revista Controle & Automação, Vol.22 No.6, Novembro e Dezembro 2011.
- [62]. Comunicación vía e-mail del Ing. Marcelo Espín, Subgerente de Planificación de Hidropaute, con fecha 18 de marzo de 2003, conteniendo detalles de la central y curvas cota-volumen.
- [63]. Rosenthal, R., “GAMS: A User’s Guide”, GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA, 2014.
- [64]. Guañuna, W., “Metodología para la valoración del agua de embalses”, Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2001.
- [65]. Lindao, J., Poveda, J., Triviño, C., “Modelo estocástico para la operación de embalses”, Tesis de Grado, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, 2006.

- [66]. Llivichuzhza, V., "Programación a largo plazo de la operación de las centrales en cascada del complejo hidroeléctrico Paute utilizando la plataforma MATLAB", Tesis de Magíster, Universidad de Cuenca, 2013.
- [67]. Maldonado, C., "Confiabilidad del proyecto Paute mediante el concepto de probabilidad de pérdida de carga (LOLP)", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, 1986.
- [68]. Wood, A. J., Wollenberg B. F., "Power generation, operation and control", John Wiley & Sons, 2012.