

**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la  
Producción**

**“DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA PREDECIR  
LA TRAYECTORIA DE VUELO DE UN COHETE  
SONDA”**

**TESIS DE GRADO**

Previo a la obtención del Título de:

**INGENIERO MECÁNICO**

Presentada por:

Sergio Blum Velasco

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

Año: 2008 - 2009

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios, a mis padres, a mis hermanos, a mi director de tesis, a los profesores y amigos que gracias a su invaluable motivación y respaldo logré culminar este trabajo.

## DEDICATORIA

ESTE TRABAJO ESTÁ  
DEDICADO A MIS  
PADRES Y A MIS  
HERMANOS.

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

---

Ing. Francisco Andrade S.  
DECANO DE LA FIMCP  
PRESIDENTE

---

Ing. Ricardo Naranjo S.  
DIRECTOR DE TESIS

---

Ing. Eduardo Orces P.  
VOCAL

---

Ing. Jorge Roca G.  
VOCAL

## DECLARACION EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

---

Sergio Blum Velasco

## RESUMEN

La presente tesis tiene como objetivo principal la elaboración de un programa para predecir la trayectoria de vuelo de un cohete sonda para investigaciones meteorológicas y científicas bajo diferentes condiciones operativas.

Se calculó el coeficiente de arrastre del cohete de pruebas Arreaux de cuatro aletas fabricado por AeroTech Inc. utilizando programas CFD de Ansys Inc. Gambit 2.3 para dibujar y realizar el mallado. Fluent 6.3 para resolver el problema y presentar los resultados.

Se desarrollaron las ecuaciones necesarias para determinar teóricamente la trayectoria de vuelo. En base a estas ecuaciones se realizó el programa de predicción de vuelo. El código fue realizado en MATLAB 7.0 con la ayuda de la herramienta "GUIDE" que genera una interface gráfica con el usuario para crear programas en entorno "Windows".

Con datos experimentales de lanzamientos del Arreaux realizados en la Universidad de Alabama en Huntsville se compararon con resultados

obtenidos con el programa bajo las mismas condiciones operativas. También se calcularon trayectorias de vuelo con el programa desarrollado de seis modelos de motores fabricados por AeroTech Inc. y se compararon con resultados obtenidos con predicciones de nomogramas proporcionados por el fabricante. Comparando resultados se concluye que el programa desarrollado predice dentro de un margen de error aceptable las trayectorias de vuelo.

## INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN.....	II
ÍNDICE GENERAL.....	IV
ABREVIATURAS.....	VIII
SIMBOLOGÍA.....	X
ÍNDICE DE FIGURAS .....	XII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XXVIII
ÍNDICE DE PLANOS.....	XXXI
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1	
1. GENERALIDADES .....	2
1.1. Planteamiento del Problema .....	2
1.2. Objetivos .....	4
1.3. Metodología .....	5



## CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO .....	8
2.1. Principio de Funcionamiento de un Cohete .....	8
2.2. La Atmósfera .....	10
2.3. Fuerzas Aerodinámicas .....	18
2.4. Fuerza de Gravitación .....	26
2.5. Fuerza de Empuje .....	27
2.6. Dinámica de Fluidos Computacional .....	29

## CAPITULO 3

3. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE MEDIANTE ANÁLISIS CFD .....	59
3.1. Geometría del Vehículo .....	59
3.2. Mallado .....	59
3.3. Resolución CFD .....	71
3.4. Presentación de Resultados CFD .....	80

## CAPÍTULO 4

4. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA EL CÁLCULO TEÓRICO DE LA TRAYECTORIA .....	214
4.1. Diagrama de Cuerpo Libre .....	214
4.2. Fuerza de Empuje .....	216

4.3. Fuerza Gravitacional .....	219
4.4. Fuerza de Arrastre .....	221
4.5. Cinemática .....	221

## CAPÍTULO 5

5. DESARROLLO DEL PROGAMA .....	223
5.1. Algoritmo General .....	223
5.2. Funcionamiento del Programa .....	227

## CAPÍTULO 6

6. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON RESULTADOS DEL PROGRAMA .....	244
6.1. Resultados Experimentales .....	244
6.2. Resultados del Programa bajo las Condiciones Operativas de las Pruebas Experimentales .....	252
6.3. Comparación de Resultados Experimentales con Resultados del Programa .....	264
6.4. Cálculo de Trayectorias de Vuelo .....	278

## CAPÍTULO 7

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	331
---	-----

7.1. Conclusiones .....	331
7.2. Recomendaciones .....	333

APÉNDICES

BIBLIOGRAFÍA

## ABREVIATURAS

ASNM	Altura Sobre el Nivel del Mar
cu	Carga Útil
CG	Centro de Gravedad
CP	Centro de Presión
comb	Combustible
cos	Coseno
DES	Detached Eddy Simulation
CFD	Dinámica de Fluidos Computacional
CAD	Diseño Asistido por Computadora
2-D	Dos Dimensiones
ec.	Ecuación
eq.	Equilátero
ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
FIMCP	Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción
°C	Grados Centígrados
°K	Grados Kelvin
G	Fuerza G
kg	Kilogramos
km	Kilómetros
LES	Large Eddy Simulation
ln	Logaritmo Natural
Max	Máximo
EVS	Medida de Sesgo o asimetría
FDM	Método de Diferencias Finitas
FEM	Método de Elementos Finitos
FVM	Método de Volúmenes Finitos
m	Metros
Ma	Número de Match
Re	Número de Reynolds
Pa	Pascal
PISO	Pressure Implicit with Splitting Operators
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes, Ecuaciones de Navier
RSM	Reynolds Stress Model
s	Segundos
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
SIMPLEC	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations -Consistent
sen	Seno

SST	Shear-Stress Transport
3-D	Tres Dimensiones
1-D	Una Dimensión
WALE	Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity

## SIMBOLOGIA

$a$	Aceleración
$g$	Aceleración de la Gravedad
$\theta$	Ángulo
$A$	Área
$A$	Argón
$C_D$	Coefficiente de Arrastre Global
$C_L$	Coefficiente de Elevación Global
$x$	Componente de la Longitud en la dirección $\hat{i}$
$y$	Componente de la Longitud en la dirección $\hat{j}$
$z$	Componente de la Longitud en la dirección $\hat{k}$
$u$	Componente de la Velocidad en la dirección $\hat{i}$
$v$	Componente de la Velocidad en la dirección $\hat{j}$
$w$	Componente de la Velocidad en la dirección $\hat{k}$
$R$	Constante del Gas relacionado al Peso Molecular
$G$	Constante de Gravitación Universal
$\rho$	Densidad
$CO_2$	Dióxido de carbono
$k$	Energía Cinética Turbulenta
$\tau_w$	Esfuerzos Cortantes
$\dot{m}$	Flujo Másico
$D$	Fuerza de Arrastre
$L$	Fuerza de Elevación o Sustentación
$P$	Fuerza de Empuje del Motor
$W$	Fuerza Gravitacional
$\beta$	Gradiente de Temperatura
$I$	Impulso
$\Delta t$	Intervalo de Tiempo
$l$	Longitud Característica
$m$	Masa
$M_T$	Masa de la Tierra
$z$	Medida de Longitud
$N_2$	Nitrógeno molecular
$O_2$	Oxígeno molecular
$O_3$	Ozono molecular
$p$	Presión Absoluta
$R_E$	Radio Ecuatorial de la Tierra.

$\varepsilon$	Razón de Disipación de la Energía Turbulenta
$k$	Razón de los Calores Específicos
$\varepsilon/l$	Rugosidad Superficial Relativa
$T$	Temperatura
$t$	Tiempo
$\emptyset$	Valor Escalar; Diámetro
$X_0$	Valor inicial de X
$\bar{X}$	Valor medio de X
$\vec{X}$	Vector X
$U$	Velocidad de la Corriente Libre
$c$	Velocidad del Sonido
$V$	Velocidad Relativa Cuerpo-Fluido
$\mu$	Viscosidad Dinámica

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1 Metodología de la tesis.....	5
Figura 2.1 Gráfica elaborada con datos de condiciones medias anuales...	12
Figura 2.2 Capas de la atmósfera y perfil de temperatura para una atmosfera estándar promedio.....	14
Figura 2.3 Fuerza de presión y fuerza cortante sobre un elemento diferencial de superficie de un cuerpo.....	19
Figura 2.4 Elementos en 2-D y 3-D compatibles con Fluent.....	36
Figura 2.5 Malla estructurada formada por cuadriláteros.....	37
Figura 2.6 Malla no-estructurada formada por triángulos.....	38
Figura 2.7 Malla compuesta por mallado estructurado y no-estructurado...	39
Figura 2.8 Diagrama del proceso de resolución de Algoritmos basados en Presión.....	44
Figura 2.9 Esquema de volúmenes de control.....	45
Figura 2.10 Flujo turbulento.....	50
Figura 2.11 Subdivisión de la región cercana a la pared.....	55
Figura 2.12(a) Funciones de Pared (Wall Function Approach.....	57
Figura 2.12(b) Modelos válidos cercano a la pared (Near-Wall Model Approach.....	57
Figura 3.1 Vista isométrica de la superficie del Arreaux generada en Gambit 2.3.....	60
Figura 3.2 Área de la unión entre una aleta y el cilindro en la base del modelo.....	61
Figura 3.3 Vista frontal: ubicación del cilindro.....	61



Figura 3.4 Operaciones Booleanas disponibles en la barra de herramientas.....	62
Figura 3.5 División del volumen del modelo.....	63
Figura 3.6 Creación de Función de Tamaño.....	64
Figura 3.7 Resultado del mallado del volumen con elementos tetraédricos.....	65
Figura 3.8 Histograma de valores $Q_{EVS}$ del mallado.....	67
Figura 3.9 Corte en plano perpendicular al eje y, atravesando una aleta...	68
Figura 3.10 Distribución de emelentos de más baja calidad en el modelo..	69
Figura 3.11 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 0 m ASNM).....	81
Figura 3.12 Residuales (0.1 Ma, 0 m ASNM).....	81
Figura 3.13 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 1000 m ASNM).....	82
Figura 3.14 Residuales (0.1 Ma, 1000 m ASNM).....	82
Figura 3.15 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 2500 m ASNM).....	83
Figura 3.16 Residuales (0.1 Ma, 2500 m ASNM).....	83
Figura 3.17 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 5000 m ASNM).....	84
Figura 3.18 Residuales (0.1 Ma, 5000 m ASNM).....	84
Figura 3.19 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 10000 m ASNM).....	85
Figura 3.20 Residuales (0.1 Ma, 10000 m ASNM).....	85
Figura 3.21 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 20000 m ASNM).....	86
Figura 3.22 Residuales (0.1 Ma, 20000 m ASNM).....	86
Figura 3.23 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 30000 m ASNM).....	87
Figura 3.24 Residuales (0.1 Ma, 30000 m ASNM).....	87
Figura 3.25 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 0 m ASNM).....	88
Figura 3.26 Residuales (0.2 Ma, 0 m ASNM).....	88
Figura 3.27 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 1000 m ASNM).....	89
Figura 3.28 Residuales (0.2 Ma, 1000 m ASNM).....	89
Figura 3.29 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 2500 m ASNM).....	90
Figura 3.30 Residuales (0.2 Ma, 2500 m ASNM).....	90
Figura 3.31 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 5000 m ASNM).....	91

Figura 3.32 Residuales (0.2 Ma, 5000 m ASNM).....	91
Figura 3.33 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 10000 m ASNM).....	92
Figura 3.34 Residuales (0.2 Ma, 10000 m ASNM).....	92
Figura 3.35 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 20000 m ASNM).....	93
Figura 3.36 Residuales (0.2 Ma, 20000 m ASNM).....	93
Figura 3.37 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 30000 m ASNM).....	94
Figura 3.38 Residuales (0.2 Ma, 30000 m ASNM).....	94
Figura 3.39 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 0 m ASNM).....	95
Figura 3.40 Residuales (0.3 Ma, 0 m ASNM).....	95
Figura 3.41 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 1000 m ASNM).....	96
Figura 3.42 Residuales (0.3 Ma, 1000 m ASNM).....	96
Figura 3.43 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 2500 m ASNM).....	97
Figura 3.44 Residuales (0.3 Ma, 2500 m ASNM).....	97
Figura 3.45 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 5000 m ASNM).....	98
Figura 3.46 Residuales (0.3 Ma, 5000 m ASNM).....	98
Figura 3.47 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 10000 m ASNM).....	99
Figura 3.48 Residuales (0.3 Ma, 10000 m ASNM).....	99
Figura 3.49 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 20000 m ASNM).....	100
Figura 3.50 Residuales (0.3 Ma, 20000 m ASNM).....	100
Figura 3.51 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 30000 m ASNM).....	101
Figura 3.52 Residuales (0.3 Ma, 30000 m ASNM).....	101
Figura 3.53 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 0 m ASNM) .....	102
Figura 3.54 Residuales (0.4 Ma, 0 m ASNM).....	102
Figura 3.55 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 1000 m ASNM) .....	103
Figura 3.56 Residuales (0.4 Ma, 1000 m ASNM) .....	103
Figura 3.57 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 2500 m ASNM) .....	104
Figura 3.58 Residuales (0.4 Ma, 2500 m ASNM) .....	104
Figura 3.59 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 5000 m ASNM) .....	105
Figura 3.60 Residuales (0.4 Ma, 5000 m ASNM) .....	105
Figura 3.61 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 10000 m ASNM) .....	106

Figura 3.62 Residuales (0.4 Ma, 10000 m ASNM) .....	106
Figura 3.63 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 20000 m ASNM) .....	107
Figura 3.64 Residuales (0.4 Ma, 20000 m ASNM) .....	107
Figura 3.65 Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 30000 m ASNM) .....	108
Figura 3.66 Residuales (0.4 Ma, 30000 m ASNM) .....	108
Figura 3.67 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 0 m ASNM) .....	109
Figura 3.68 Residuales (0.5 Ma, 0 m ASNM) .....	109
Figura 3.69 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 1000 m ASNM) .....	110
Figura 3.70 Residuales (0.5 Ma, 1000 m ASNM) .....	110
Figura 3.71 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 2500 m ASNM) .....	111
Figura 3.72 Residuales (0.5 Ma, 2500 m ASNM) .....	111
Figura 3.73 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 5000 m ASNM) .....	112
Figura 3.74 Residuales (0.5 Ma, 5000 m ASNM) .....	112
Figura 3.75 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 10000 m ASNM) .....	113
Figura 3.76 Residuales (0.5 Ma, 10000 m ASNM) .....	113
Figura 3.77 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 20000 m ASNM) .....	114
Figura 3.78 Residuales (0.5 Ma, 20000 m ASNM) .....	114
Figura 3.79 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 30000 m ASNM) .....	115
Figura 3.80 Residuales (0.5 Ma, 30000 m ASNM) .....	115
Figura 3.81 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 0 m ASNM).....	116
Figura 3.82 Residuales (0.6 Ma, 0 m ASNM).....	116
Figura 3.83 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 1000 m ASNM) .....	117
Figura 3.84 Residuales (0.6 Ma, 1000 m ASNM) .....	117
Figura 3.85 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 2500 m ASNM) .....	118
Figura 3.86 Residuales (0.6 Ma, 2500 m ASNM) .....	118
Figura 3.87 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 5000 m ASNM) .....	119
Figura 3.88 Residuales (0.6 Ma, 5000 m ASNM) .....	119
Figura 3.89 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 10000 m ASNM) .....	120
Figura 3.90 Residuales (0.6 Ma, 10000 m ASNM) .....	120
Figura 3.91 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 20000 m ASNM) .....	121

Figura 3.92 Residuales (0.6 Ma, 20000 m ASNM) .....	121
Figura 3.93 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 30000 m ASNM) .....	122
Figura 3.94 Residuales (0.6 Ma, 30000 m ASNM) .....	122
Figura 3.95 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 0 m ASNM) .....	123
Figura 3.96 Residuales (0.7 Ma, 0 m ASNM) .....	123
Figura 3.97 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 1000 m ASNM) .....	124
Figura 3.98 Residuales (0.7 Ma, 1000 m ASNM) .....	124
Figura 3.99 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 2500 m ASNM) .....	125
Figura 3.100 Residuales (0.7 Ma, 2500 m ASNM) .....	125
Figura 3.101 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 5000 m ASNM) .....	126
Figura 3.102 Residuales (0.7 Ma, 5000 m ASNM) .....	126
Figura 3.103 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 10000 m ASNM).....	127
Figura 3.104 Residuales (0.7 Ma, 10000 m ASNM).....	127
Figura 3.105 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 20000 m ASNM) .....	128
Figura 3.106 Residuales (0.7 Ma, 20000 m ASNM) .....	128
Figura 3.107 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 30000 m ASNM) .....	129
Figura 3.108 Residuales (0.7 Ma, 30000 m ASNM) .....	129
Figura 3.109 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 0 m ASNM) .....	130
Figura 3.110 Residuales (0.8 Ma, 0 m ASNM) .....	130
Figura 3.111 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 1000 m ASNM) .....	131
Figura 3.112 Residuales (0.8 Ma, 1000 m ASNM) .....	131
Figura 3.113 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 2500 m ASNM) .....	132
Figura 3.114 Residuales (0.8 Ma, 2500 m ASNM) .....	132
Figura 3.115 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 5000 m ASNM) .....	133
Figura 3.116 Residuales (0.8 Ma, 5000 m ASNM) .....	133
Figura 3.117 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 10000 m ASNM) .....	134
Figura 3.118 Residuales (0.8 Ma, 10000 m ASNM) .....	134
Figura 3.119 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 20000 m ASNM) .....	135
Figura 3.120 Residuales (0.8 Ma, 20000 m ASNM) .....	135
Figura 3.121 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 30000 m ASNM) .....	136

Figura 3.122 Residuales (0.8 Ma, 30000 m ASNM) .....	136
Figura 3.123 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 0 m ASNM) .....	137
Figura 3.124 Residuales (0.9 Ma, 0 m ASNM) .....	137
Figura 3.125 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 1000 m ASNM) .....	138
Figura 3.126 Residuales (0.9 Ma, 1000 m ASNM) .....	138
Figura 3.127 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 2500 m ASNM) .....	139
Figura 3.128 Residuales (0.9 Ma, 2500 m ASNM) .....	139
Figura 3.129 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 5000 m ASNM) .....	140
Figura 3.130 Residuales (0.9 Ma, 5000 m ASNM) .....	140
Figura 3.131 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 10000 m ASNM) .....	141
Figura 3.132 Residuales (0.9 Ma, 10000 m ASNM) .....	141
Figura 3.133 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 20000 m ASNM) .....	142
Figura 3.134 Residuales (0.9 Ma, 20000 m ASNM) .....	142
Figura 3.135 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 30000 m ASNM) .....	143
Figura 3.136 Residuales (0.9 Ma, 30000 m ASNM) .....	143
Figura 3.137 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 0 m ASNM) .....	144
Figura 3.138 Residuales (1.0 Ma, 0 m ASNM) .....	144
Figura 3.139 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 1000 m ASNM) .....	145
Figura 3.140 Residuales (1.0 Ma, 1000 m ASNM) .....	145
Figura 3.141 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 2500 m ASNM) .....	146
Figura 3.142 Residuales (1.0 Ma, 2500 m ASNM) .....	146
Figura 3.143 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 5000 m ASNM) .....	147
Figura 3.144 Residuales (1.0 Ma, 5000 m ASNM) .....	147
Figura 3.145 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 10000 m ASNM) .....	148
Figura 3.146 Residuales (1.0 Ma, 10000 m ASNM) .....	148
Figura 3.147 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 20000 m ASNM).....	149
Figura 3.148 Residuales (1.0 Ma, 20000 m ASNM).....	149
Figura 3.149 Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 30000 m ASNM) .....	150
Figura 3.150 Residuales (1.0 Ma, 30000 m ASNM) .....	150
Figura 3.151 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 0 m ASNM) .....	151

Figura 3.152 Residuales (1.2 Ma, 0 m ASNM) .....	151
Figura 3.153 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 1000 m ASNM) .....	152
Figura 3.154 Residuales (1.2 Ma, 1000 m ASNM) .....	152
Figura 3.155 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 2500 m ASNM) .....	153
Figura 3.156 Residuales (1.2 Ma, 2500 m ASNM) .....	153
Figura 3.157 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 5000 m ASNM) .....	154
Figura 3.158 Residuales (1.2 Ma, 5000 m ASNM) .....	154
Figura 3.159 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 10000 m ASNM) .....	155
Figura 3.160 Residuales (1.2 Ma, 10000 m ASNM) .....	155
Figura 3.161 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 20000 m ASNM) .....	156
Figura 3.162 Residuales (1.2 Ma, 20000 m ASNM) .....	156
Figura 3.163 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 30000 m ASNM) .....	157
Figura 3.164 Residuales (1.2 Ma, 30000 m ASNM) .....	157
Figura 3.165 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 0 m ASNM) .....	158
Figura 3.166 Residuales (1.5 Ma, 0 m ASNM) .....	158
Figura 3.167 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 1000 m ASNM) .....	159
Figura 3.168 Residuales (1.5 Ma, 1000 m ASNM) .....	159
Figura 3.169 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 2500 m ASNM) .....	160
Figura 3.170 Residuales (1.5 Ma, 2500 m ASNM) .....	160
Figura 3.171 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 5000 m ASNM) .....	161
Figura 3.172 Residuales (1.5 Ma, 5000 m ASNM) .....	161
Figura 3.173 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 10000 m ASNM) .....	162
Figura 3.174 Residuales (1.5 Ma, 10000 m ASNM) .....	162
Figura 3.175 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 20000 m ASNM) .....	163
Figura 3.176 Residuales (1.5 Ma, 20000 m ASNM) .....	163
Figura 3.177 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 30000 m ASNM).....	164
Figura 3.178 Residuales (1.5 Ma, 30000 m ASNM).....	164
Figura 3.179 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 0 m ASNM) .....	165
Figura 3.180 Residuales (2.0 Ma, 0 m ASNM) .....	165
Figura 3.181 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 1000 m ASNM) .....	166

Figura 3.182 Residuales (2.0 Ma, 1000 m ASNM) .....	166
Figura 3.183 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 2500 m ASNM) .....	167
Figura 3.184 Residuales (2.0 Ma, 2500 m ASNM) .....	167
Figura 3.185 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 5000 m ASNM) .....	168
Figura 3.186 Residuales (2.0 Ma, 5000 m ASNM) .....	168
Figura 3.187 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 10000 m ASNM) .....	169
Figura 3.188 Residuales (2.0 Ma, 10000 m ASNM) .....	169
Figura 3.189 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 20000 m ASNM) .....	170
Figura 3.190 Residuales (2.0 Ma, 20000 m ASNM) .....	170
Figura 3.191 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 30000 m ASNM).....	171
Figura 3.192 Residuales (2.0 Ma, 30000 m ASNM).....	171
Figura 3.193 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match. Modelo k-épsilon.....	179
Figura 3.194 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match. Modelo Spalart- Allmaras.....	180
Figura 3.195 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match.....	187
Figura 3.196 Contornos de Velocidad (m/s) del aire 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	189
Figura 3.197 Contornos de Velocidad (m/s) del aire 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	189
Figura 3.198 Contornos del Número de Match a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	190
Figura 3.199 Contornos del Número de Match a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	190
Figura 3.200 Contornos de Presión Estática (Pa) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	191
Figura 3.201 Contornos de Presión Estática (Pa) a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	191

Figura 3.202	Contornos de Presión Dinámica (Pa) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	192
Figura 3.203	Contornos de Temperatura Estática (°K) del aire a 0.8 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	193
Figura 3.204	Contornos de Temperatura Estática (°K) del aire a 1.2 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	194
Figura 3.205	Contornos de Temperatura Estática (°K) del aire a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	194
Figura 3.206	Contornos de Densidad (kg/m <sup>3</sup> ) a 0.1 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	195
Figura 3.207	Contornos de Densidad (kg/m <sup>3</sup> ) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	195
Figura 3.208	Contornos de Densidad (kg/m <sup>3</sup> ) a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.....	196
Figura 3.209	Contornos del Número de Match a 0.1 Ma, 0 m ASNM.....	198
Figura 3.210	Contornos del Número de Match a 0.5 Ma, 0 m ASNM.....	199
Figura 3.211	Contornos del Número de Match a 0.8 Ma, 0 m ASNM.....	200
Figura 3.212	Contornos del Número de Match a 0.9 Ma, 0 m ASNM.....	201
Figura 3.213	Contornos del Número de Match a 1.0 Ma, 0 m ASNM.....	202
Figura 3.214	Contornos del Número de Match a 1.2 Ma, 0 m ASNM.....	203
Figura 3.215	Contornos del Número de Match a 1.5 Ma, 0 m ASNM.....	204
Figura 3.216	Contornos del Número de Match a 2.0 Ma, 0 m ASNM.....	205
Figura 3.217	Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.....	206
Figura 3.218	Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.....	207



Figura 3.219	Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.....	207
Figura 3.220	Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.....	208
Figura 3.221	Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.....	208
Figura 3.222	Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.....	209
Figura 3.223	Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.....	209
Figura 3.224	Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.....	210
Figura 3.225	Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.....	210
Figura 3.226	Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.....	211
Figura 3.227	Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.....	211
Figura 3.228	Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.....	212
Figura 3.229	Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM....	212
Figura 3.230	Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM.....	213
Figura 3.231	Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM.....	213
Figura 4.1	Diagrama de Cuerpo Libre del cohete.....	215
Figura 4.2	Curva de Empuje de los Motores G33J y F40W compatibles con el Arreaux.....	216
Figura 5.1	Archivos generados por el compilador de MATLAB.....	227

Figura 5.2	Pantalla principal del programa para predecir la trayectoria de vuelo.....	228
Figura 5.3	Ventana para seleccionar el fichero que contiene los datos de la curva de empuje.....	229
Figura 5.4	Nombre del fichero seleccionado que contiene los datos de la curva de empuje del motor.....	230
Figura 5.5	Gráfica de la curva de empuje de un fichero seleccionado en el panel de Fuerza de Propulsión.....	230
Figura 5.6	Panel Masas. Flujo de combustible proporcional a la Fuerza de Propulsión.....	231
Figura 5.7	Panel Masas. Flujo de combustible No Proporcional a la Fuerza de Propulsión.....	232
Figura 5.8	Gráfica de la curva flujo de combustible para el motor F40W fabricado por AeroTech, asumiendo que la masa inicial del combustible es de 0.02 kg.....	233
Figura 5.9	Panel Fuerza de Arrastre. Ingreso de rutas de los ficheros que contienen el coeficiente de arrastre del Arreaux.....	234
Figura 5.10	Gráfica de los coeficientes de arrastre del Arreaux.....	235
Figura 5.11	Sub-panel Geometría del Cohete. Valor del diámetro del cilindro del Arreaux.....	235
Figura 5.12	Panel Condiciones de Lanzamiento con los valores por defecto.....	236
Figura 5.13	Panel Calculo de la Trayectoria con el valor por defecto.....	237
Figura 5.14	Panel Graficar Resultados. Se muestran las opciones del menú desplegable.....	239
Figura 5.15	Guardar Resultados.....	240
Figura 5.16	Resultados guardados en archivos M-file.....	240
Figura 5.17	Gráfica de los resultados de la trayectoria de vuelo. Ejemplo de la gráfica “Velocidad – Tiempo”.....	241
Figura 5.18	Panel General.....	242

Figura 5.19 Ayuda.....	243
Figura 5.20 Acerca de... Información general.....	243
Figura 6.1 Medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso y descenso.....	245
Figura 6.2 Detalle de la medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40.....	246
Figura 6.3 Medición de la Velocidad vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso.....	246
Figura 6.4 Medición de la Aceleración vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el tiempo de combustión.....	247
Figura 6.5 Medición de la Altura, Velocidad y Aceleración del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso y descenso.....	247
Figura 6.6 Medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor G33 durante el ascenso y descenso.....	249
Figura 6.7 Detalle de la medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor G33.....	250
Figura 6.8 Medición de la Velocidad y Aceleración vs. Tiempo del Arreaux con el motor G33 durante el ascenso.....	250
Figura 6.9 Medición de la Aceleración vs. Tiempo del Arreaux con el motor G33 durante el tiempo de combustión.....	251
Figura 6.10 Medición de la Altura, Velocidad y Aceleración del Arreaux con el motor G33 durante el ascenso y descenso.....	251
Figura 6.11 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux para velocidades menores e iguales a 0.8 Match.....	254
Figura 6.12 Datos iniciales ingresados en el programa.....	255
Figura 6.13 Curva de Empuje del Motor F40W.....	256
Figura 6.14 Curva de Flujo Másico de Combustible del Motor F40W.....	257
Figura 6.15 Gráfica de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.....	258
Figura 6.16 Gráfica de Velocidad vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W...	258
Figura 6.17 Gráfica de Aceleración vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W	259

Figura 6.18	Curva de Empuje del Motor G33J.....	260
Figura 6.19	Curva de Flujo de Combustible del Motor G33J.....	261
Figura 6.20	Gráfica de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.....	262
Figura 6.21	Gráfica de Velocidad vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J...	262
Figura 6.22	Gráfica de Aceleración vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.	263
Figura 6.23	Gráficas de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.....	265
Figura 6.24	Variación de la Gravedad en función de la Altura.....	266
Figura 6.25	Variación de la Densidad del Aire en función de la Altura.....	267
Figura 6.26	Variación de la Viscosidad del Aire en función de la Altura...	267
Figura 6.27	Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.....	270
Figura 6.28	Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.....	272
Figura 6.29	Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.....	273
Figura 6.30	Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.....	276
Figura 6.31	Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.....	278
Figura 6.32	Curvas de Empuje de Motores de AeroTech.....	279
Figura 6.33	Curva de Empuje del Motor G64W.....	281
Figura 6.34	Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	283
Figura 6.35	Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	283
Figura 6.36	Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W...	284
Figura 6.37	Gráfica 'Masa total vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W....	284
Figura 6.38	Gráfica 'Gravedad vs. Altura'.....	285
Figura 6.39	Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	285
Figura 6.40	Gráfica 'Fuerza de Empuje vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	286

Figura 6.41	Gráfica 'Fuerza de Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	286
Figura 6.42	Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	287
Figura 6.43	Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	287
Figura 6.44	Gráfica 'Reynolds vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.....	288
Figura 6.45	Gráfica 'Temperatura vs. Altura' del aire.....	288
Figura 6.46	Gráfica 'Presión vs. Altura' del aire.....	289
Figura 6.47	Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	289
Figura 6.48	Gráfica 'Viscosidad vs. Altura' del aire.....	290
Figura 6.49	Nomograma para el motor G64W.....	291
Figura 6.50	Curva de Empuje del Motor G33J.....	292
Figura 6.51	Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	294
Figura 6.52	Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	294
Figura 6.53	Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J....	295
Figura 6.54	Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	295
Figura 6.55	Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	296
Figura 6.56	Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	296
Figura 6.57	Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.....	297
Figura 6.58	Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	297
Figura 6.59	Nomograma para el motor G33J.....	298
Figura 6.60	Curva de Empuje del Motor F40W.....	300
Figura 6.61	Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	301
Figura 6.62	Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	302
Figura 6.63	Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W...	302
Figura 6.64	Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	303

Figura 6.65 Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	303
Figura 6.66 Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	304
Figura 6.67 Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.....	304
Figura 6.68 Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	305
Figura 6.69 Nomograma para el motor F40W.....	306
Figura 6.70 Curva de Empuje del Motor F52T.....	308
Figura 6.71 Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	309
Figura 6.72 Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	310
Figura 6.73 Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T....	310
Figura 6.74 Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	311
Figura 6.75 Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	311
Figura 6.76 Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	312
Figura 6.77 Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.....	312
Figura 6.78 Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	313
Figura 6.79 Nomograma para el motor F52T.....	314
Figura 6.80 Curva de Empuje del Motor F22J.....	316
Figura 6.81 Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	317
Figura 6.82 Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	318
Figura 6.83 Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J....	318
Figura 6.84 Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	319
Figura 6.85 Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	319
Figura 6.86 Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	320

Figura 6.87	Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.....	320
Figura 6.88	Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	321
Figura 6.89	Nomograma para el motor F22J.....	322
Figura 6.90	Curva de Empuje del Motor F24W.....	323
Figura 6.91	Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	325
Figura 6.92	Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	325
Figura 6.93	Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W...	326
Figura 6.94	Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	326
Figura 6.95	Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	327
Figura 6.96	Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	327
Figura 6.97	Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.....	328
Figura 6.98	Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.....	328
Figura 6.99	Nomograma para el motor F24W.....	329

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 3.1 Calidad $Q_{EVS}$ del mallado.....	67
Tabla 3.2 Condiciones Atmosféricas de Operación.....	72
Tabla 3.3 Resultados a 0.1 Ma.....	172
Tabla 3.4 Resultados a 0.2 Ma.....	173
Tabla 3.5 Resultados a 0.3 Ma.....	173
Tabla 3.6 Resultados a 0.4 Ma.....	174
Tabla 3.7 Resultados a 0.5 Ma.....	174
Tabla 3.8 Resultados a 0.6 Ma.....	175
Tabla 3.9 Resultados a 0.7 Ma.....	175
Tabla 3.10 Resultados a 0.8 Ma.....	176
Tabla 3.11 Resultados a 0.9 Ma.....	176
Tabla 3.12 Resultados a 1.0 Ma.....	177
Tabla 3.13 Resultados a 1.2 Ma.....	177
Tabla 3.14 Resultados a 1.5 Ma.....	178
Tabla 3.15 Resultados a 2.0 Ma.....	178
Tabla 3.13 Resultados para $0.1 \leq Ma \leq 0.8$ .....	181
Tabla 3.14 Resultados para 0.9 Ma.....	184
Tabla 3.15 Resultados para 1.0 Ma.....	184
Tabla 3.16 Resultados para 1.2 Ma.....	185
Tabla 3.17 Resultados para 1.5 Ma.....	185
Tabla 3.18 Resultados para 2.0 Ma.....	186
Tabla 4.1 Datos de la Curva de Empuje del Motor G33J.....	217
Tabla 4.2 Datos de la Curva de Empuje del Motor F40W.....	218



Tabla 5.1	Tiempo de cálculo de trayectoria impulsado por un motor de 100 Newton durante 4 segundos.....	237
Tabla 5.2	Tiempo de cálculo de trayectoria impulsado por un motor de 50 Newton durante 3 segundos.....	238
Tabla 6.1	Resultados Experimentales y de Predicción con el Programa de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.....	264
Tabla 6.2	Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.....	269
Tabla 6.3	Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.....	271
Tabla 6.4	Resultados Experimentales y de Predicción con el Programa de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.....	274
Tabla 6.5	Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.....	275
Tabla 6.6	Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.....	277
Tabla 6.7	Condiciones operativas de los motores usadas en el Programa.....	280
Tabla 6.8	Características Operativas del Motor G64W.....	282
Tabla 6.9	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor G64W.....	291
Tabla 6.10	Características Operativas del Motor G33J.....	293
Tabla 6.11	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor G33J.....	299
Tabla 6.12	Características Operativas del Motor F40W.....	299
Tabla 6.13	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F40W.....	307
Tabla 6.14	Características Operativas del Motor F52T.....	307
Tabla 6.15	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F52T.....	315
Tabla 6.16	Características Operativas del Motor F22J.....	315
Tabla 6.17	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F22J.....	322
Tabla 6.18	Características Operativas del Motor F24W.....	324
Tabla 6.19	Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F24W.....	330

Tabla 6.20 Resultados del Programa.....	330
---	-----

## ÍNDICE DE PLANOS

Plano 1 Cohete de pruebas Arreaux de 4 aletas.....	336
--	-----

# INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como finalidad desarrollar un programa para predecir la trayectoria de vuelo de un cohete sonda bajo diferentes condiciones operativas. Para ello se simulará el flujo alrededor del cohete para determinar la relación cuerpo-fluido usando un programa CFD comercial.

Un cohete sonda es un vehículo que transporta instrumentos con fines científicos en una trayectoria vertical hacia las capas altas de la atmósfera propulsado por combustible sólido o líquido. Estos vehículos juegan un papel importante en el estudio del clima y la atmósfera ya que su principal ventaja sobre otros medios de investigación es que pueden tomar mediciones exactas y en el lugar donde no se puede llegar por medio de satélites, aviones, globos u otros vehículos.

En la dinámica de fluidos existen problemas que no pueden ser resueltos por métodos analíticos o experimentales. Estos pueden ser resueltos por métodos numéricos como el CFD. Gracias al desarrollo de las computadoras hoy en día existen programas comerciales basados en CFD que resuelven problemas complejos en poco tiempo, a bajo costo y con resultados muy aceptables.

# CAPÍTULO 1

## 1. GENERALIDADES

### 1.1. Planteamiento del Problema

Un cohete sonda es un vehículo sub-orbital, cuyo objetivo es el de transportar instrumentos de investigación a las capas altas de la atmósfera donde no se puede llegar fácilmente mediante globos u otros vehículos aéreos. Estos cohetes han sido de gran ayuda en la investigación meteorológica y aeroespacial. Una de sus principales ventajas es que su costo de fabricación es relativamente bajo.

Los países que han desarrollado programas espaciales empezaron en sus etapas preliminares de investigación con la fabricación de cohetes sonda, lo cual les permitió crear tecnologías propias. El desarrollo de este tipo de vehículo en nuestro país serviría para ser capaz de disponer, aportar y participar con tecnología propia en una futura integración regional en proyectos de investigación espacial.

La importancia de este proyecto en particular es que profesores y estudiantes de la ESPOC contribuirán en el desarrollo de un cohete sonda con capacidad de transportar 30 kg de carga útil a una altura de 30 km y que será recuperado posteriormente. Además se puede aprovechar la disponibilidad de carga útil para realizar pruebas experimentales de tipo académico. La experiencia adquirida serviría para el desarrollo de otro vehículo capaz de alcanzar una altura de 100 km aproximadamente, en donde se encuentran las temperaturas más bajas dentro de la atmósfera terrestre.

El objeto de esta tesis es desarrollar un programa de cómputo que pueda predecir la trayectoria de vuelo de un cohete sonda. Es decir, saber si alcanzará una altura predeterminada con un motor y fuselaje definidos previamente.

Para realizar las predicciones con el programa se usará el modelo de cohete de pruebas Arreaux de cuatro aletas fabricado por AeroTech [2]. Luego se compararán con resultados de pruebas experimentales de un cohete similar realizadas en la Universidad de Alabama en Huntsville, Estados Unidos, para validar los resultados.

## 1.2. Objetivos

### Objetivo General

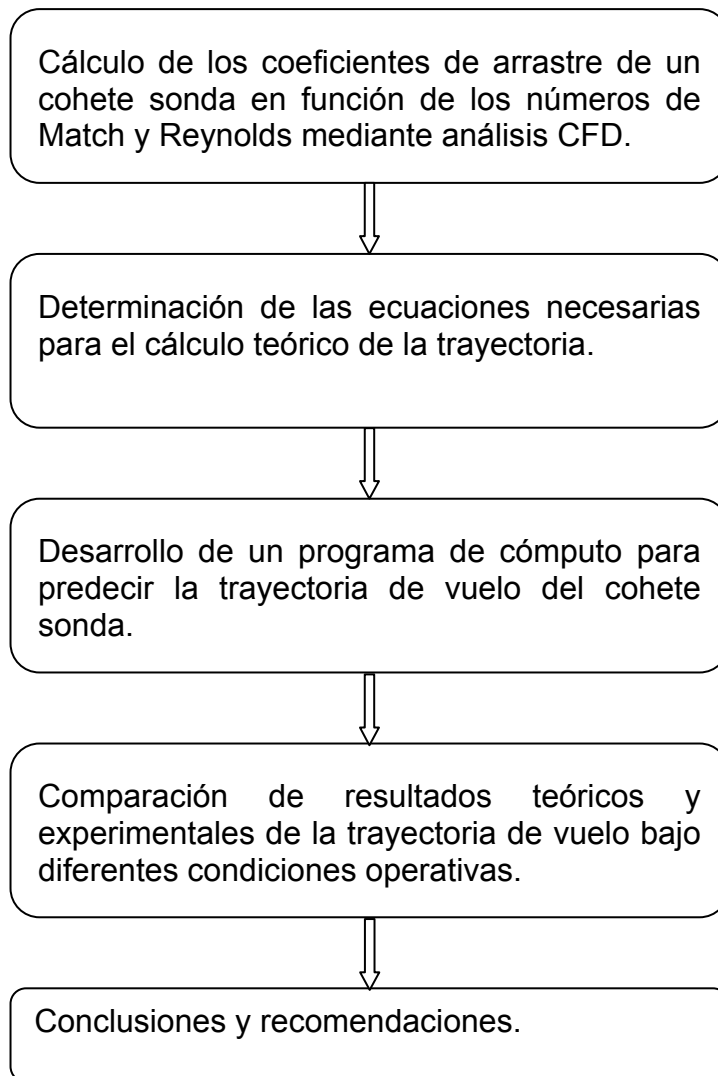
- Desarrollar un programa de cómputo para predecir la trayectoria de vuelo de un cohete sonda bajo diferentes condiciones operativas.

### Objetivos Específicos

- Calcular los coeficientes de arrastre de un cohete sonda por medio de la dinámica de fluidos computacional.
- Determinar las fuerzas externas que actúan sobre el cohete sonda para poder predecir su comportamiento durante el ascenso.
- Determinar las características operativas del cohete para poder alcanzar una altura predeterminada.

### 1.3. Metodología

La metodología de la tesis está graficada en la Figura 1.1 y se detallada a continuación:



**Figura 1.1 Metodología de la Tesis**



El primer paso será calcular mediante CFD (siglas en inglés de *Dinámica de Fluidos Computacional*) el coeficiente de arrastre del cohete Arreaux en función del número de Mach y número de Reynolds para crear tablas de datos a ser utilizadas en el programa. Para ello se utilizará programas comerciales basados en CFD como una herramienta esencial en el cálculo de dicho coeficiente. Se usará un paquete CFD denominado *FLUENT* [\*], el cual consta de un pre-procesador (*Gambit*) y de un procesador y post-procesador (*Fluent*).

En el pre-procesador se dibujarán las superficies del Arreaux, se establecerá un volumen de control y se lo dividirá en pequeños elementos, es decir se lo mallará. Luego en el procesador, a partir de las condiciones operativas del Arreaux, se realizarán los cálculos numéricos para conocer el comportamiento físico del aire dentro del volumen de control. Estos resultados se los analizarán por medio del post-procesador para determinar la fuerza de arrastre.

El segundo paso en el desarrollo esta tesis será determinar las

---

[\*] *FLUENT* es una marca registrada por ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania, U.S.A.

ecuaciones para el cálculo teórico de la trayectoria. Para ello se determinarán las fuerzas externas que actúan sobre el cohete. Estas fuerzas son: la fuerza gravitacional ejercida por la atracción de la Tierra, la fuerza de empuje del motor y la fuerza de arrastre provocada por la resistencia del aire como medio de desplazamiento. Además se deberá conocer las propiedades del aire en función de la altura y en función de las condiciones atmosféricas en el sitio de lanzamiento.

Nuestro tercer paso es desarrollar un programa para predecir la trayectoria de vuelo del cohete sonda. Para ello se desarrollará un código en MATLAB que tendrá como entrada de datos la curva de empuje del motor, coeficientes de arrastre y condiciones atmosférica en el sitio de lanzamiento, y dé como resultado los datos de la trayectoria de vuelo.

En el cuarto paso se seleccionarán resultados experimentales que se compararán con los resultados obtenidos con el programa para validar su funcionamiento. Además se determinarán las características operativas para alcanzar una altura requerida.

Finalmente se formarán las conclusiones y recomendaciones del caso.

# CAPÍTULO 2

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Principio de Funcionamiento de un Cohete

Un cohete consta básicamente de una estructura aerodinámica que en su interior contiene la carga útil a transportar, el motor de propulsión a reacción, combustible, oxidante, sistema de control, etc.

El funcionamiento del motor está basado en la Tercera Ley de Newton en que a toda acción le corresponde una reacción con la misma magnitud y en sentido opuesto. La acción es la expulsión de gases a altas velocidades por la tobera del motor debido a la combustión y la reacción es la fuerza de empuje sobre el cohete en sentido opuesto que provoca el movimiento del mismo.

Debido al vacío presente en el espacio exterior el cohete debe de llevar en su interior el combustible y el oxidante. Podemos distinguir dos tipos de cohete según el combustible usado.

Los cohetes de combustible líquido llevan consigo un tanque de combustible y otro de oxidante, los cuales son bombeados y regulados hacia la cámara de combustión en donde se mezclan y reaccionan.

El otro tipo son los cohetes de combustible sólido en donde el propelente y el oxidante se encuentran ya mezclados y compactados en la cámara de combustión. La desventaja de estos es que una vez iniciada la ignición no puede detener ni regular como los de combustible líquido.

Algunos cohetes llevan aletas ubicadas generalmente en la parte externa inferior de la estructura que son superficies de estabilización o de control cuando viaja dentro de la atmósfera. Estas aletas pueden ser móviles o estáticas. Las aletas móviles se las usa cuando se tiene que controlar la trayectoria durante el vuelo. Para lograrlo el cohete debe de constar con algún sistema de posición global que puede ser por un sistema de giroscopios ubicados su interior o por medio de satélites.

## 2.2. La Atmósfera

### Composición Química de la Atmósfera

La atmósfera es la envoltura de aire que rodea al planeta Tierra. El aire es una mezcla de elementos y compuestos químicos que no reaccionan entre sí. Hasta una altitud de 85 km (tropósfera, estratósfera y mesósfera) la composición química de la atmósfera permanece casi constante, por lo que el conjunto de estas tres capas se las denomina *homósfera* [3, 4, 5, 6, 7].

Las principales moléculas de gases que constituyen el aire en proporción al volumen son: el Nitrógeno ( $N_2$ ) al 78.08%, Oxígeno ( $O_2$ ) al 20.95%; en el 1% restante se incluyen gases como: ozono, vapor de agua, dióxido de carbono y algunos gases nobles como el argón y radón. El Argón (A) representa el 0.93% y Dióxido de carbono ( $CO_2$ ) al 0.033%.

Un componente variable en la atmósfera es el ozono ( $O_3$ ), que se encuentra en pequeñas cantidades cercanas a la superficie terrestre, pero su concentración se eleva progresivamente hasta

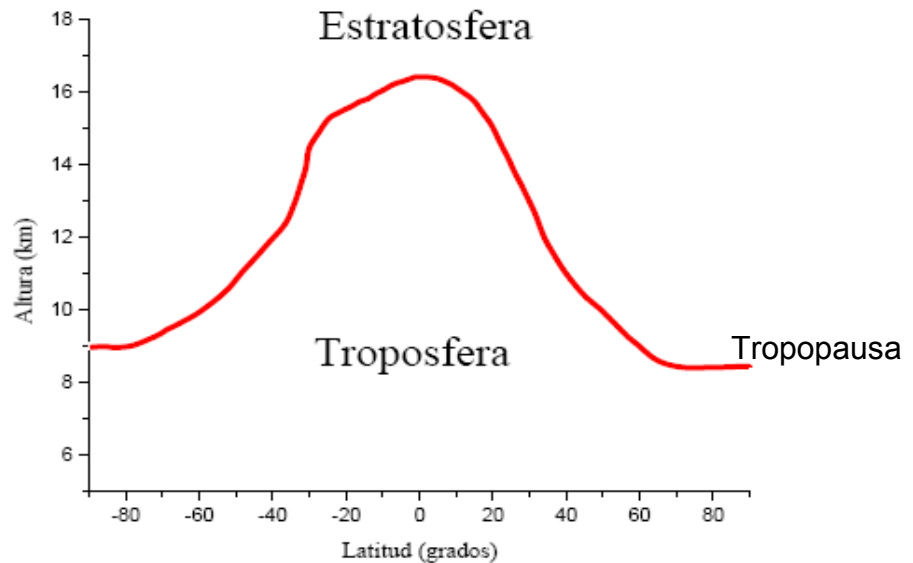
un máximo de 30 km de altura. Esta concentración varía entre 0 a 0.0012%.

Otro componente variable es el vapor de agua que puede variar desde 0% hasta 4%. Se encuentra contenido en unos pocos kilómetros de altura pese a ser más ligero que otros compuestos de la atmósfera.

### **Capas de la Atmósfera**

Considerando las propiedades térmicas se distinguen las siguientes zonas o capas de la atmósfera en sentido vertical desde el nivel del mar hacia el espacio exterior (figura 2.2):

- *Troposfera*: la principal característica es que la temperatura del aire desciende constantemente a razón promedio de 6.5°C por cada mil metros de altura. Cerca del límite superior de la troposfera cesa el decremento de temperatura. Esta región se la denomina *tropopausa*, su altura varía desde los 9 km de altura sobre zonas polares y los 16 km sobre las zonas ecuatoriales como se muestra en la siguiente figura.



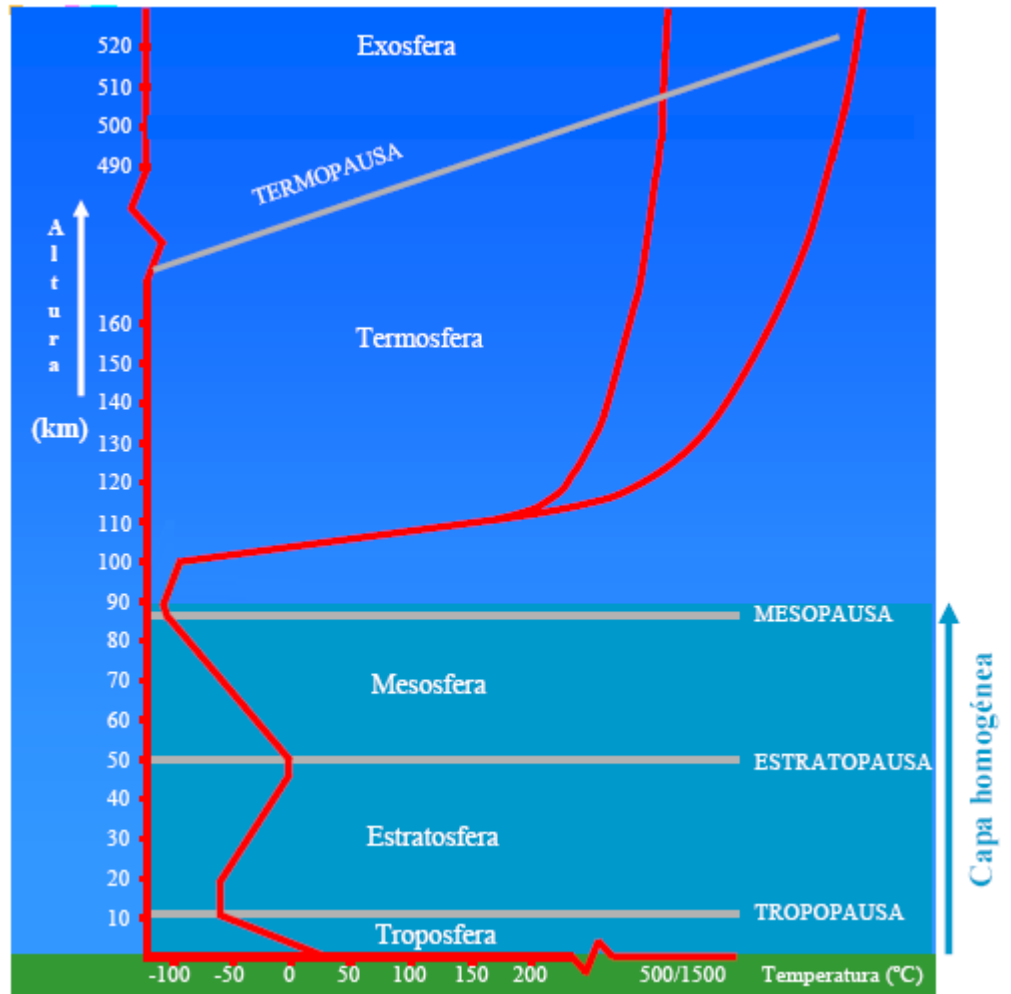
**Figura 2.1 Gráfica elaborada con datos de condiciones medias anuales [5].**

- *Estratósfera:* Esta región es relativamente seca y de elevada concentración de ozono. La temperatura del aire permanece casi constante desde la tropopausa hasta unos 20 km de altura. Entre los 20 y 32 km de altura la temperatura se incrementa en un promedio de  $1^{\circ}\text{C}$  por cada mil metros de altura. Entre los 32 y 48 km de altitud la temperatura se incrementa aproximadamente a una razón de  $2.8^{\circ}\text{C}$  por cada mil metros de altura. A continuación la temperatura se mantiene constante a partir de los 48 km hasta la

*estratopausa*, que es su límite superior entre los 50 y 55 km de altitud.

- *Mesósfera*: Se extiende desde la *estratopausa* hasta la *mesopausa*, ubicada a unos 80 km de altitud, donde se encuentran las temperaturas más bajas dentro de la atmósfera, cercanas a  $-100^{\circ}\text{C}$ .
- *Termósfera*: En esta zona la temperatura aumenta hasta los  $500^{\circ}\text{C}$  o  $2000^{\circ}\text{C}$ , dependiendo de la actividad solar, se extiende aproximadamente hasta los 500 km de altitud en la llamada *termopausa*.
- *Exósfera*: Es la última capa de la atmósfera donde la concentración de moléculas e iones se iguala paulatinamente al espacio exterior. En la zona próxima al espacio exterior se denomina *magnetosfera*, ya que en ella el campo magnético tiene mayor influencia que el campo gravitacional.





**Figura 2.2** Capas de la atmósfera y perfil de temperatura para una atmósfera estándar promedio [5].

### Fluido Compresible

El aire atmosférico es un fluido compresible ya que varía su densidad significativamente a cambios de presión y

temperatura. Además se lo considera como un gas ideal porque cumple *la ley de los gases ideales* con bastante aproximación, en donde las variaciones de densidad están relacionadas directamente a las variaciones de presión y temperatura por medio de la siguiente ecuación [1].

$$p = \rho RT \quad (\text{ec. 2.1})$$

Donde  $p$  es la presión absoluta,  $\rho$  es la densidad,  $T$  es la temperatura absoluta, y  $R$  es la constante del gas en cuestión relacionado al peso molecular [3].

En un fluido en reposo la presión cambia con respecto a la elevación por medio de la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (\text{ec. 2.2})$$

Donde  $z$  es la altura y  $g$  la aceleración de la gravedad. Además la variación de la gravedad en función de la altura está dada por la ecuación

$$g = G \frac{M_T}{(R_E + z)^2} \quad (\text{ec. 2.3})$$

en donde  $G$  es la constante de gravitación universal,  $M_T$  la masa de la Tierra y  $R_E$  el radio ecuatorial de la Tierra.

Combinando las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 obtenemos que

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{GM_T p}{RT(R_E + z)^2} \quad (\text{ec. 2.4})$$

Al separar las variables tenemos

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = \ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{GM_T}{R} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T(R_E + z)^2} \quad (\text{ec. 2.5})$$

En la siguiente sección se continuará con la resolución de la ecuación anterior, pero antes es necesario definir lo que es una atmósfera estándar.

### **Atmósfera Estándar**

Como no se encuentra disponibles mediciones de presión contra la altitud para condiciones particulares de temperatura y presión referenciales, se ha determinado lo que se denomina una

atmósfera estándar o atmósfera normal que facilita en el diseño de vehículos aéreos, misiles o como en nuestro caso de un cohete sonda y predecir su comportamiento bajo condiciones normales durante el vuelo.

Como se definió, en la sección 2.1.2, que la variación de temperatura se la puede considerar lineal y continua, la ecuación 2.5 se la puede integrar en segmentos como se desarrolla a continuación.

En los segmentos donde la temperatura se mantiene constante respecto a la altura la ecuación 2.5 se reduce a

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{GM_T}{RT_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{(R_E + z)^2} \quad (\text{ec. 2.6})$$

Quedando la presión  $p_2$  en función de  $z_2$

$$p_2 = p_1 * e^{\frac{GM_T}{RT_1} \left( \frac{1}{R_E + z_2} - \frac{1}{R_E + z_1} \right)} \quad (\text{ec. 2.7})$$

Para los segmentos donde la temperatura tiene la forma

$$T = T_1 + \beta z \quad (\text{ec. 2.8})$$

Donde  $\beta$  es el gradiente de temperatura. Al combinarla con la ecuación 2.5 tenemos que

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{GM_T}{R} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{(T_1 + \beta z)(R_E + z)^2} \quad (\text{ec. 2.9})$$

Resolviendo tenemos

$$p_2 = p_1 * e^{\frac{GM_T}{R} \left[ \frac{T_1 - \beta R_E + \beta(R_E + z_2) \ln\left(\frac{R_E + z_2}{T_1 + \beta z_2}\right)}{(-\beta R_E + T_1)^2 (R_E + z_2)} - \frac{T_1 - \beta R_E + \beta(R_E + z_1) \ln\left(\frac{R_E + z_1}{T_1 + \beta z_1}\right)}{(-\beta R_E + T_1)^2 (R_E + z_1)} \right]} \quad (\text{ec. 2.10})$$

Con las ecuaciones de presión (ec. 2.7 y 2.10) y temperatura (2.8) podemos determinar sus respectivos valores, y calcular la densidad del aire con la ecuación de los gases ideales (ec. 2.1).

### 2.3. Fuerzas de Aerodinámicas

#### Elevación y Resistencia al Avance

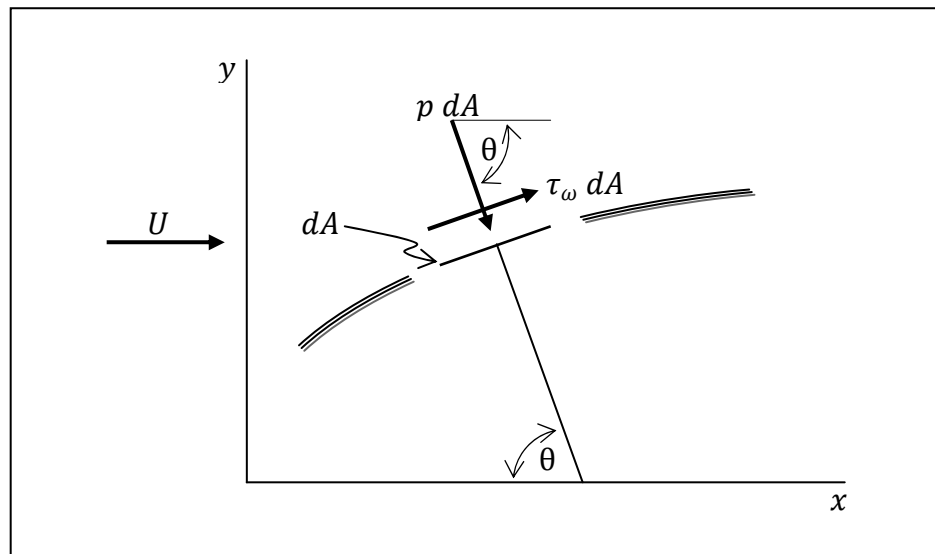
Cuando un cuerpo se mueve a través de un fluido se produce una fuerza opuesta al movimiento fluido-cuerpo. Esto se debe a que los efectos viscosos del fluido producen esfuerzos

cortantes,  $\tau_w$ , y esfuerzos normales debido a la presión,  $p$ , sobre las paredes del cuerpo [1].

La fuerza resultante se la descompone en una fuerza de arrastre,  $D$ , en la dirección del flujo de la corriente libre, y la fuerza de elevación o sustentación,  $L$ , en dirección perpendicular a la corriente libre. La fuerza que ejerce el fluido sobre un diferencial de área,  $dA$ , se descompone de la siguiente forma.

$$dF_x = (p \, dA) \cos \theta + (\tau_w \, dA) \operatorname{sen} \theta \quad (\text{ec. 2.11a})$$

$$dF_y = (p \, dA) \operatorname{sen} \theta + (\tau_w \, dA) \cos \theta \quad (\text{ec. 2.11b})$$



**Figura 2.3 Fuerza de presión y fuerza cortante sobre un elemento diferencial de superficie de un cuerpo.**

Integrando las fuerzas sobre la superficie total del cuerpo tenemos:

$$D = \int dF_x = \int p \cos \theta dA + \int \tau_w \sin \theta dA \quad (\text{ec. 2.12a})$$

$$L = \int dF_y = \int p \sin \theta dA + \int \tau_w \cos \theta dA \quad (\text{ec. 2.12b})$$

Para poder realizar las integraciones anteriores es necesario conocer la geometría del cuerpo y como los esfuerzos varían a lo largo de las superficies. Como estos últimos datos no se los obtiene fácilmente se definen coeficientes adimensionales de elevación y arrastre. Sus valores se los puede determinar por medio de experimentos o por alguna técnica numérica como en nuestro caso.

### **Coeficiente de Arrastre**

Se definen el coeficiente de elevación global,  $C_L$ , y el coeficiente de arrastre global,  $C_D$ , como

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \quad (\text{ec. 2.13a})$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \quad (\text{ec. 2.13b})$$

Donde es necesario establecer un área representativa del cuerpo,  $A$ .  $U$  es la velocidad de la corriente libre y  $\rho$  la densidad del fluido.

En nuestro caso como el cohete sonda debería viajar idealmente en dirección vertical solo se considerará los efectos de resistencia. El coeficiente de arrastre está representado en función del perfil del cuerpo y de parámetros adimensionales como el número de Reynolds,  $Re$ , Número de Mach,  $Ma$ , y la rugosidad superficial relativa,  $\varepsilon/l$ . Es decir

$$C_D = \phi(\text{forma}, Re, Ma, \varepsilon/l)$$

Donde

$$\text{Número de Reynolds, } Re = \frac{\rho V l}{\mu},$$

$$\text{Número de Mach, } Ma = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{RTk}}$$



Donde  $l$  es la longitud característica del cuerpo,  $\rho$  es la densidad,  $c$  es la velocidad del sonido,  $V$  es la velocidad relativa cuerpo-fluido, y  $\mu$  es la viscosidad.

### **Efectos de compresibilidad**

Los efectos del número de Mach y número de Reynolds están relacionados porque ambos son directamente proporcionales a la velocidad relativa del flujo pero suele ser bastante complicada. Sin embargo, para la mayoría de los problemas de ingeniería se realizan las siguientes simplificaciones.

Para números de Mach pequeños,  $Ma < 0.5$ , el coeficiente de arrastre se lo considera principalmente dependiente de  $Re$ , porque los efectos de viscosos son más importantes que los efectos de compresibilidad.

En cambio, para  $Ma \geq 0.5$  el coeficiente de resistencia depende mayormente de  $Ma$ , ya que los efectos de compresibilidad son mayores que los efectos viscosos.

Los valores de  $C_D$  aumentan mucho cuando se alcanza el régimen transónico (en la cercanías de  $Ma = 1$ ) debido a que se empiezan a producir las ondas de choque.

### **Velocidad del Sonido y Número de Match**

Las perturbaciones introducidas en algún lugar del fluido se propagan a una velocidad finita. Esta velocidad se denomina *velocidad del sonido,  $c$* .

Para un gas ideal se cumple la siguiente relación.

$$c = \sqrt{RTk} \quad (\text{ec. 2.14})$$

Donde  $R$  es la constante del gas,  $T$  es la temperatura absoluta y  $k$  es la razón de los calores específicos.

El número de Match es una medida adimensional de la compresibilidad de un fluido inducido por el movimiento de este. Se lo define como la razón del valor de la velocidad relativa del flujo-cuerpo ( $V$ ) a la velocidad local del sonido ( $c$ ). Es decir:

$$\text{Ma} = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{RTk}} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas de compresibilidad}} \quad (\text{ec. 2.15})$$

## Número de Reynolds

El número de Reynolds sirve de criterio para determinar el régimen del flujo (laminar, turbulento o de transición). También es una medida adimensional que representa la razón entre las fuerzas de inercia a las fuerzas viscosas sobre un elemento de fluido.

$$\text{Re} = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (\text{ec. 2.16})$$

Donde  $\rho$  y  $\mu$  es la densidad y viscosidad del fluido en la corriente libre respectivamente,  $V$  es la velocidad relativa cuerpo-fluido y  $l$  es una longitud característica de la geometría del problema.

La viscosidad de un gas varía significativamente por variaciones de temperatura, por lo que se la aproxima por medio de la ecuación de Sutherland

$$\mu = \frac{CT^{3/2}}{T+S} \quad (\text{ec. 2.17})$$

Donde  $T$  es la temperatura absoluta, y  $C$ ,  $S$  son constantes empíricas. Para el aire normal  $C = 1.458 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^* \text{s}^* \text{K}^{1/2}$ ; y  $S = 110.4 \text{ }^\circ\text{K}$ .

### **Rugosidad Superficial**

La resistencia sobre superficies lisas paralelas al flujo depende en gran medida de la rugosidad superficial. Mientras más rugosa sea la superficie, más resistencia se ejercerá. Esta rugosidad sobresale de la superficie normal y modifica el esfuerzo cortante, incluso disminuye el número de Reynolds crítico aumentando la probabilidad de tener mayor porción de longitud de capa límite turbulenta. Por lo general, la resistencia en cuerpos aerodinámicos se incrementa con el aumento de la rugosidad superficial, por lo que se trata que las superficies sean lo más lisas posibles.

Un aumento en la rugosidad superficial en cuerpos romos tales como una esfera o un cilindro puede producir una disminución

en la resistencia global. A mayor rugosidad disminuye el número de Reynolds crítico haciendo que la capa límite se vuelva turbulenta, esto provoca que la estela detrás del cuerpo sea más estrecha que si el flujo fuese laminar. Como resultado da que la resistencia por presión disminuya considerablemente mientras que la resistencia por fricción aumenta pero que combinadas ambas pueden producir una resistencia global menor.

#### 2.4. Fuerza de Gravitación

La fuerza de atracción de la Tierra,  $W$ , sobre una masa  $m$  viene dada por la ecuación

$$W = mg = G \frac{m M_T}{(R + z)^2} \quad (\text{ec. 2.18})$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad;  $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ , es la constante de gravitación universal;  $M_T = 5.977 \times 10^{24} \text{ kg}$ , es la masa de la Tierra;  $R$ , es el radio terrestre, y  $z$  la altura sobre el nivel del mar donde se encuentre la masa  $m$ . El radio ecuatorial es de  $6.37814 \times 10^6 \text{ m}$ .

## 2.5. Fuerza de Empuje

Para generar el impulso necesario para que el cohete alcance una altura determinada se necesita de un motor. El motor consta de una cámara de combustión en forma de tobera, dentro de ella se produce una reacción química, en este caso, de un combustible sólido y oxígeno que se encuentra presente en el mismo combustible. Esta combustión libera energía en forma de calor, haciendo que los gases alcancen altas temperaturas y se expandan en un tiempo extremadamente corto. Estos gases se escapan por la tobera hacia la atmósfera a gran velocidad en forma de un chorro produciendo la reacción que es la fuerza de empuje sobre el cohete y el movimiento del mismo [8, 9].

Esta fuerza de propulsión o empuje se puede expresar por medio de la conservación de la cantidad de movimiento, al aplicarlo sobre una partícula del fluido tenemos:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m \vec{v}) \quad (\text{ec. 2.19})$$

En materia de motores de cohetes se han definido ciertos conceptos para una mejor comprensión que se describe a continuación.

El impulso total del motor se lo puede definir como la energía entregada durante la combustión. Matemáticamente se lo representa por la siguiente ecuación

$$I_b = \int_0^t F(t) dt \quad (\text{ec. 2.20})$$

Donde  $F(t)$  es la fuerza instantánea en el tiempo  $t$ .

El impulso específico la fuerza de empuje generado por el peso de combustible expulsado por unidad de tiempo. (ec. 2.21)

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{W}_{comb}}$$

El flujo instantáneo es la cantidad de fluido saliendo del motor. Se puede hacer una buena aproximación asumiendo que el flujo depende directamente de la fuerza de empuje.

## 2.6. Dinámica de Fluidos Computacional

Existen muchos problemas de dinámica de fluidos que no se los puede resolver analíticamente por la complejidad en la resolución de las

ecuaciones diferenciales. Una de las alternativas es el uso de túneles de viento para realizar pruebas experimentales. La desventaja de los túneles de viento es que son muy costosos y existen pocos. Además no es posible semejar todas las condiciones de vuelo, como temperaturas muy bajas o elevadas existentes dentro de la atmósfera. También solo se puede alcanzar velocidades supersónicas e hipersónicas por periodos muy cortos de tiempo y a pequeña escala [10, 11, 12, 17, 18].

Una de las alternativas para simular todas estas condiciones es usar programas desarrollados en base a CFD. Estos programas resuelven una gran cantidad de ecuaciones diferenciales muy complejas por métodos numéricos y permiten conocer con fiabilidad el comportamiento de un fluido alrededor de un cuerpo. El análisis del flujo de cualquier fluido está basado en tres principios físicos fundamentales:

1. Conservación de la masa,
2. Conservación de la cantidad de movimiento, y
3. Conservación de la energía.



Al desarrollar las ecuaciones basadas en estos tres principios físicos se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes que es la base del desarrollo del CFD.

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales. En la resolución de problemas por métodos numéricos, este sistema puede constar de cientos a millones de ecuaciones simultáneas, el número de ecuaciones depende directamente de la cantidad de elementos discretizados del campo de flujo. La importancia del desarrollo del CFD está en utilizar de la manera más eficientemente posible los recursos computacionales disponibles y obtener una solución muy cercana a la realidad.

Al analizar flujos compresibles, como el aire en nuestro caso, se debe prestar mucha atención a los efectos de compresibilidad. Para medir la compresibilidad de un flujo se utiliza comúnmente el número de Mach ( $Ma$ ). Para números de Mach muy bajos ( $Ma < 0.1$ ) se pueden despreciar los efectos de compresibilidad. Para los demás casos ( $Ma > 0.1$ ) se recomienda usar modelos matemáticos para Flujos Compresibles.

## Principales Etapas de Solución de CFD

Se escogió un paquete de programas basados en CFD llamado *Fluent*. El código *Fluent* utiliza los tres pasos estándares en la resolución de problemas de CFD que son el uso de: un pre-procesador, un procesador y un post-procesador. A continuación de los detalla:

### Pre-Procesador

El primer paso para resolver un problema CFD es el uso de un pre-procesador. En este caso se usará el software *Gambit* 2.3 en el que se realizarán las siguientes operaciones:

1. Dibujar las superficies que delimitan al Arreaux.
2. Establecer el volumen y las superficies que delimitan al fluido alrededor del cohete. Estas superficies son:
  - a. Superficies en contacto directo con las paredes del Arreaux.

- b. Si existieran, superficies de simetría del fluido.
  - c. Superficies de entrada de flujo al volumen de control.
  - d. Superficies de salida de flujo del volumen de control.
  - e. Demás superficies que envuelvan al flujo. En estas superficies no deberán existir ningún tipo de gradiente de las propiedades físicas por estar lo suficientemente alejadas de las paredes del Arreaux.
3. Establecer el tamaño de malla del fluido. Para una mejor optimización de los recursos computacionales se hará un tamaño de malla más fino en las cercanías de las superficies del cohete porque se asume que habrán mayores gradientes de las propiedades físicas del fluido.

4. Seleccionar la forma de los elementos del mallado. Esta selección depende de la geometría del cuerpo y facilidad del mallado.

### **Procesador**

A partir del mallado realizado en el pre-procesador se resolverá el problema mediante métodos iterativos de CFD.

Esto lo lleva a cabo el procesador, en este caso es el *Fluent*

6.3. Para inicializar el programa se deben definir ciertos parámetros:

1. Definir las propiedades físicas del fluido.
2. Definir las condiciones de borde y condiciones operativas.
3. Elegir el método numérico de resolución.
4. Definir el modelo de viscosidad.
5. Seleccionar el modelo de turbulencia más apropiado.

Mientras se procesan los datos se puede monitorear la convergencia de los resultados.

### **Post-Procesador**

Una vez terminados los cálculos se deben de analizar para saber si estos son los correctos. Esto se puede lograr en el post-procesador en el cual presenta en diferentes formas gráficas o en formas de tablas los resultados. Entre los principales tenemos: velocidad, presión, densidad, temperatura,..., etc. En el *Fluent* viene integrada esta herramienta.

A continuación se muestran algunas recomendaciones para asegurarnos que nuestros resultados son los correctos.

1. Debemos observar los gradientes de las propiedades físicas involucradas para asegurarnos que el volumen de control escogido fue lo suficientemente amplio.

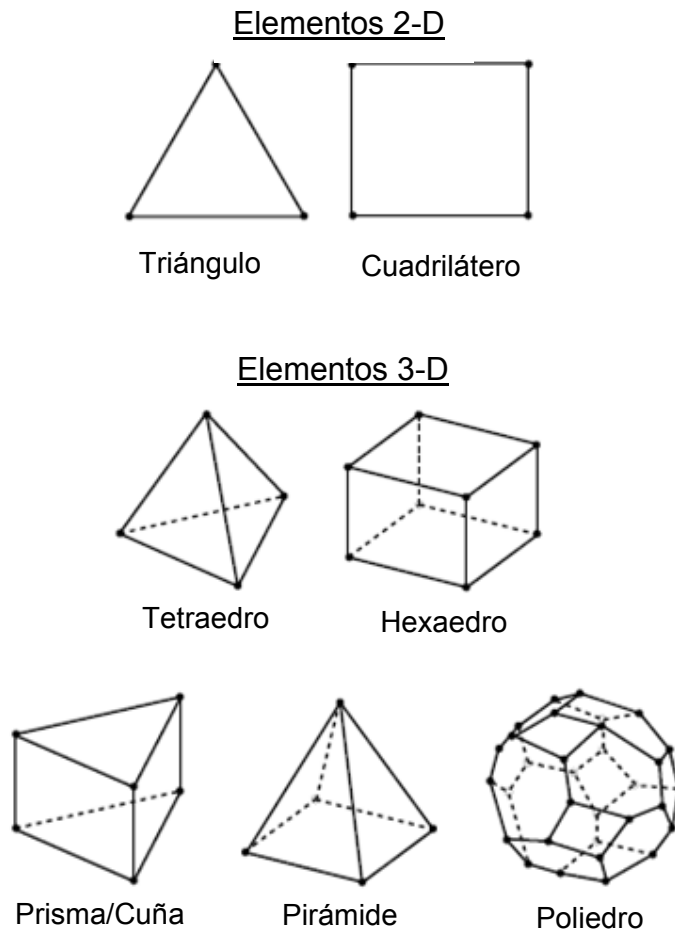
2. Verificar si los elementos de la malla son los adecuados o si se pueden hacer mejoras respecto a su forma, tamaño o distribución.
3. Se puede aumentar el orden de discretización si se requiere una mayor precisión en los resultados obtenidos si no son los esperados, teniendo en cuenta que se necesitará mayores recursos computacionales.
4. En general se debe tener un criterio para saber si todos los parámetros escogidos anteriormente fueron los idóneos.

## **Mallado**

En la actualidad existen programas dirigidos exclusivamente a realizar mallados y *Fluent* no es la excepción. Cuenta con varios programas, entre ellos *Gambit* el cual es el que vamos a utilizar.

El mallado consiste en dividir el campo de flujo en pequeños volúmenes o superficies de control para poder aplicar a cada uno de estos elementos las ecuaciones diferenciales que rigen

la dinámica de fluidos. Estos elementos deben de ser de tal forma que sean compatibles con los métodos de resolución a emplear.



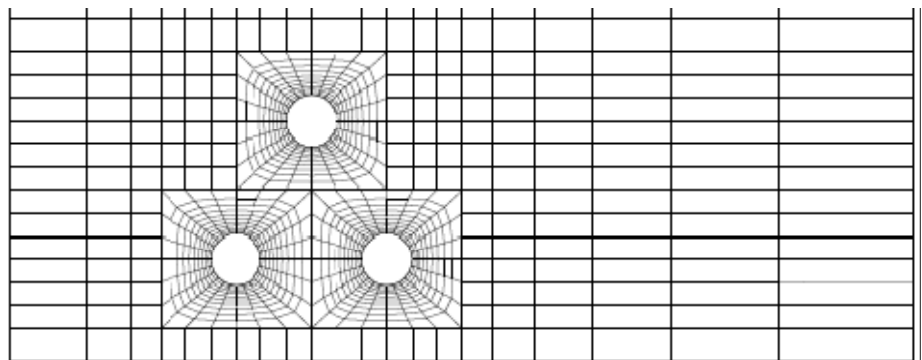
**Figura 2.4 Elementos en 2-D y 3-D compatibles con Fluent.**

El éxito en la resolución de un problema de CFD depende en gran medida haber realizado un buen mallado. Podemos clasificar los mallados según su conectividad en:

- Estructuradas
- No-estructuradas
- Mixtas o Híbridas

### **Mallas Estructuradas**

Se caracteriza por tener elementos de forma regular (cuadriláteros o hexaedros) en una estructura ordenada y por lo general siguen la dirección de flujo. Este tipo de mallado es eficiente en el uso de recursos computacionales ya que necesita menos elementos para cubrir el dominio.

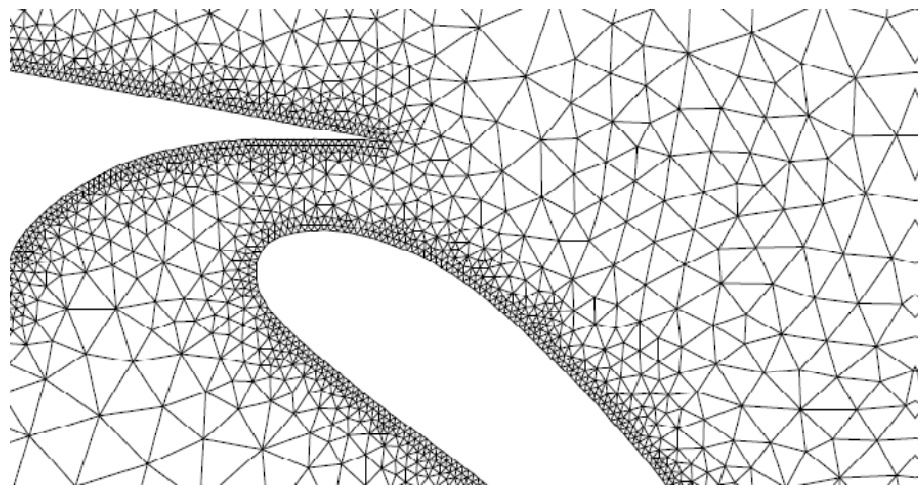


**Figura 2.5 Malla estructurada formada por cuadriláteros.**



### **Mallas No-estructuradas**

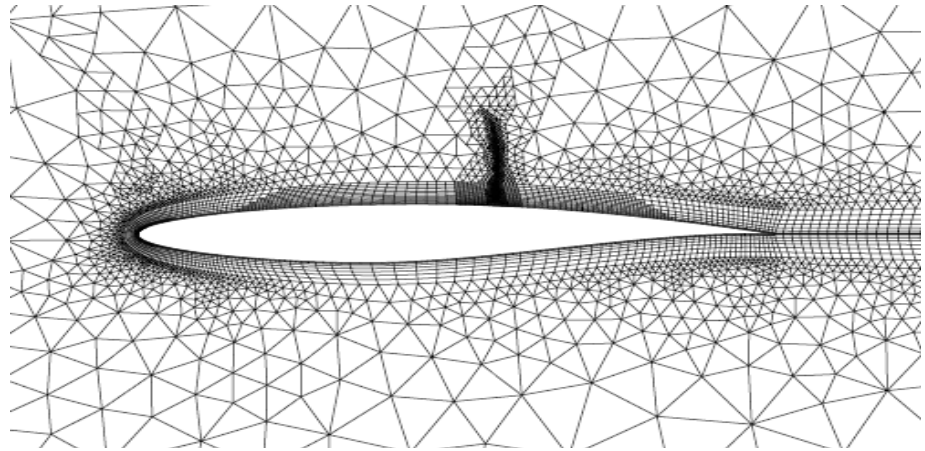
La mayoría de los problemas de ingeniería se presentan geometrías complejas por lo que realizar un mallado estructurado sería muy difícil y consumiría mucho tiempo. Para ello se utiliza un mallado no-estructurado que consiste en elementos de diversas formas. Tiene la desventaja de necesitar un mayor esfuerzo computacional.



**Figura 2.6** *Malla no-estructurada formada por triángulos.*

### **Mallas Mixtas o Híbridas**

Es una combinación de mallas estructuradas y no-estructuradas como se muestra en la figura 2.7.



**Figura 2.7** *Malla compuesta por mallado estructurado y no-estructurado.*

Como nos pudimos dar cuenta en los gráficos anteriores se realiza un mallado más fino en las cercanías de las paredes o en regiones donde se producen los mayores gradientes de las propiedades físicas. Mientras se aleja de estas zonas se usa un mallado más grueso para así obtener un menor uso de memoria y una rápida convergencia. Además se necesita que los elementos sean lo más simétricos posibles para que los resultados sean bastantes fiables.

### **Discretización de las Ecuaciones Diferenciales Parciales**

En CFD las ecuaciones diferenciales parciales se las resuelve mediante métodos numéricos. Entre los más usados tenemos:

- Método de Diferencias Finitas (FDM)
- Método de Volúmenes Finitos (FVM)
- Método de Elementos Finitos (FEM)

*Fluent* utiliza el método de Volúmenes Finitos según se explica a continuación:

### **Método de Volúmenes Finitos (FVM)**

Este método consiste en dividir el campo de flujo en pequeños volúmenes de control, proceso que se lo denomina mallado. A cada elemento se le aplican las ecuaciones gobernantes de la mecánica de fluidos, Navier-Stokes, representadas en sus “formas conservativas”, o también llamadas “formas divergentes”, que es la forma más fundamental de estas ecuaciones. Estas ecuaciones se aproximan mediante ecuaciones algebraicas derivadas de la serie de Taylor y son resueltas simultáneamente usando algoritmos numéricos.

Este método tiene la ventaja de una fácil interpretación física ya que para cada volumen de control la energía, masa y

cantidad de movimiento son almacenadas en su centro y estas fluyen de un elemento a otro a través de sus caras. Además se lo puede aplicar tanto para mallas “estructuradas” como “no-estructuradas”.

Para aproximaciones de segundo orden el método trabaja con bastante eficiencia y precisión pero para aproximaciones de mayor orden se recomienda usar el método FEM.

### **Métodos Numéricos de Resolución**

*Fluent* permite escoger entre dos métodos numéricos de resolución:

- Basado en Presión
- Basado en Densidad.

#### **Método Basado en Densidad**

En este método el campo de velocidad es calculado a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento. La densidad

es obtenida a partir de las ecuaciones de continuidad, y el campo de presión es obtenido a partir de la ecuación de estado o ecuación de gas ideal.

### **Método Basado en Presión**

Al igual que en el método anterior el campo de velocidad es calculado a través de las ecuaciones de cantidad de movimiento. En cambio el campo de presión es obtenido a partir de ecuaciones de corrección de presión que a su vez son obtenidas a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad.

Al analizar un gas ambos métodos son válidos. En general se usa el método basado en presión acoplado cuando se tiene zonas de baja o alta velocidad de flujo sobre superficies aerodinámicas.

### **Algoritmos del Método Numérico basado en Presión**

*Fluent* dispone de dos algoritmos de resolución:

- Algoritmo Segregado basado en Presión
- Algoritmo Acoplado o Enlazado basado en Presión

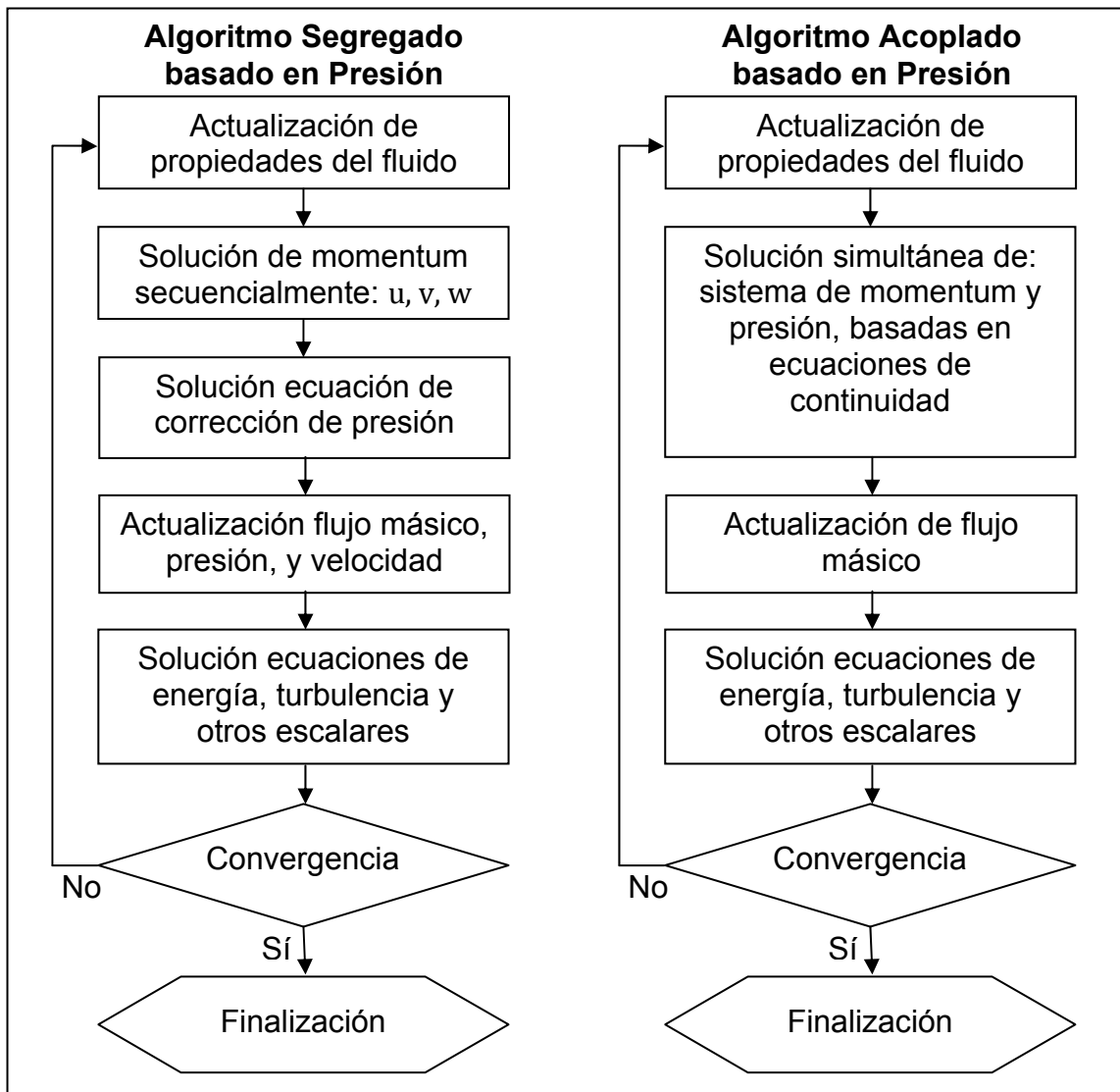
### **Algoritmo Segregado basado en Presión**

Con este algoritmo las ecuaciones gobernantes son resueltas secuencialmente, es decir que sus variables como  $u, v, w, p, T, k, \epsilon, \dots$ , etc. son halladas una detrás de otra.

Este algoritmo tiene la ventaja en el uso de la memoria, es eficiente porque se necesita almacenar por una sola vez las ecuaciones discretizadas. Pero su convergencia es relativamente lenta.

### **Algoritmo Enlazado basado en Presión**

El algoritmo enlazado resuelve simultáneamente un sistema de ecuaciones de conservación de momentum y de masa. Su ventaja es que la solución converge rápidamente pero necesita mayor memoria disponible.

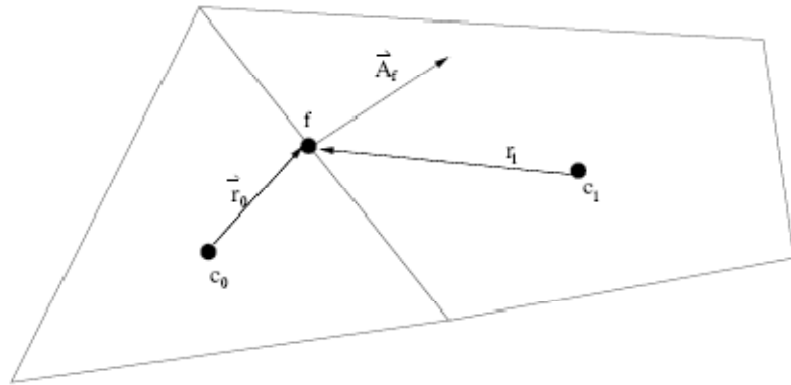


**Figura 2.8** Diagrama del proceso de resolución de Algoritmos basados en Presión.

### Algoritmos de Interpolación

*Fluent* utiliza los métodos de interpolación llamados “Upwind” (Contracorriente). En general los valores escalares ( $\phi$ ) son

interpolados desde el centro ( $c_1$  y  $c_2$ ) a través de la cara ( $f$ ) en contacto entre cada volumen de control como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 2.9 Esquema de volúmenes de control, donde  $\vec{r}$  es el vector distancia entre el centro del elemento ( $c$ ) y el centro de la cara ( $f$ ),  $\vec{A}_f$  es el vector normal de superficie.**

Entre los métodos utilizados por *Fluent* tenemos:

1) Esquemas de Primer Orden:

a) Upwind.- Se asume que el valor de cada cara del volumen de control es igual al valor de su centro.

2) Esquemas de Segundo Orden



- a) Upwind.- El valor del escalar ( $\phi$ ) en cada cara se la calcula a partir del valor del centro del elemento más el valor correspondiente al gradiente de dicho escalar.
  - b) Power Law.- El valor del escalar ( $\phi$ ) de la cara en contacto entre dos volúmenes se obtiene mediante interpolación de los valores de los centros de ambos elementos.
  - c) QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics).- Usado en mallas cuadrilaterales y hexagonales estructuradas. Está basado en la media ponderada entre Upwind de segundo orden e interpolación centrada de la variable.
- 3) Esquemas de Tercer Orden
- a) MUSCL (Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws).- Este esquema es el de mayor precisión. Es una mezcla entre diferenciación central y Upwind de segundo orden. Se lo utiliza en flujos 3-D complejos con cualquier tipo de mallado.

## **Evaluación de los Gradientes y Derivadas**

Disponemos de tres métodos para calcular los gradientes y derivadas:

- Green-Gauss basado en Celdas
- Green-Gauss basado en Nodos
- Mínimos Cuadrados basado en Celda

Es conocido que el método basado en nodos es más preciso que los métodos basados en celdas cuando se tiene un mallado no-estructurado especialmente con elementos en forma de tetraedros como en nuestro caso, por lo que se lo explica brevemente a continuación:

### **Método de Green-Gauss basado en Nodos**

Este método parte del teorema de Green-Gauss. El valor de la propiedad en cada cara es el promedio de los valores de los nodos que forman dicha cara.

## **Método de Relación Presión-Velocidad basados en Presión**

Para el cálculo de la presión y velocidad *Fluent* dispone de los siguientes métodos dependiendo del algoritmo seleccionado:

### 1) Métodos para Algoritmo Segregado

- a) SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations).- Este algoritmo usa un método iterativo que relaciona la velocidad y presión corregidas hasta satisfacer la conservación de masa.
- b) SIMPLEC (SIMPLE-Consistent).- Es un método similar al SIMPLE pero modificando la expresión de flujo que atraviesa la cara.
- c) PISO (Pressure Implicit with Splitting Operators).- Es similar a los métodos SIMPLE pero se aumenta el grado de aproximación en la relaciones de corrección de velocidad y presión. Para aumentar la eficiencia se añade corrección de vecindad y corrección de sesgo.

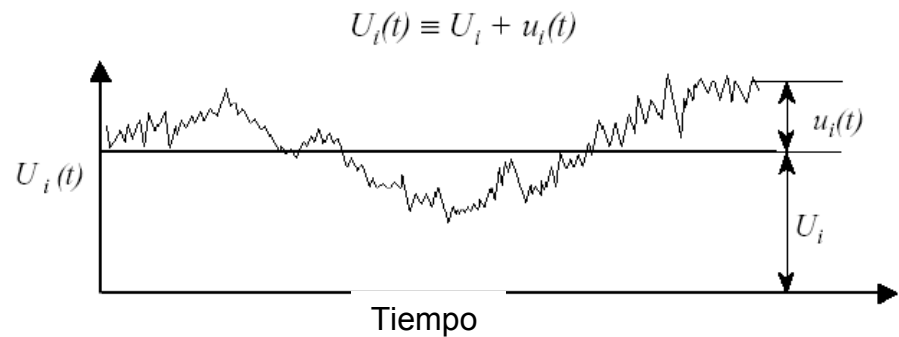
Para flujos estables generalmente se usa los métodos SIMPLE o SIMPLEC. El método PISO se usa para flujos inestables o transientes cuando el existen elementos sesgados, asimétricos o de mala calidad del mallado.

## 2) Método para Algoritmo Enlazado

a) Acoplado.- Este método resuelve simultáneamente las ecuaciones de momento y continuidad. Su convergencia es más rápida que los métodos anteriores pero necesita mayor memoria disponible.

## **Modelos de Turbulencia**

En la mayoría de los casos de ingeniería se presentan fluidos turbulentos por lo que es necesario obtener un modelo matemático que simule este comportamiento. Un flujo turbulento se caracteriza por fluctuaciones en su campo de velocidad. Estas fluctuaciones tienen la propiedad de ser a pequeña escala y alta frecuencia como se muestra en la gráfica.



**Figura 2.10 Flujo turbulento [18].**

Esta turbulencia se la puede simular, en nuestro caso, como una mezcla de cantidades de momentum y energía. Calcular la solución exacta resultaría muy complejo y se necesitarían muchos recursos computacionales. Para disminuir la complejidad del problema se utilizan modelos matemáticos que constan de sistemas de ecuaciones en que se eliminan las pequeñas fluctuaciones a altas frecuencias. Por este motivo en la actualidad ningún modelo de turbulencia es universalmente aceptado para cualquier tipo de problema.

Los modelos de turbulencia existentes en *Fluent* son los siguientes:

- Modelo Spalart-Allmaras

- Modelos  $k$ - $\epsilon$ 
  - Standard  $k$ - $\epsilon$ -
  - Renormalization-group (RNG)  $k$ - $\epsilon$
  - Realizable  $k$ - $\epsilon$
- Modelos  $k$ - $\omega$ 
  - Standard  $k$ - $\omega$
  - Shear-stress transport (SST)  $k$ - $\omega$
- Modelo  $v^2$ - $f$  (addon)
- Reynolds Stress Model (RSM)
  - Linear pressure-strain RSM
  - Quadratic pressure-strain RSM
  - Low-Re stress-omega RSM
- Modelo Detached eddy simulation (DES)
  - Spalart-Allmaras RANS
  - Realizable  $k$ - $\epsilon$  RANS
  - SST  $k$ - $\omega$  RANS

- Modelo Large eddy simulation (LES)
  - Smagorinsky-Lilly subgrid-scale
  - WALE subgrid-scale
  - Kinetic-energy transport subgrid-scale

La selección del modelo más apropiado depende principalmente de las consideraciones asumidas, las características físicas del fluido, la precisión requerida, los recursos computacionales y el tiempo de convergencia.

### **Modelo de Turbulencia Spalart-Allmaras**

Modelo Spalart-Allmaras.- Es un modelo simple de una sola ecuación que se basa en la solución de la ecuación. Fue ideado específicamente para problemas espaciales involucrando a flujo limitados por paredes y ha dado buenos resultados para capas límites expuestos a gradientes adversos de presión. También ha ganado popularidad para aplicaciones de turbo-máquinas.

Para usar este modelo se requiere que la región de viscosidad afectada por la capa límite esté resuelta correctamente. No se recomienda su uso para cambios bruscos de geometría y cuando se requiere mucha precisión en los resultados.

### **Modelo de Turbulencia k- $\epsilon$ Realizable**

La familia de modelos de turbulencia k- $\epsilon$  son modelos robustos de dos ecuaciones de transporte para la energía cinética (k) y para la razón de disipación ( $\epsilon$ ). El modelo k- $\epsilon$  Realizable es una mejora del modelo k- $\epsilon$  Estándar, en que se incluye una nueva fórmula de viscosidad turbulenta y una nueva ecuación de transporte para la razón de disipación ( $\epsilon$ ). Además satisface ciertas restricciones matemáticas para Reynolds stress, según la física de fluidos turbulentos.

Este modelo de turbulencia mejora la precisión cuando el flujo presenta rotación, capas límites bajo fuertes gradientes de presión negativos, separación y recirculación.



El modelo  $k-\varepsilon$  Realizable es relativamente nuevo, sin embargo estudios iniciales muestran que ofrece mejores resultados que los otros dos modelos  $k-\varepsilon$  en los casos que incluyen flujos separados y flujos con características de flujo secundario complejo.

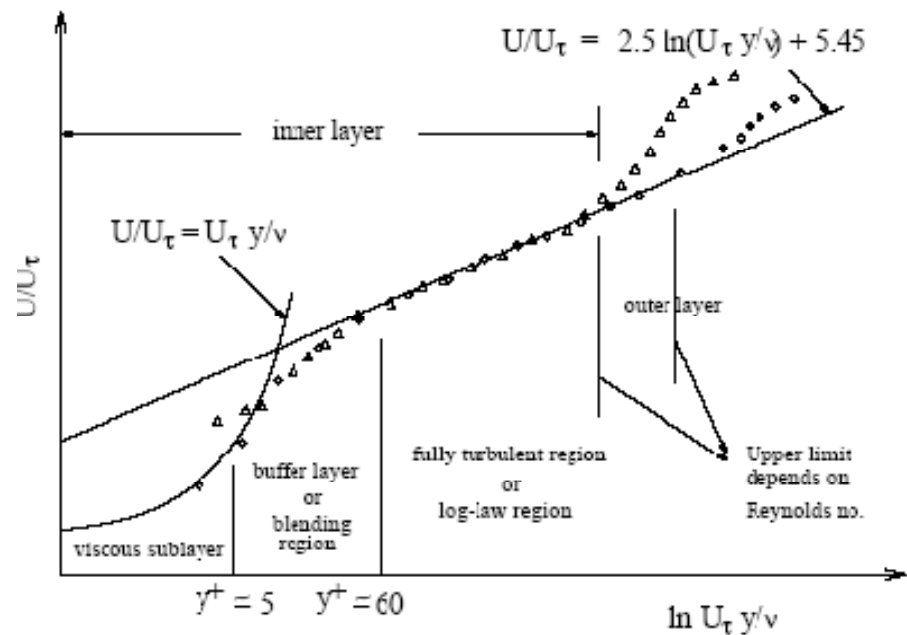
Cuando el régimen de flujo sea sónico o subsónico se usará el Modelo  $k-\varepsilon$  Realizable ya que se adapta a los requerimientos de nuestro problema dando resultados muy satisfactorios, es eficiente en el uso de recursos computacionales y la convergencia de los resultados es relativamente rápida [11].

En cambio cuando el flujo sea supersónico se usará el Modelo Spalart-Allmaras, Este modelo tiene una rápida convergencia.

### **Funciones de Pared para Flujos Turbulentos**

Los flujos turbulentos son afectados en gran medida por la presencia de paredes porque estas presentan la condición de no deslizamiento. Se diferencian tres zonas que son afectadas por esta condición. En regiones muy cercanas a la pared, la

velocidad de fluctuaciones disminuye considerablemente. Mientras nos alejamos hacia la corriente libre, en zonas aun cercanas a la pared, la velocidad relativa del flujo aumenta rápidamente provocando que se formen vórtices. Estos vórtices contienen una mayor energía cinética que se disipa en zonas más alejadas de la pared.



**Figura 2.11 Subdivisión de la región cercana a la pared. Graficada en semi-log. Donde  $y^+ \equiv \rho u_\tau y/\mu$ ,  $u_\tau$  es la velocidad de fricción definida como  $u_\tau = \sqrt{\tau/\rho}$**

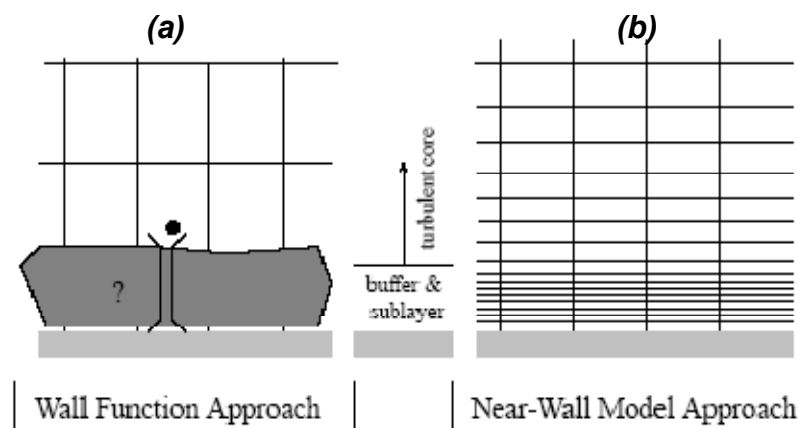
En la región cercana a la pared es en donde se producen los cambios más bruscos del momentum, energía cinética y otros

escalares. Es por eso que la fiabilidad de los resultados numéricos se debe en gran medida a un buen análisis dentro de esta zona.

Dentro de las zonas cercanas a la pared se distinguen tres capas. La primera de ellas es la que se encuentra próxima a la pared en donde el flujo se lo considera casi laminar, esta capa recibe el nombre de *subcapa viscosa* porque la viscosidad molecular juega un papel importante en el momentum, transferencia de calor y de masa. La capa exterior se la denomina *capa totalmente turbulenta*, en donde domina la turbulencia. Entre la subcapa viscosa y la capa totalmente turbulenta se encuentra una *capa de amortiguamiento* donde ambos efectos de viscosidad molecular y de turbulencia son importantes.

En algunos modelos de turbulencia, como modelo k- $\epsilon$  Realizable, son válidos para regiones alejadas de la pared por lo que es necesario hacer consideraciones adicionales para que estos modelos sean viables de aplicar. Para ello se aplican las funciones de pared que son un nexo o puente entre la

pared y la capa totalmente turbulenta. En vez de resolver la región afectada por la viscosidad, se usan ecuaciones semi-empíricas. Esto disminuye el esfuerzo computacional especialmente cuando se tiene elevados  $Re$ . El uso de funciones de pared es muy popular en flujos industriales dado que consume menos recursos computacionales y sus resultados son muy fiables. Pero cuando se tiene bajos  $Re$  se recomienda usar modelos de turbulencia válidos en la región afectada por la viscosidad.



**Figura 2.12(a) Funciones de Pared (Wall Function Approach).**- La región afectada por la viscosidad no es resuelta, en su lugar se aproxima con funciones de pared. Se recomienda usar cuando se tiene elevados  $Re$ .

**Figura 2.12(b) Modelos válidos cercano a la pared (Near-Wall Model Approach).**- Estos modelos de turbulencia resuelven las regiones afectadas por la viscosidad. Se recomienda usar cuando se tiene bajos  $Re$ .

*Fluent* dispone de cuatro funciones de pared para el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  Realizable.

- Standard Wall Functions (Estándar).- Están basadas en la propuesta de Launder-Spalding. Es muy usada en flujos industriales.
- Non-Equilibrium Wall Functions (No-equilibrio).- Parte de la Función Estándar pero incluye los efectos de gradientes de presión y fuertes no-equilibrio (energía cinética en celdas cercanas a la pared).
- Enhanced Wall Treatment (Mejorada).- Este modelo combina un modelo de dos-capas y una función de pared. Se recomienda un mallado suficientemente fino en la sub-capa viscosa para obtener mejores resultados en el modelo. Es más eficaz cuando se tiene bajos  $Re$  aunque consume mayores recursos computacionales.
- User-Defined Wall Functions (Definidas por el usuario).- Permite al usuario definir sus propias funciones de pared.

# CAPÍTULO 3

## 3. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE MEDIANTE ANÁLISIS CFD

Para calcular el coeficiente de arrastre del Arreaux, fabricado por AeroTech, se usó el paquete de programas basados en CFD, *Fluent* y *Gambit*, de la empresa *Ansys Inc.*

### 3.1. Geometría del Vehículo

La geometría básica del Arreaux para poder dibujar sus superficies en pre-procesador se presenta en el Plano 1 [2].

### 3.2. Mallado

Todo el proceso de mallado se lo realizó directamente en *Gambit 2.3* de *Ansys* para evitar errores de forma [14, 15, 16].

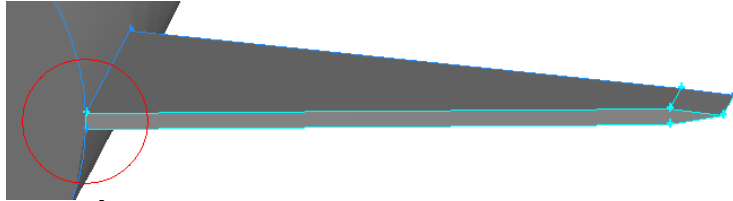
## Dimensionamiento

Con las medidas del modelo Arreaux (Plano 1) se generaron las superficies de la ojiva, cilindro y aletas como se muestra en la figura siguiente.



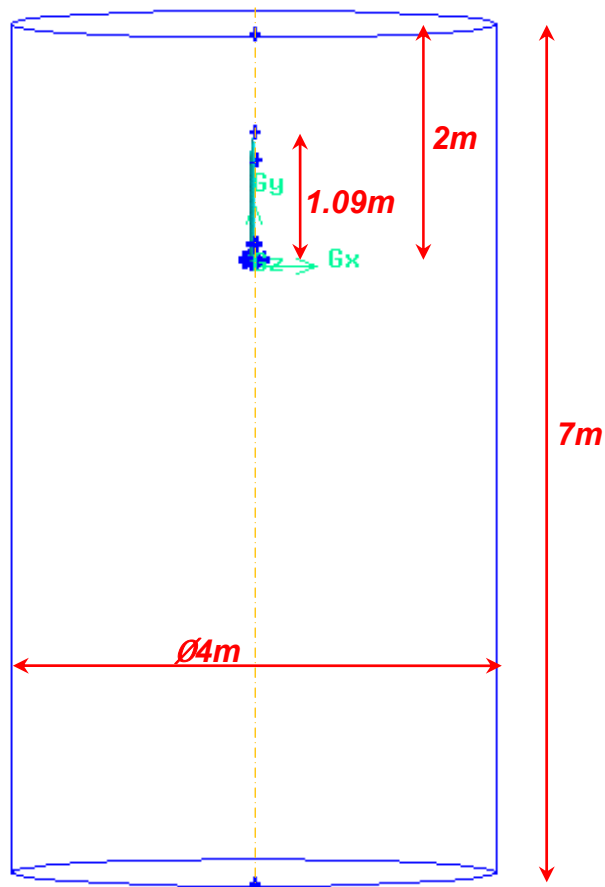
**Figura 3.1 Vista isométrica de la superficie del Arreaux generada en Gambit 2.3**

Con estas superficies se creó el volumen que ocupa el cohete teniendo en cuenta de no generar áreas innecesarias como en la base de la unión de las aletas y el cilindro (ver Figura 3.2), ya que estas generarán elementos del mallado de mala calidad. Es decir hacer el modelo lo más simple posible.



**Figura 3.2** Área de la unión entre una aleta y el cilindro en la base del modelo.

Luego se generó un cilindro que representa al volumen de control de  $7m$  de alto y  $2m$  de radio coincidiendo con el eje de simetría del cohete como se muestra en la figura 3.3.

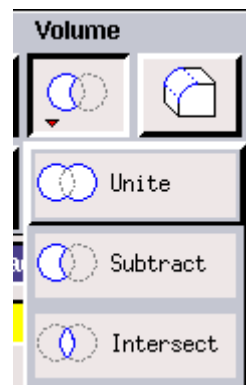


**Figura 3.3** Vista frontal: ubicación del cilindro.



Las dimensiones del volumen de control deberán ser comprobados con el análisis del post-procesador de *Fluent* ya que estos valores son escogidos arbitrariamente por experiencia o intuición.

Finalmente para obtener el volumen del aire que será analizado se aplicó la operación Booleana para sustraer el volumen del cohete al volumen del cilindro.

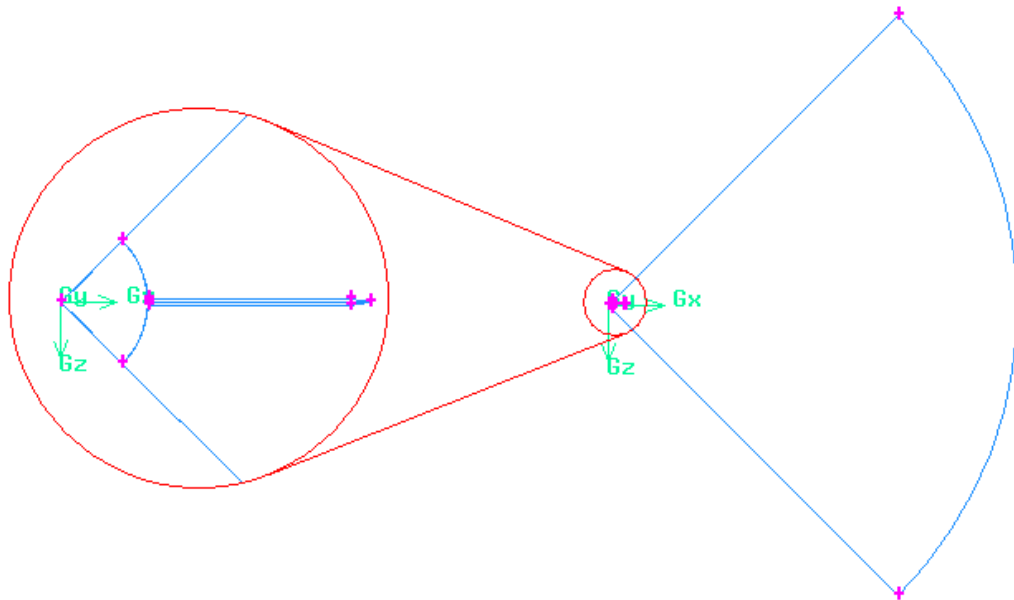


**Figura 3.4 Operaciones Booleanas disponibles en la barra de herramientas.**

Adicionalmente se pueden usar las operaciones de limpieza de geometría disponibles en la barra de herramientas que sirven para eliminar aristas cortas, orificios, hendiduras, áreas muy pequeñas,.. etc., que pueden producir elementos de baja calidad

del mallado. En este caso no fue necesario porque se creó la geometría directamente en *Gambit* teniendo en cuenta estos problemas y no se importó desde algún programa CAD.

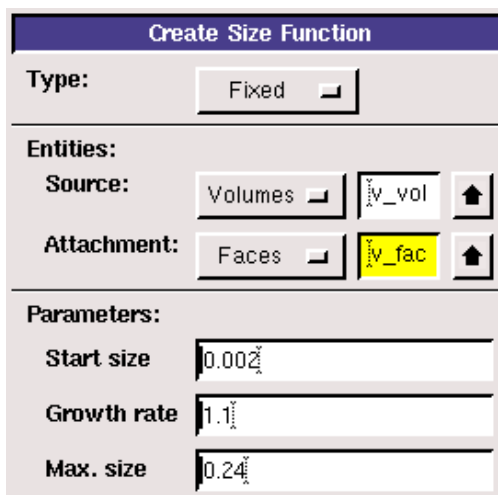
Por problemas de mallado en la punta de la ojiva, por ser muy aguda, se dividió el volumen a una cuarta parte siguiendo los planos de simetría como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 3.5 División del volumen del modelo.**

## Forma y Tamaño del Mallado

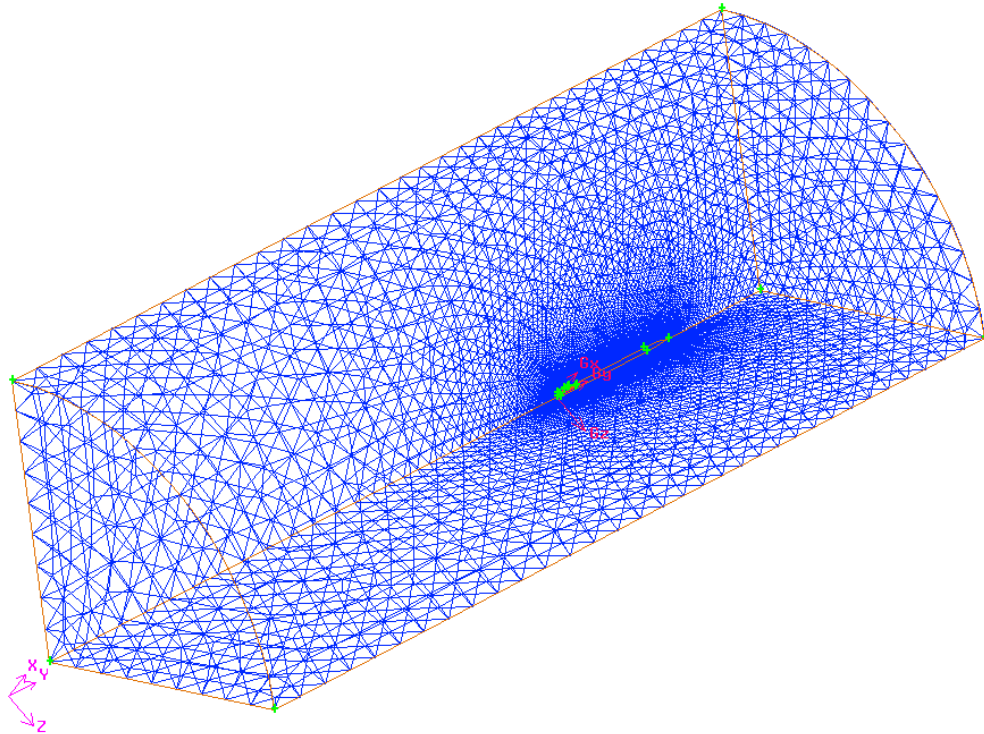
Con la herramienta *Función de Tamaño* se creó una función *Fixed* en la que se especificó un máximo de 2 milímetros de longitud de las aristas de los elementos del mallado (*Start size*) en todas superficies del cohete (*Source*). Esta longitud se incrementa a una razón de 10% (*Growth rate*) mientras se distancia de dichas superficies hasta una longitud máxima de 24 milímetros (*Max. size*).



**Figura 3.6 Creación de Función de Tamaño, disponible en la barra de herramientas.**

Con la ayuda de esta función se procede a mallar directamente el volumen, por facilidad se creó un mallado no estructurado con

572243 elementos tetraédricos como se muestra en la figura siguiente.



**Figura 3.7** Resultado del mallado del volumen con elementos tetraédricos.

### Calidad del mallado

Un correcto mallado nos asegura una buena precisión en la respuesta numérica. Con un examinador de malla podemos saber si el mallado es el correcto o necesita ser mejorado. Existen varias formas para determinar la calidad del mallado. La

opción por defecto es *EquiSize Skew* ( $Q_{EVS}$ ) que es una medida de sesgo o asimetría y es definida por la siguiente ecuación.

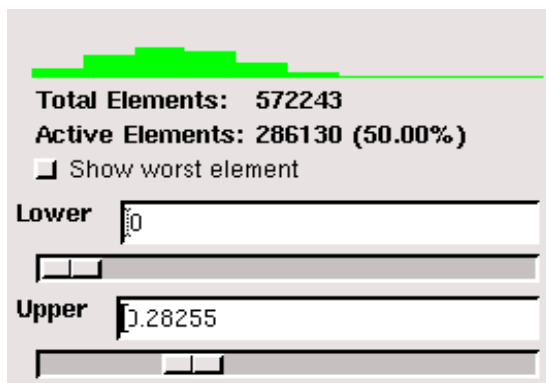
$$Q_{EVS} = \frac{(S_{eq} - S)}{S_{eq}} \quad (\text{ec. 3.1})$$

donde  $S$  es el volumen del elemento, y  $S_{eq}$  es un elemento equilátero con el mismo radio de circunscripción y forma del elemento original. Donde  $Q_{EVS} = 0$  describe un tetraedro equilátero, mientras que  $Q_{EVS} = 1$  describe un elemento completamente degenerado. En la Tabla 3.1 se presenta la calidad del mallado del modelo. Estos valores también se pueden aplicar para elementos 2-D.

En general se sabe que un mallado de alta calidad tiene un promedio de  $Q_{EVS} = 0.4$  para elementos en 3-D. Con la ayuda del histograma (ver Figura 3.8) vemos que la media está en  $Q_{EVS} = 0.28255$  lo que indica que el mallado es de muy buena calidad.

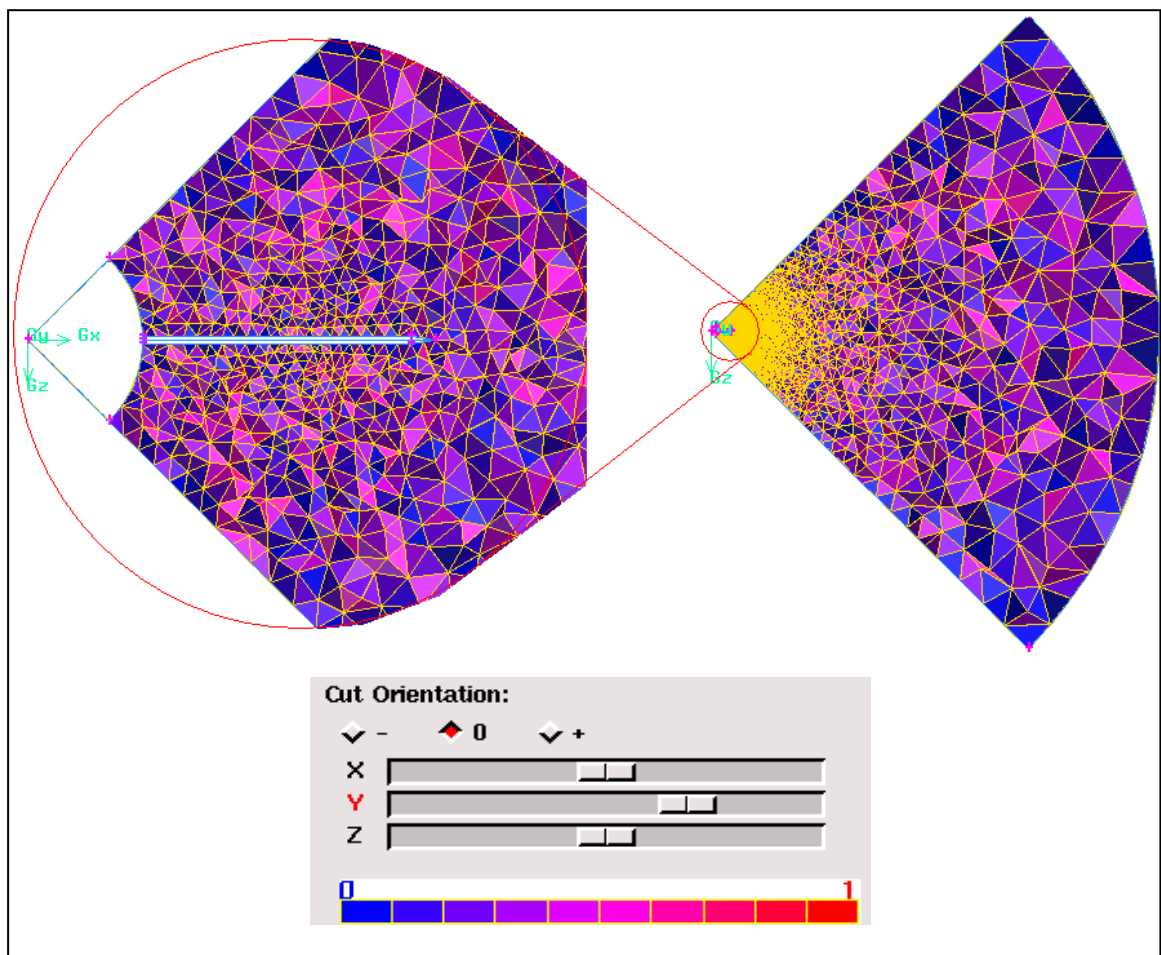
**Tabla 3.1 Calidad  $Q_{EVS}$  del mallado.**

$Q_{EVS}$	Calidad	Porcentaje
$Q_{EVS} = 0$	Perfecto	0.53%
$0 < Q_{EVS} \leq 0.25$	Excelente	40.40%
$0.25 < Q_{EVS} \leq 0.5$	Bueno	51.31%
$0.5 < Q_{EVS} \leq 0.75$	Regular	7.76%
$0.75 < Q_{EVS} \leq 0.9$	Pobre	0%
$0.9 < Q_{EVS} < 1$	Muy pobre	0%
$Q_{EVS} = 1$	Degenerado	0%

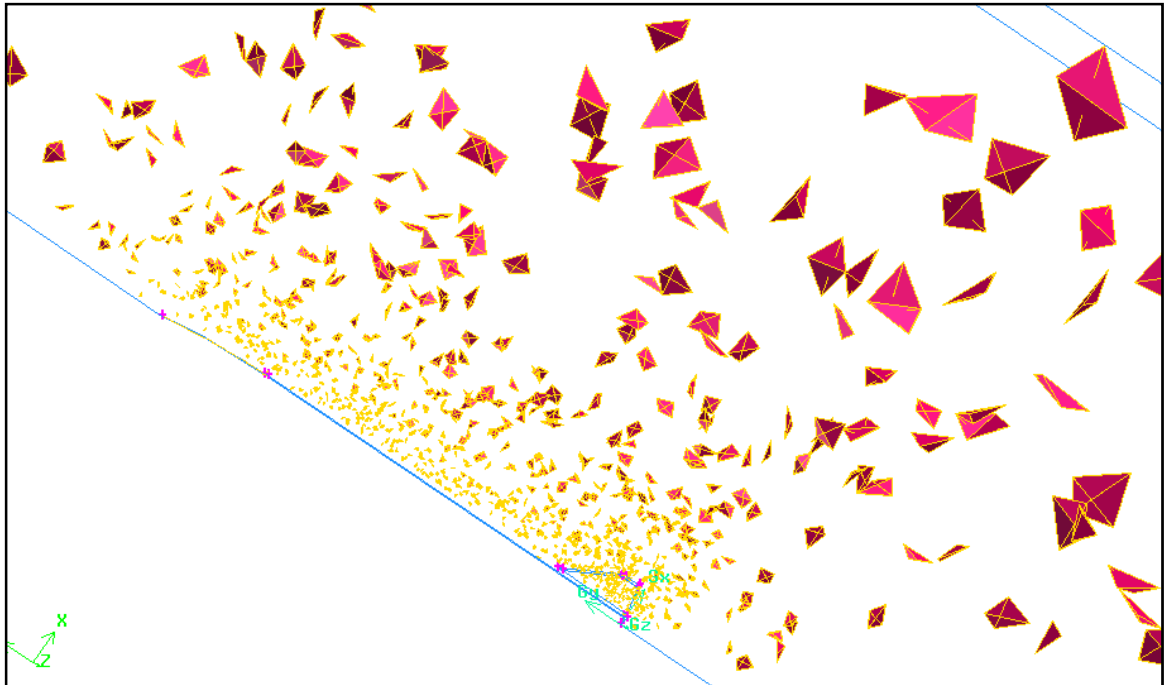
**Figura 3.8 Histograma de valores  $Q_{EVS}$  del mallado. El 50% de los elementos se encuentran en:  $0 \leq Q_{EVS} \leq 0.28255$ .**

También se debe de revisar la uniformidad de la distribución en la calidad de los elementos. Es decir, cerca de las paredes no debe existir una concentración de elementos de baja calidad,

para ello se realizó un corte en una zona crítica como en una aleta (ver Figura 3.9). Vemos que la distribución de elementos es uniforme. También se verifica la ubicación de los elementos de más baja calidad ( $0.7 < Q_{EVS} \leq 0.75$ ) como se muestra en la Figura 3.10.



**Figura 3.9 Corte en plano perpendicular al eje y, atravesando una aleta. Cuando  $Q_{EVS} = 0$  (azul) elemento perfectamente equilátero, y  $Q_{EVS} = 1$  (rojo) elemento completamente degenerado.**



**Figura 3.10** *Distribución de emelentos de más baja calidad en el modelo ,valores de  $0.7 \leq Q_{EVS} \leq 0.75$ .*

Con estos gráficos se puede concluir que el mallado es de alta calidad, aunque después de realizados los cálculos hay que validar si el tamaño de los elementos y el volumen de control son los apropiados.

### Condiciones de Frontera

Finalmente se definieron las condiciones de frontera como se detallan a continuación:



- *Paredes del Arreaux.*- Se le dio la condición de pared, “Wall”, con la condición de no deslizamiento.
- *Planos de simetría.*- Se le dio la condición de simetría, “Symmetry”.
- *Ingreso de flujo, salida de flujo y superficie curva externa del volumen de control.*- Se les dio la condición de “Pressure far-field” porque se tiene una corriente libre de flujo compresible, se especifica un  $Ma$  y condiciones estáticas como en este caso. Se debe de verificar posteriormente de que no exista gradiente alguno de las propiedades físicas cerca de estas superficies.

Con esta información se tienen todos los datos listos para exportar nuestro modelo a *Fluent* en un archivo *mesh*, “\*.msh”.

### 3.3. Resolución CFD

#### Consideraciones Iniciales

Para determinar la relación existente entre coeficiente de arrastre del Arreaux,  $C_d$ , con el Número de Reynolds y el Número de Match se procedió a calcular dicho coeficiente a distintas condiciones operativas.

Se calculó a velocidades de vuelo de: 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.2, 1.5 y 2.0 Match; entre 0 y 30 km de altura sobre el nivel del mar como se muestra en la Tabla 3.2.

Las condiciones atmosféricas de operación son la temperatura, presión, densidad y viscosidad del aire. Se tomó como referencia una atmósfera estándar al nivel del mar a  $300^\circ K$  de temperatura y  $101325 Pa$  de presión.

**Tabla 3.2 Condiciones Atmosféricas de Operación.**

<b>ASNM (m)</b>	<b>Temperatura (°K)</b>	<b>Presión absoluta (Pa)</b>	<b>Densidad (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Viscosidad (kg/m-s)</b>
0	300	101325	1,17667400	1,84600E-05
1000	293,50	90311	1,07199700	1,81508E-05
2500	283,75	75623	0,92849320	1,76807E-05
5000	267,50	55486	0,72263770	1,68798E-05
10000	235	28130	0,41702560	1,52068E-05
20000	196	5438	0,09665934	1,30573E-05
30000	206	1253	0,02119068	1,36245E-05

Además se realizaron las siguientes consideraciones:

- a) El cohete es un cuerpo completamente rígido y viaja en dirección vertical sin la presencia de vientos laterales.
- b) Los valores de las propiedades físicas de referencia del aire fueron tomados de la corriente libre.
- c) Las paredes del Arreaux son adiabáticas, la rugosidad superficial es de  $1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$ , valor promedio de un plástico común.

- d) Se usó un modelo de flujo compresible externo en estado estable, lo que significa que la velocidad en un punto permanece constante en relación al tiempo.
- e) Al aire se lo consideró como un gas ideal y homogéneo
- f) La viscosidad varía en función de la ecuación de Sutherland de dos coeficientes.

### **Configuración del Fluent**

Para la resolución de nuestro modelo se utilizó el procesador *Fluent 6.3*. Se inicializó en la versión *3d* (resolución del modelo en 3-D con precisión simple) [12, 13].

Se procede a leer el archivo “\*.msh” que contiene los datos del mallado del Arreaux (*File* → *Read* → *Case...*).

### **Modelo de Solución (*Define* → *Models* → *Solver...*)**

Se define el método de resolución basado en *Presión*. Para la evaluación de derivadas y gradientes se escogió la opción

*Green-Gauss Node Based*. Es un problema de estado estable y la formulación de la velocidad es *absoluta*.

### **Modelo de Energía (*Define* → *Models* → *Energy...*)**

Debido a que se genera calor por el trabajo hecho por los esfuerzos cortantes y de presión sobre las partículas del aire, y que el calor puede fluir entre sus partículas se activó la ecuación de la *energía*.

### **Modelo de Viscosidad (*Define* → *Models* → *Viscous...*)**

Cuando el régimen es subsónico se escogió el modelo *k-epsilon Realizable* y la función de pared de *No-equilibrio*. Las constantes del modelo para aire son las que se encuentran por defecto: *C2-Epsilon* = 1.9; *TKE Prandtl Number* = 1; *TDE Prandtl Number* = 1.2; *Energy Prandtl Number* = 0.85; y *Wall Prandtl Number* = 0.85.

Cuando el régimen es supersónico se escogió el modelo *Spalart-Allmaras*, además se escogieron las opciones de

*Strain/Vorticity-Based Production* y calentamiento por viscosidad. Las constantes del modelo para aire son las que se encuentran por defecto:  $Cb1 = 0.1355$ ;  $Cb2 = 0.622$ ;  $Cv1 = 7.1$ ;  $Cw2 = 0.3$ ;  $Cw3 = 2$ ;  $Cprod = 2$ ; *Prandtl Number* =  $0.667$ ; *Energy Prandtl Number* =  $0.85$ ; y *Wall Prandtl Number* =  $0.85$ .

#### **Material (*Define* → *Materials...*)**

Se definió al fluido como *aire* que se encuentra en la base de datos del *Fluent*. Se calcula la densidad por medio de la ecuación de estado o *gas-ideal*. La viscosidad se la obtiene por medio de la ecuación de *Sutherland* de dos coeficientes:  $C1 = 1.458e-06$  y  $C2 = 110.4$ .

#### **Condiciones de Operación (*Define* → *Operating Conditions...*)**

Se definió la presión de operación según la Tabla 3.1 La localización de referencia se encuentra a la entrada de flujo

al volumen de control. El efecto de la *gravedad* es despreciable dentro del volumen de control.

### **Condiciones de Borde (*Define* → *Boundary Conditions...*)**

- *Paredes del Arreaux.*- La superficie del cohete se la consideró como una *pared* con una rugosidad de  $1.5e-6$  *m*. La constante de rugosidad superficial es nula. La propiedad térmica se la consideró como una pared adiabática.
- *Ingreso de flujo, salida de flujo y superficie curva externa del volumen de control.*- Se especificó el *Ma* y la temperatura según la Tabla 3.2. Se debe de verificar la dirección del flujo de la corriente libre.

### **Control de la Solución (*Solve* → *Controls* → *Solution...*)**

Para el cálculo de la relación Presión-Velocidad se escogió el método enlazado, "*Coupled*".

Al correr programa, durante las iteraciones, si se nota que no existe una convergencia en los resultados se debe de disminuir los *factores de relajación explícitos*. Los valores mínimos usados fueron de *0.3 para el Momentum* y *0.4 para la Presión* cuando se tenía una velocidad de *1.0 Ma*. Los valores máximos usados fueron de *0.7 para el Momentum* y *la Presión* cuando se tenía un *Match* bajo.

También se disminuyó el factor de *Densidad hasta 0.5* cuando se notaba inestabilidad en los resultados como a altas velocidades de flujo.

En las opciones de *Discretización* se escogió “*Second Order*” para calcular la *Presión* y “*Second Order Upwind*” para calcular la *Densidad, Momentum, Energía Cinética Turbulenta, Taza de Disipación Turbulenta* y *Energía*.

### **Convergencia de los Resultados**

Como el proceso de resolución de problemas CFD se realiza por métodos iterativos fue necesario monitorear la convergencia de



los resultados. Se graficaron los datos de los residuales y del coeficiente de arrastre. Si se nota alguna inestabilidad en la convergencia se puede disminuir los valores de los factores de relajación.

### **Residuales (*Solve* → *Monitors* → *Residual...*)**

En una pantalla se graficaron los residuales de la ecuación de la continuidad, velocidad x, velocidad y, velocidad z, energía cinética de turbulencia (k) y disipación de turbulencia ( $\epsilon$ ). Mientras más pequeño sea el valor de los residuales la respuesta tendrá mayor precisión.

### **Coeficiente de Arrastre (*Solve* → *Monitors* → *Force...*)**

En otra pantalla se graficó el coeficiente de arrastre sobre la superficie del Arreaux. Se escogió el área, densidad y velocidad de referencia como se explica a continuación.

**Valores de Referencia (*Report* → *Reference Values...*)**

Los datos son computados a partir del flujo de entrada al volumen de control. Se ingresó el valor de  $0.0004337361 \text{ m}^2$  en *Área*, que es el valor de la cuarta parte de la sección transversal del cilindro del Arreaux ( $0.047 \text{ m}$  de diámetro).

**Solución****Inicialización (*Solve* → *Initialize* → *Initialize...*)**

Los cálculos son computados a partir de los valores del flujo de entrada.

**Iteraciones (*Solve* → *Iterate...*)**

Para las primeras iteraciones se desactivó la opción de monitoreo del coeficiente de arrastre para una mejor visualización de los gráficos.

### 3.4. Presentación de Resultados CDF

A continuación se muestran los gráficos de convergencia del Coeficiente de arrastre y convergencia de los Residuales dados por *Fluent*. Luego se mostrarán los resultados tabulados del Coeficiente de arrastre y se dará la relación entre el coeficiente de arrastre,  $C_d$ , con el Número de Mach,  $Ma$ , y el Número de Reynolds,  $Re$ . Finalmente se validarán los resultados verificando los contornos de las propiedades físicas del aire en el volumen de control.

#### Gráficos de Coeficientes de Arrastre y Residuales

Los gráficos del coeficiente de arrastre y residuales fueron obtenidos mientras se realizaban las iteraciones.

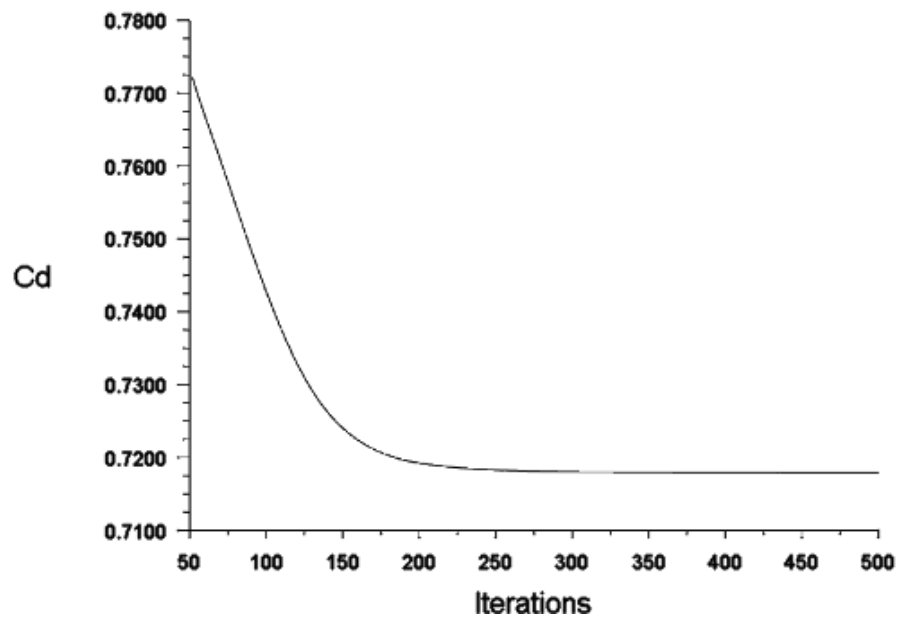


Figura 3.11 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 0 m ASNM)

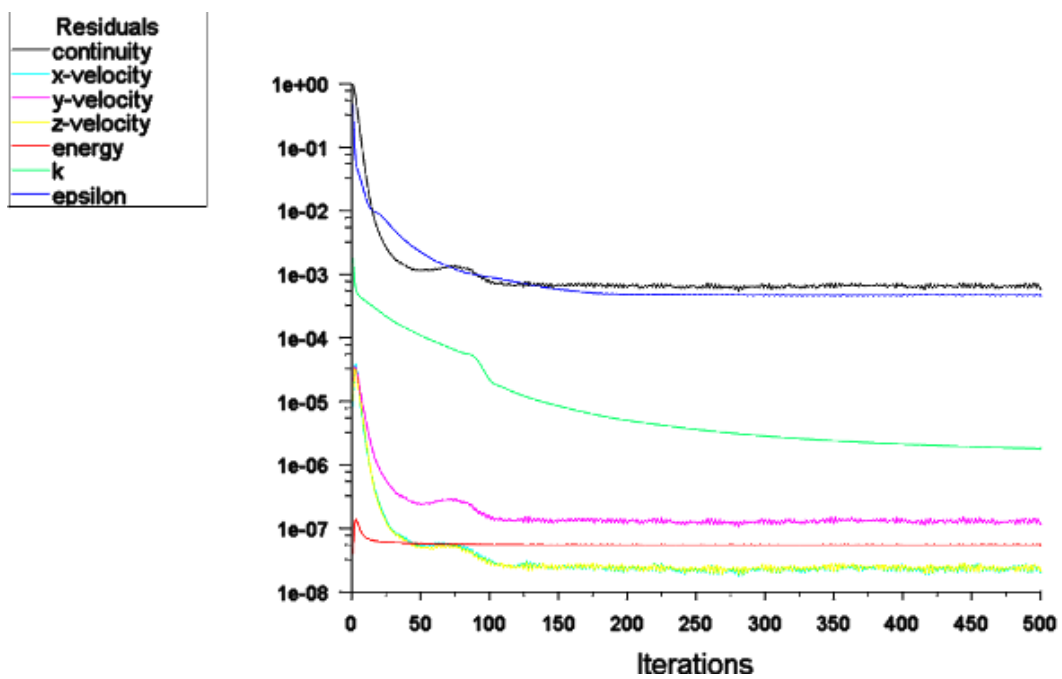
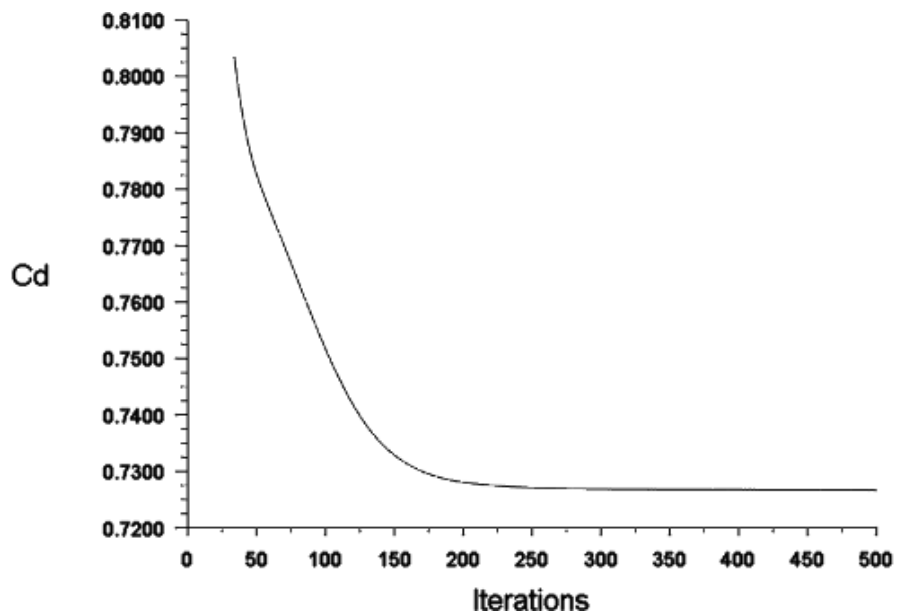
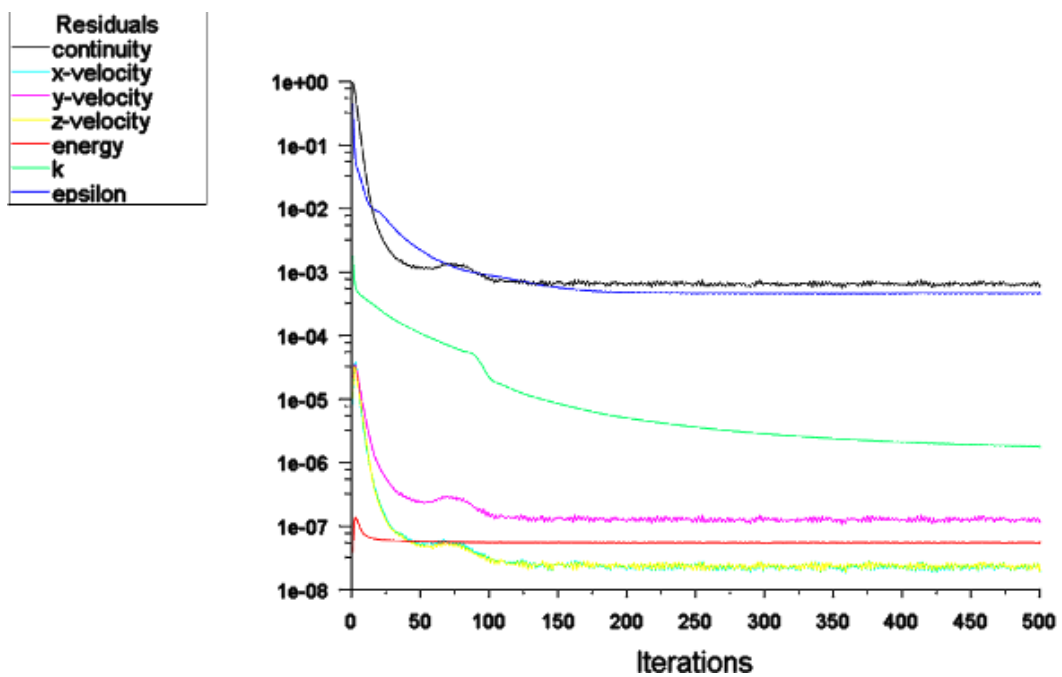


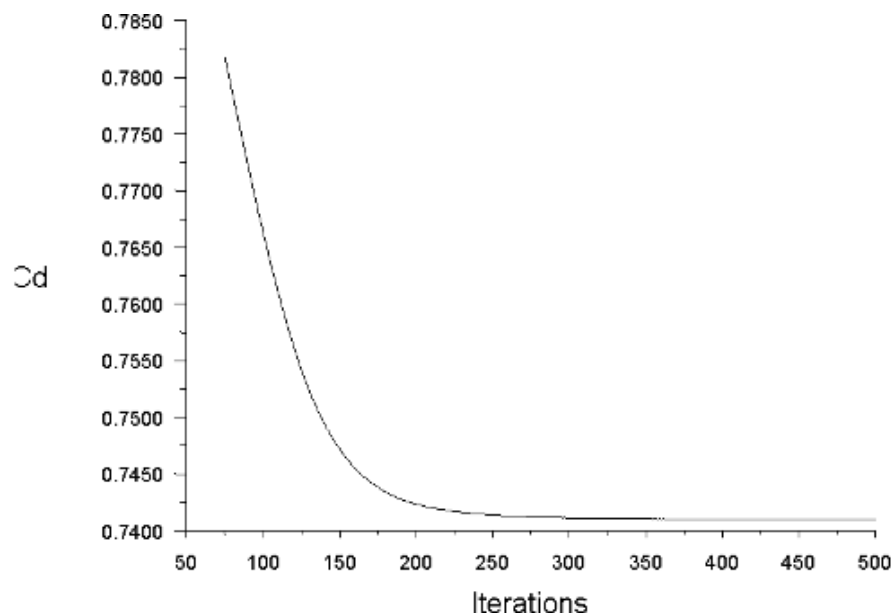
Figura 3.12 Residuales (0.1 Ma, 0 m ASNM)



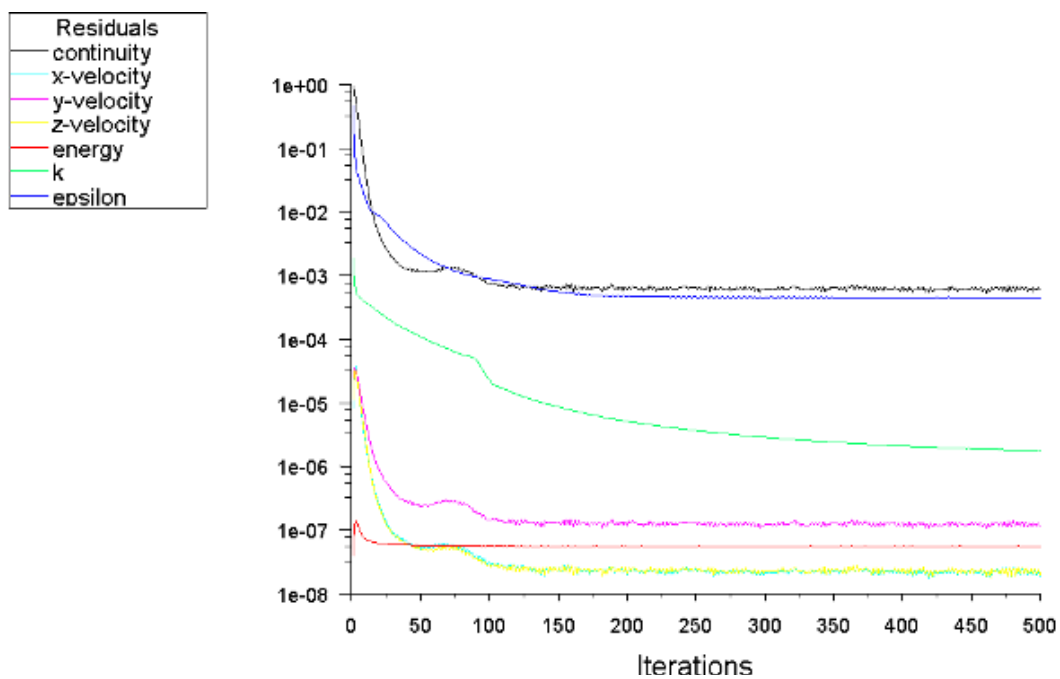
**Figura 3.13** Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 1000 m ASNM)



**Figura 3.14** Residuales (0.1 Ma, 1000 m ASNM)



**Figura 3.15** Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 2500 m ASNM)



**Figura 3.16** Residuales (0.1 Ma, 2500 m ASNM)

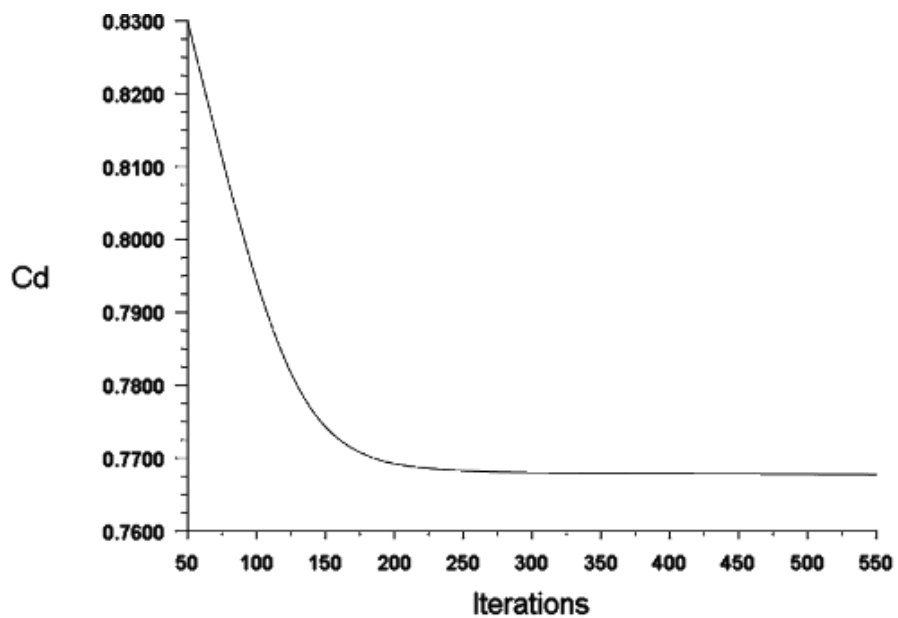


Figura 3.17 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 5000 m ASNM)

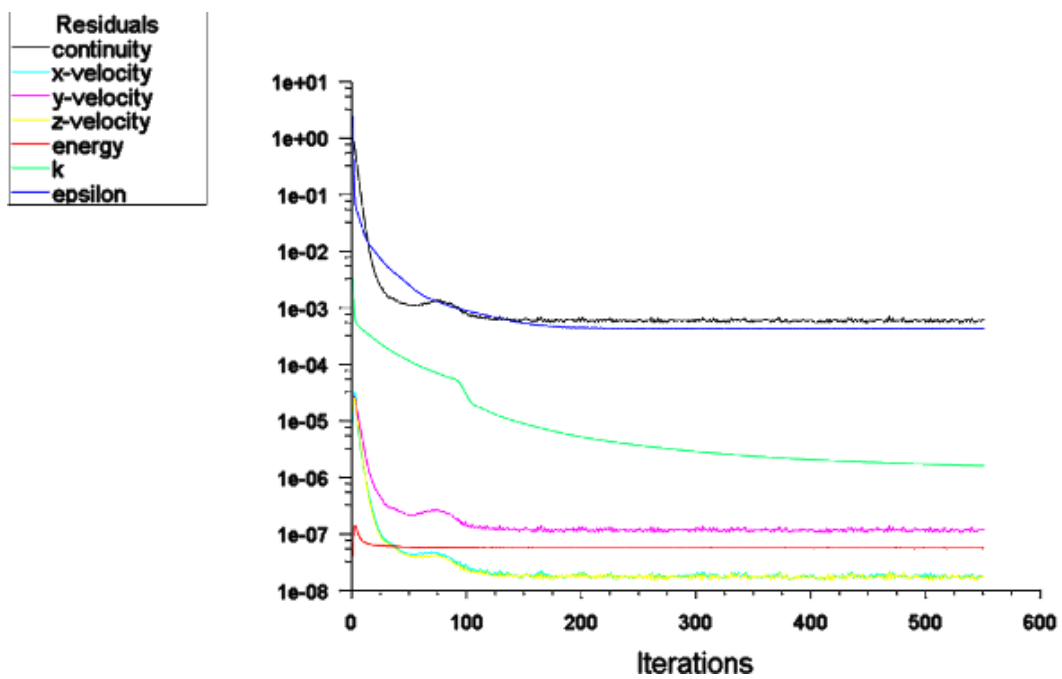
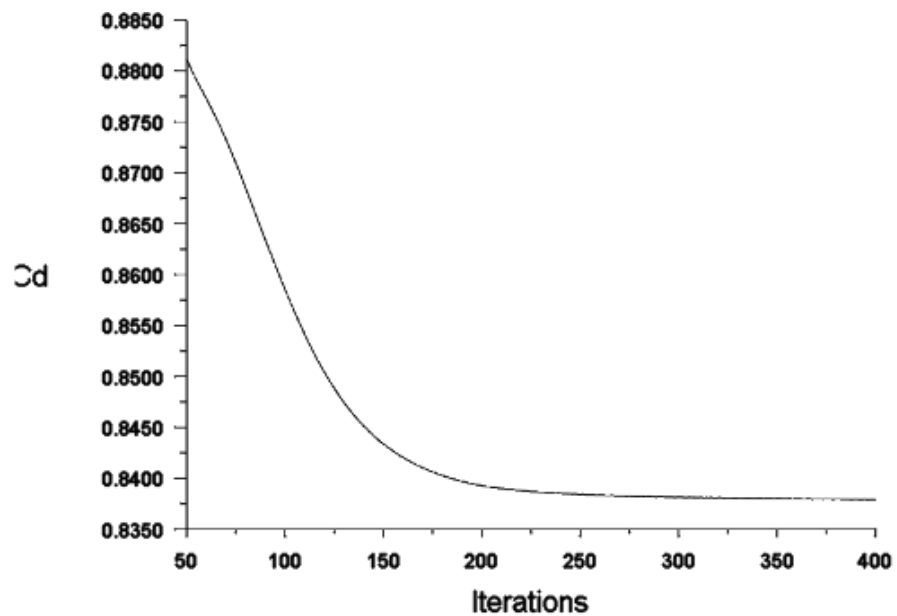
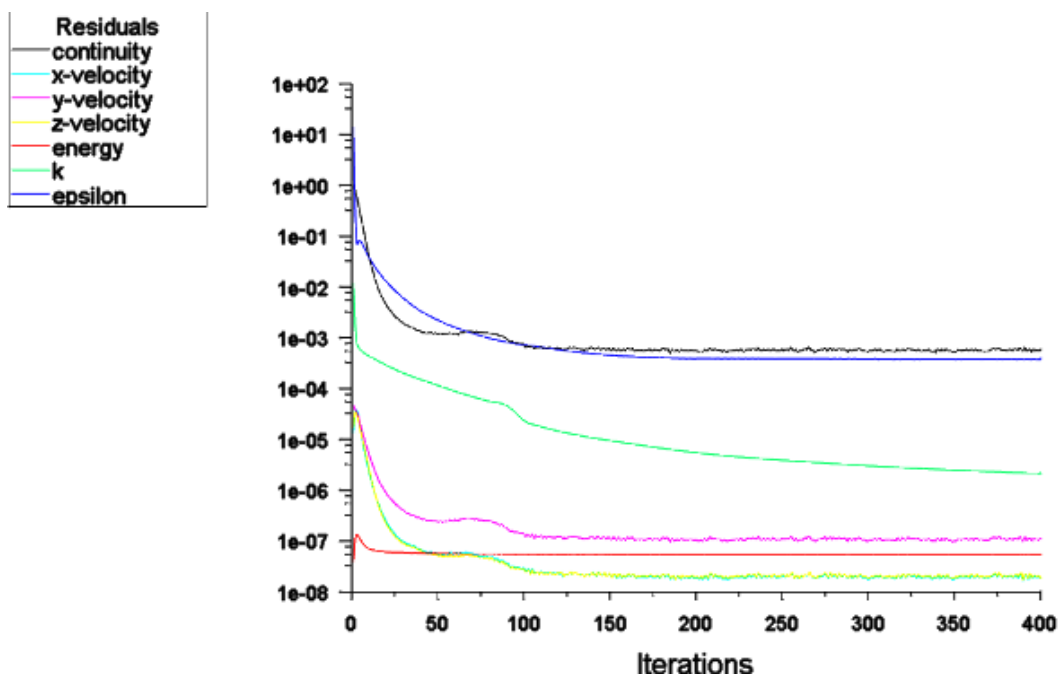


Figura 3.18 Residuales (0.1 Ma, 5000 m ASNM)

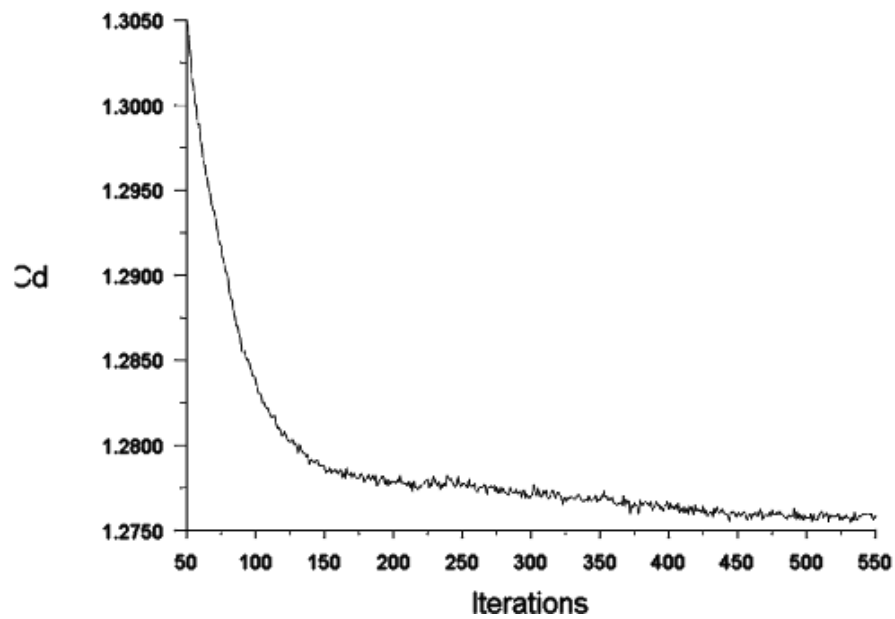


**Figura 3.19 Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 10000 m ASNM)**

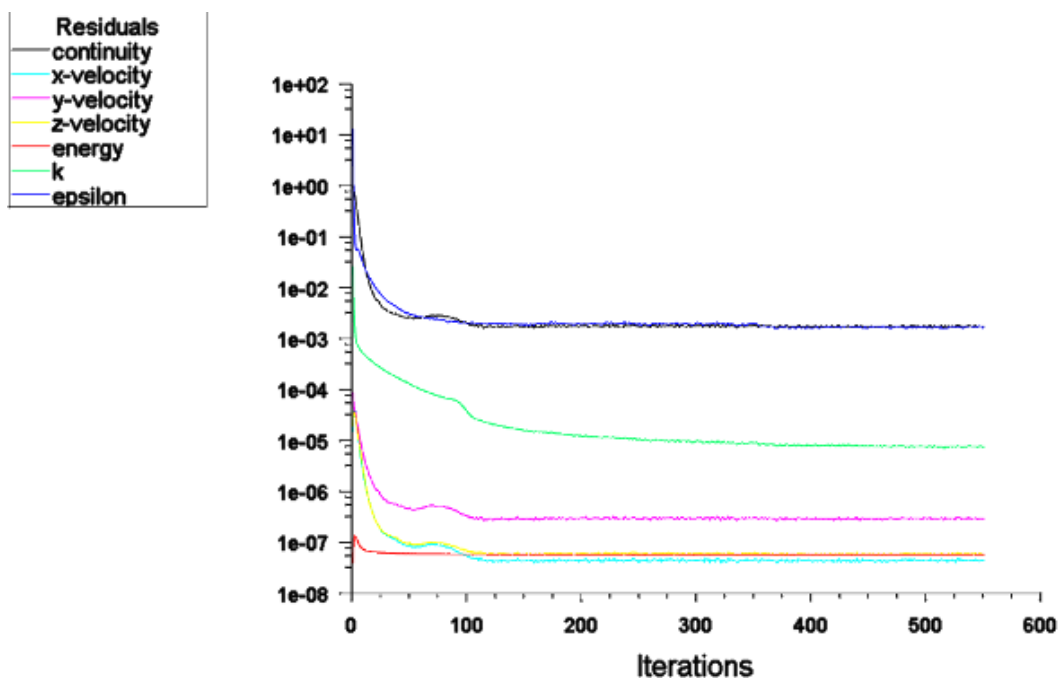


**Figura 3.20 Residuales (0.1 Ma, 10000 m ASNM)**

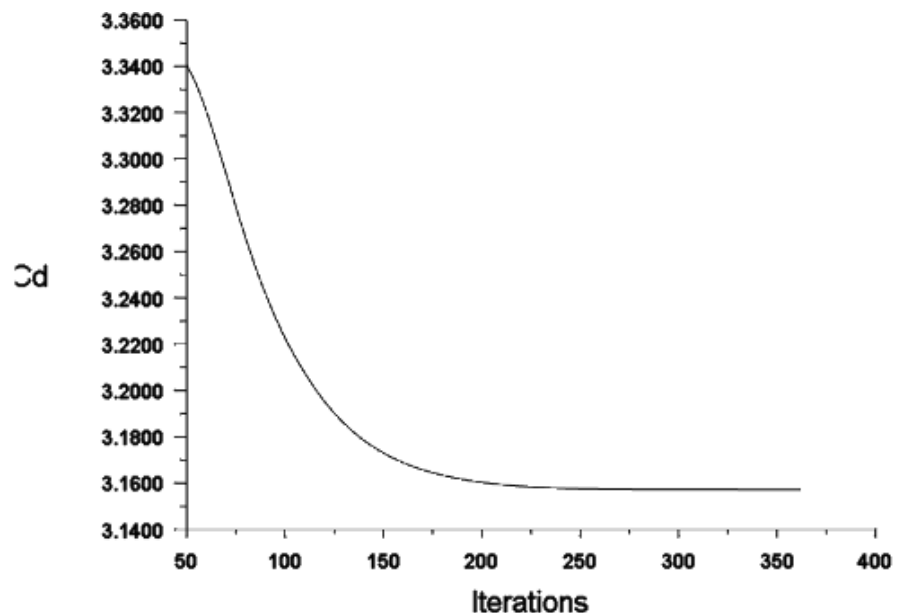




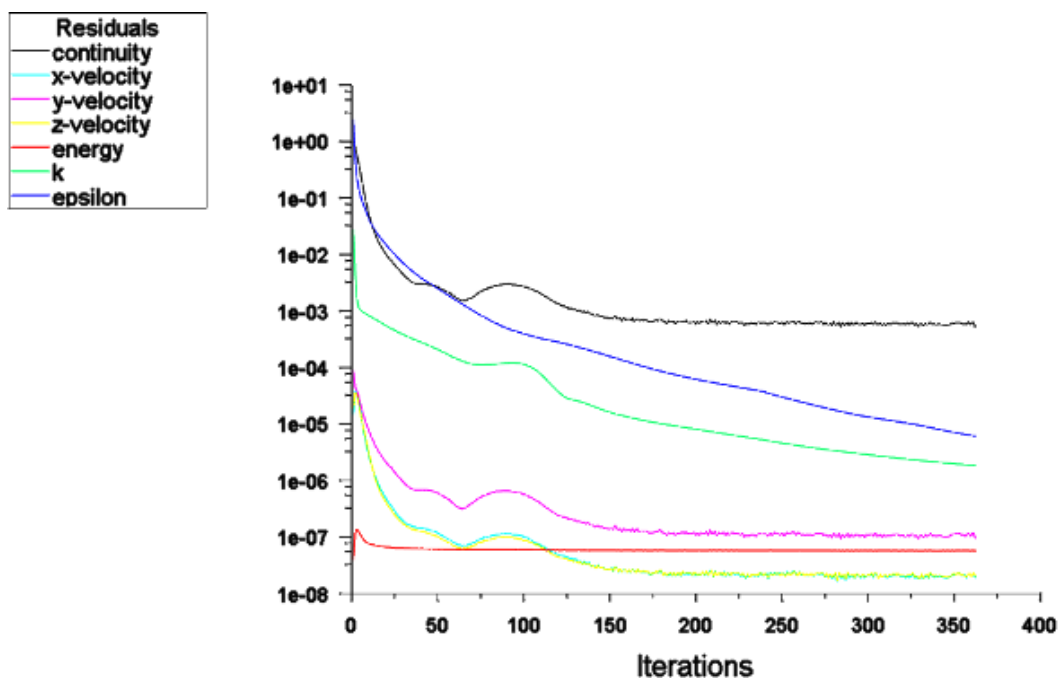
**Figura 3.21** Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.22** Residuales (0.1 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.23** Coeficiente de Arrastre (0.1 Ma, 30000 m ASNM)



**Figura 3.24** Residuales (0.1 Ma, 30000 m ASNM)

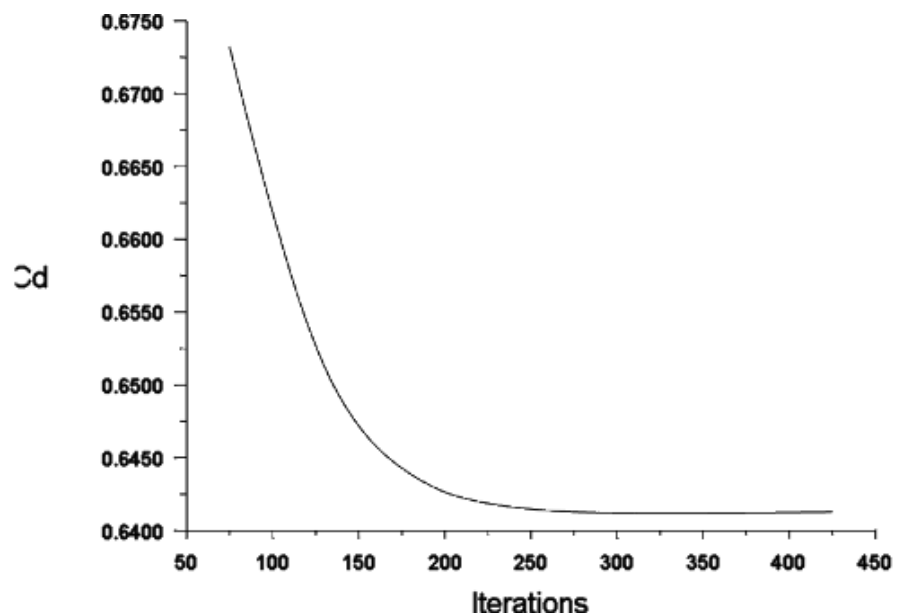


Figura 3.25 Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 0 m ASNM)

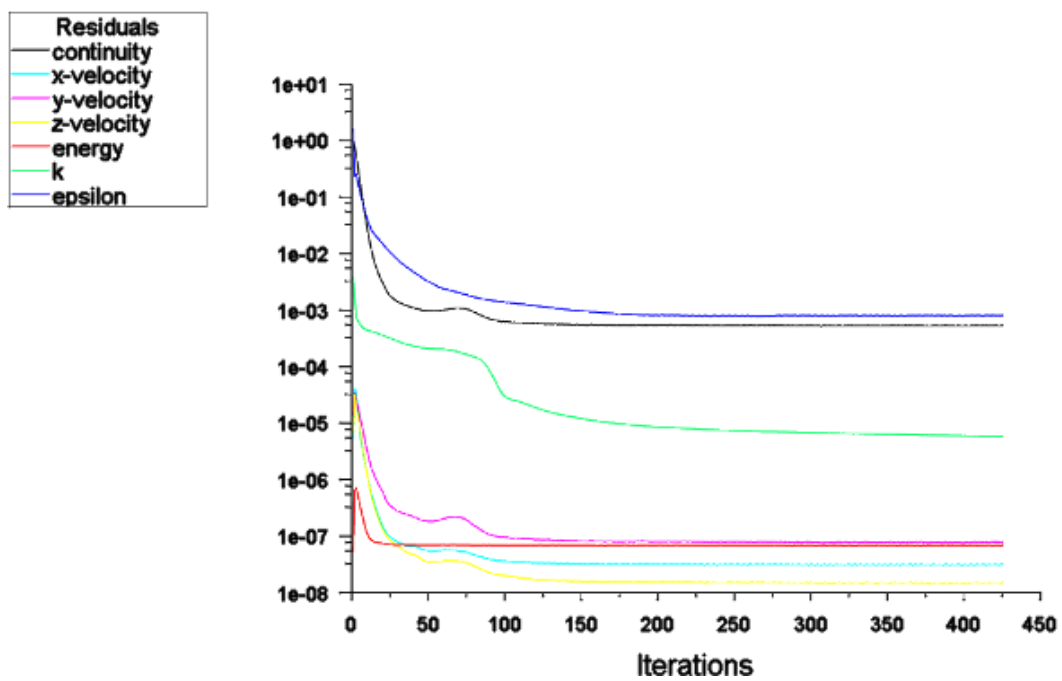
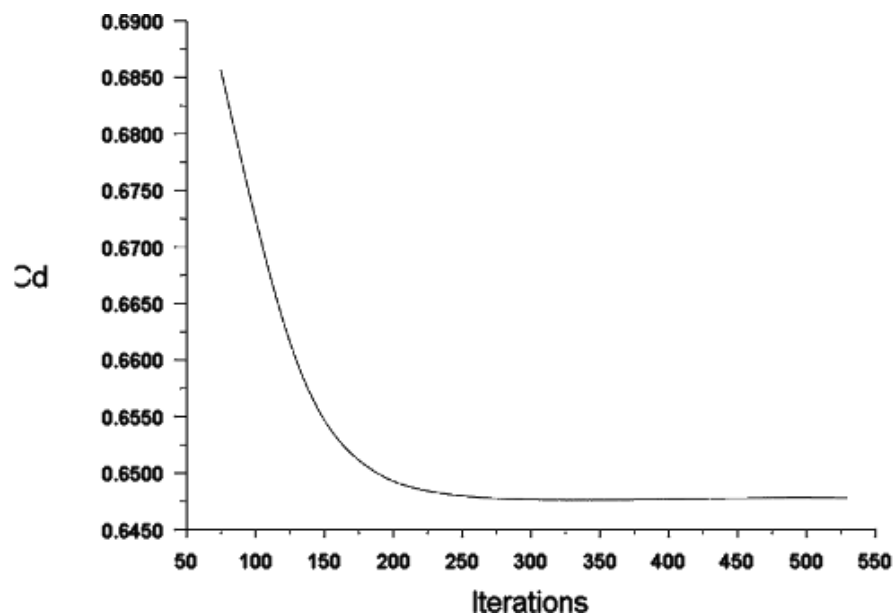
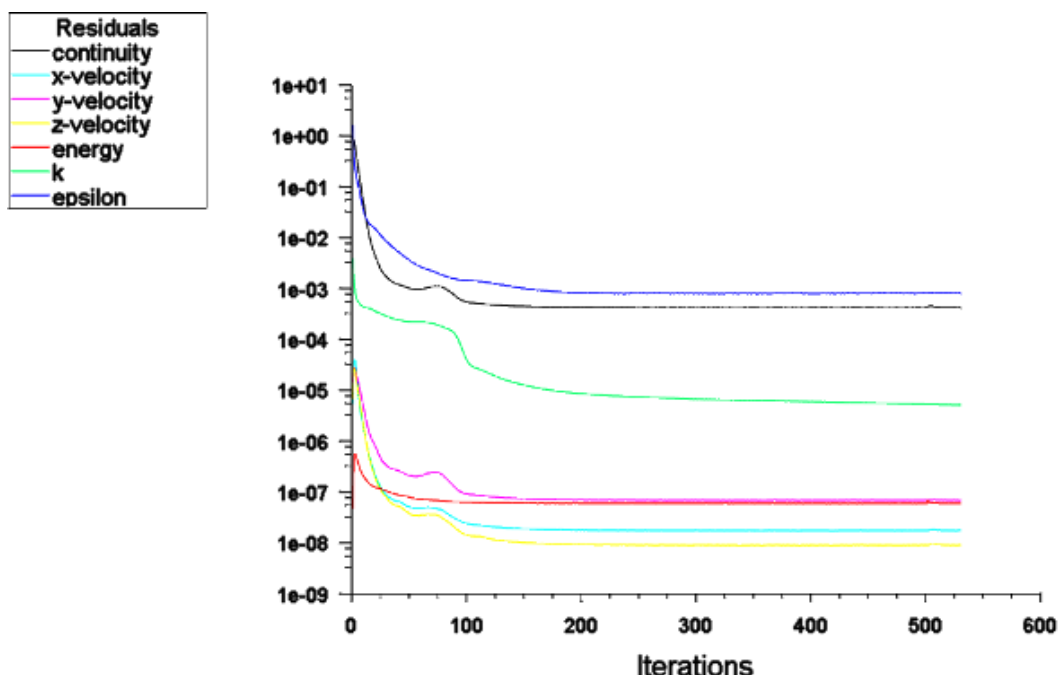


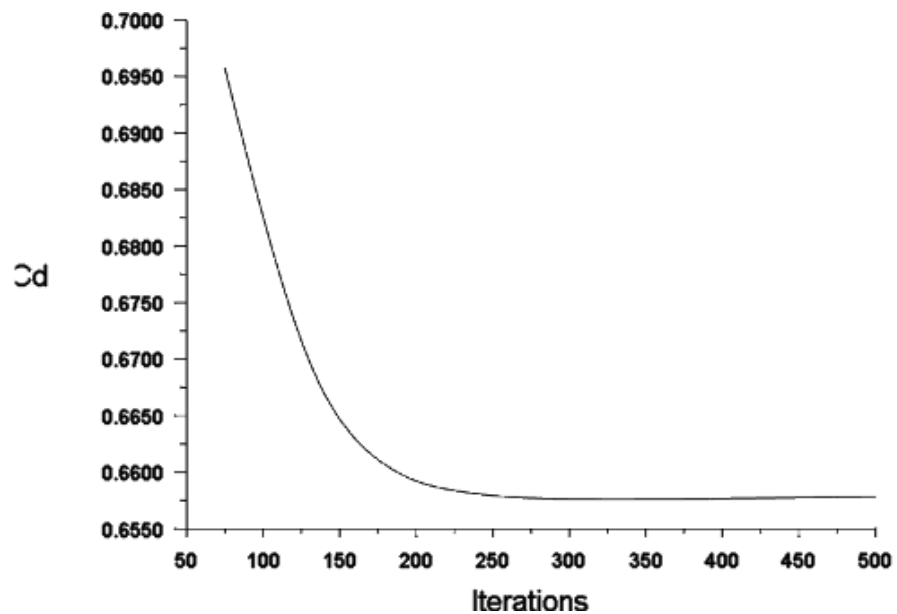
Figura 3.26 Residuales (0.2 Ma, 0 m ASNM)



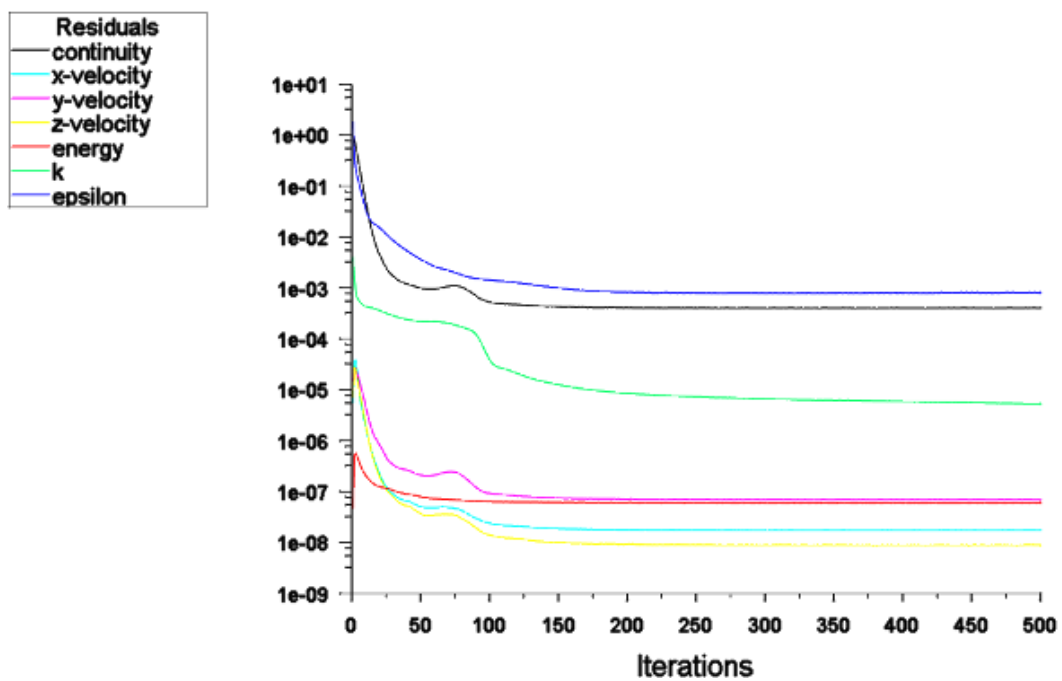
**Figura 3.27** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 1000 m ASNM)



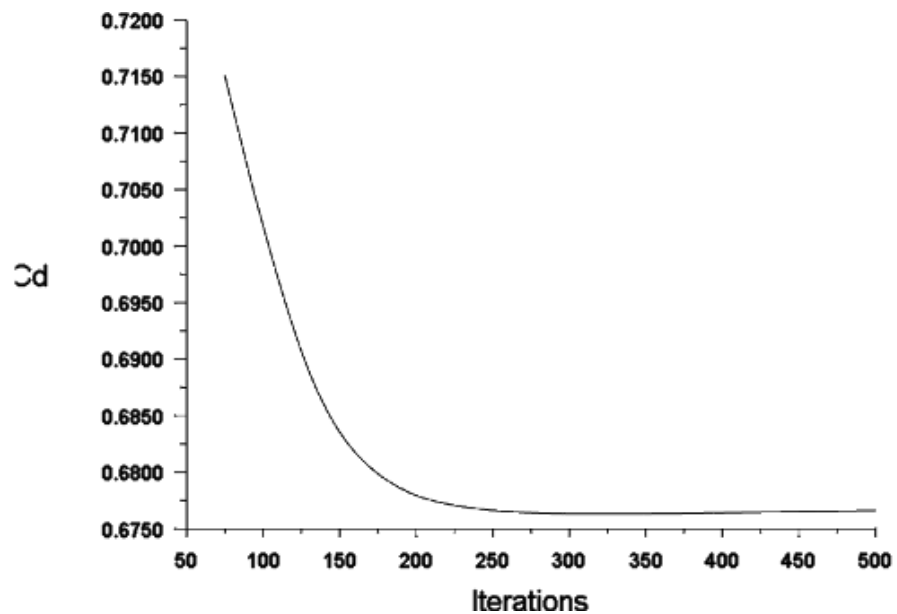
**Figura 3.28** Residuales (0.2 Ma, 1000 m ASNM)



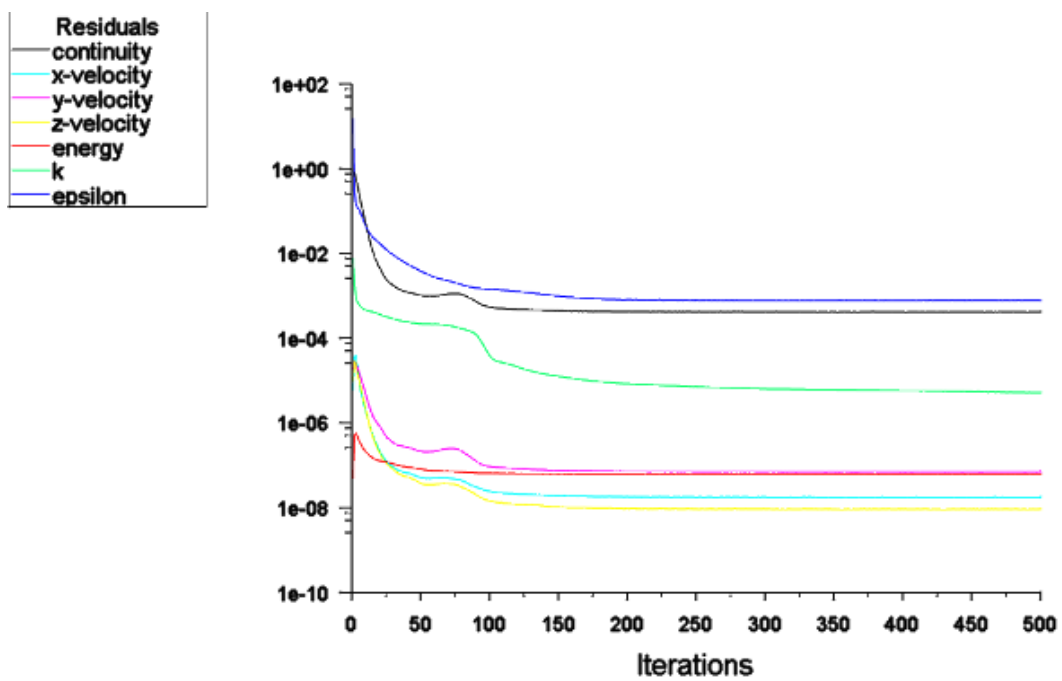
**Figura 3.29** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 2500 m ASNM)



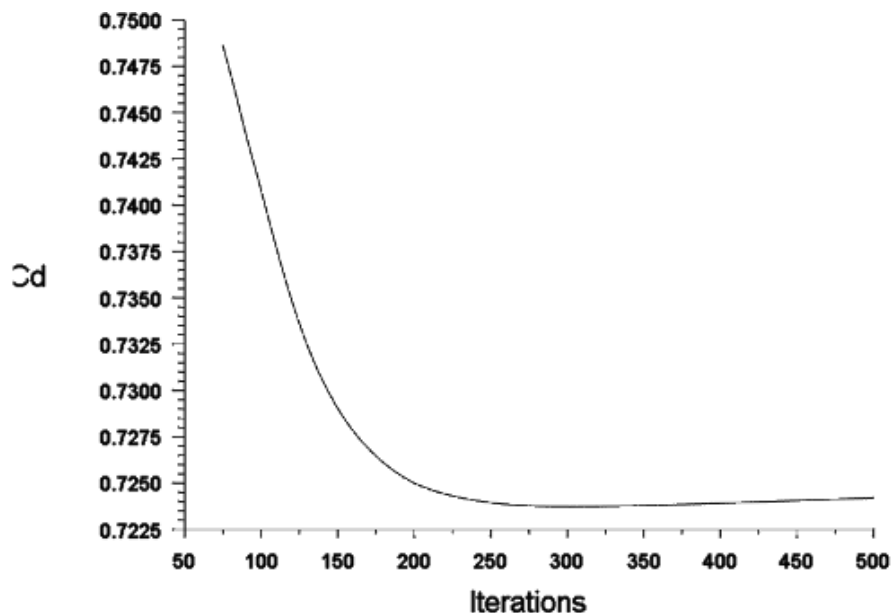
**Figura 3.30** Residuales (0.2 Ma, 2500 m ASNM)



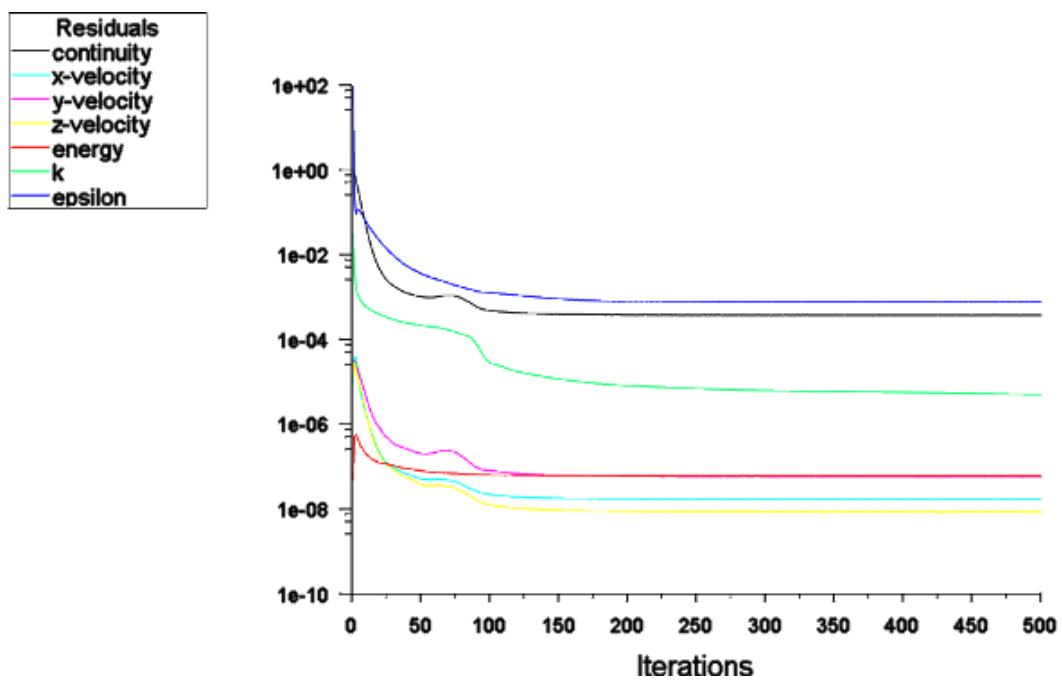
**Figura 3.31** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 5000 m ASNM)



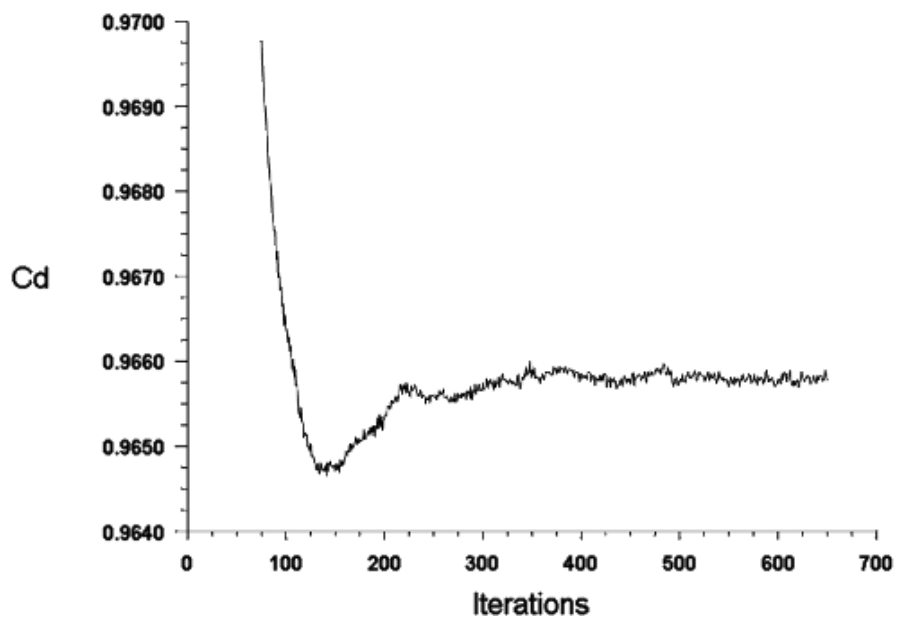
**Figura 3.32** Residuales (0.2 Ma, 5000 m ASNM)



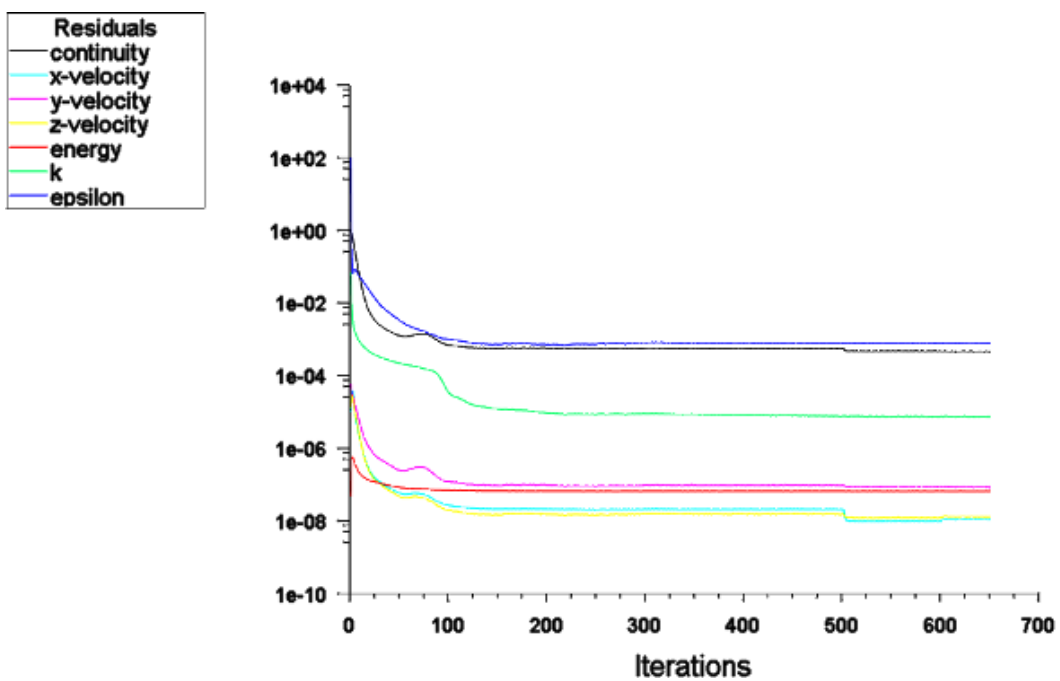
**Figura 3.33** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 10000 m ASNM)



**Figura 3.34** Residuales (0.2 Ma, 10000 m ASNM)

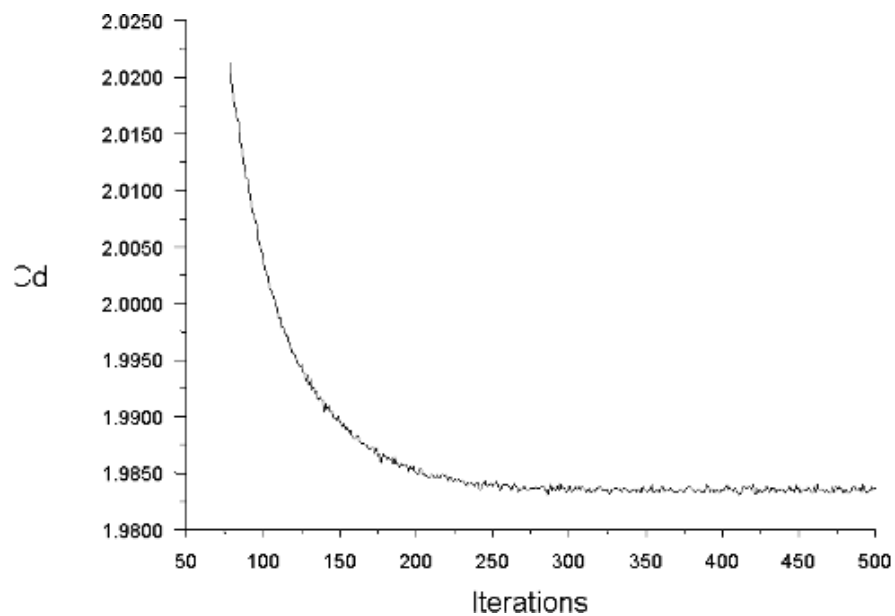


**Figura 3.35** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 20000 m ASNM)

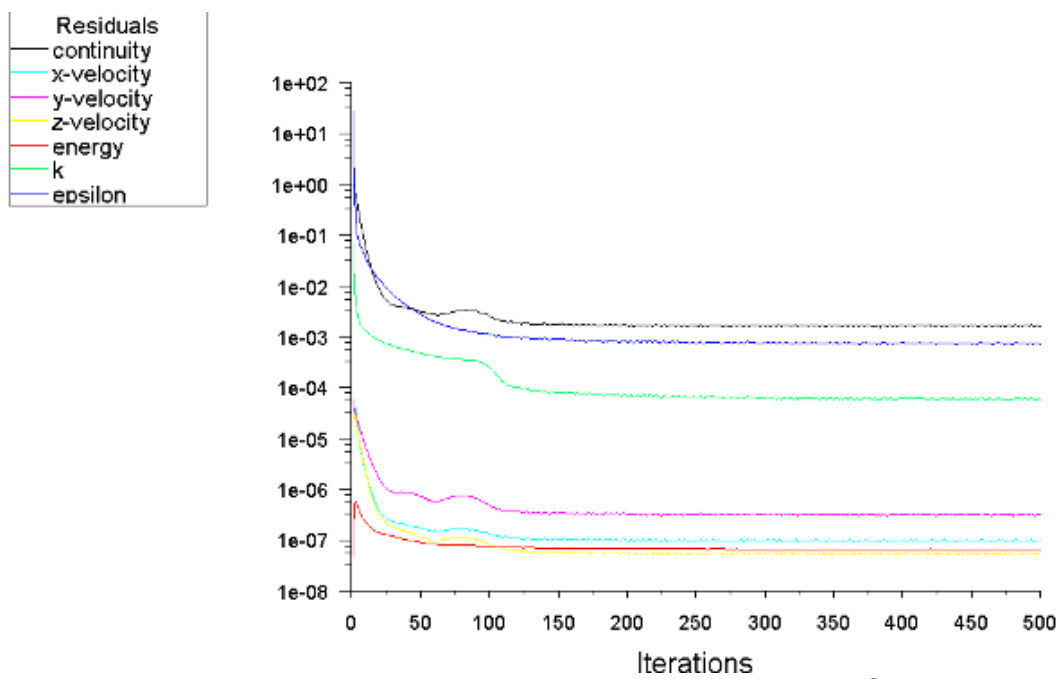


**Figura 3.36** Residuales (0.2 Ma, 20000 m ASNM)

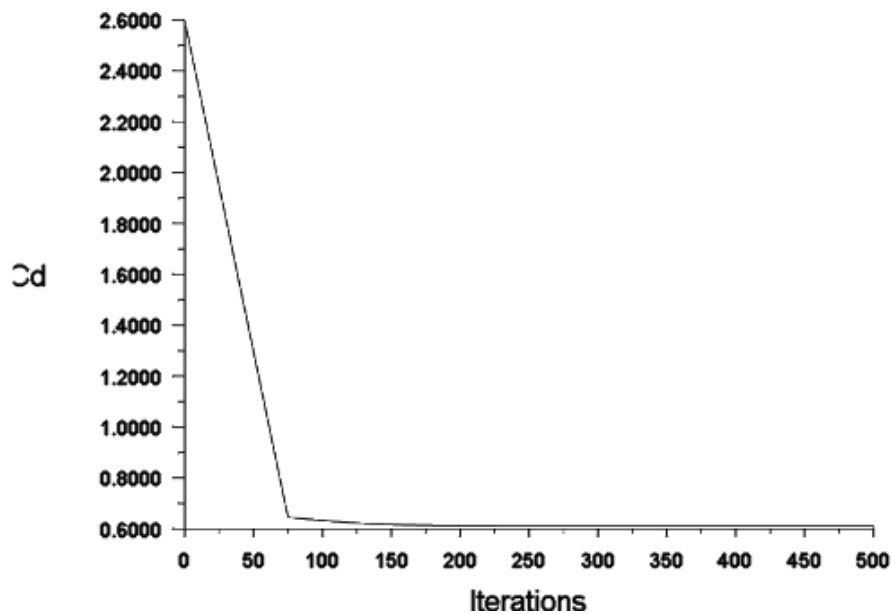




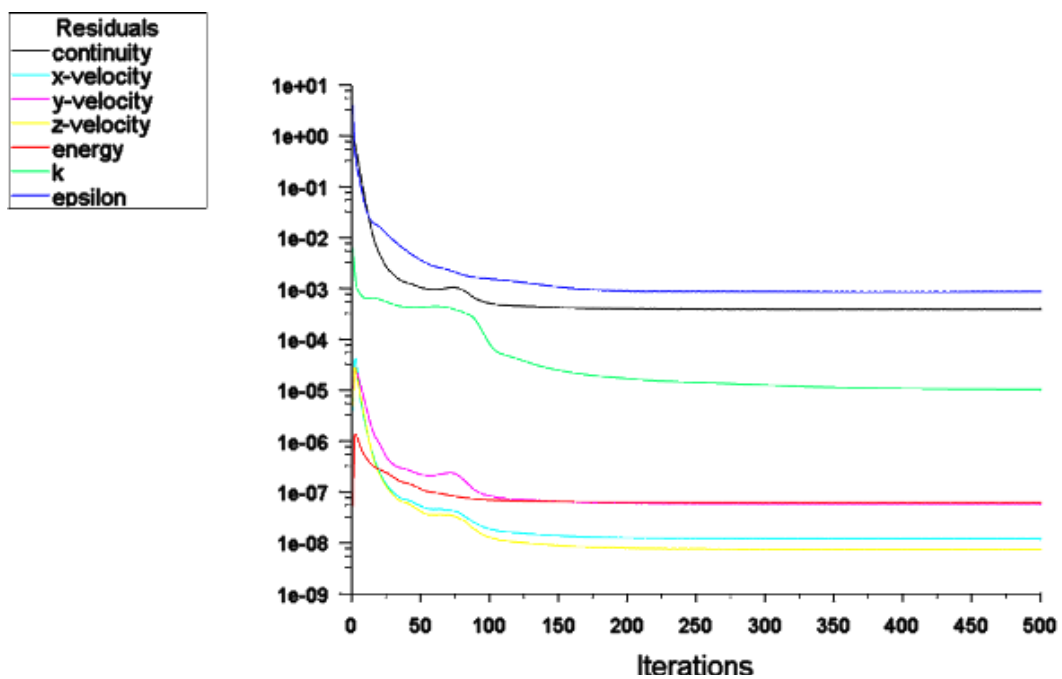
**Figura 3.37** Coeficiente de Arrastre (0.2 Ma, 30000 m ASNM)



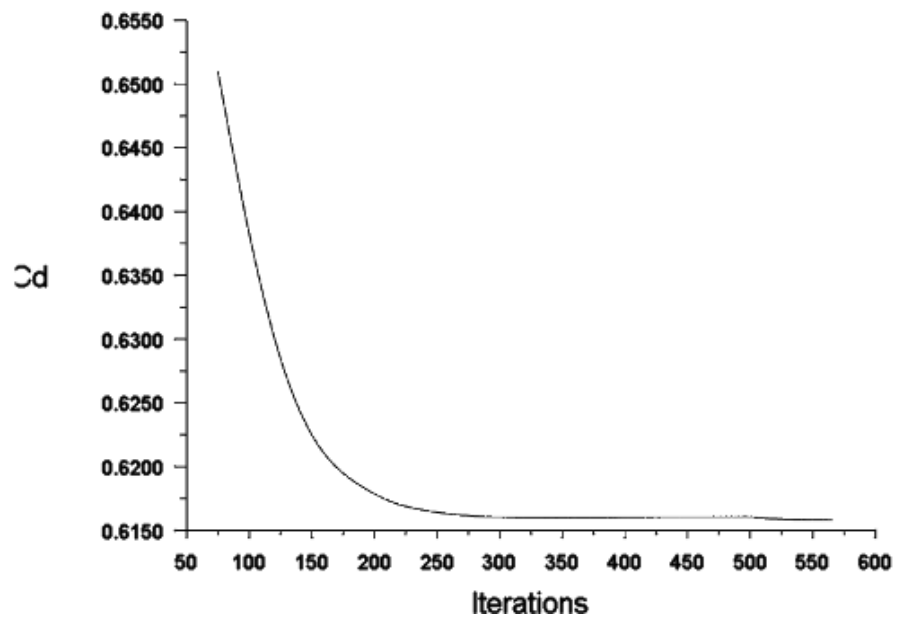
**Figura 3.38** Residuales (0.2 Ma, 30000 m ASNM)



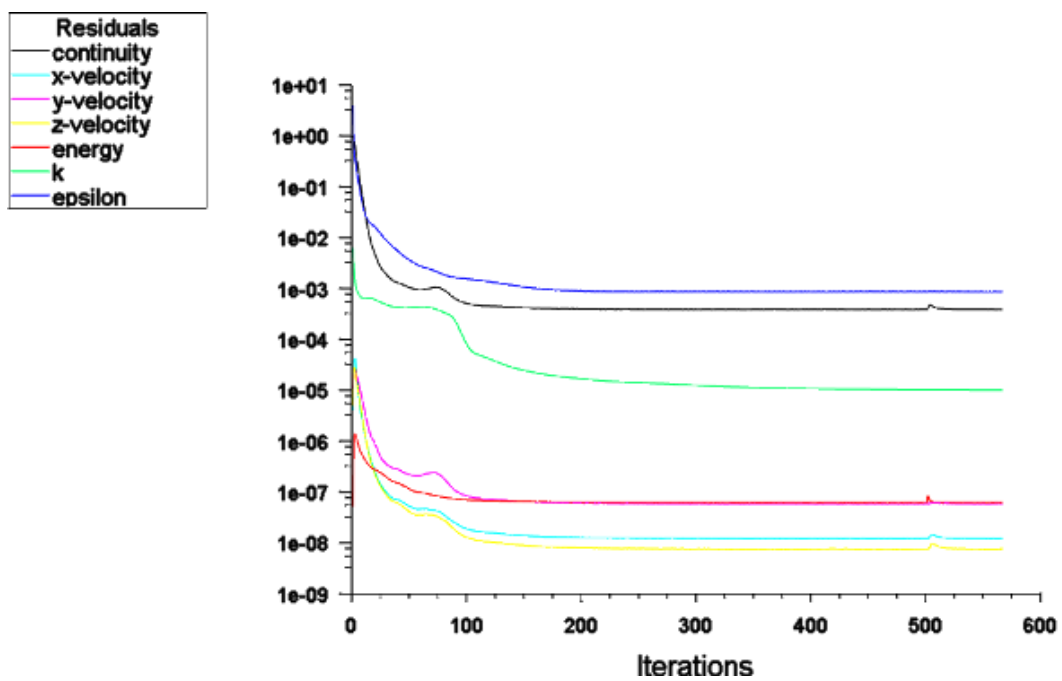
**Figura 3.39** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 0 m ASNM)



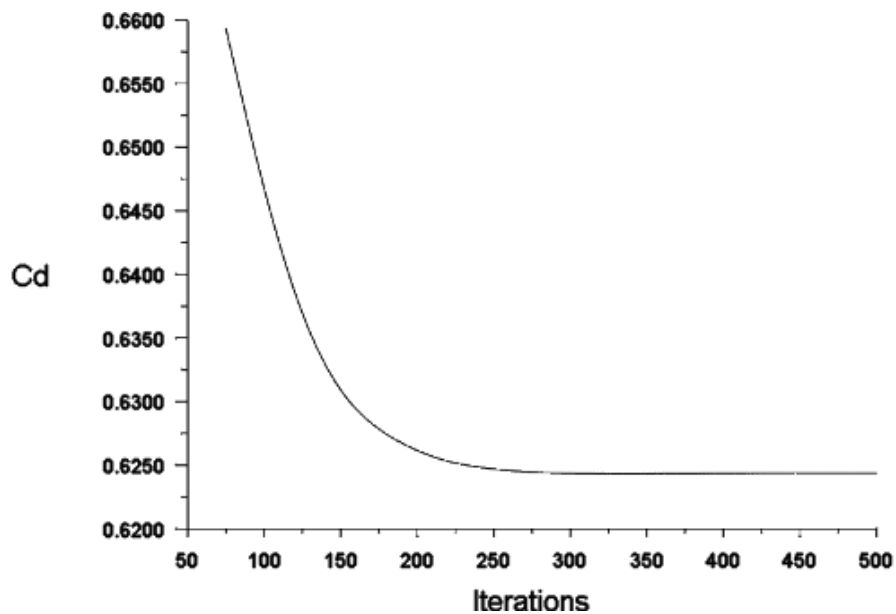
**Figura 3.40** Residuales (0.3 Ma, 0 m ASNM)



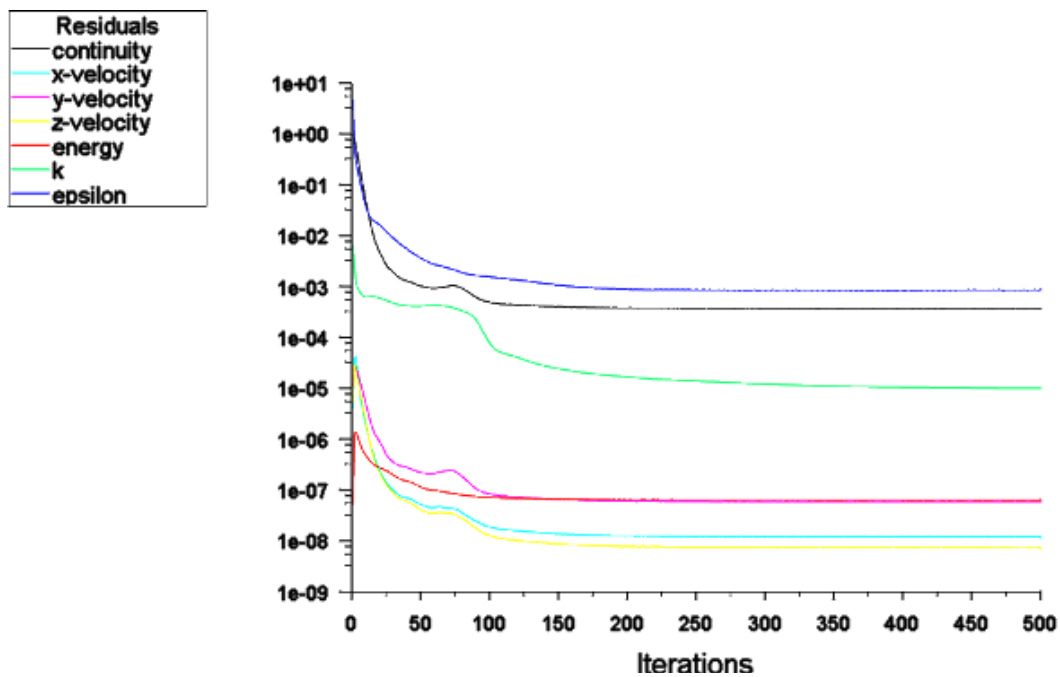
**Figura 3.41** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 1000 m ASNM)



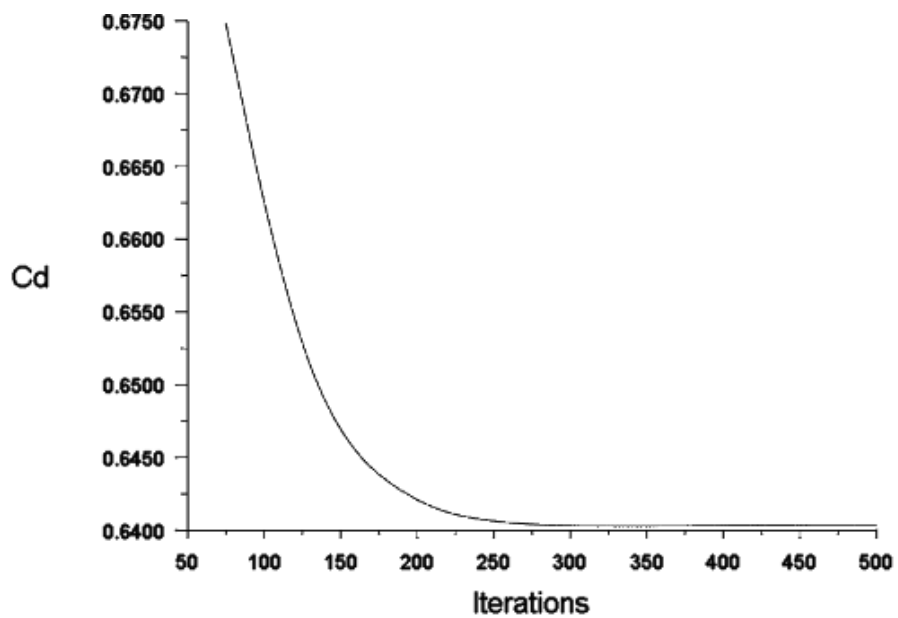
**Figura 3.42** Residuales (0.3 Ma, 1000 m ASNM)



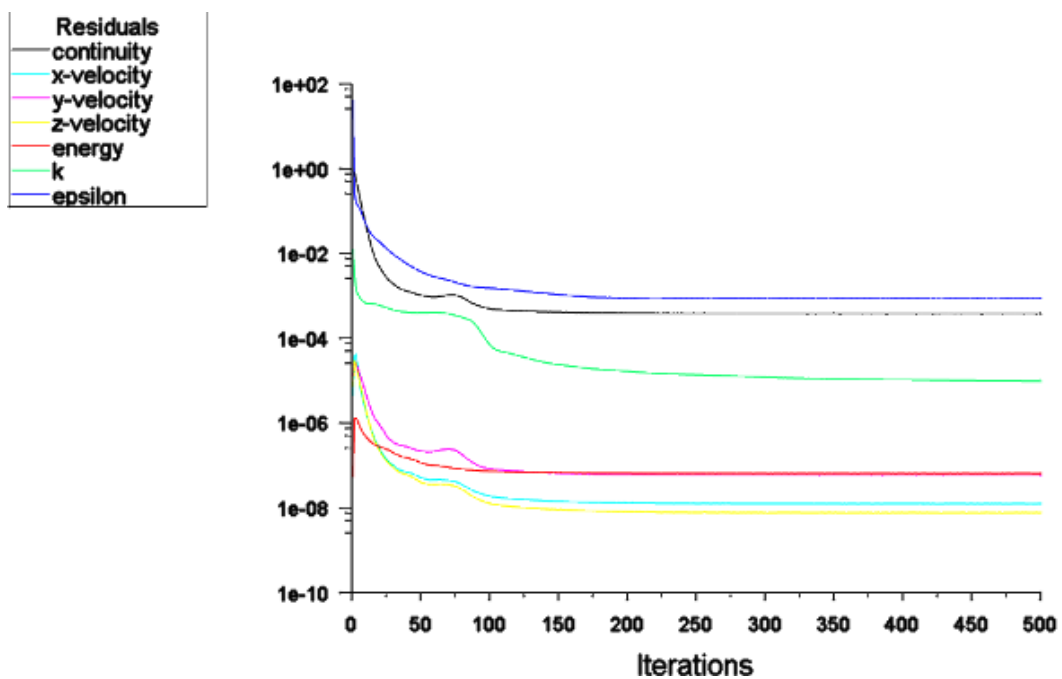
**Figura 3.43** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 2500 m ASNM)



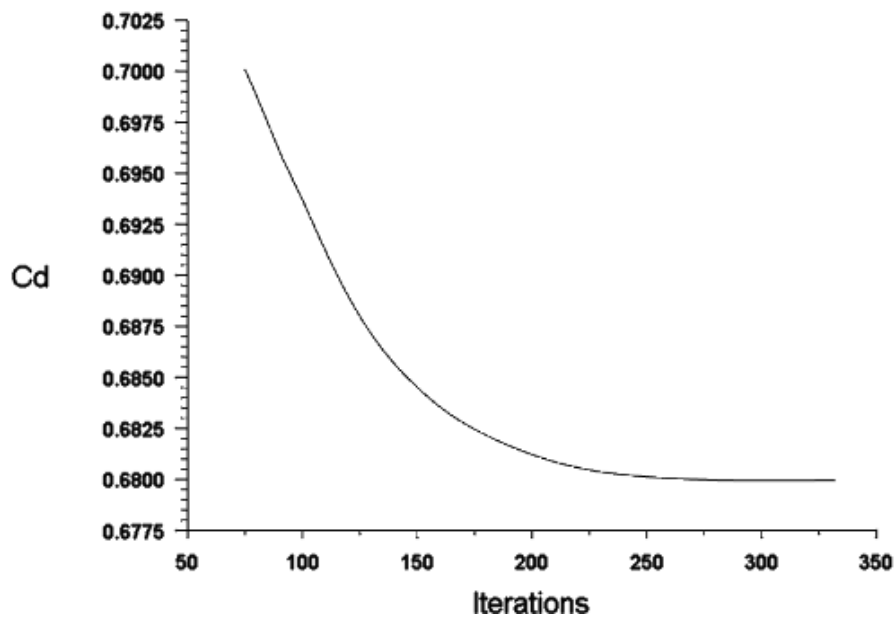
**Figura 3.44** Residuales (0.3 Ma, 2500 m ASNM)



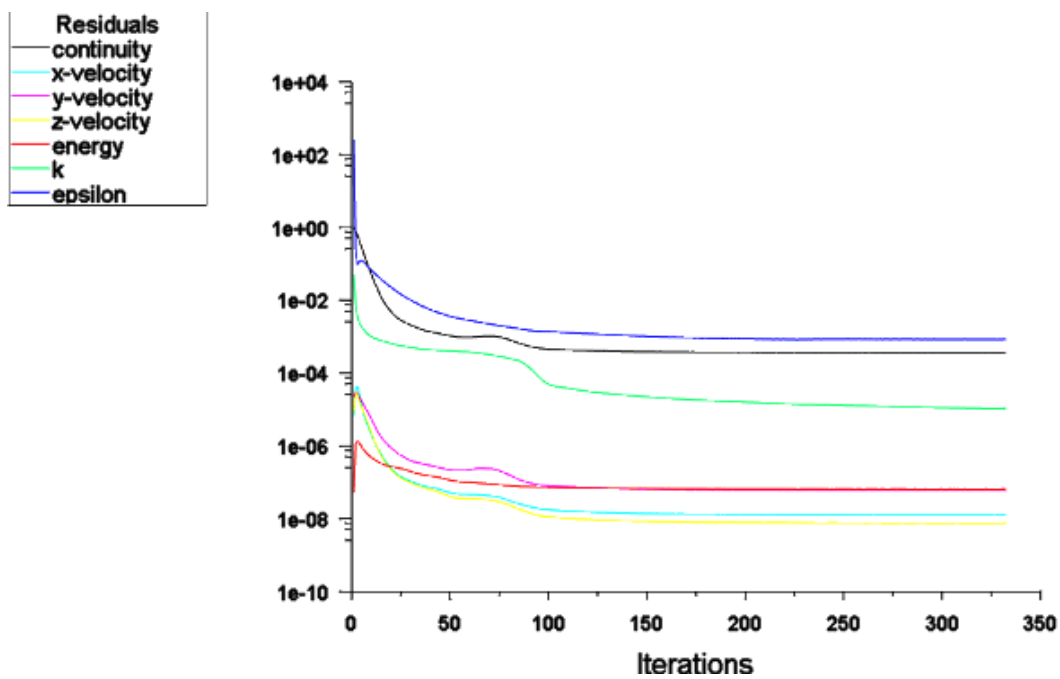
**Figura 3.45** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 5000 m ASNM)



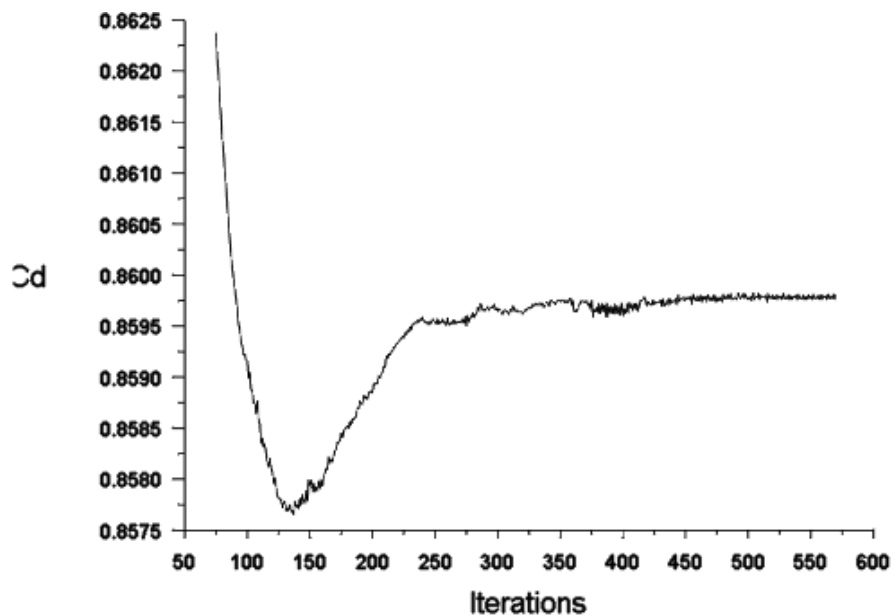
**Figura 3.46** Residuales (0.3 Ma, 5000 m ASNM)



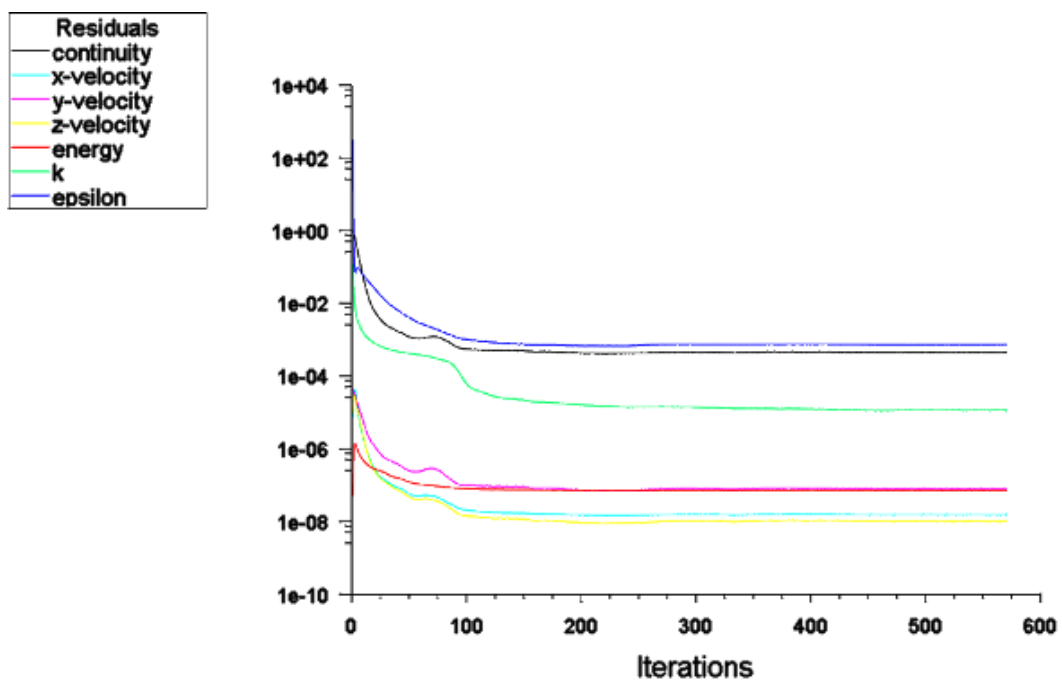
**Figura 3.47** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 10000 m ASNM)



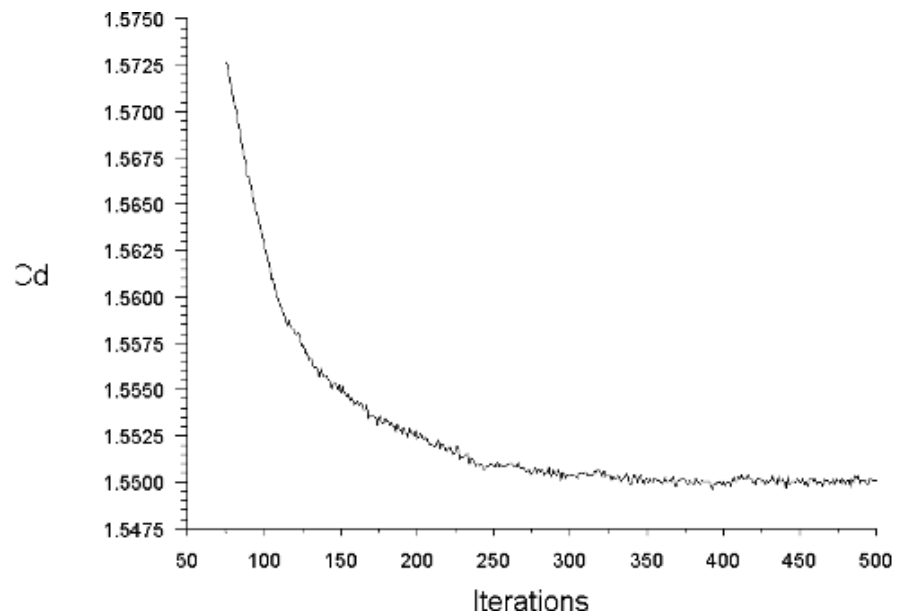
**Figura 3.48** Residuales (0.3 Ma, 10000 m ASNM)



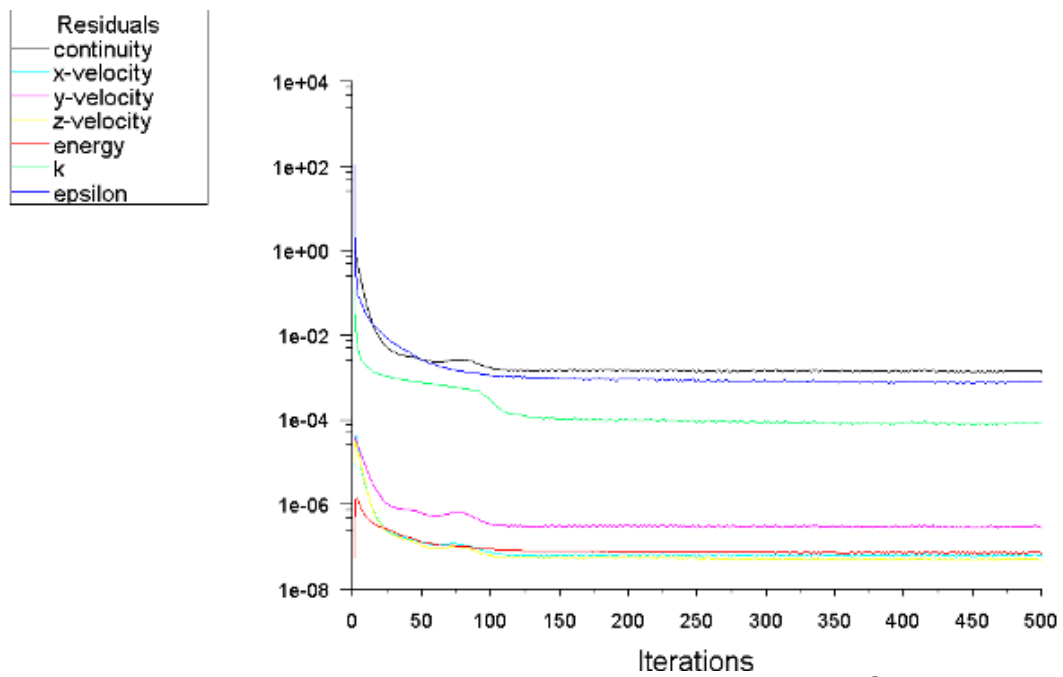
**Figura 3.49** Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.50** Residuales (0.3 Ma, 20000 m ASNM)

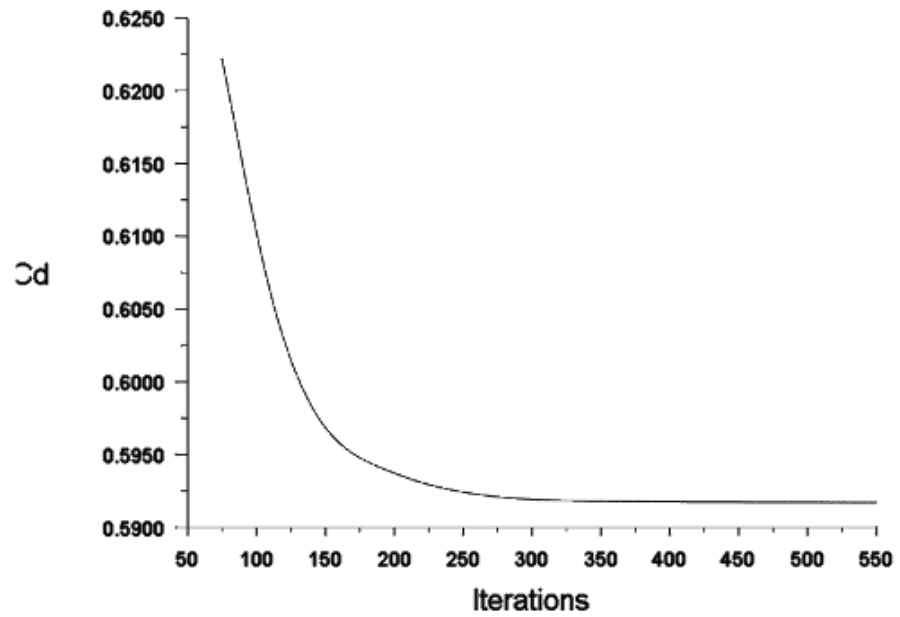


**Figura 3.51 Coeficiente de Arrastre (0.3 Ma, 30000 m ASNM)**

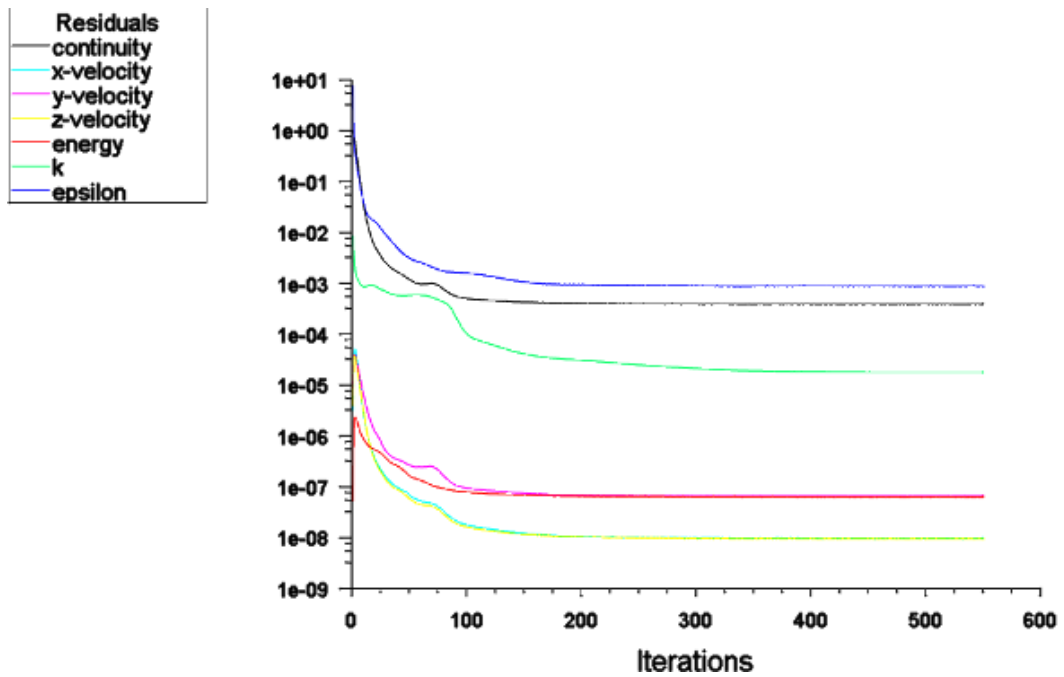


**Figura 3.52 Residuales (0.3 Ma, 30000 m ASNM)**

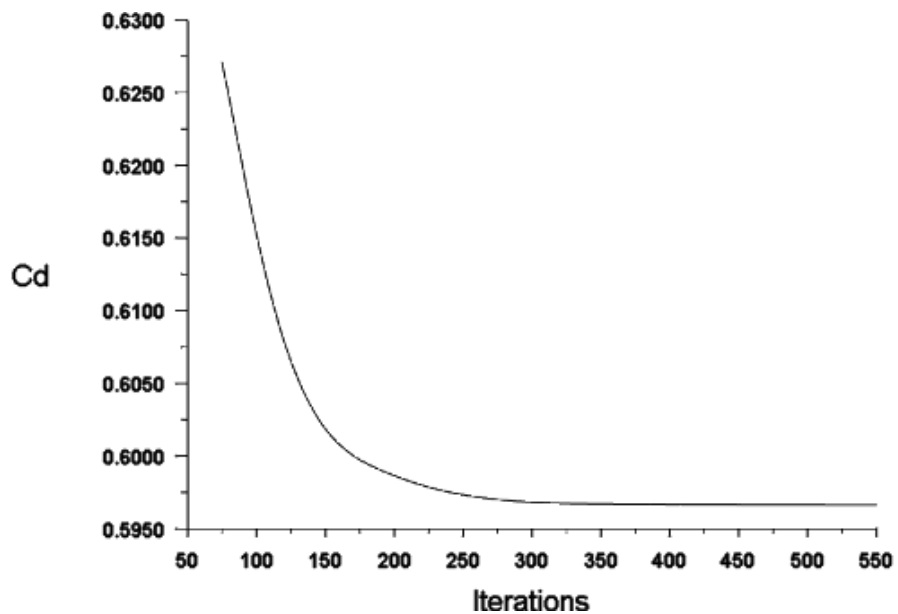




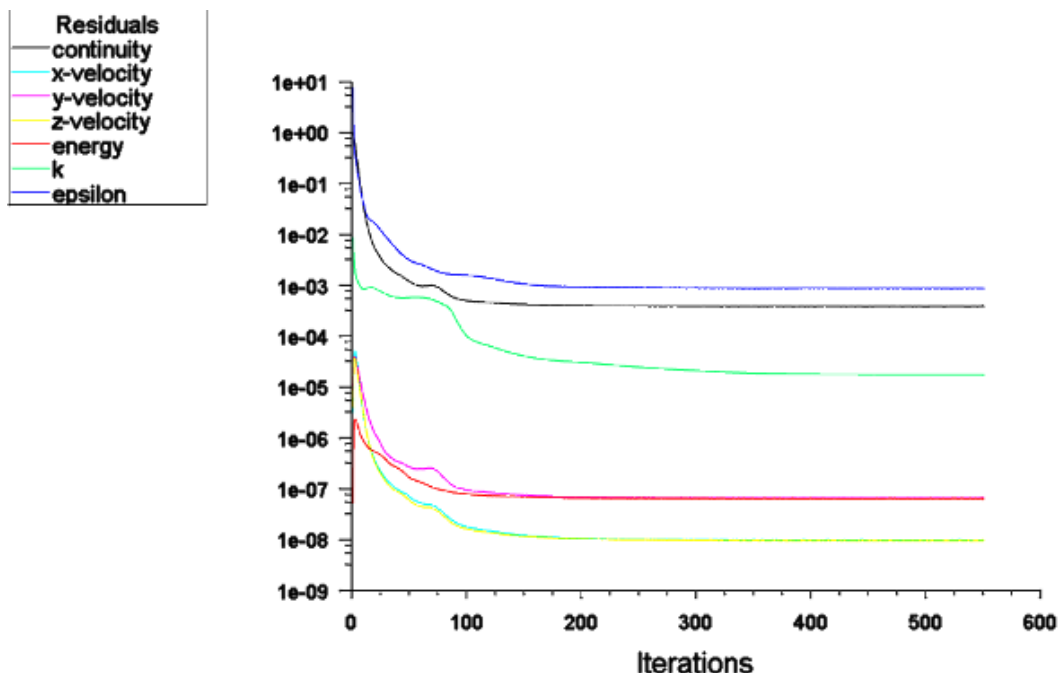
**Figura 3.53** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 0 m ASNM)



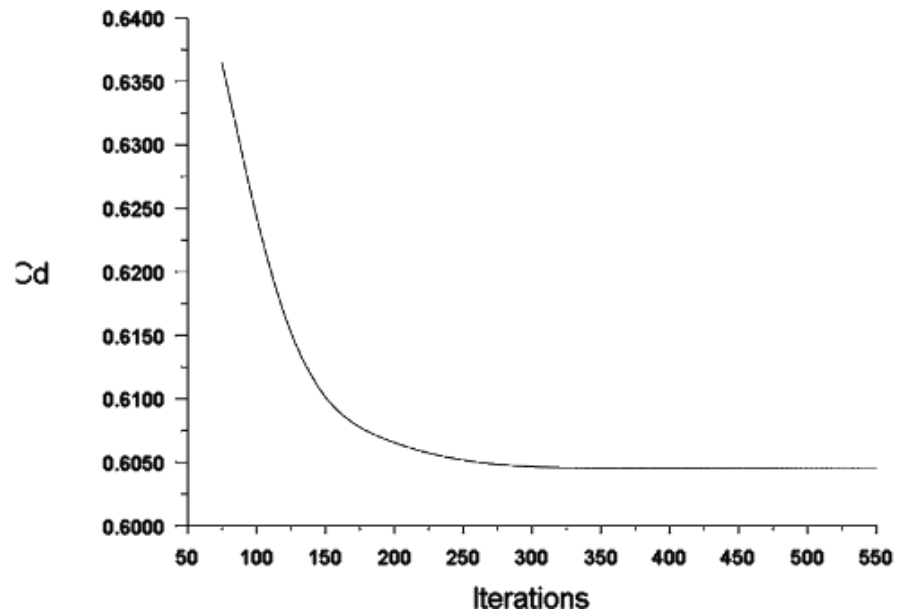
**Figura 3.54** Residuales (0.4 Ma, 0 m ASNM)



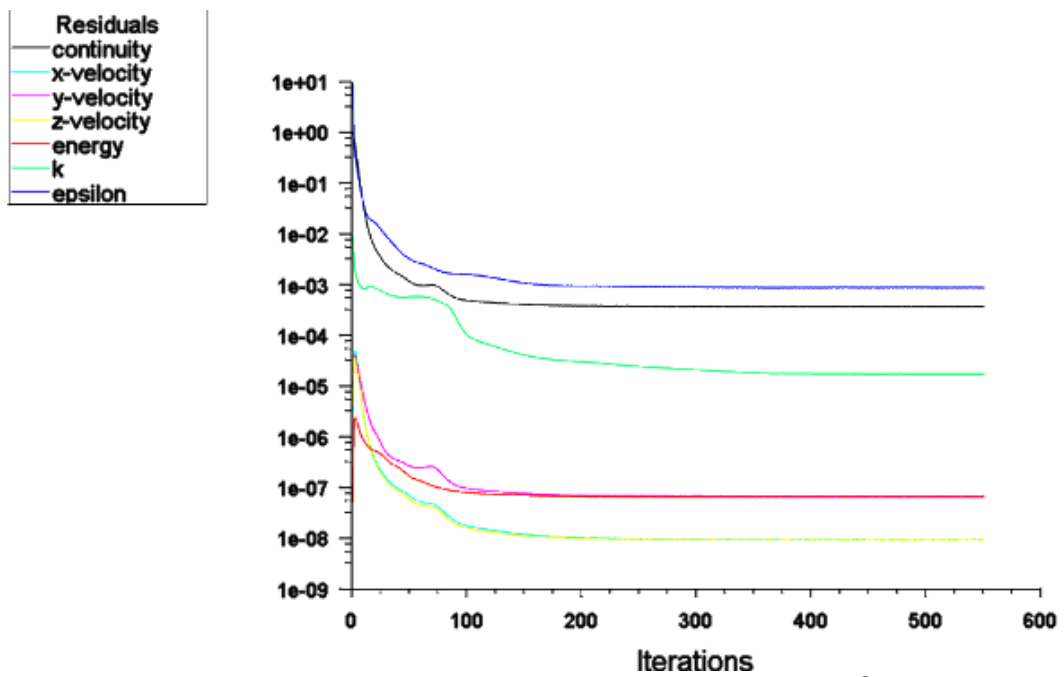
**Figura 3.55** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 1000 m ASNM)



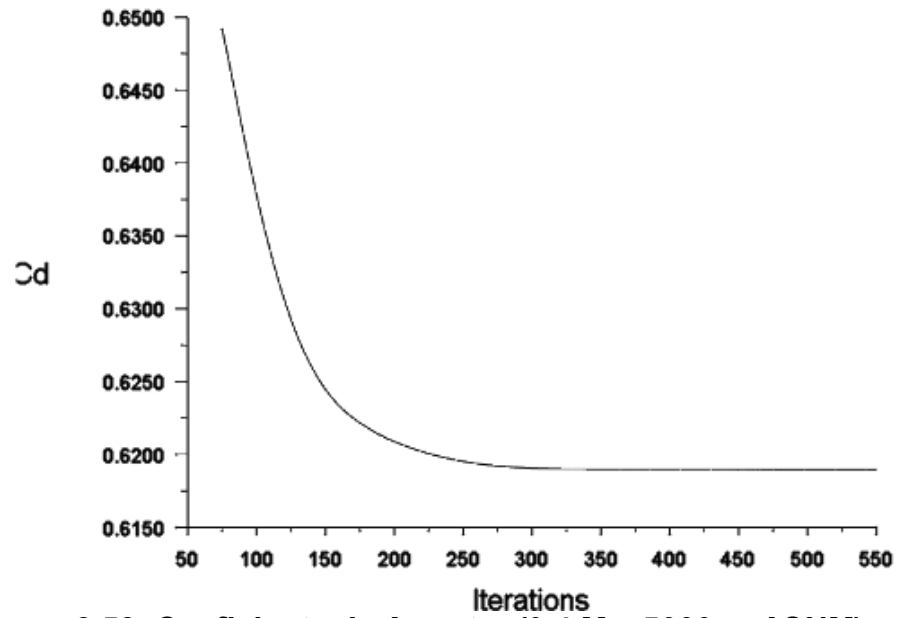
**Figura 3.56** Residuales (0.4 Ma, 1000 m ASNM)



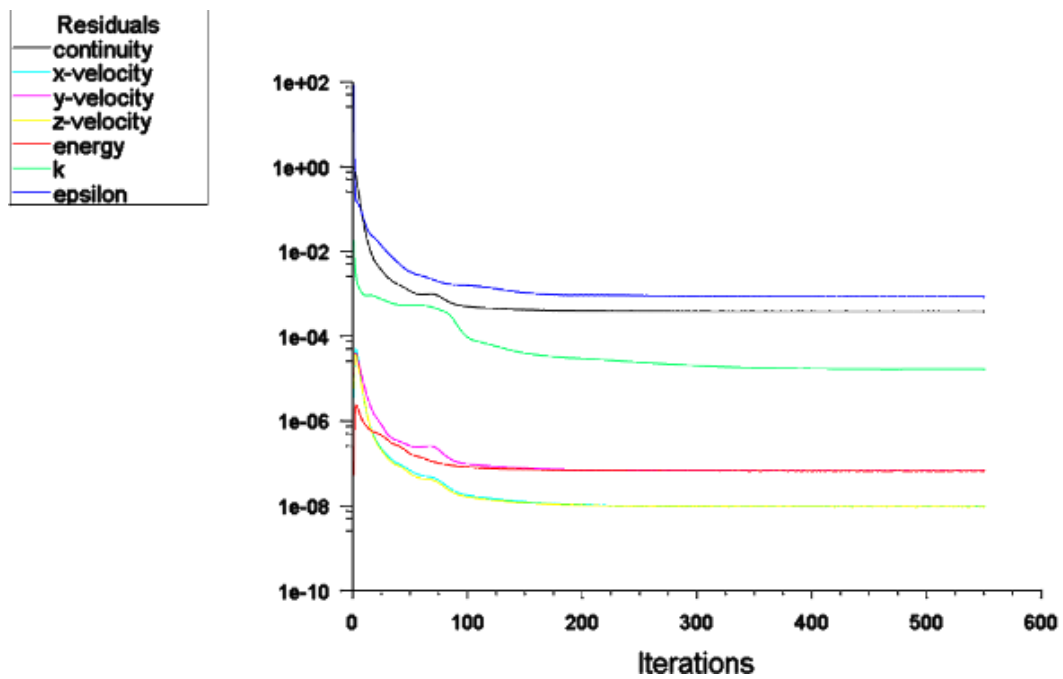
**Figura 3.57** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 2500 m ASNM)



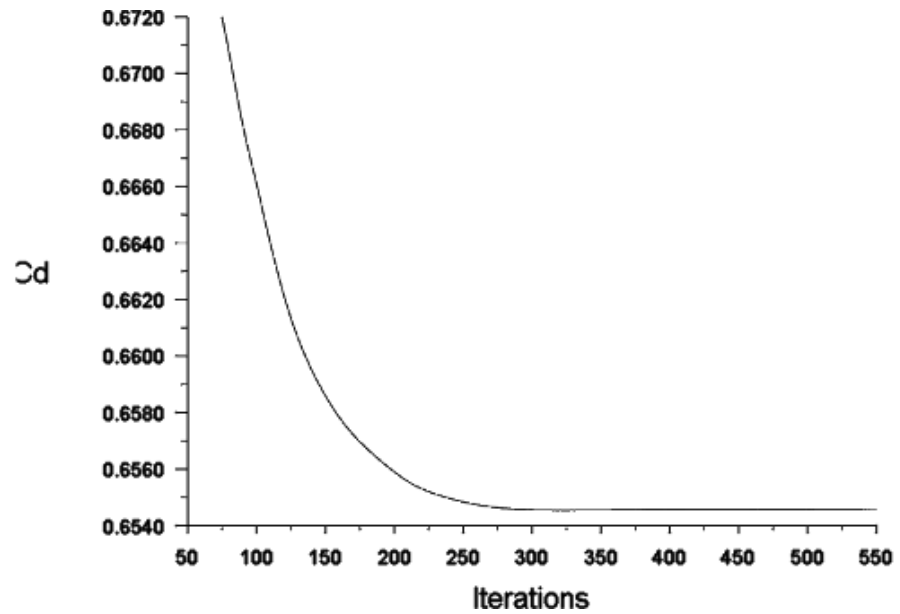
**Figura 3.58** Residuales (0.4 Ma, 2500 m ASNM)



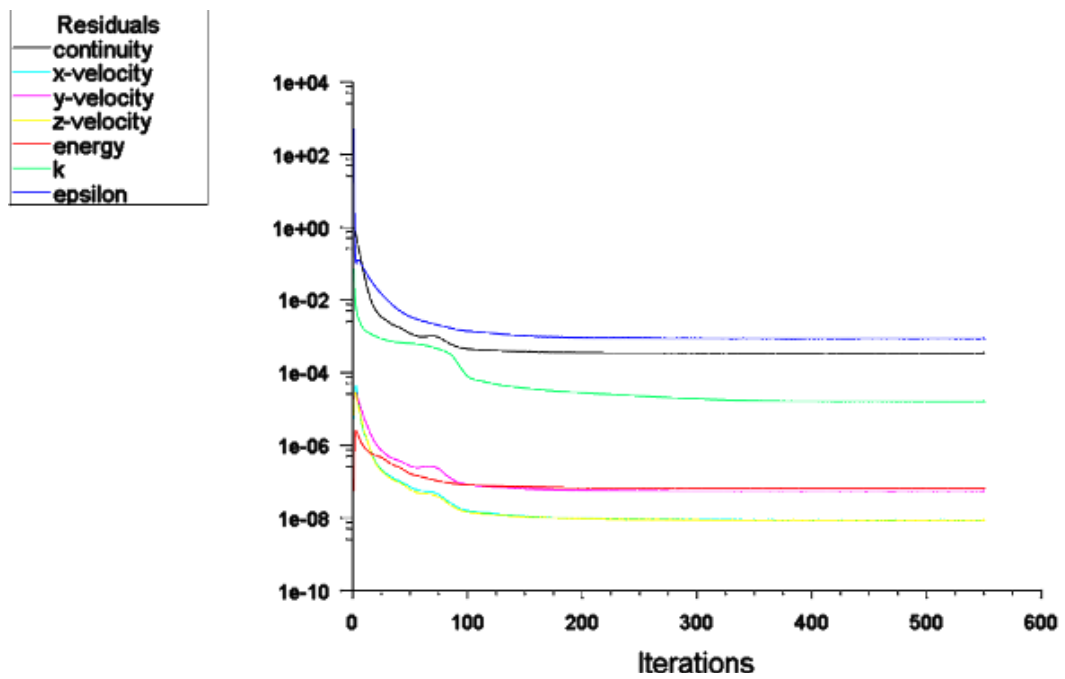
**Figura 3.59** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 5000 m ASNM)



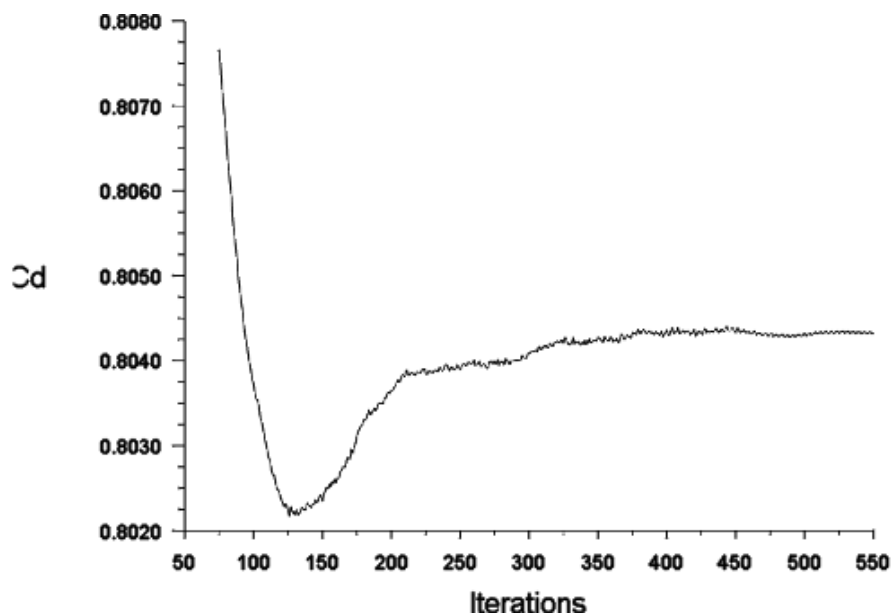
**Figura 3.60** Residuales (0.4 Ma, 5000 m ASNM)



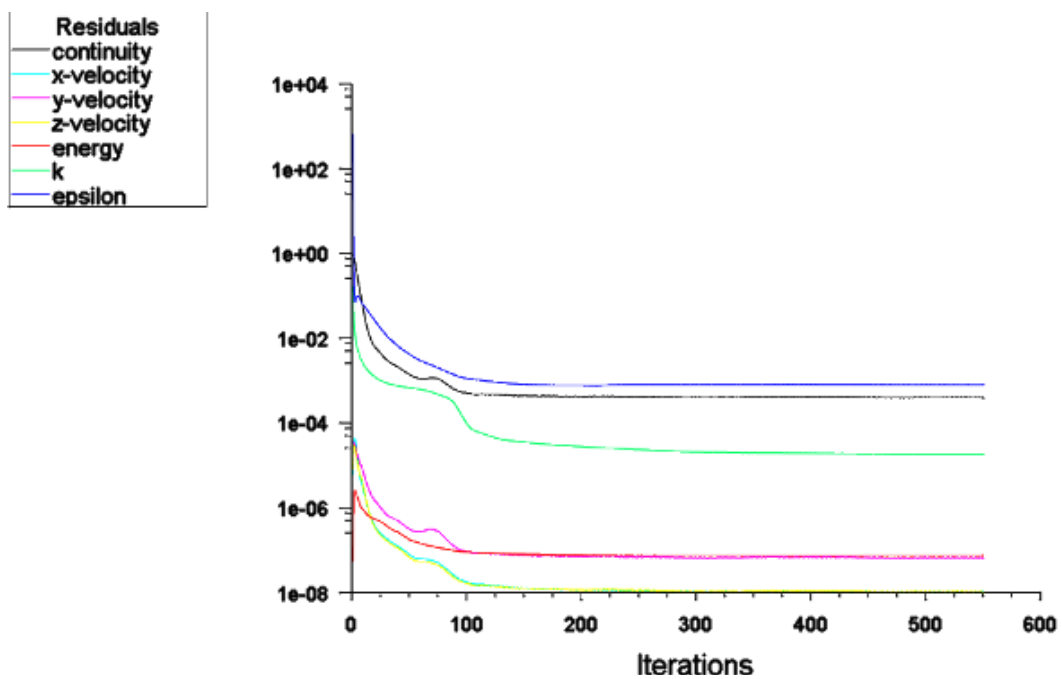
**Figura 3.61** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 10000 m ASNM)



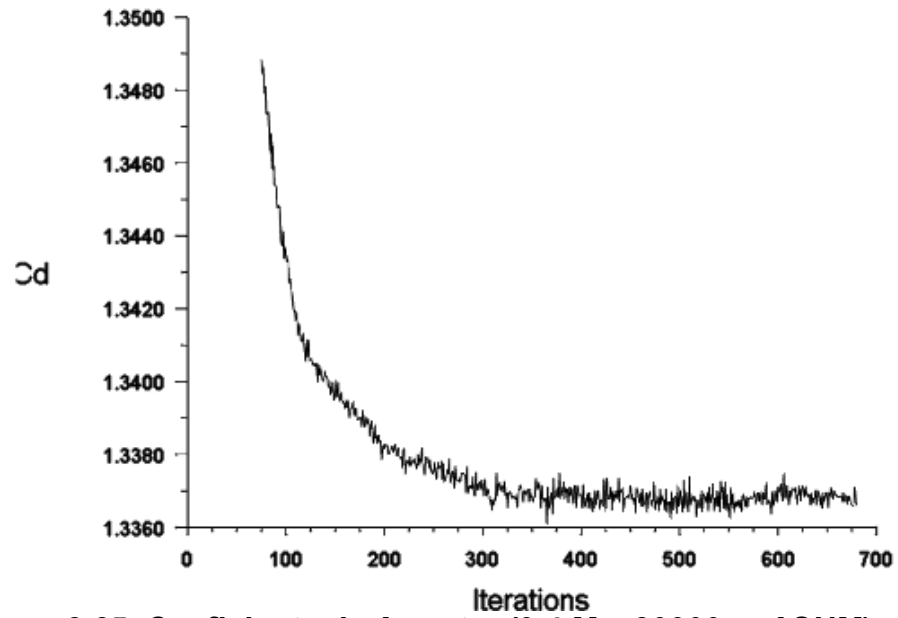
**Figura 3.62** Residuales (0.4 Ma, 10000 m ASNM)



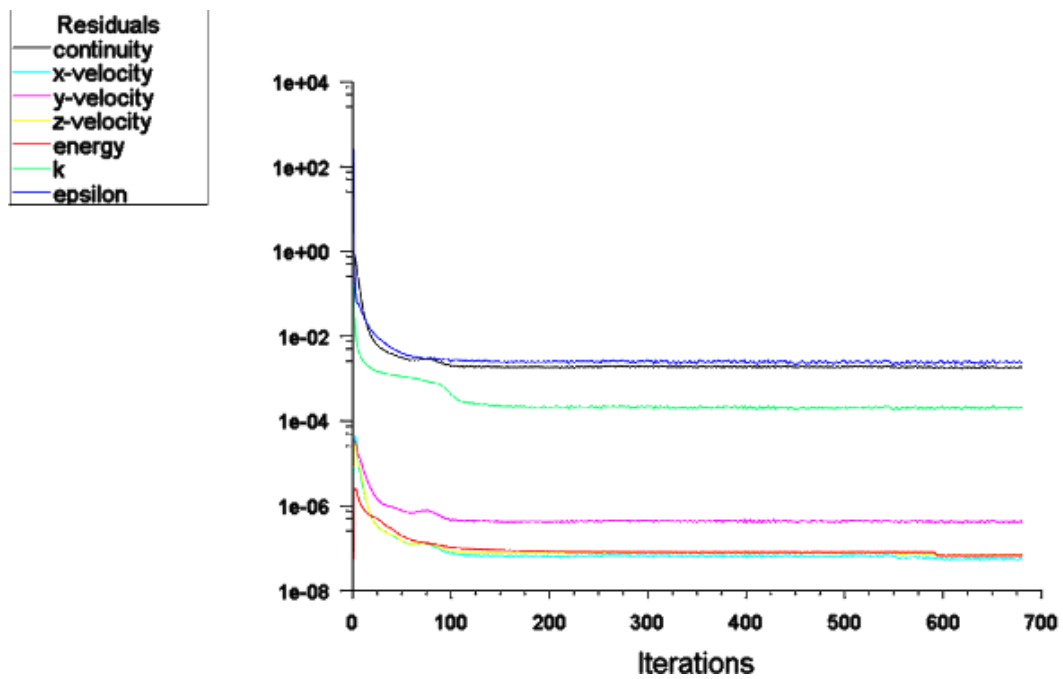
**Figura 3.63** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 20000 m ASNM)



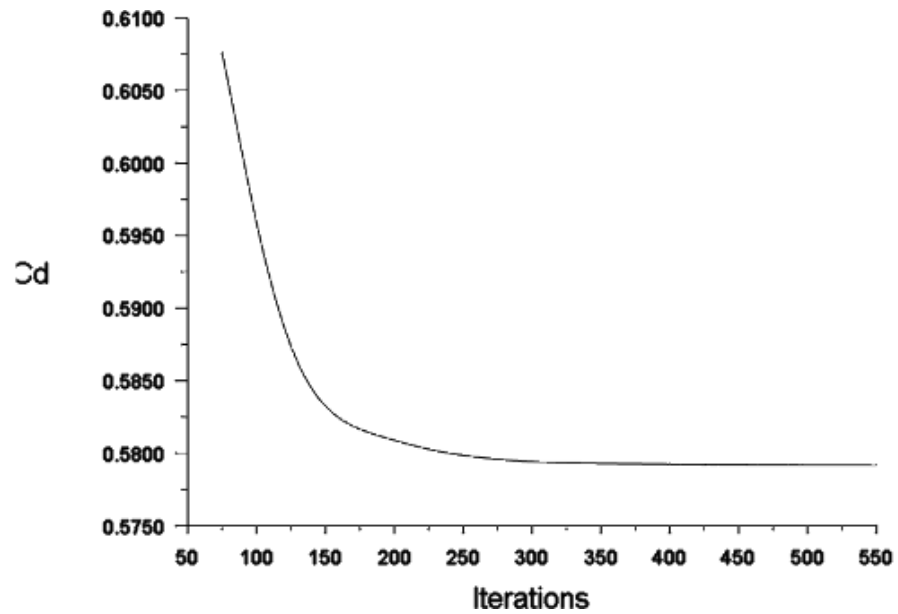
**Figura 3.64** Residuales (0.4 Ma, 20000 m ASNM)



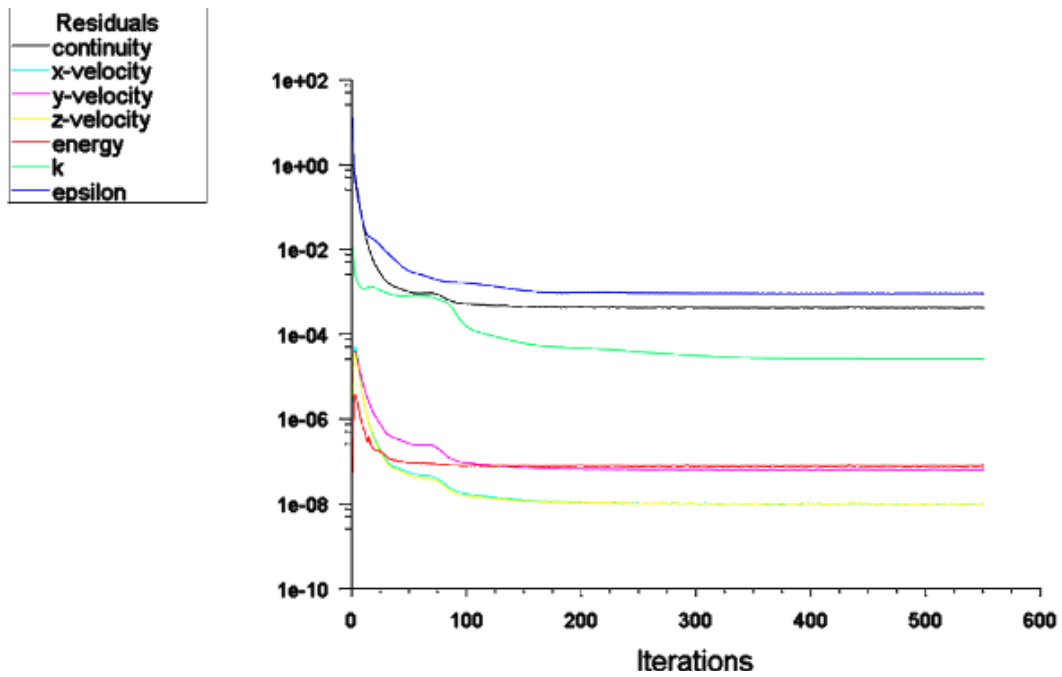
**Figura 3.65** Coeficiente de Arrastre (0.4 Ma, 30000 m ASNM)



**Figura 3.66** Residuales (0.4 Ma, 30000 m ASNM)



**Figura 3.67** Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 0 m ASNM)



**Figura 3.68** Residuales (0.5 Ma, 0 m ASNM)



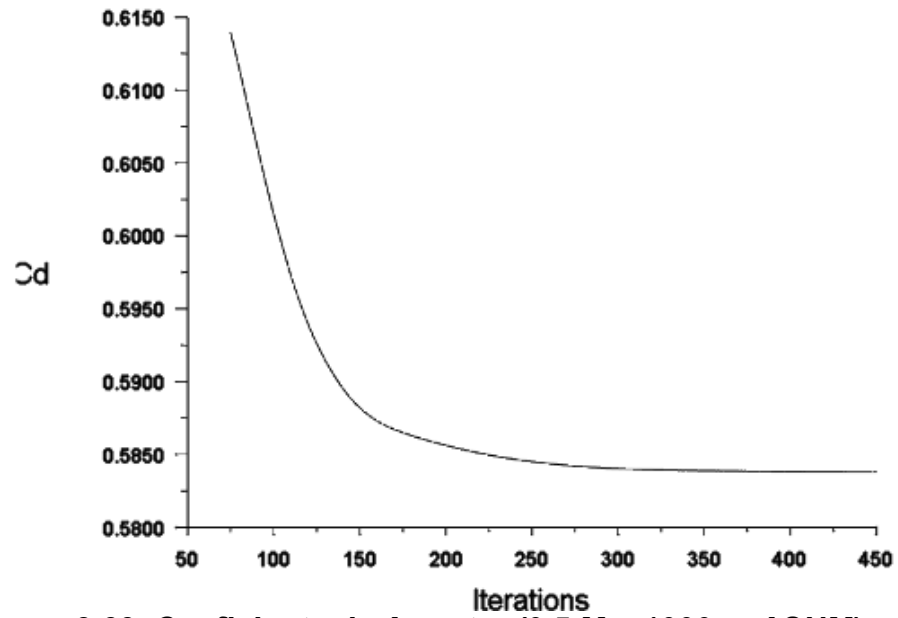


Figura 3.69 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 1000 m ASNM)

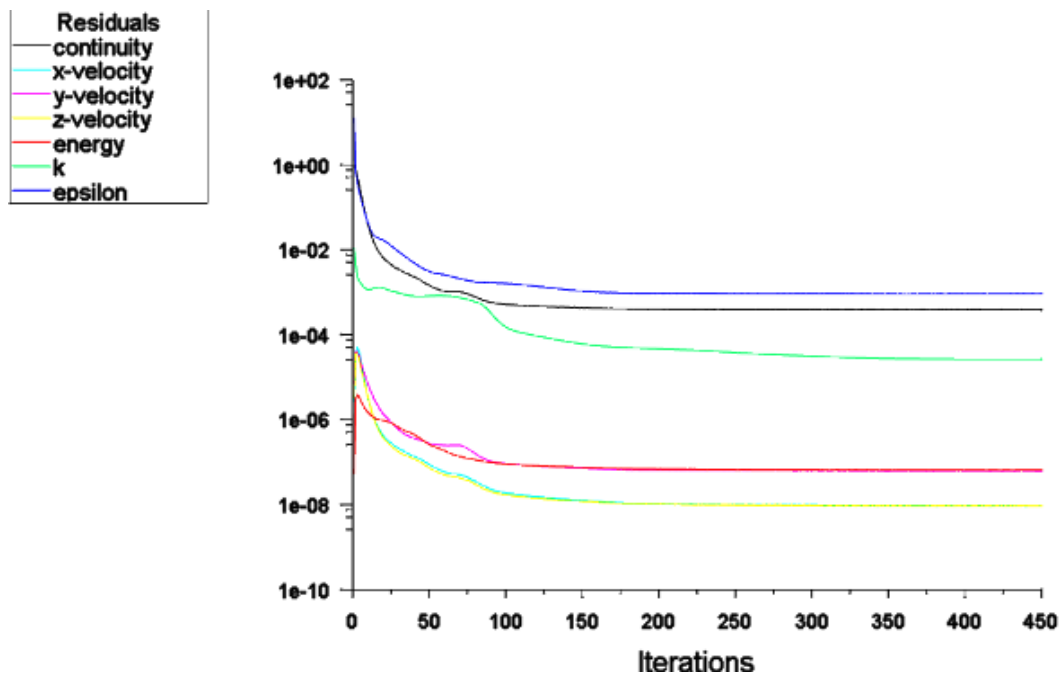
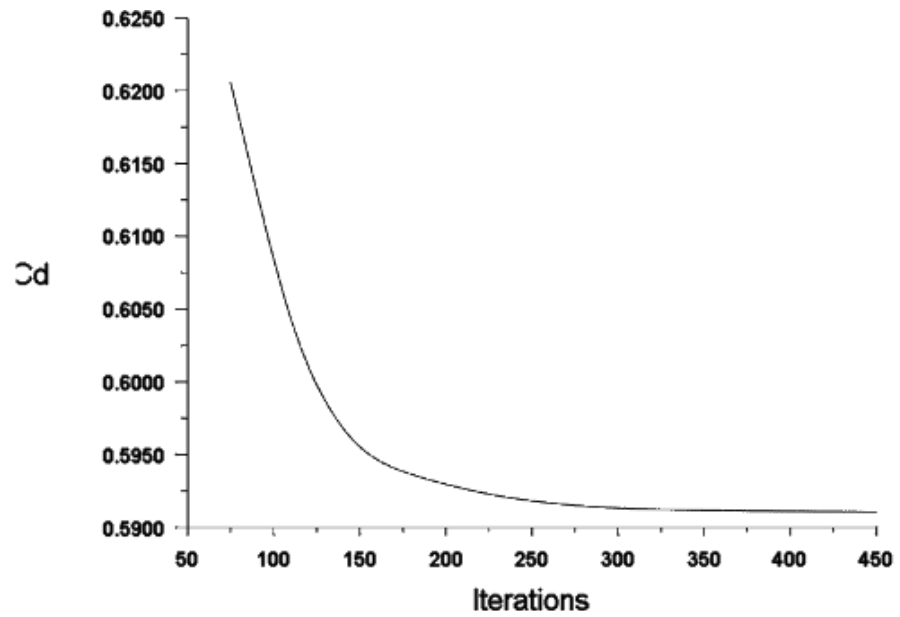
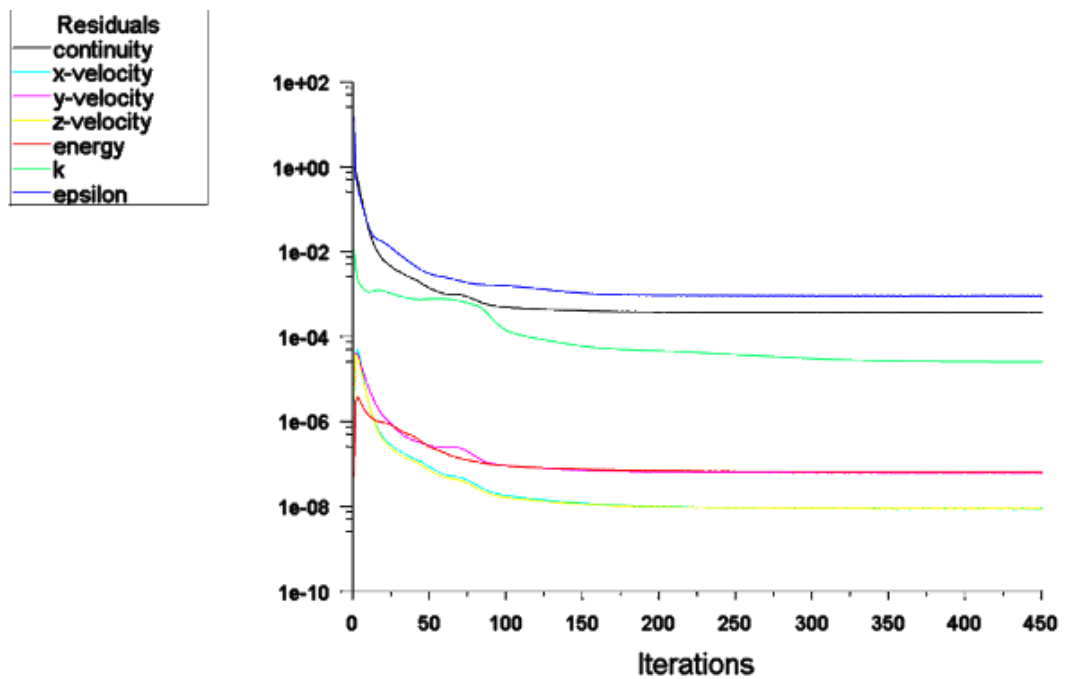


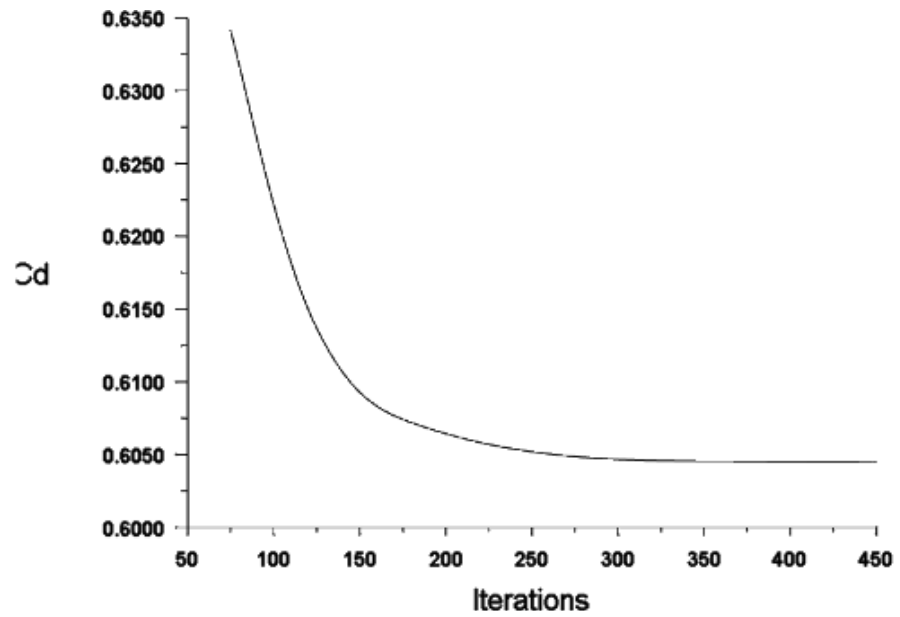
Figura 3.70 Residuales (0.5 Ma, 1000 m ASNM)



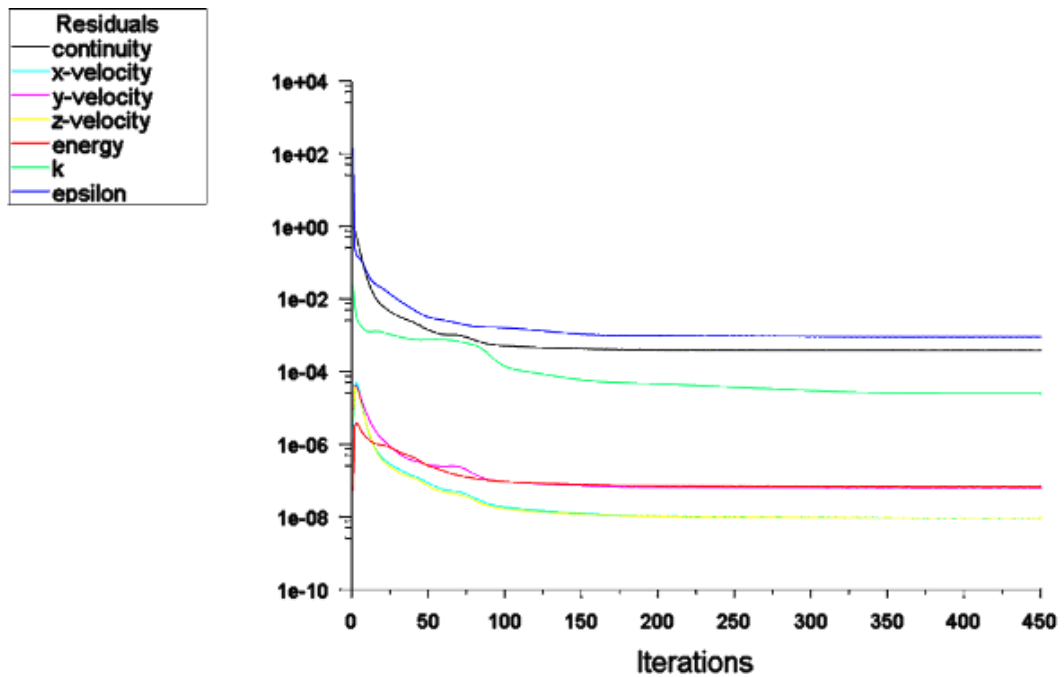
**Figura 3.71** Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 2500 m ASNM)



**Figura 3.72** Residuales (0.5 Ma, 2500 m ASNM)



**Figura 3.73** Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 5000 m ASNM)



**Figura 3.74** Residuales (0.5 Ma, 5000 m ASNM)

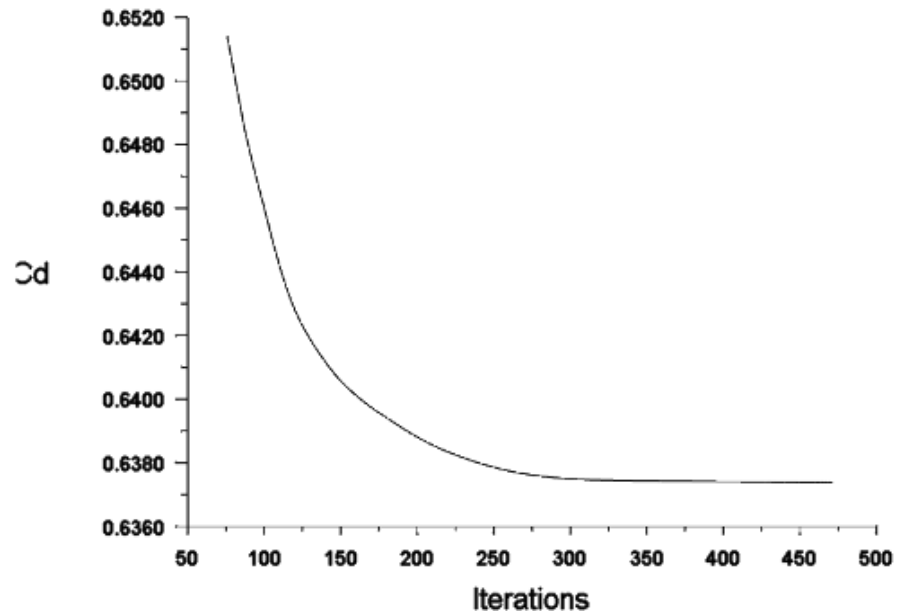


Figura 3.75 Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 10000 m ASNM)

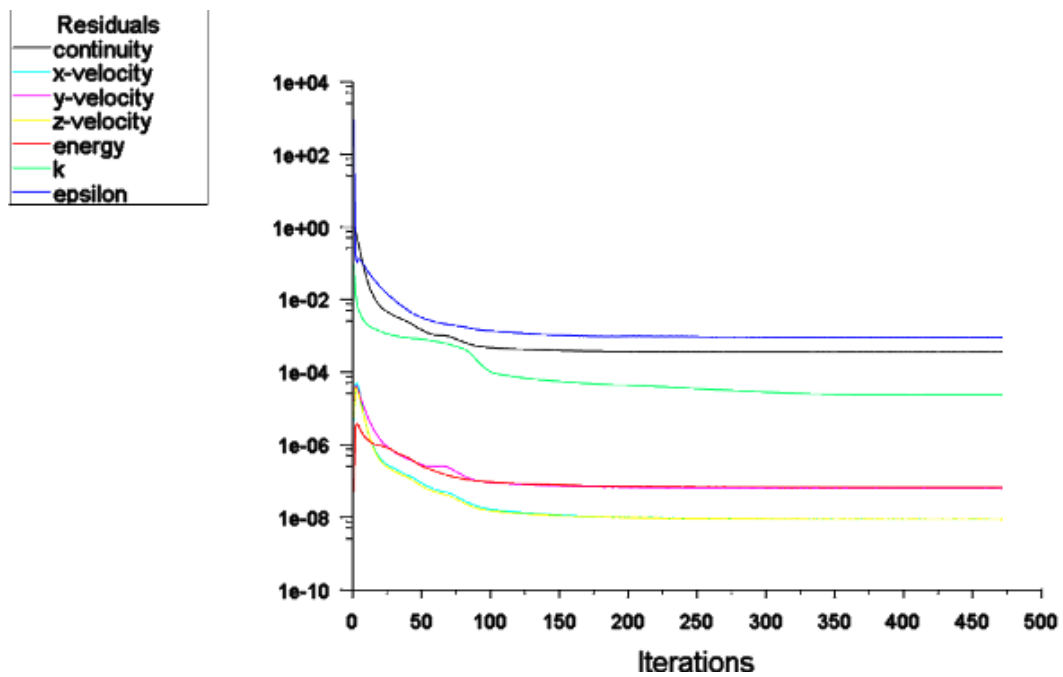
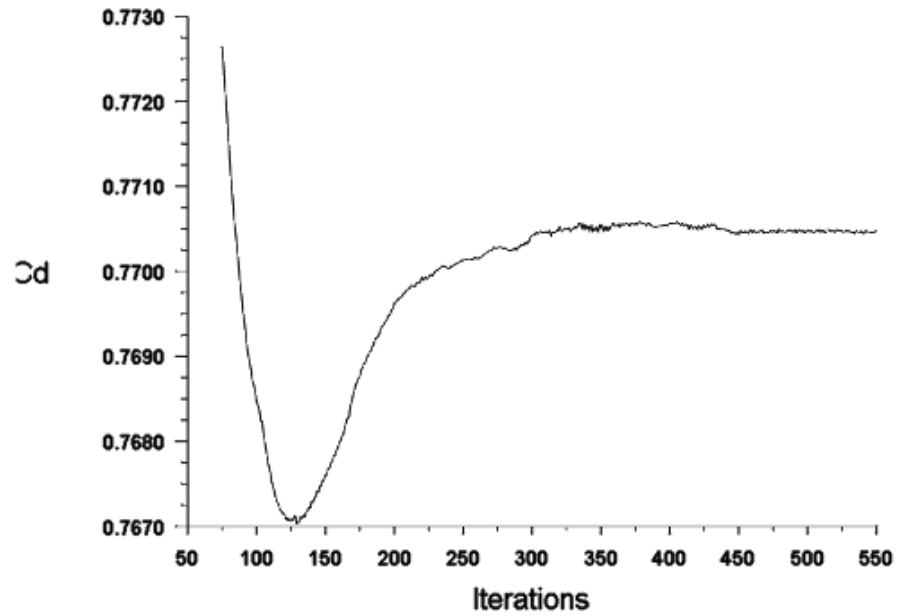
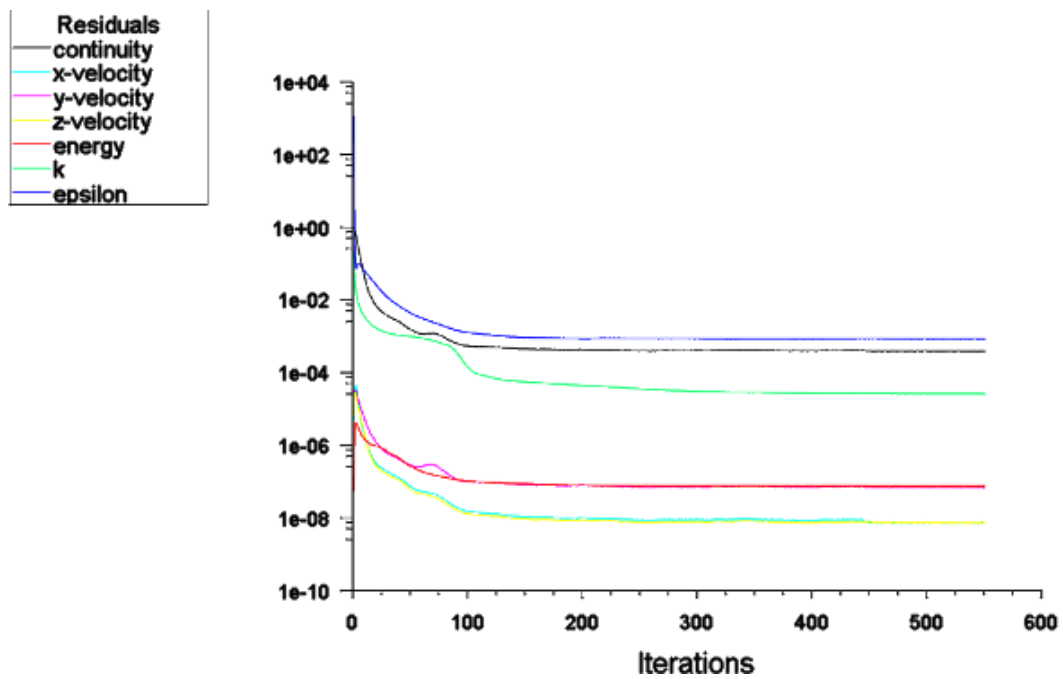


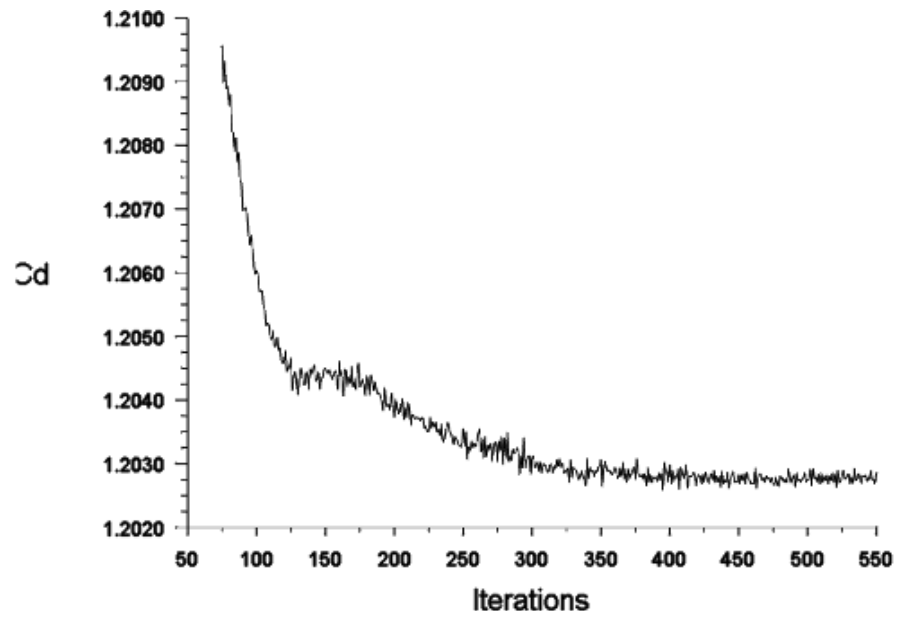
Figura 3.76 Residuales (0.5 Ma, 10000 m ASNM)



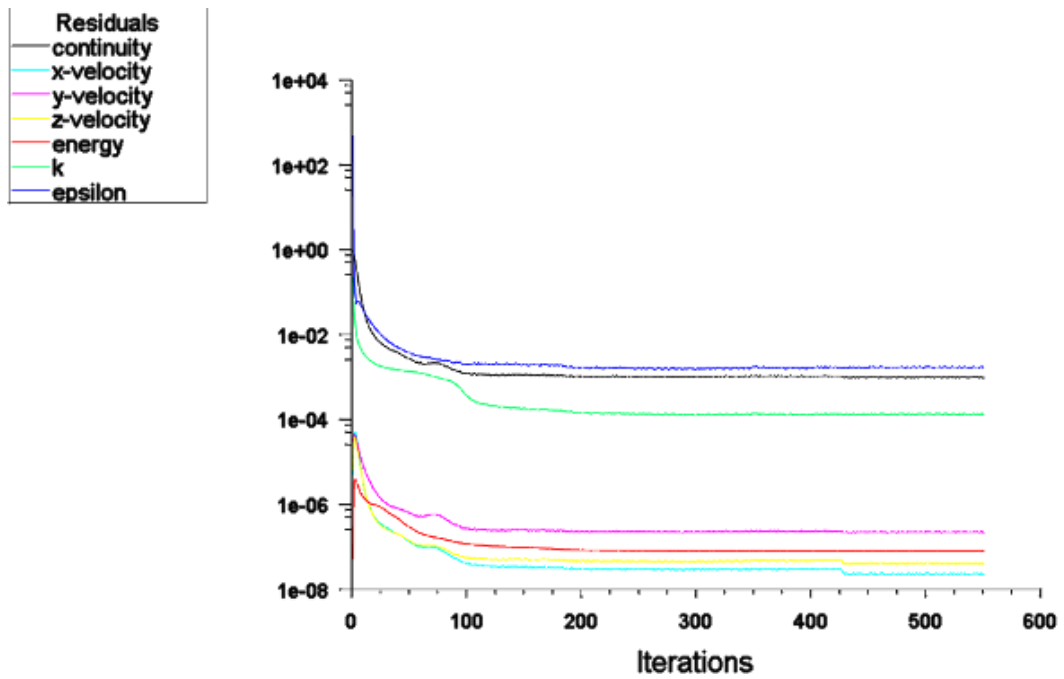
**Figura 3.77** Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.78** Residuales (0.5 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.79** Coeficiente de Arrastre (0.5 Ma, 30000 m ASNM)



**Figura 3.80** Residuales (0.5 Ma, 30000 m ASNM)

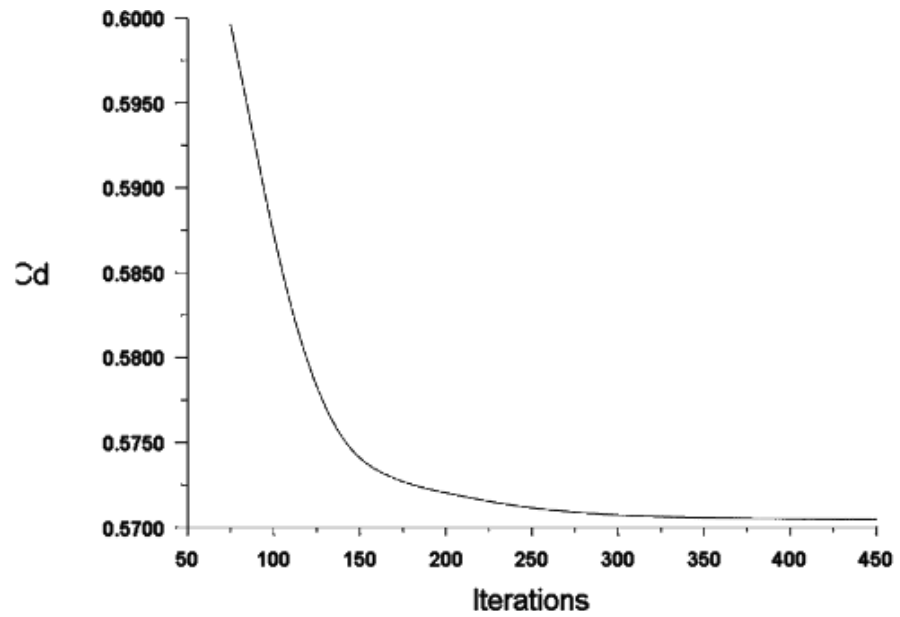


Figura 3.81 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 0 m ASNM)

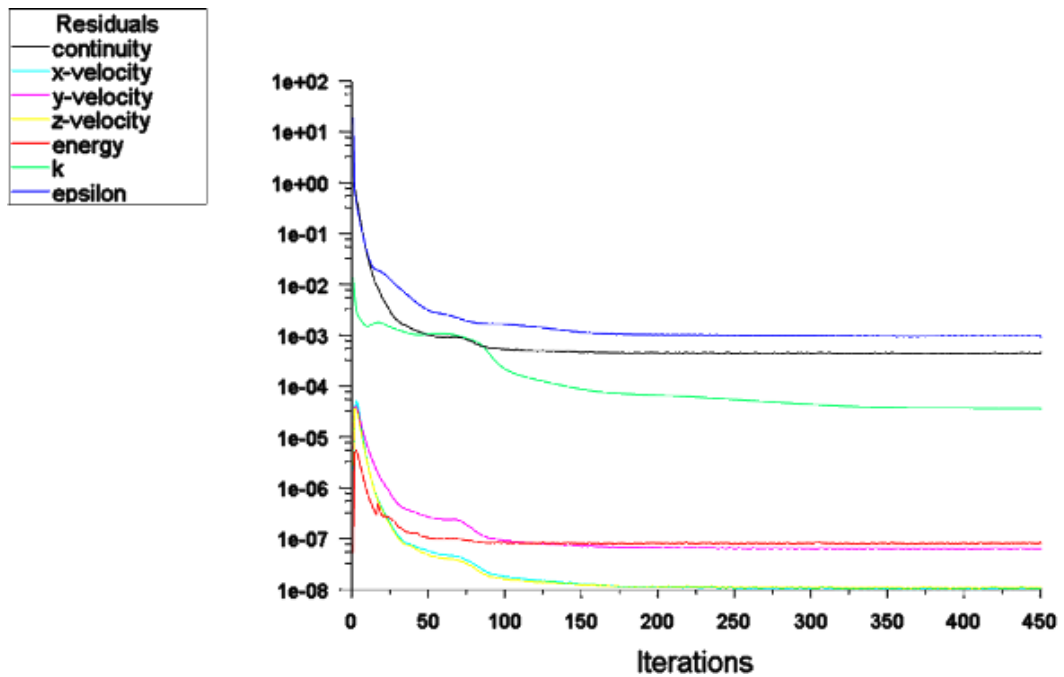
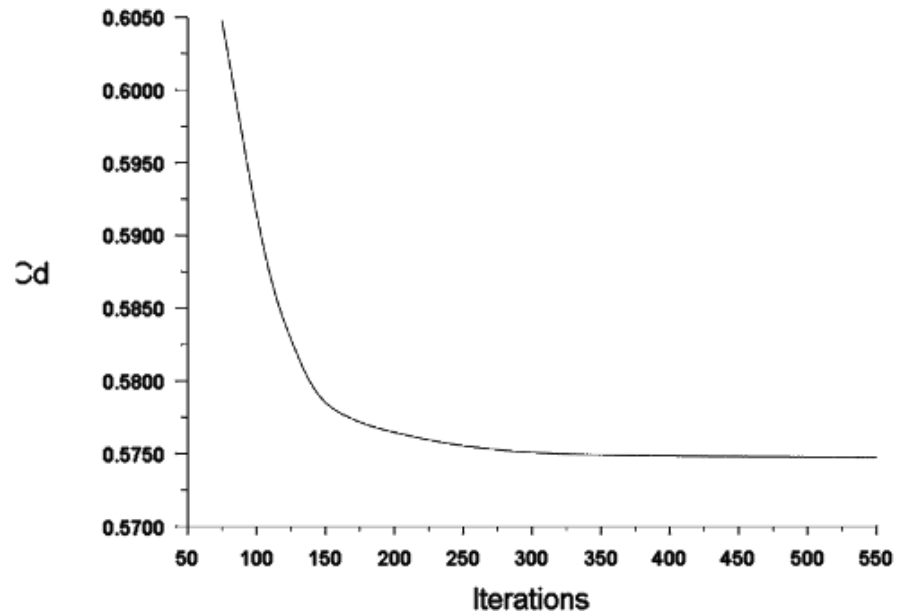
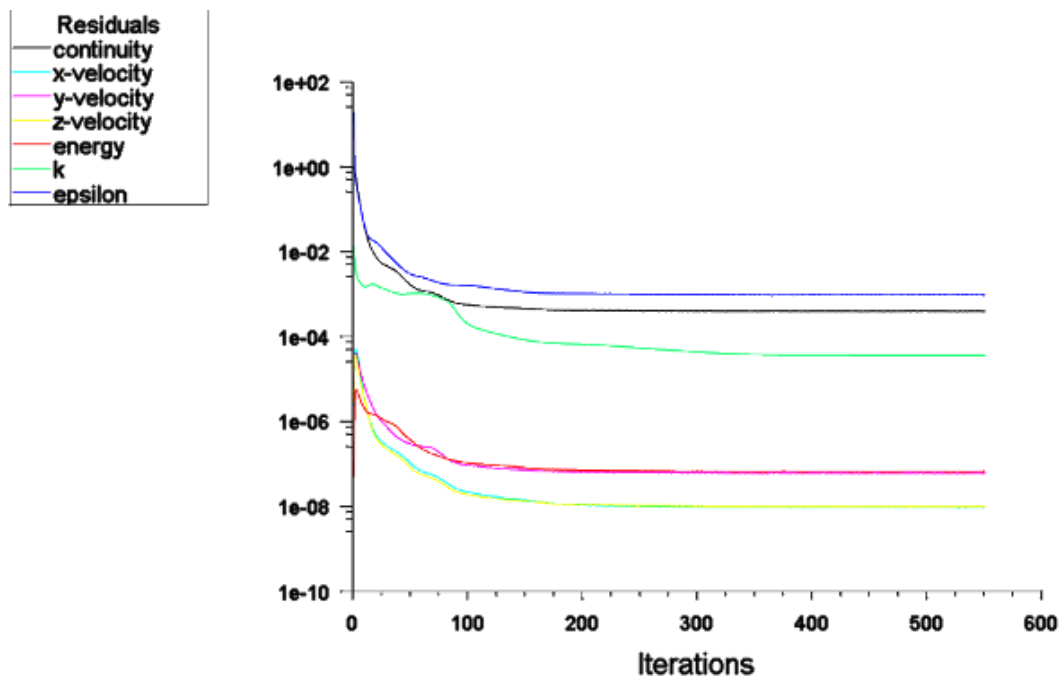


Figura 3.82 Residuales (0.6 Ma, 0 m ASNM)

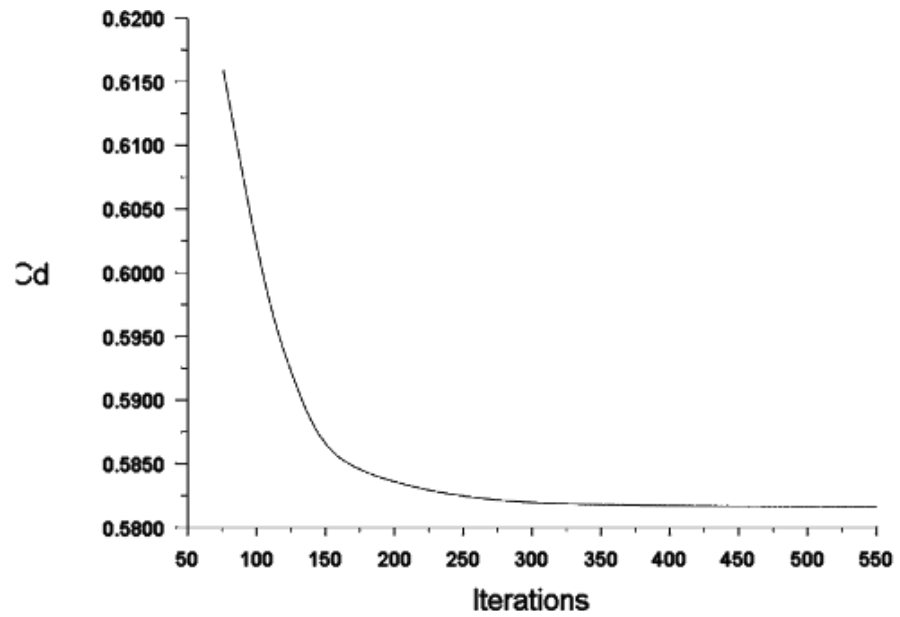


**Figura 3.83** Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 1000 m ASNM)

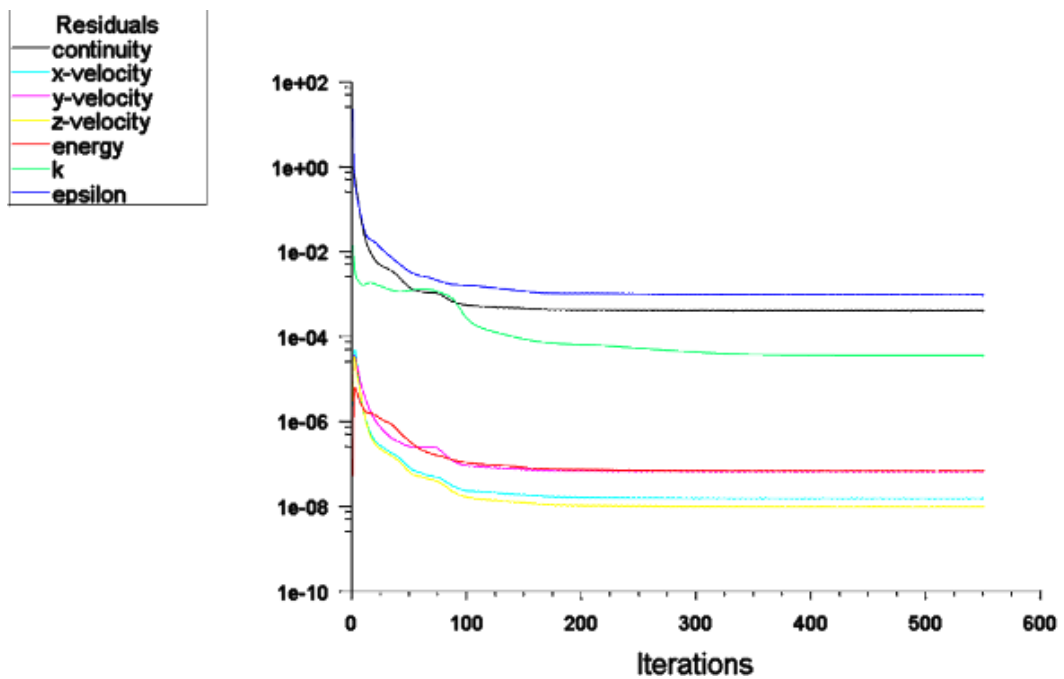


**Figura 3.84** Residuales (0.6 Ma, 1000 m ASNM)

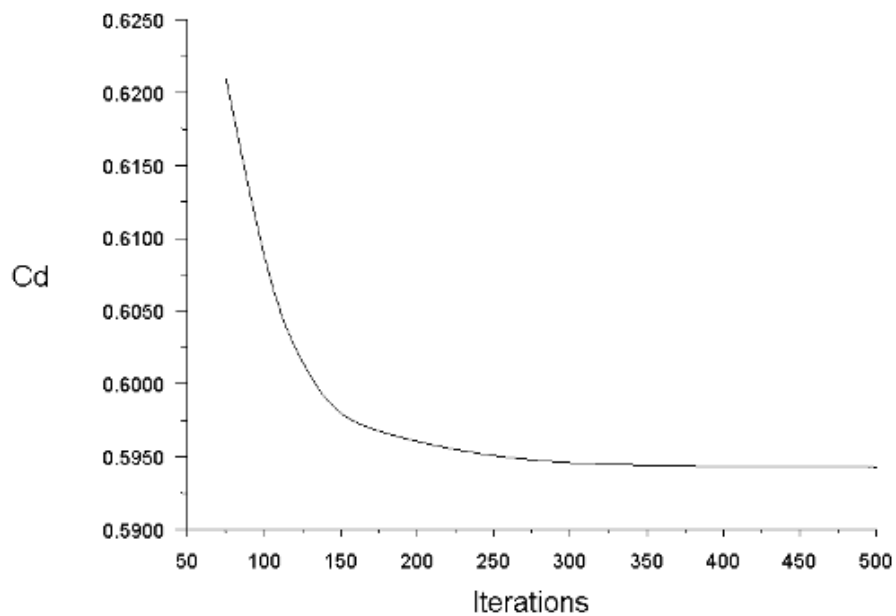




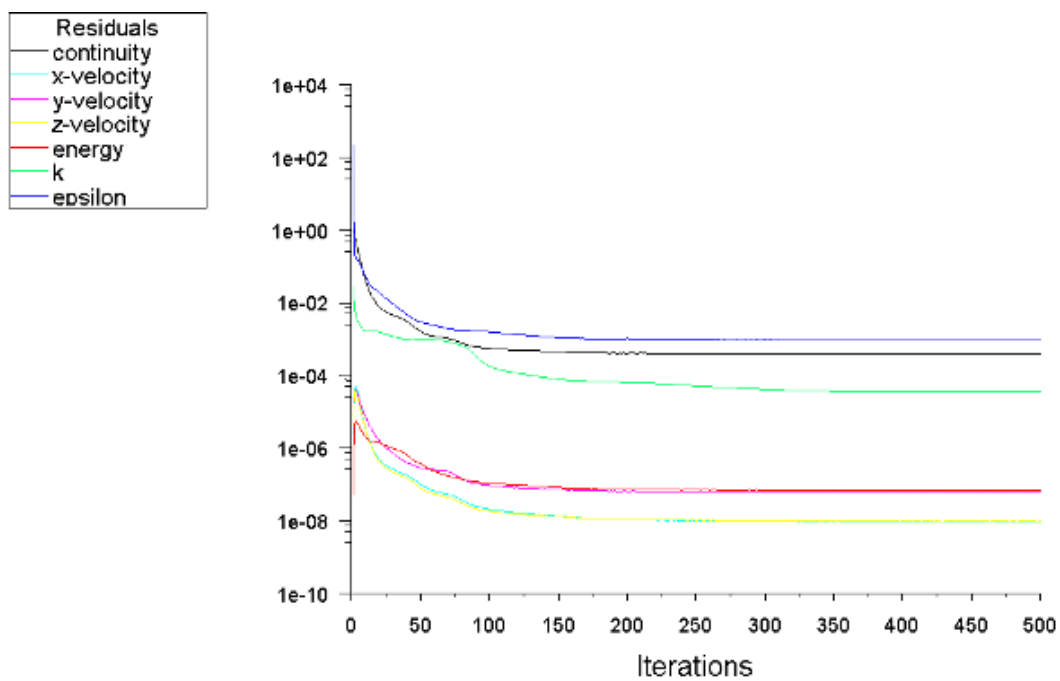
**Figura 3.85** Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 2500 m ASNM)



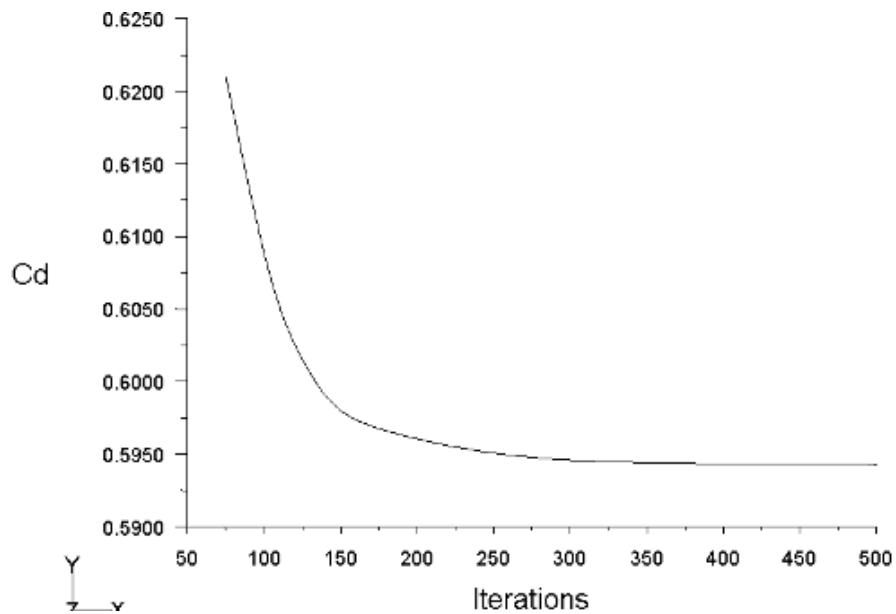
**Figura 3.86** Residuales (0.6 Ma, 2500 m ASNM)



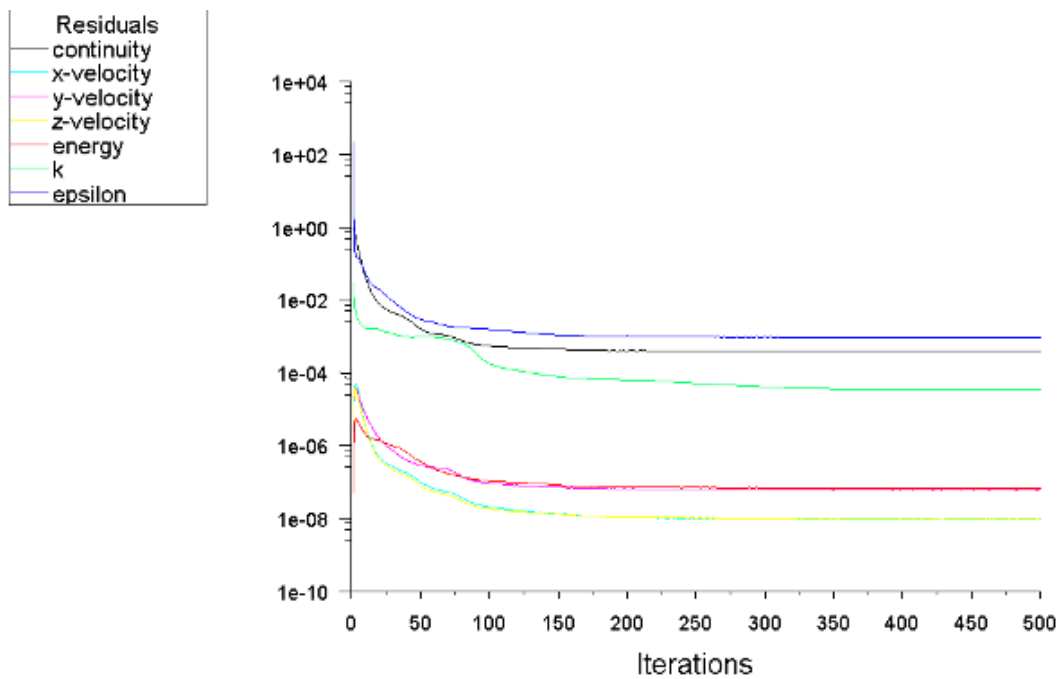
**Figura 3.87 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 5000 m ASNM)**



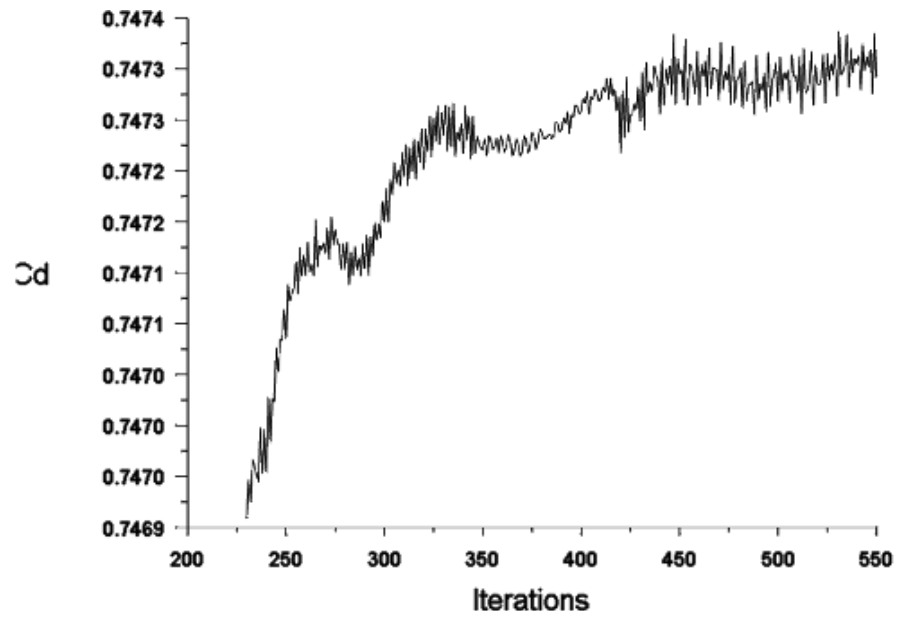
**Figura 3.88 Residuales (0.6 Ma, 5000 m ASNM)**



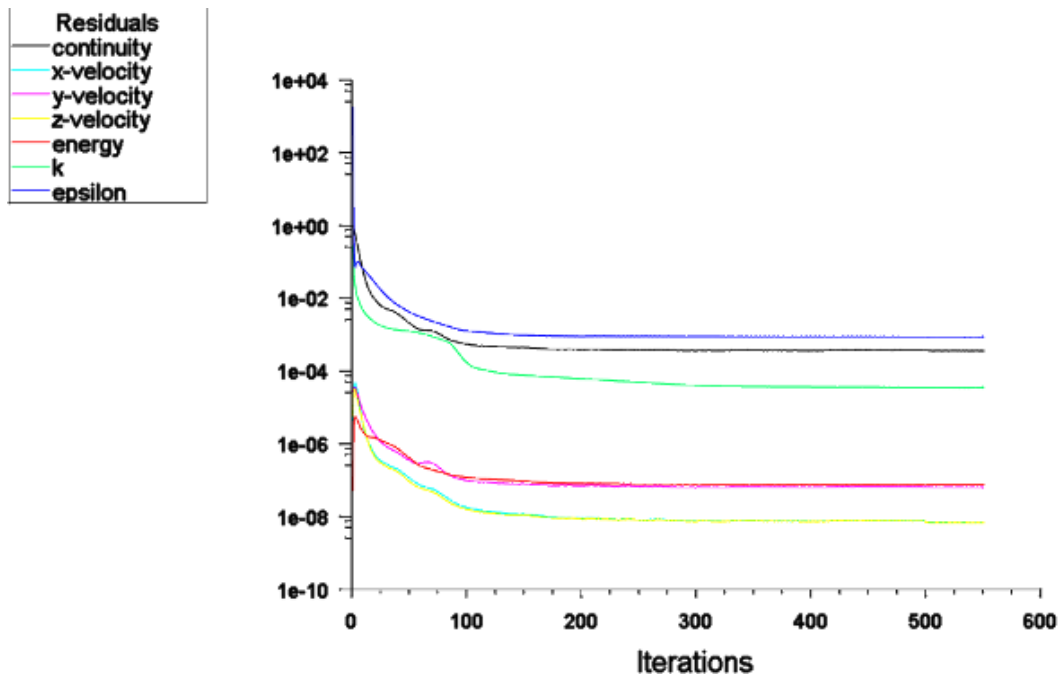
**Figura 3.89 Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 10000 m ASNM)**



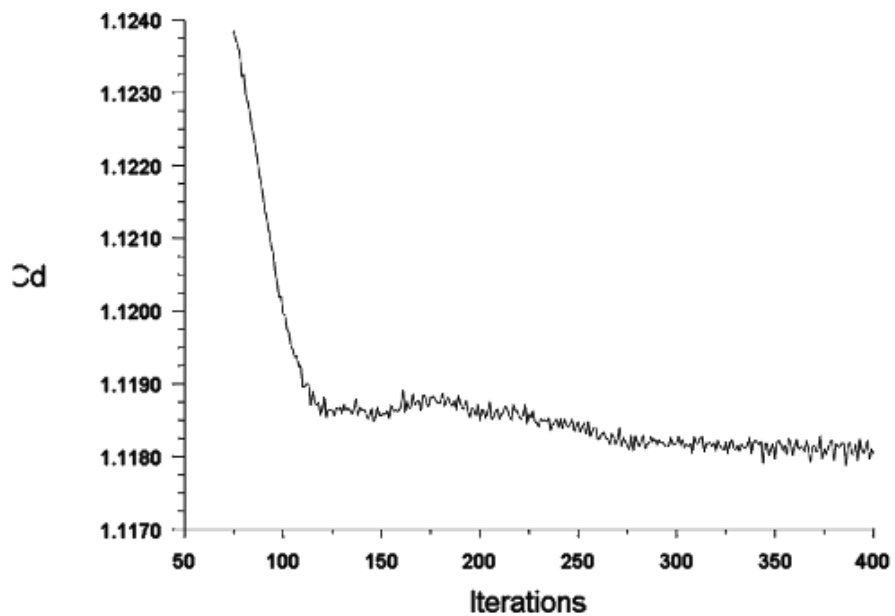
**Figura 3.90 Residuales (0.6 Ma, 10000 m ASNM)**



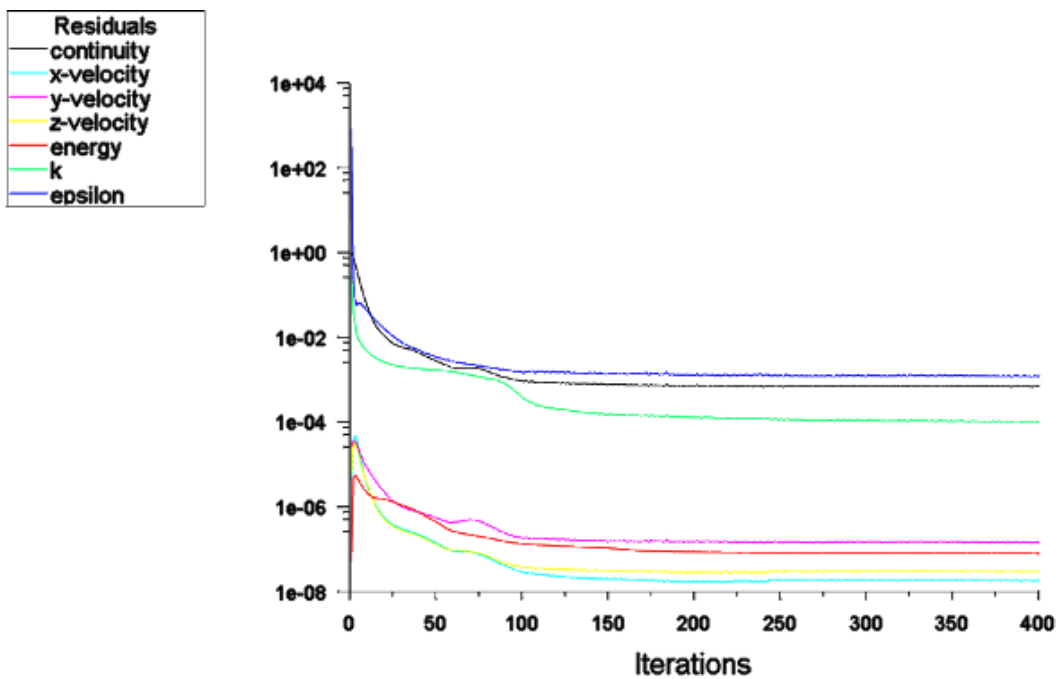
**Figura 3.91** Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.92** Residuales (0.6 Ma, 20000 m ASNM)



**Figura 3.93** Coeficiente de Arrastre (0.6 Ma, 30000 m ASNM)



**Figura 3.94** Residuales (0.6 Ma, 30000 m ASNM)

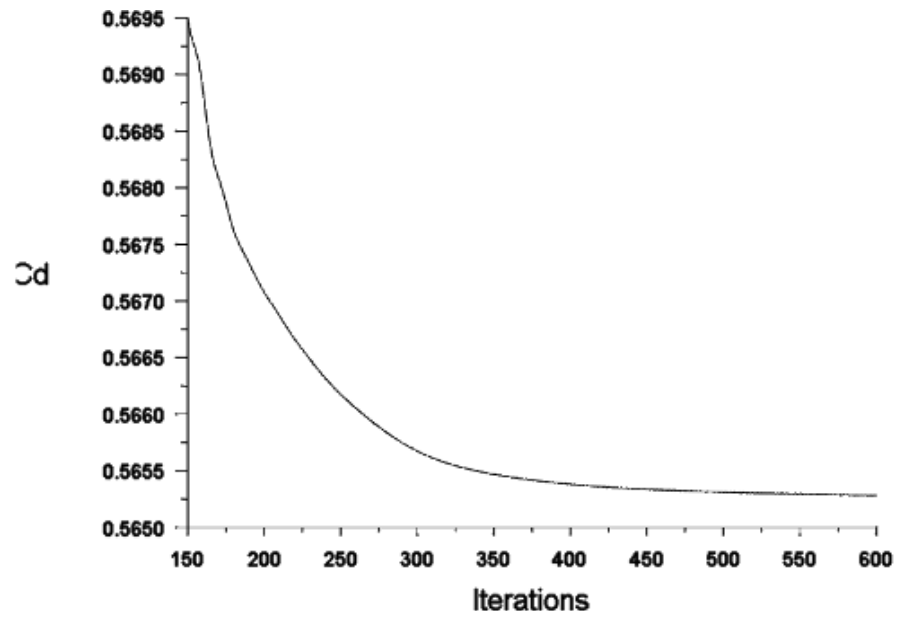


Figura 3.95 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 0 m ASNM)

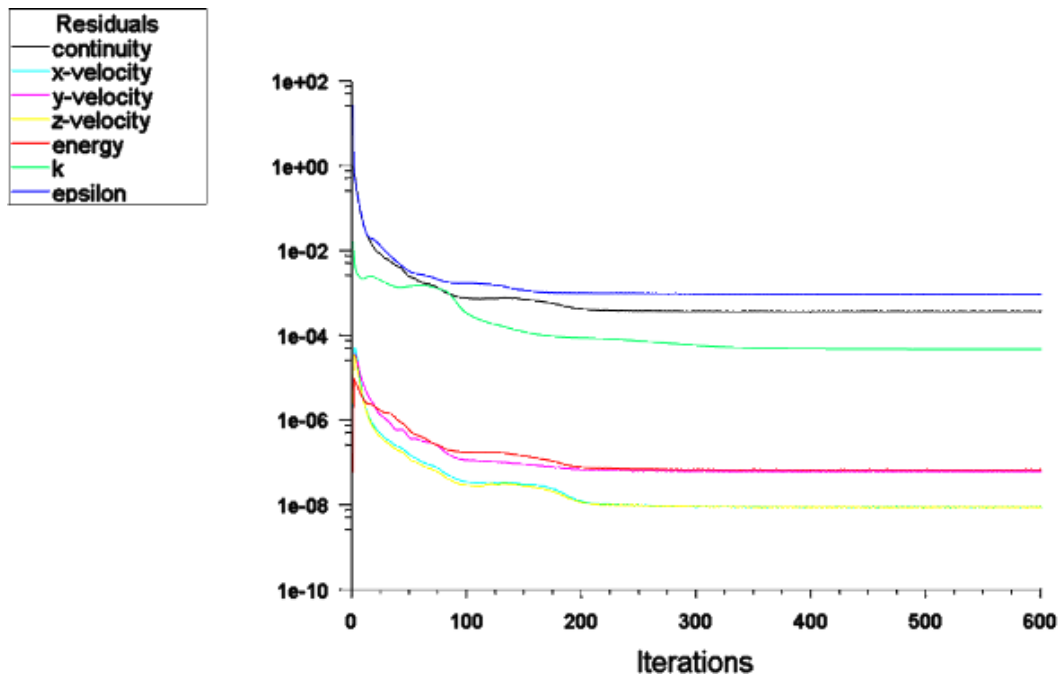
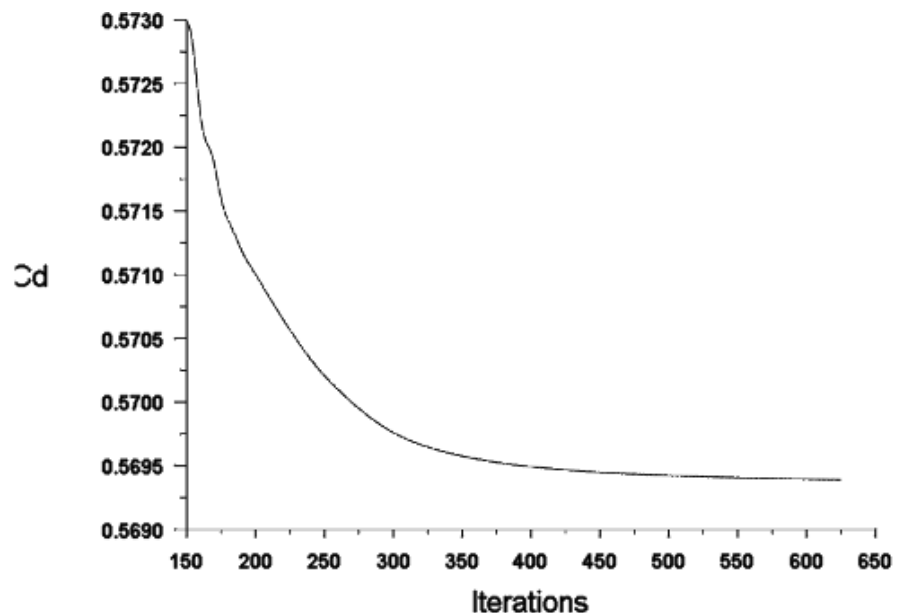
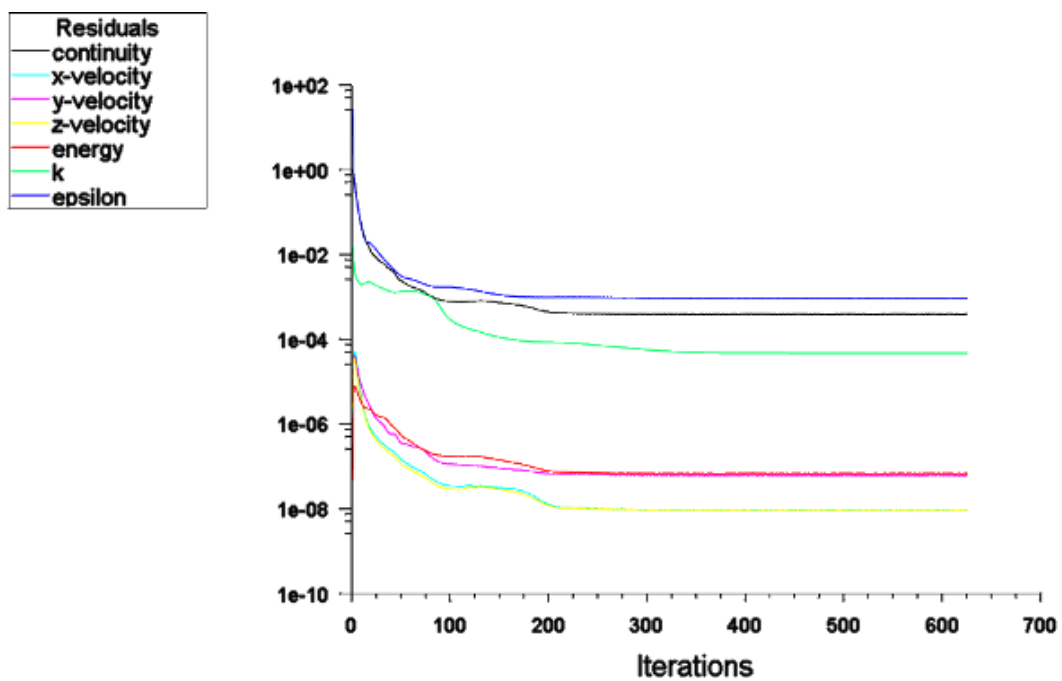


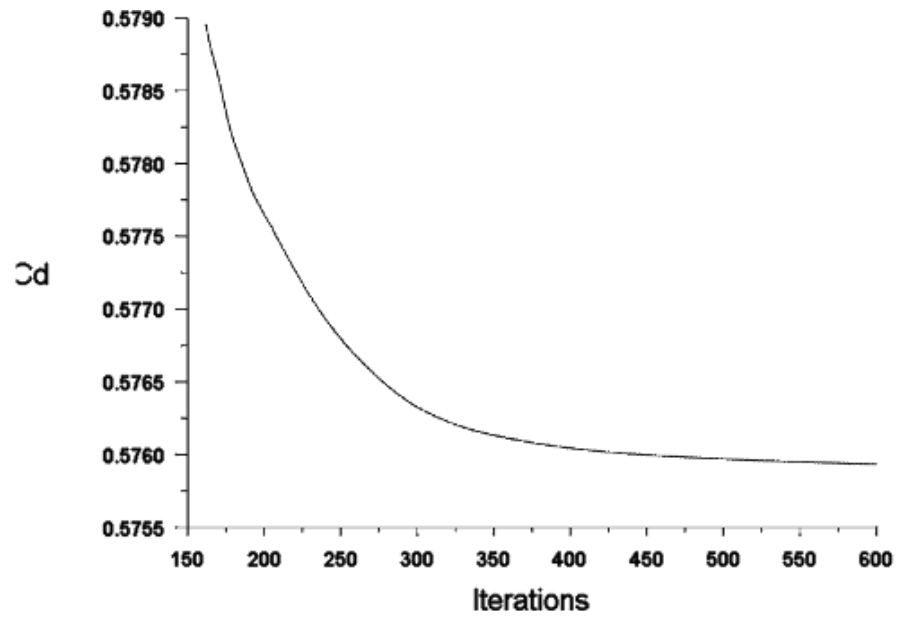
Figura 3.96 Residuales (0.7 Ma, 0 m ASNM)



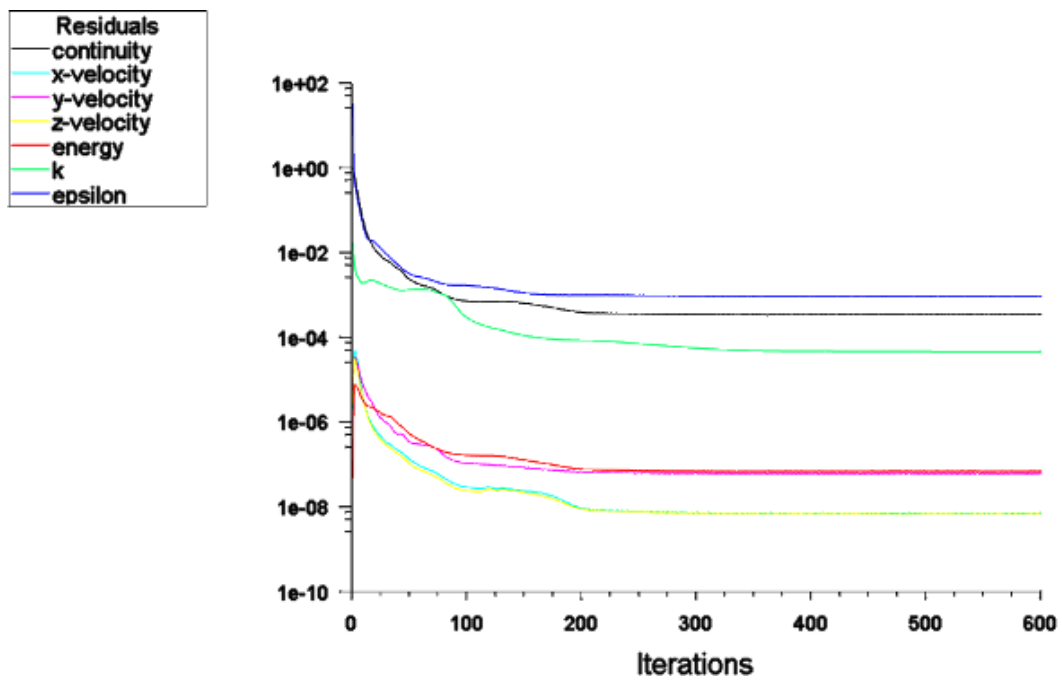
**Figura 3.97** Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 1000 m ASNM)



**Figura 3.98** Residuales (0.7 Ma, 1000 m ASNM)

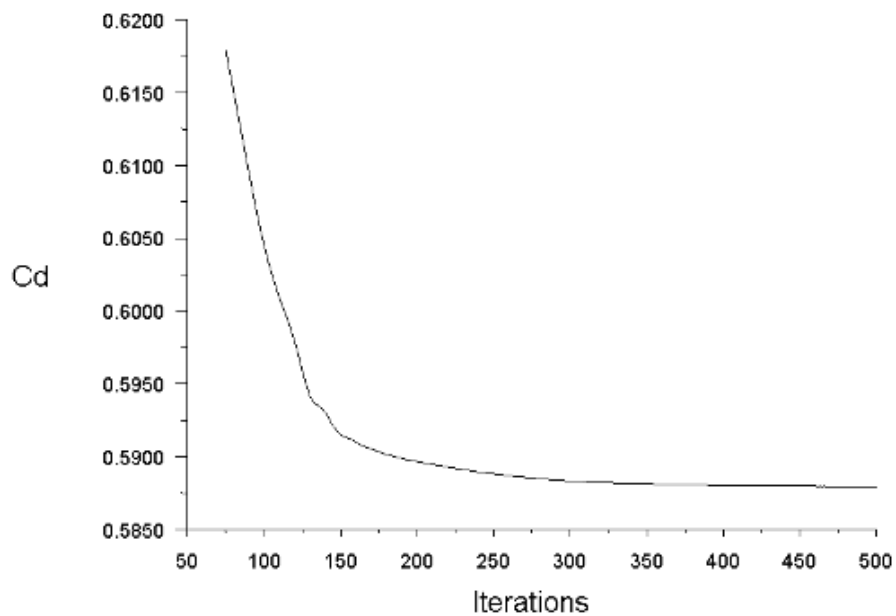


**Figura 3.99** Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 2500 m ASNM)

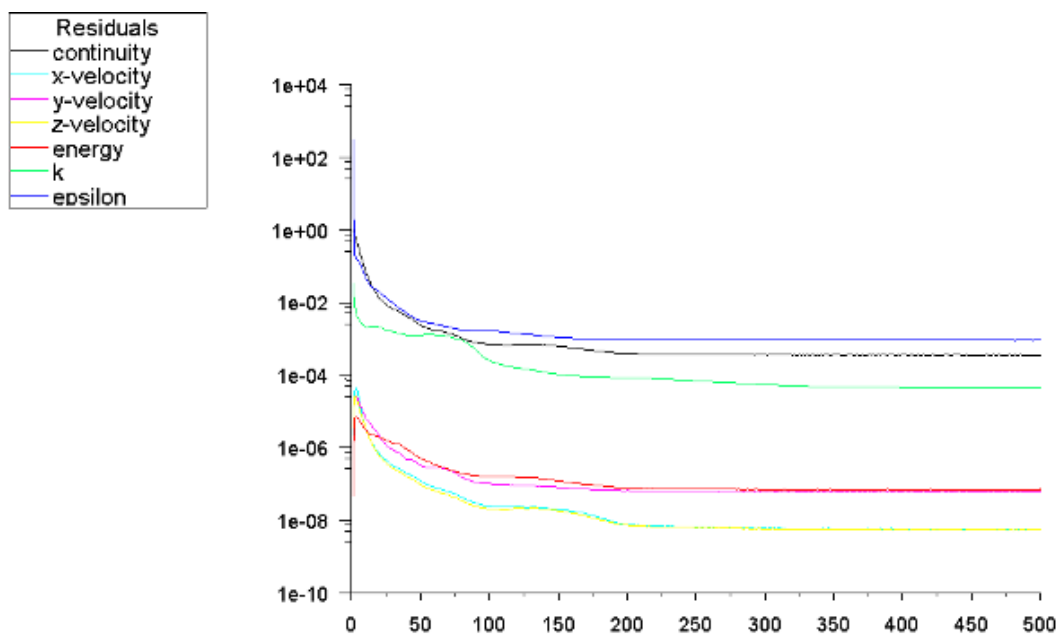


**Figura 3.100** Residuales (0.7 Ma, 2500 m ASNM)

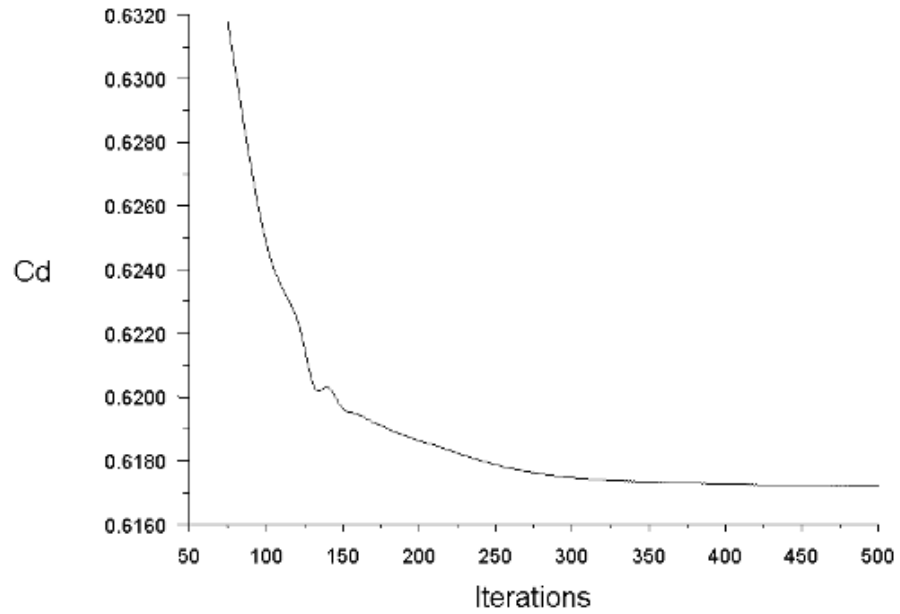




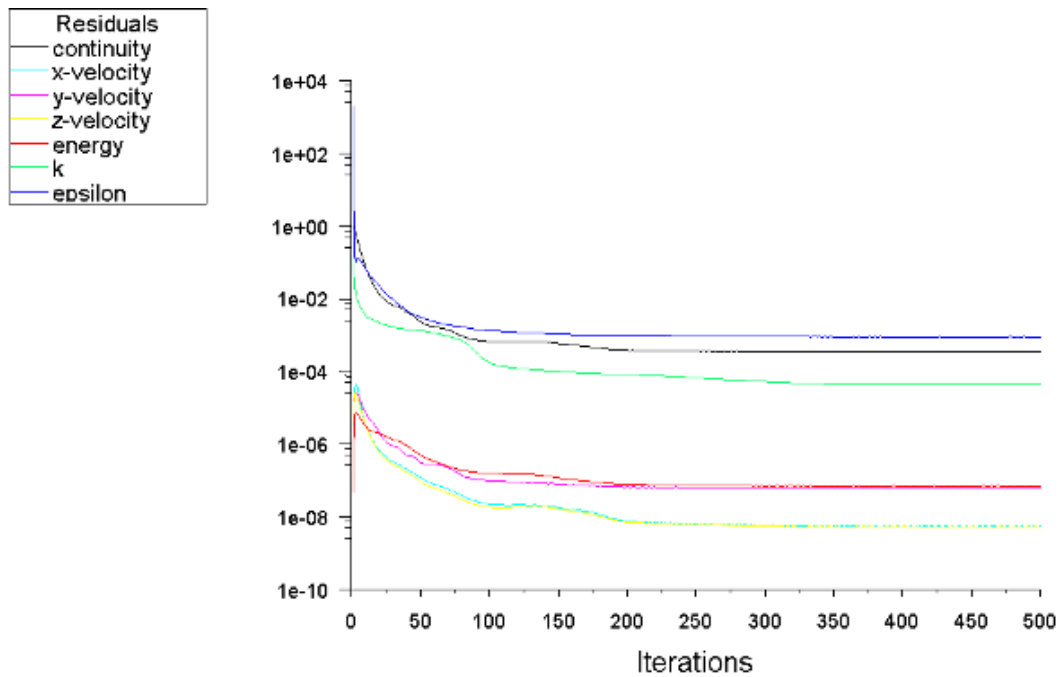
**Figura 3.101 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 5000 m ASNM)**



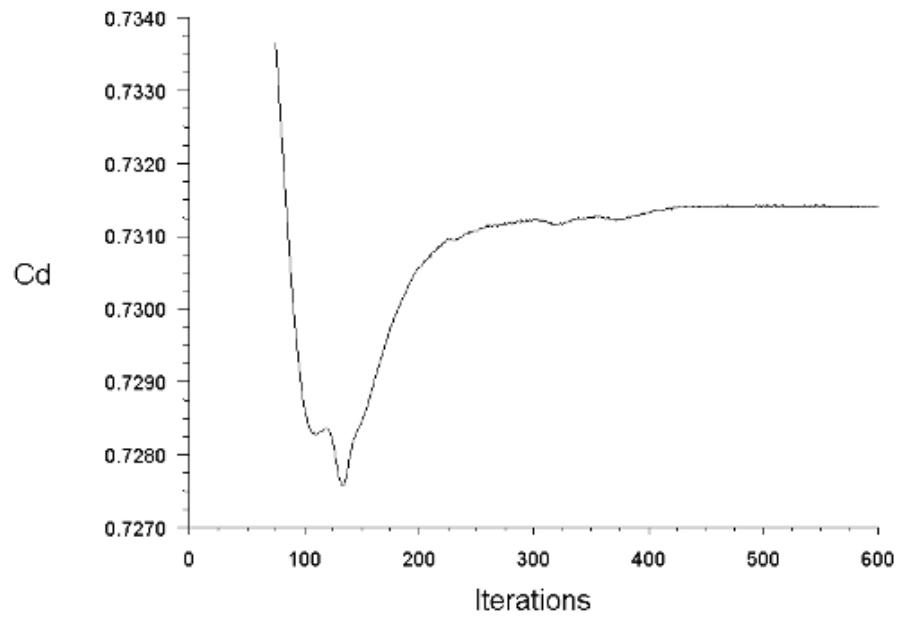
**Figura 3.102 Residuales (0.7 Ma, 5000 m ASNM)**



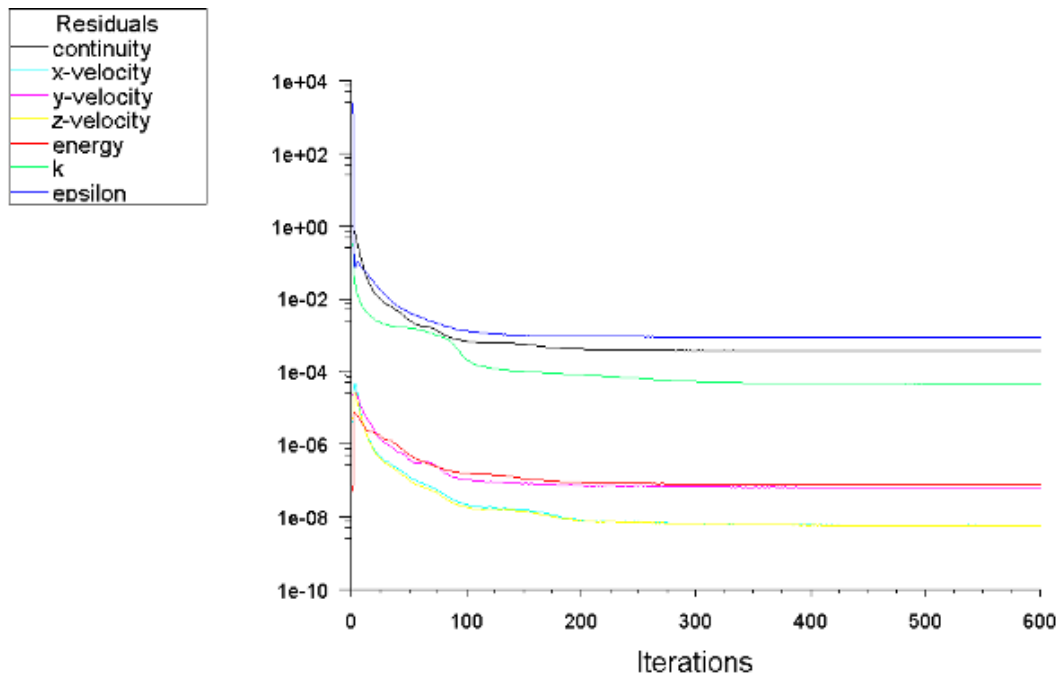
**Figura 3.103 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 10000 m ASNM)**



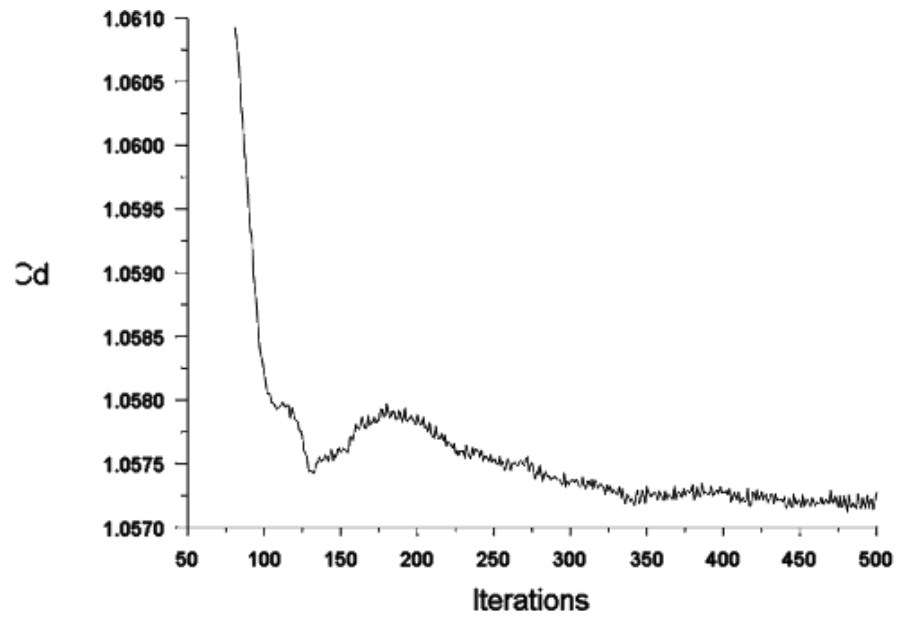
**Figura 3.104 Residuales (0.7 Ma, 10000 m ASNM)**



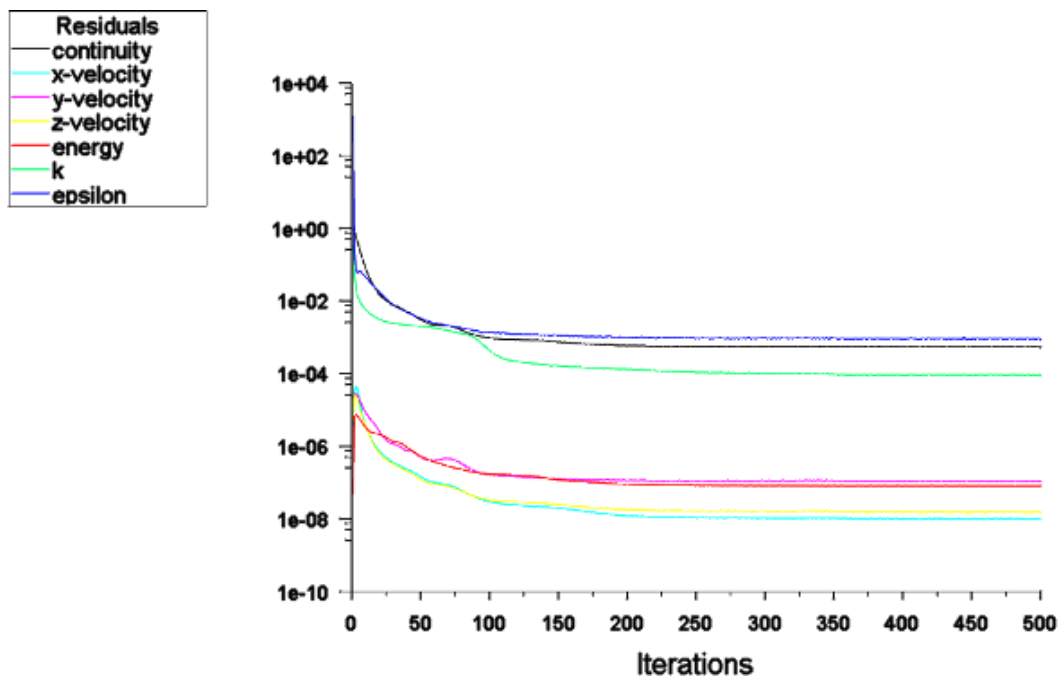
**Figura 3.105 Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 20000 m ASNM)**



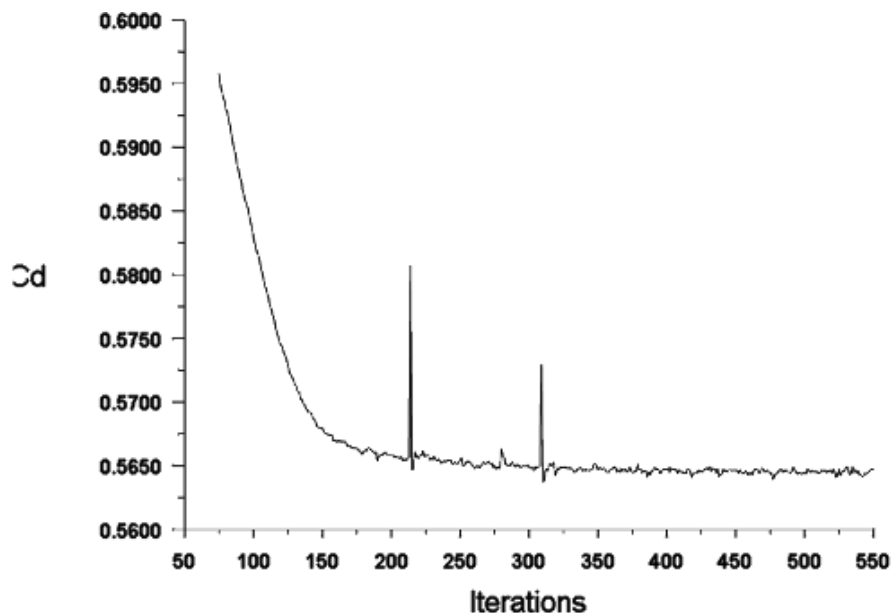
**Figura 3.106 Residuales (0.7 Ma, 20000 m ASNM)**



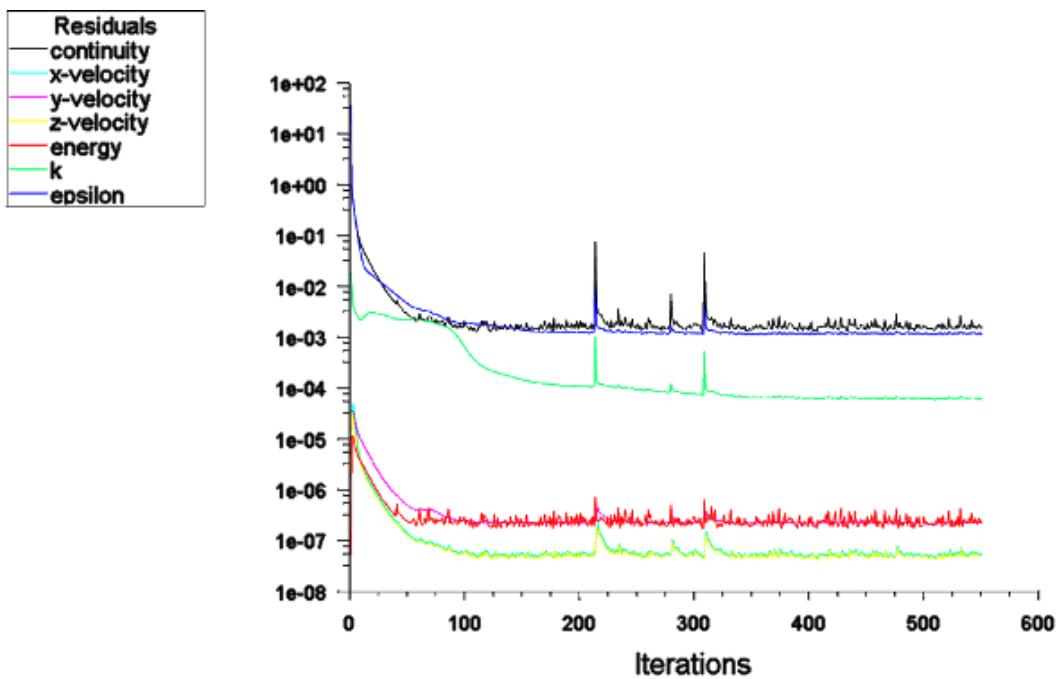
**Figura 3.107** Coeficiente de Arrastre (0.7 Ma, 30000 m ASNM)



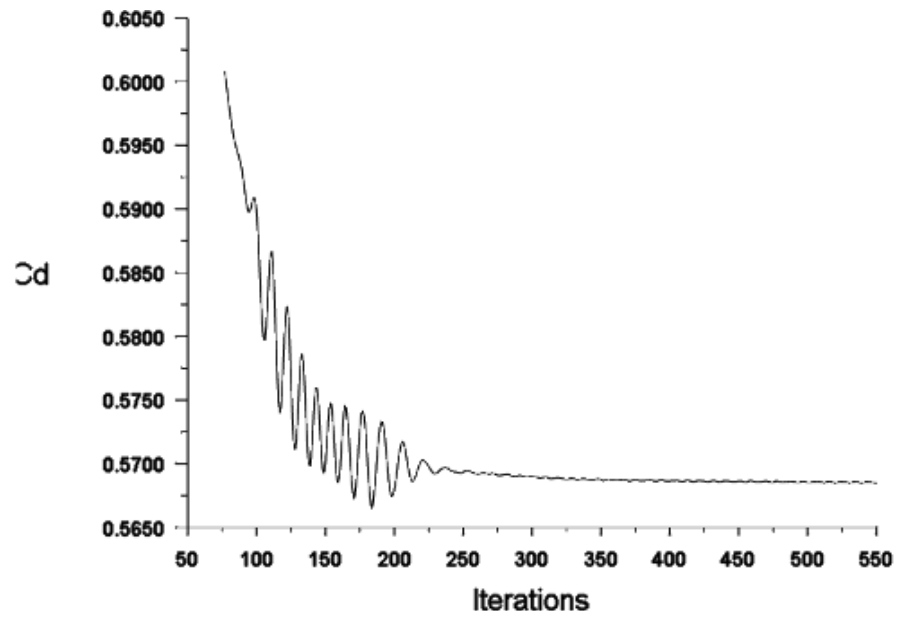
**Figura 3.108** Residuales (0.7 Ma, 30000 m ASNM)



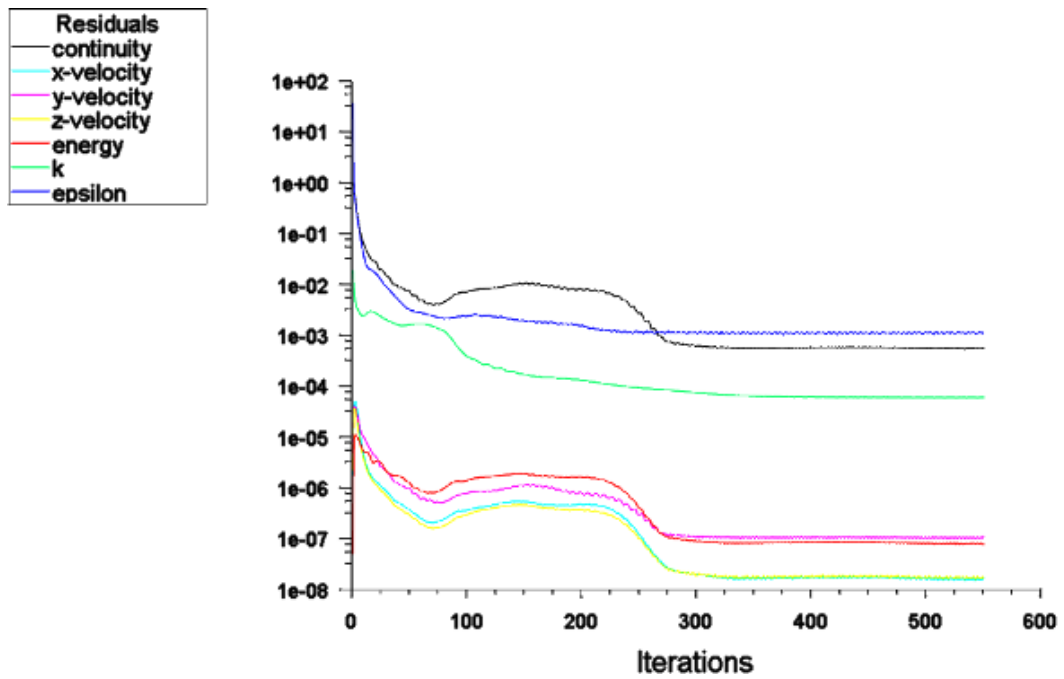
**Figura 3.109** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 0 m ASNM)



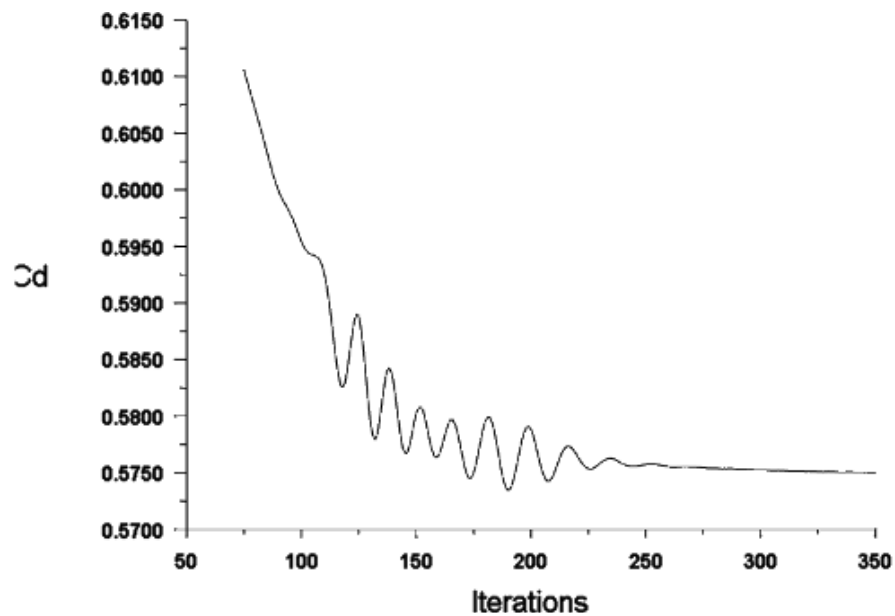
**Figura 3.110** Residuales (0.8 Ma, 0 m ASNM)



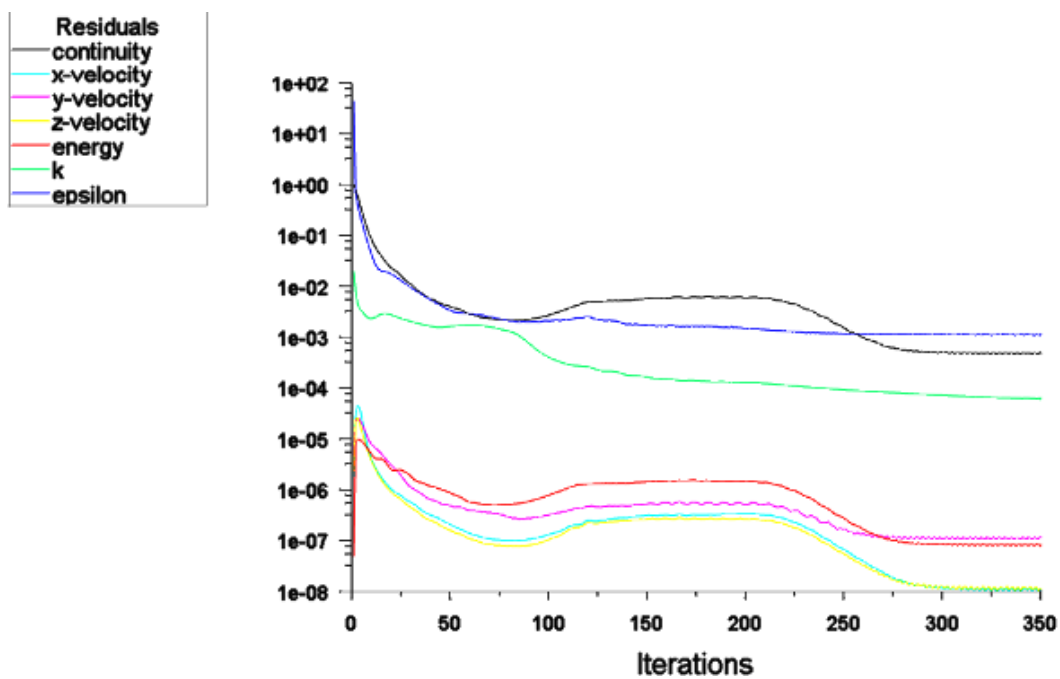
**Figura 3.111 Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 1000 m ASNM)**



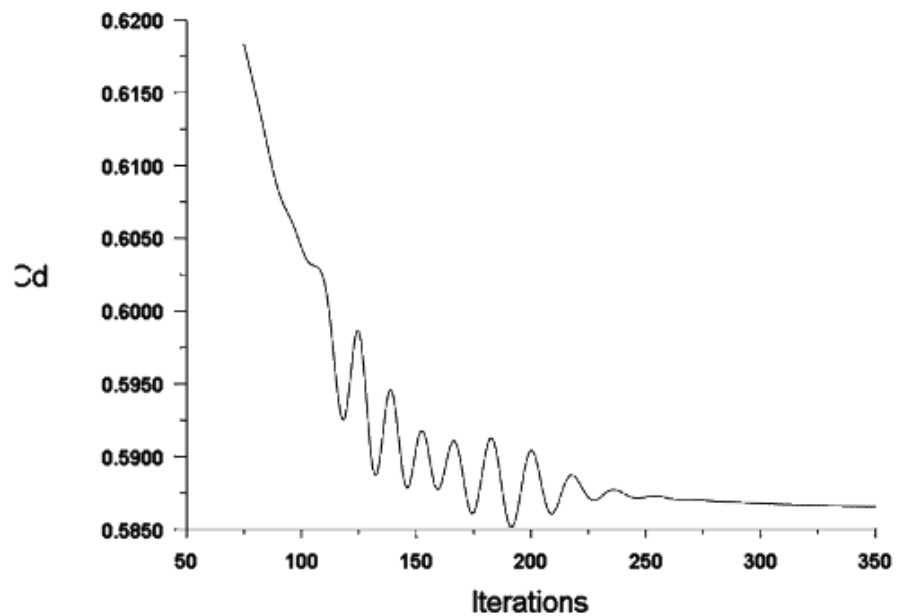
**Figura 3.112 Residuales (0.8 Ma, 1000 m ASNM)**



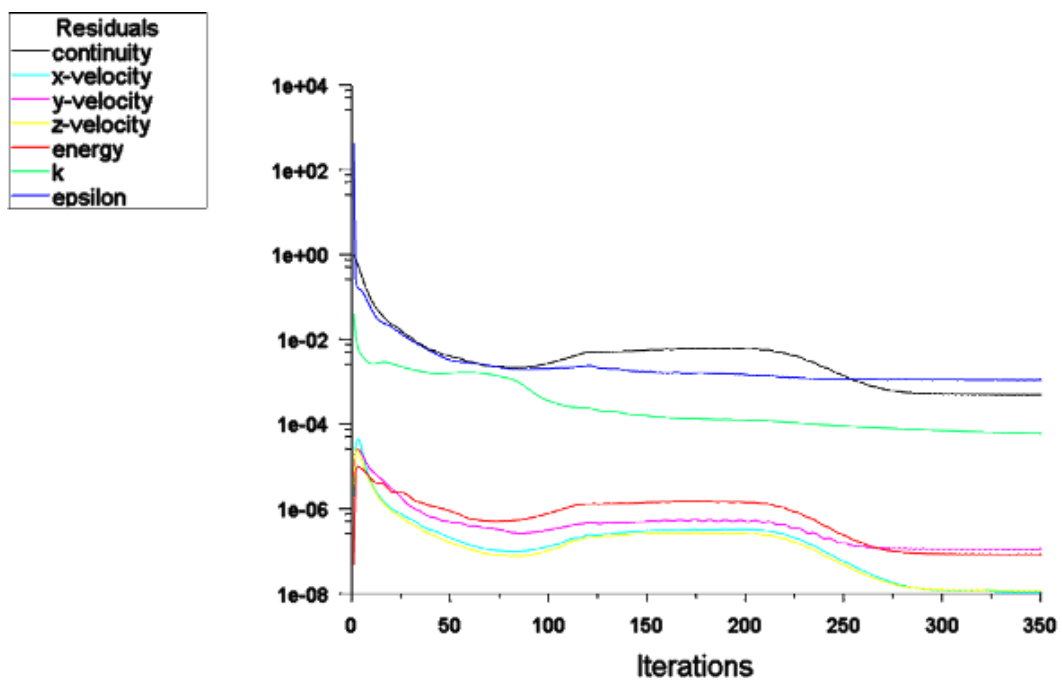
**Figura 3.113** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 2500 m ASNM)



**Figura 3.114** Residuales (0.8 Ma, 2500 m ASNM)

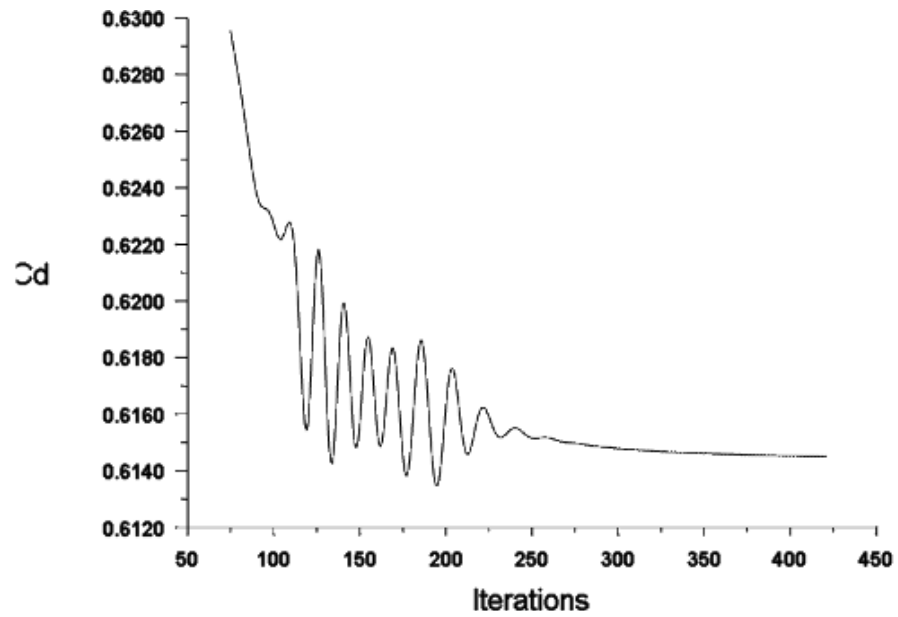


**Figura 3.115** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 5000 m ASNM)

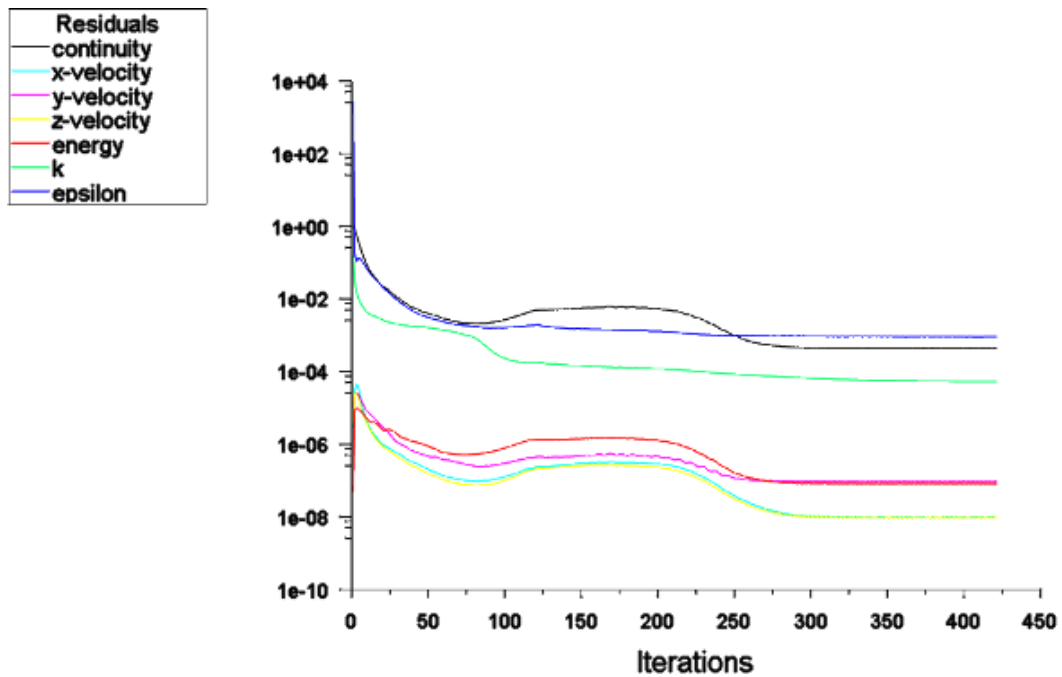


**Figura 3.116** Residuales (0.8 Ma, 5000 m ASNM)

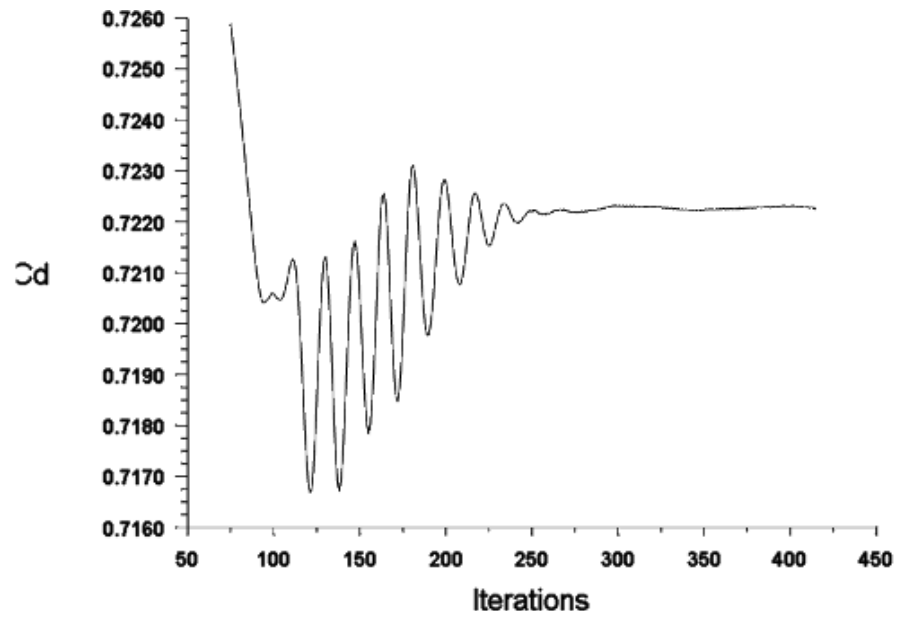




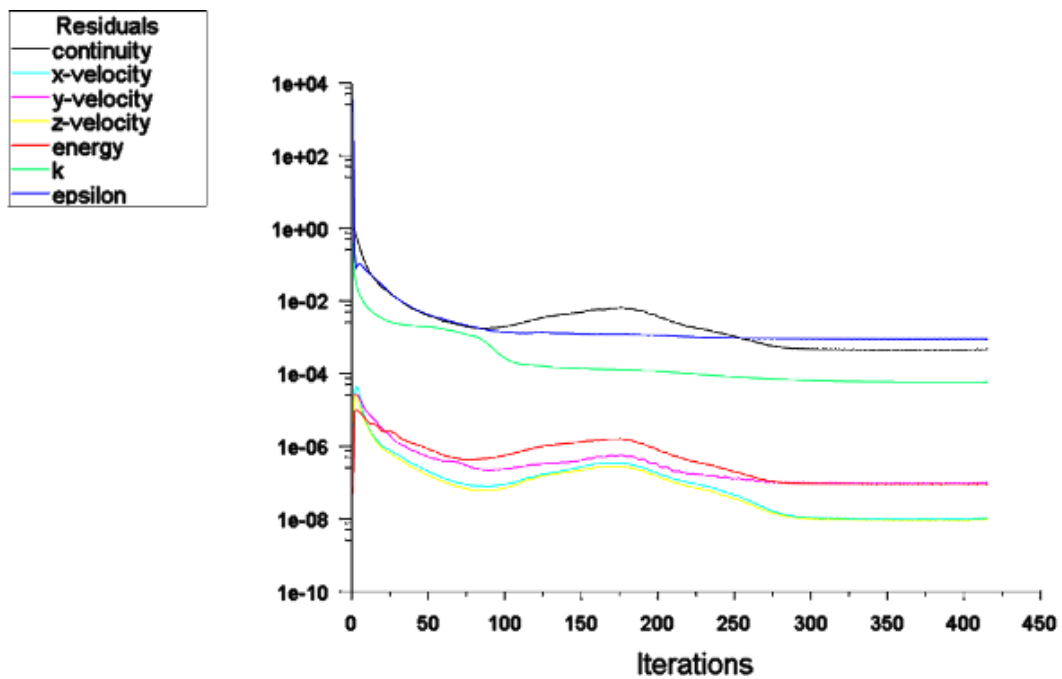
**Figura 3.117** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 10000 m ASNM)



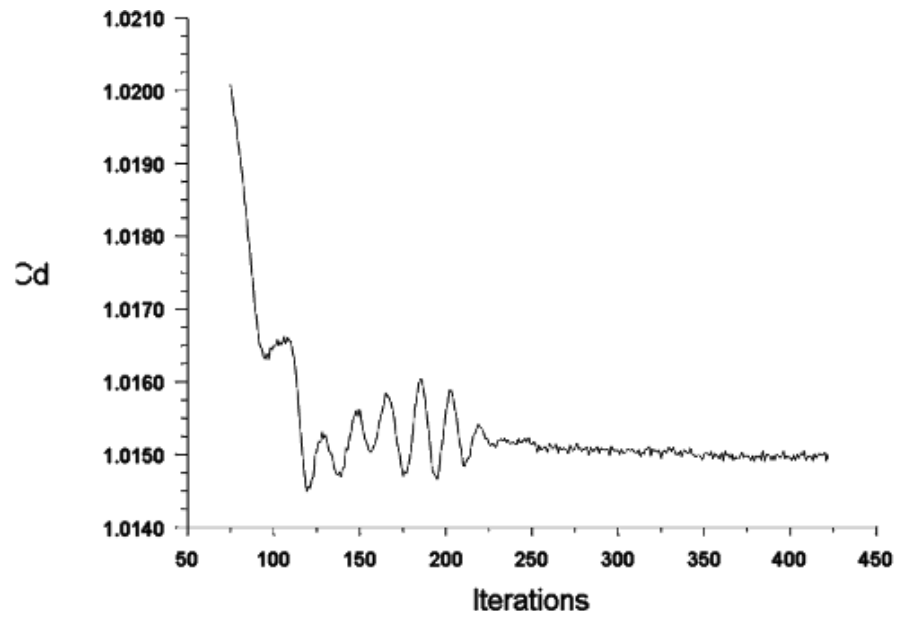
**Figura 3.118** Residuales (0.8 Ma, 10000 m ASNM)



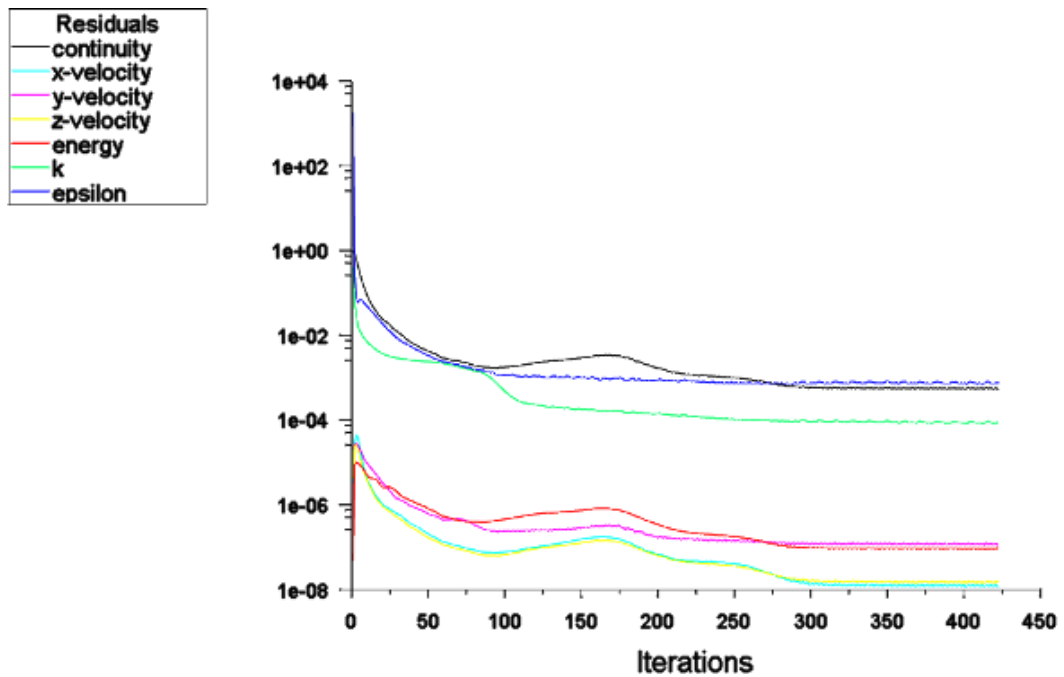
**Figura 3.119** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 20000 m ASNM)



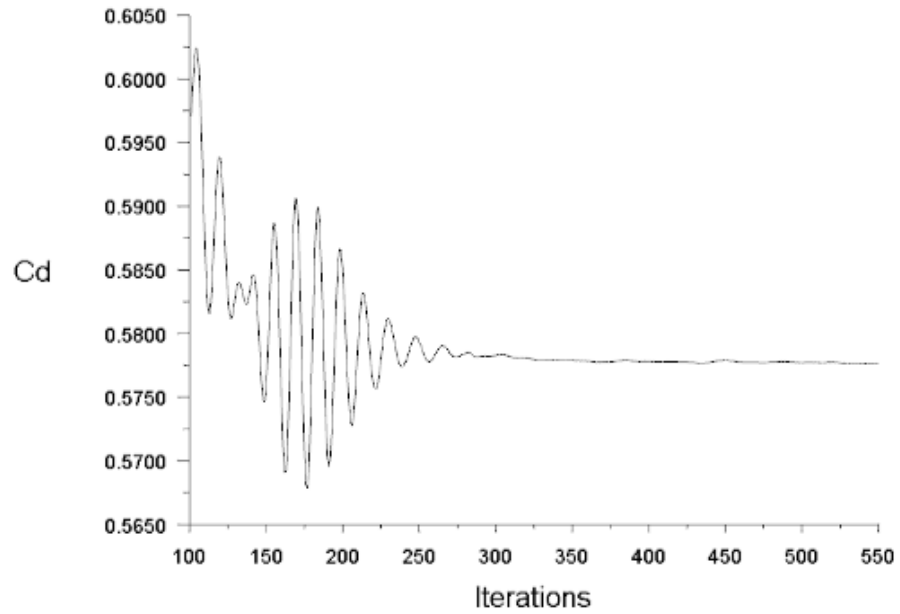
**Figura 3.120** Residuales (0.8 Ma, 20000 m ASNM)



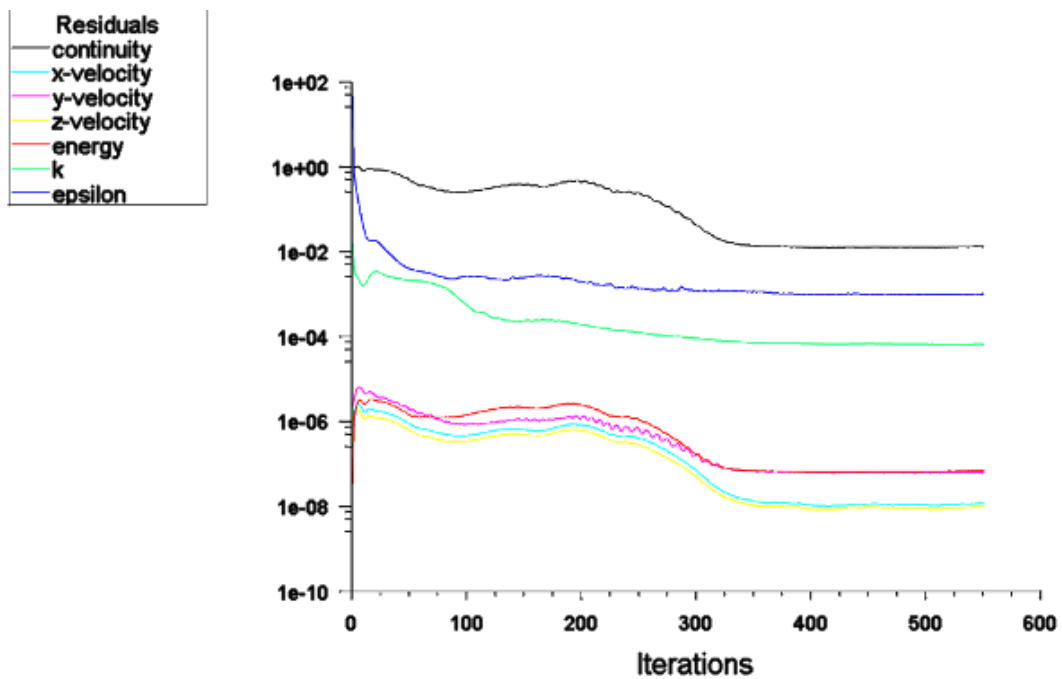
**Figura 3.121** Coeficiente de Arrastre (0.8 Ma, 30000 m ASNM)



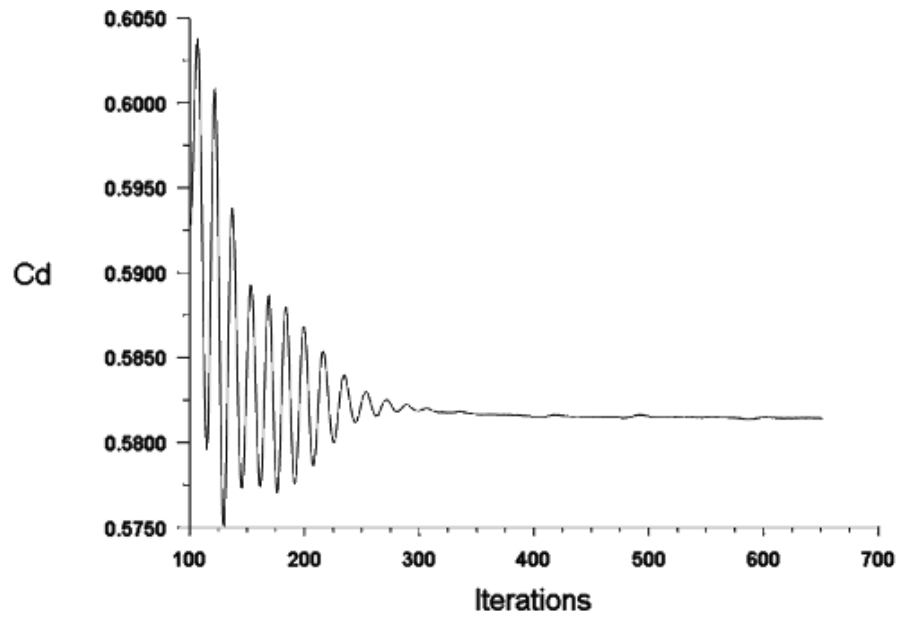
**Figura 3.122** Residuales (0.8 Ma, 30000 m ASNM)



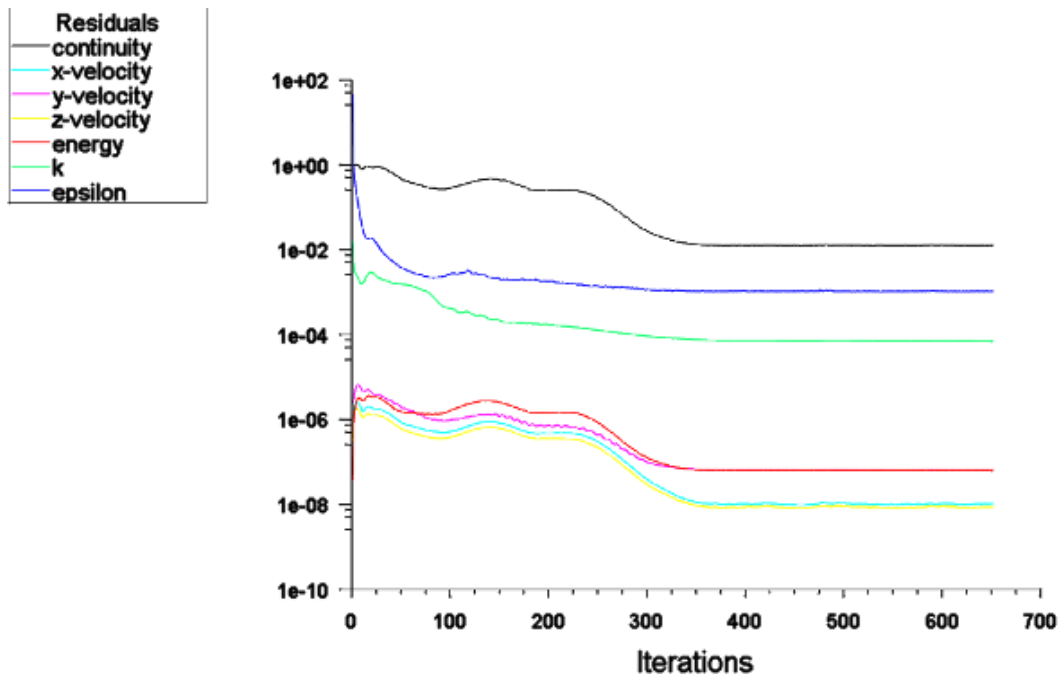
**Figura 3.123 Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 0 m ASNM)**



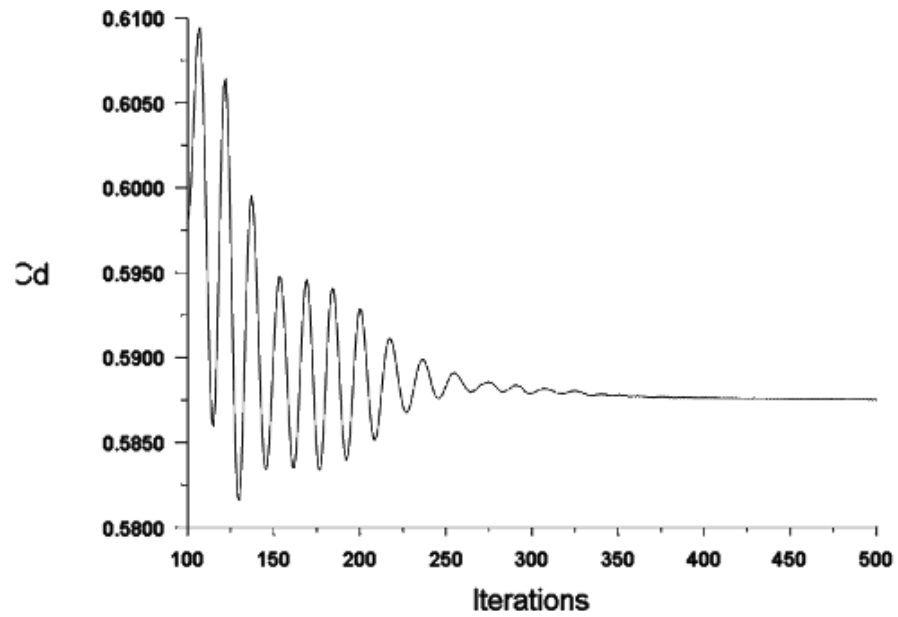
**Figura 3.124 Residuales (0.9 Ma, 0 m ASNM)**



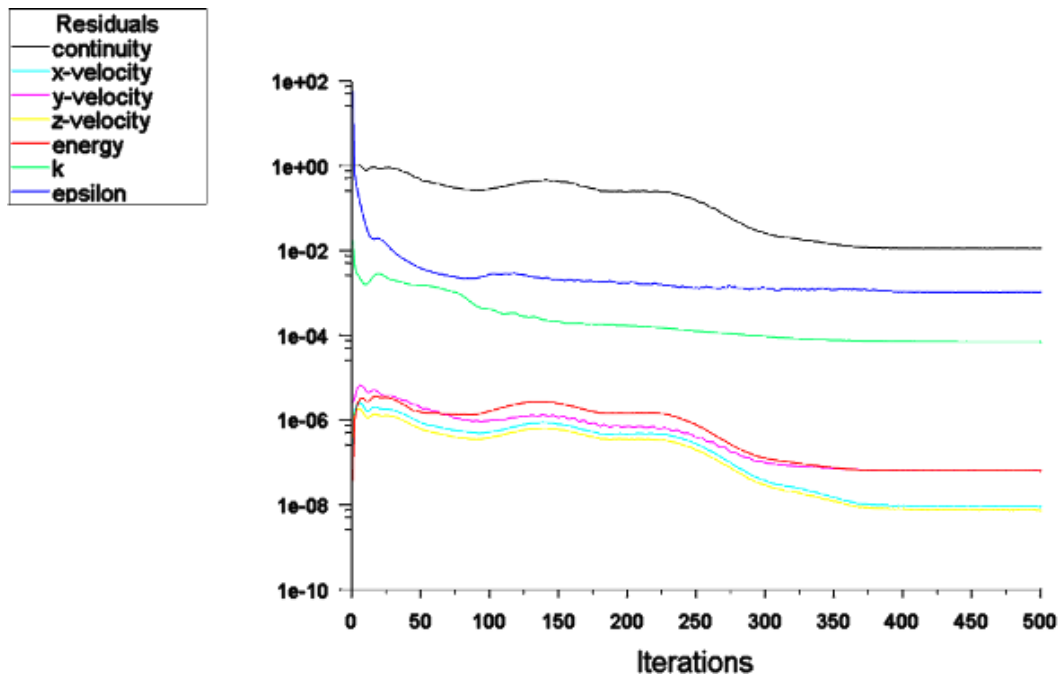
**Figura 3.125** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 1000 m ASNM)



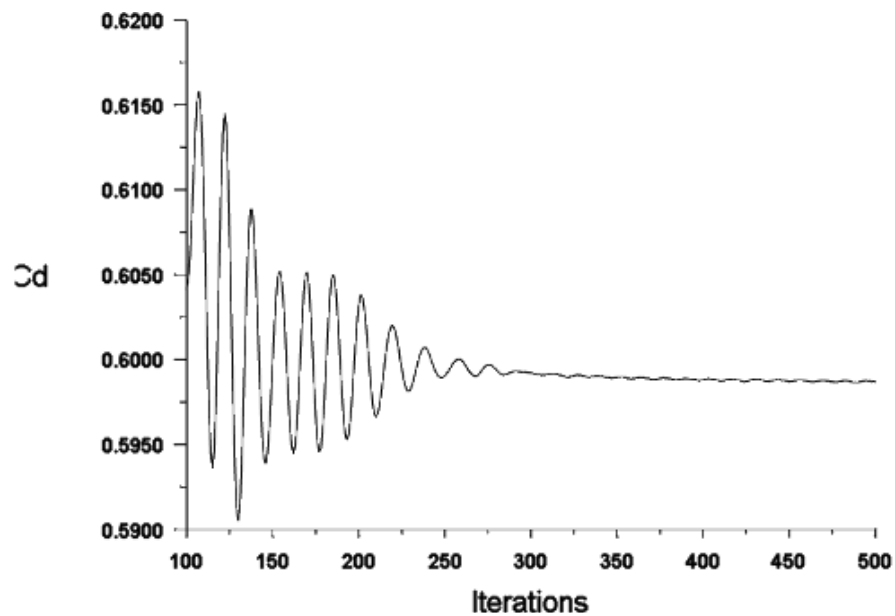
**Figura 3.126** Residuales (0.9 Ma, 1000 m ASNM)



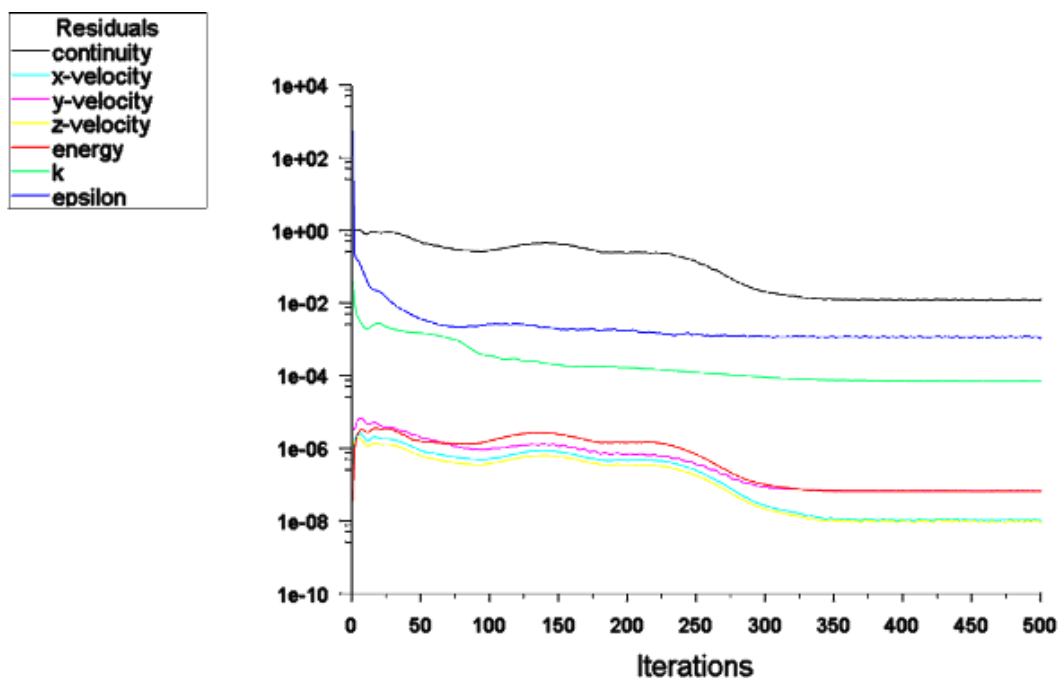
**Figura 3.127** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 2500 m ASNM)



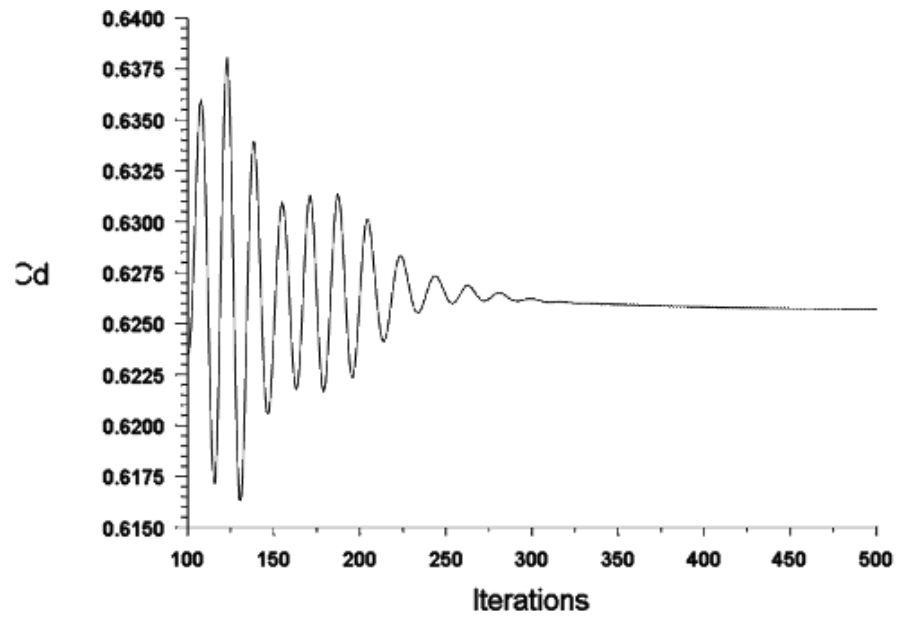
**Figura 3.128** Residuales (0.9 Ma, 2500 m ASNM)



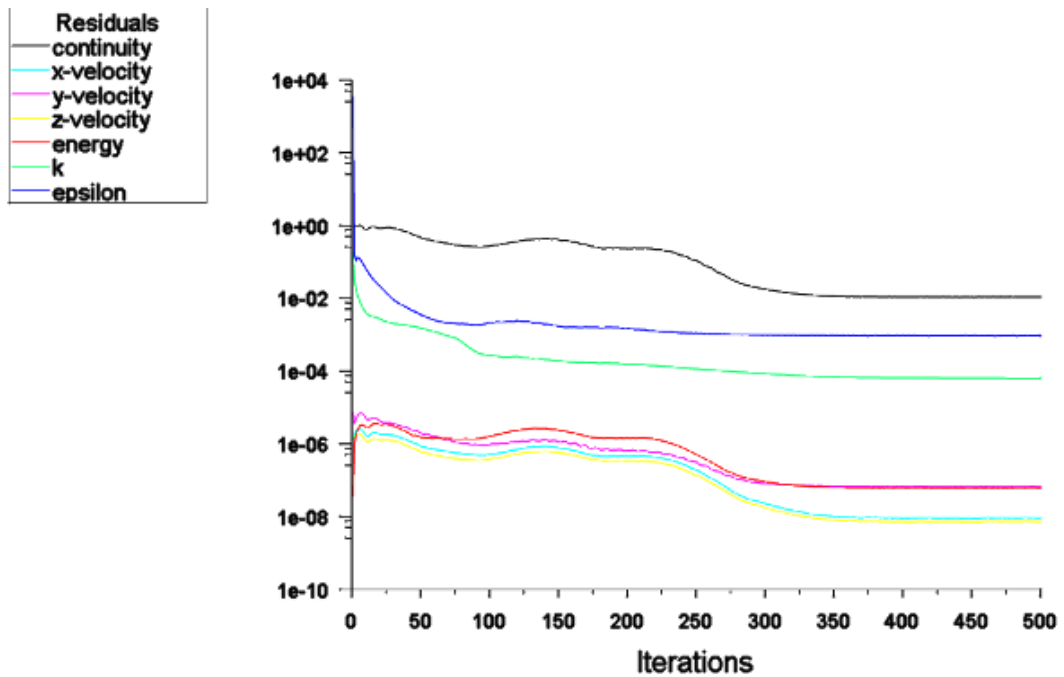
**Figura 3.129** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 5000 m ASNM)



**Figura 3.130** Residuales (0.9 Ma, 5000 m ASNM)

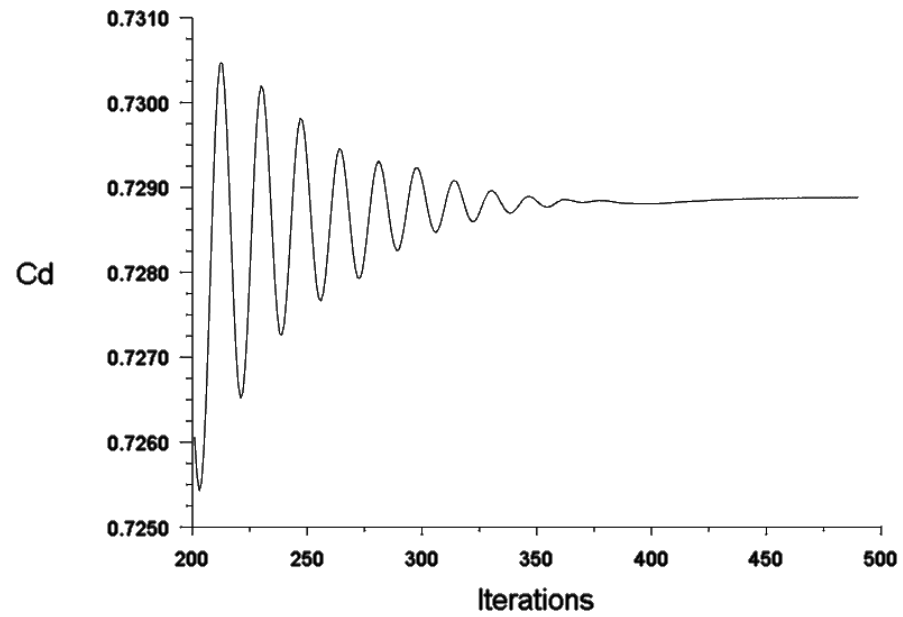


**Figura 3.131** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 10000 m ASNM)

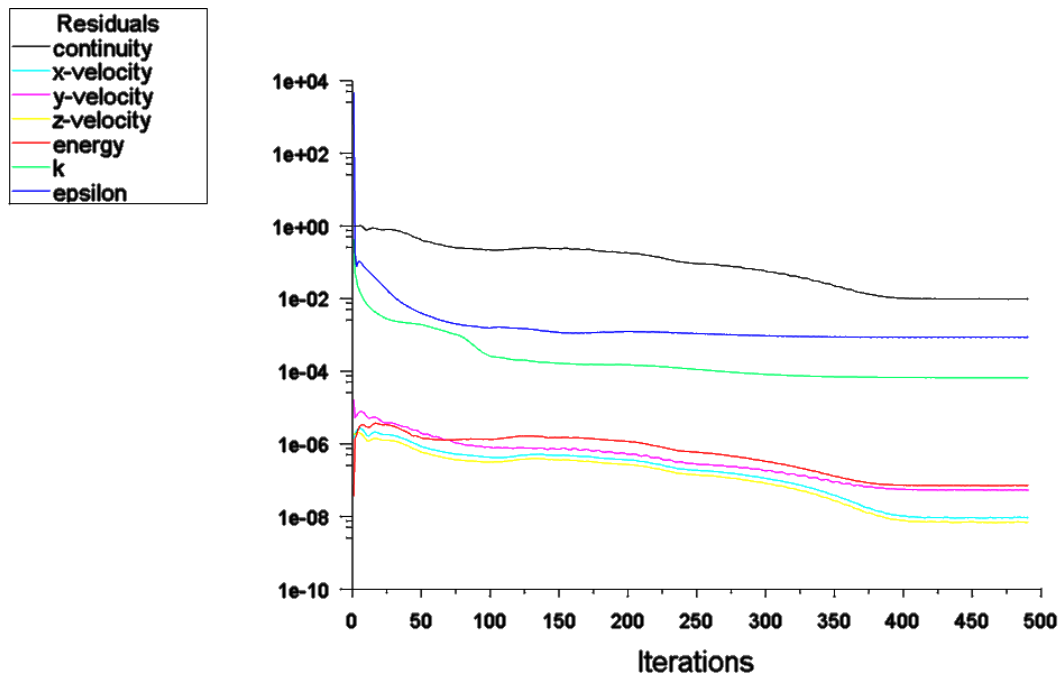


**Figura 3.132** Residuales (0.9 Ma, 10000 m ASNM)

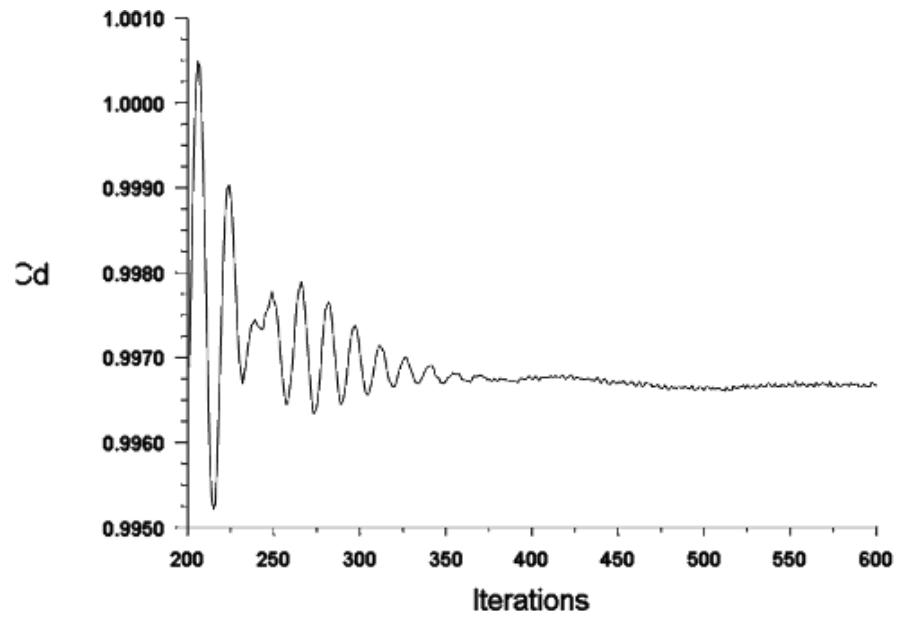




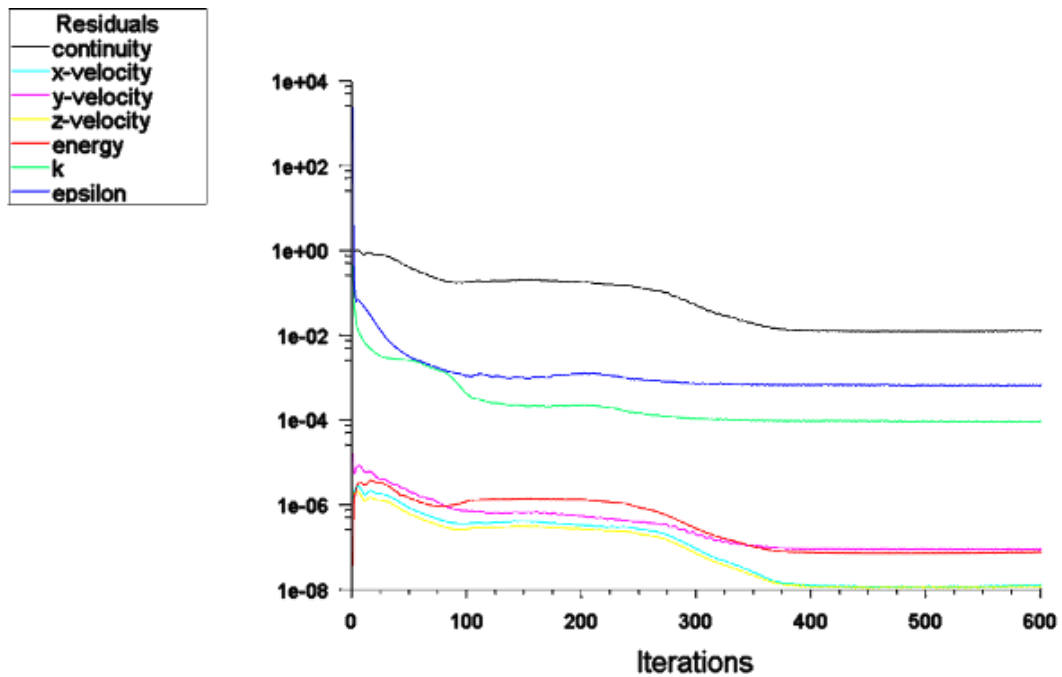
**Figura 3.133** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 20000 m ASNM)



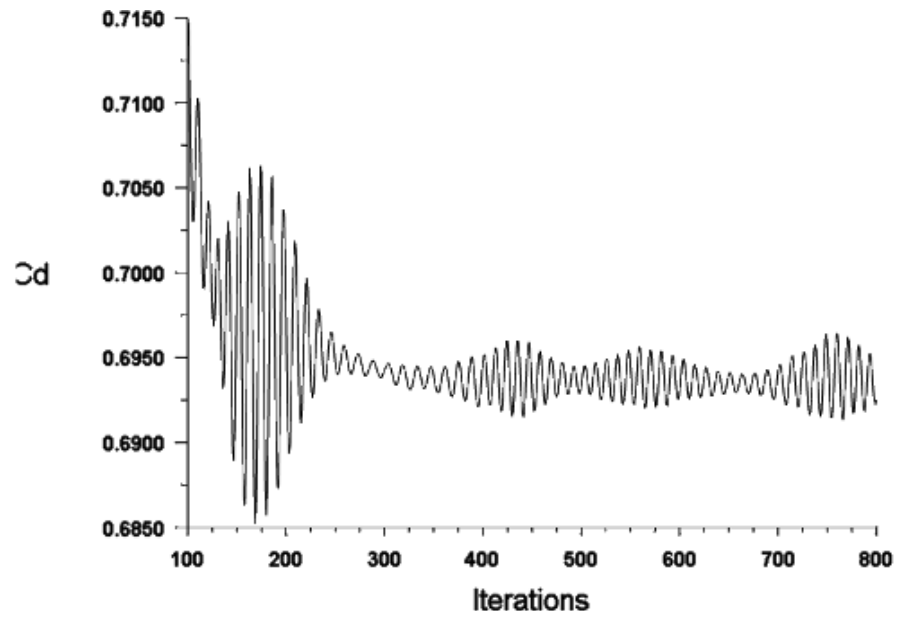
**Figura 3.134** Residuales (0.9 Ma, 20000 m ASNM)



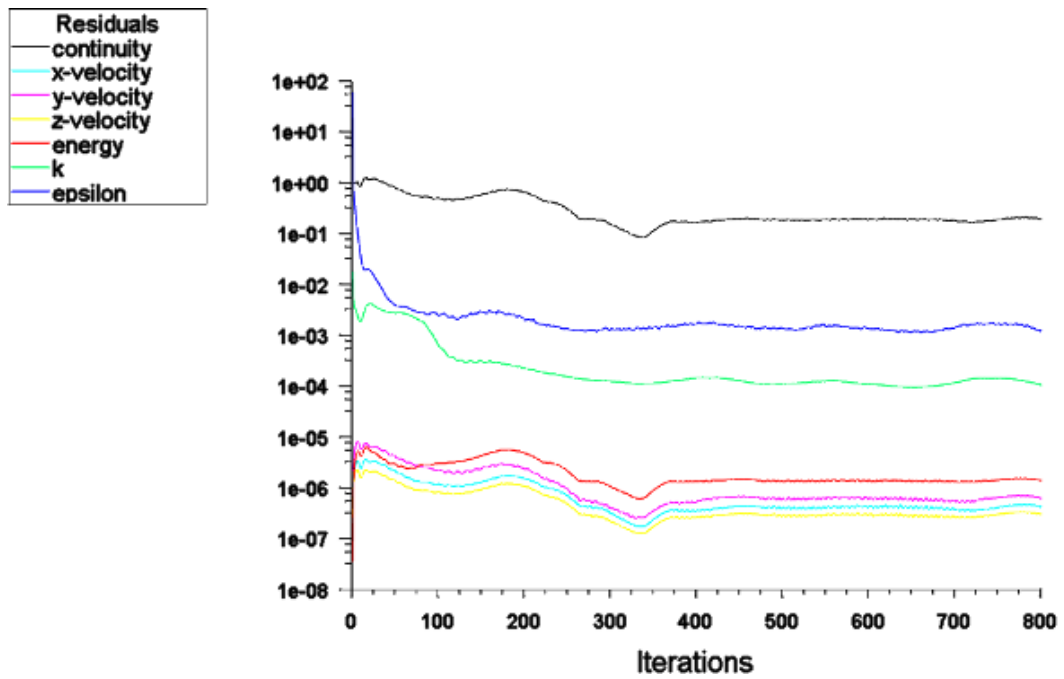
**Figura 3.135** Coeficiente de Arrastre (0.9 Ma, 30000 m ASNM)



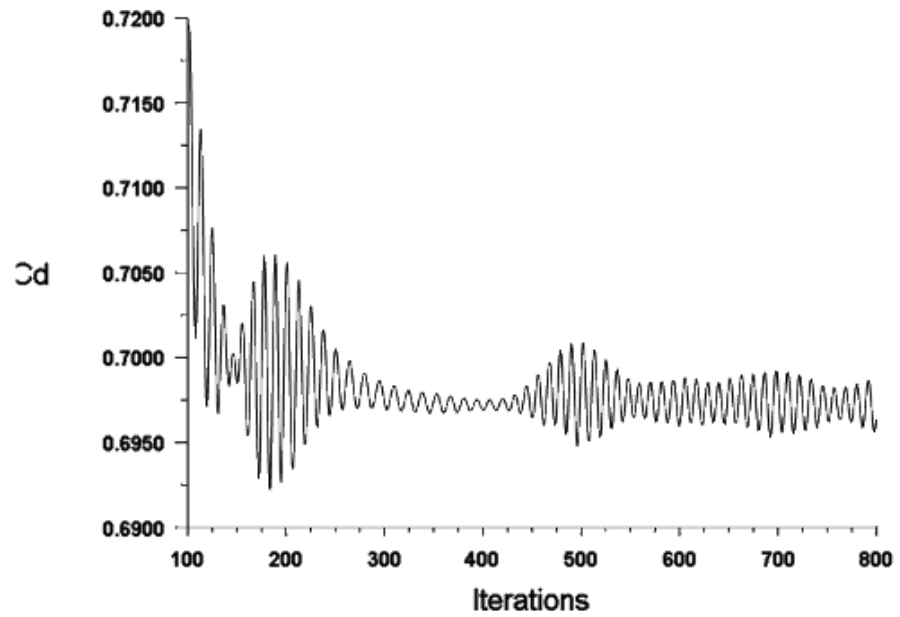
**Figura 3.136** Residuales (0.9 Ma, 30000 m ASNM)



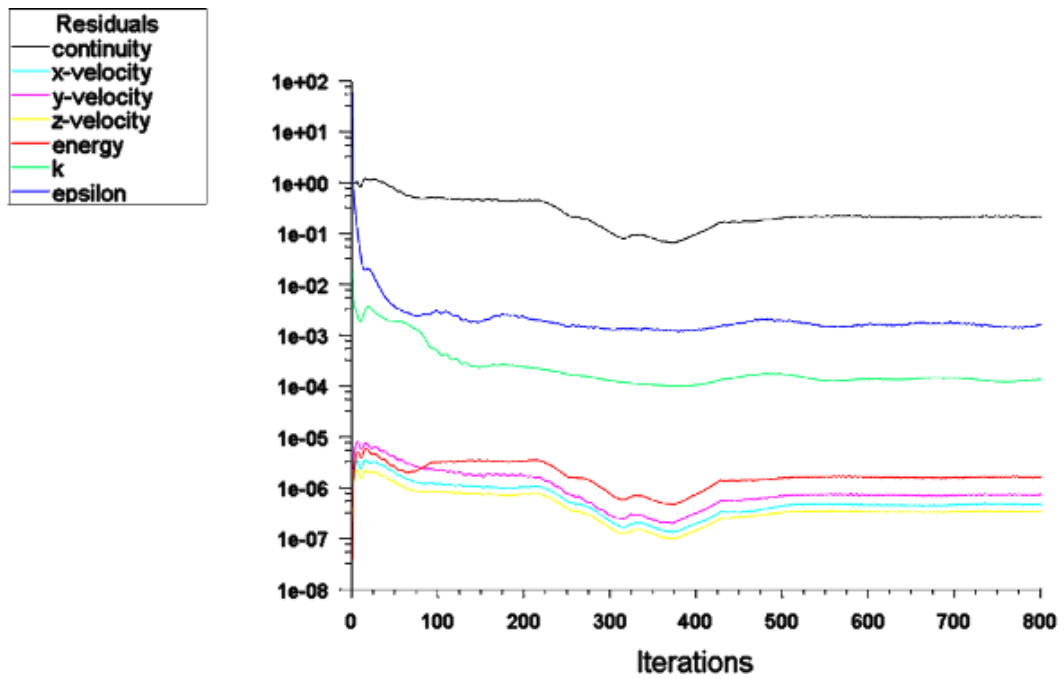
**Figura 3.137** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 0 m ASNM)



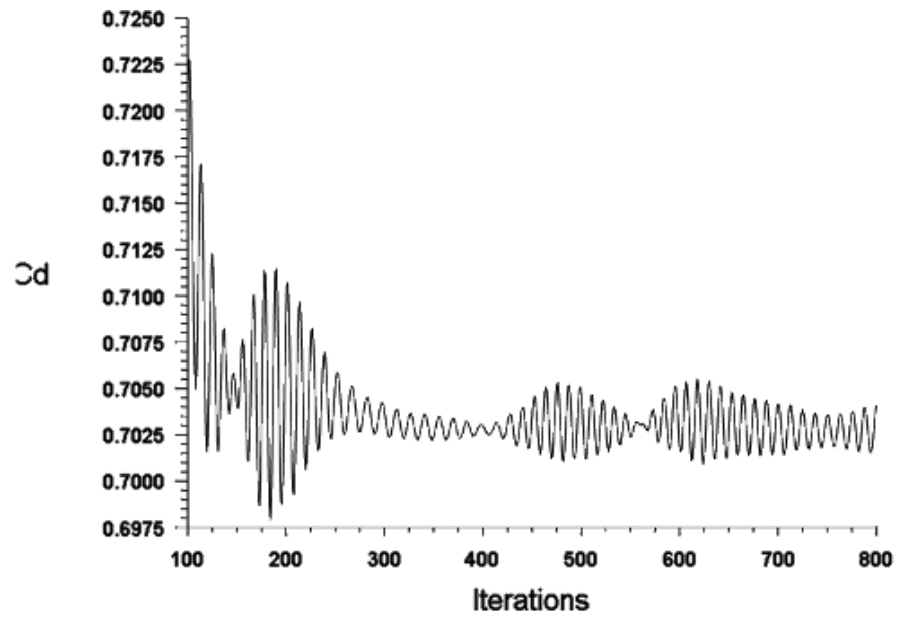
**Figura 3.138** Residuales (1.0 Ma, 0 m ASNM)



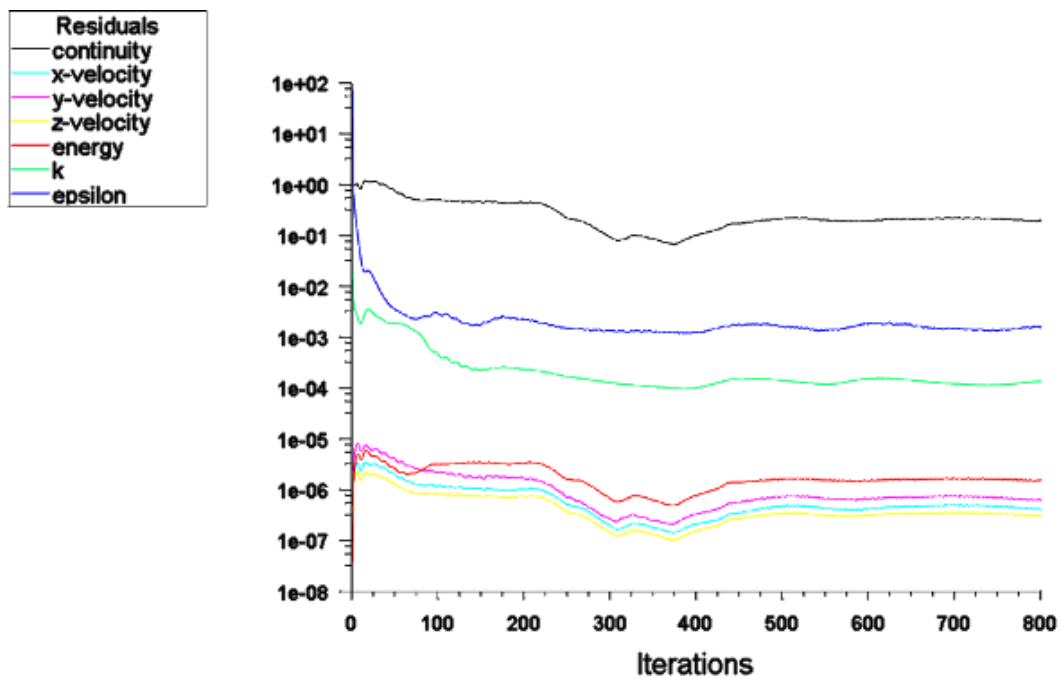
**Figura 3.139** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 1000 m ASNM)



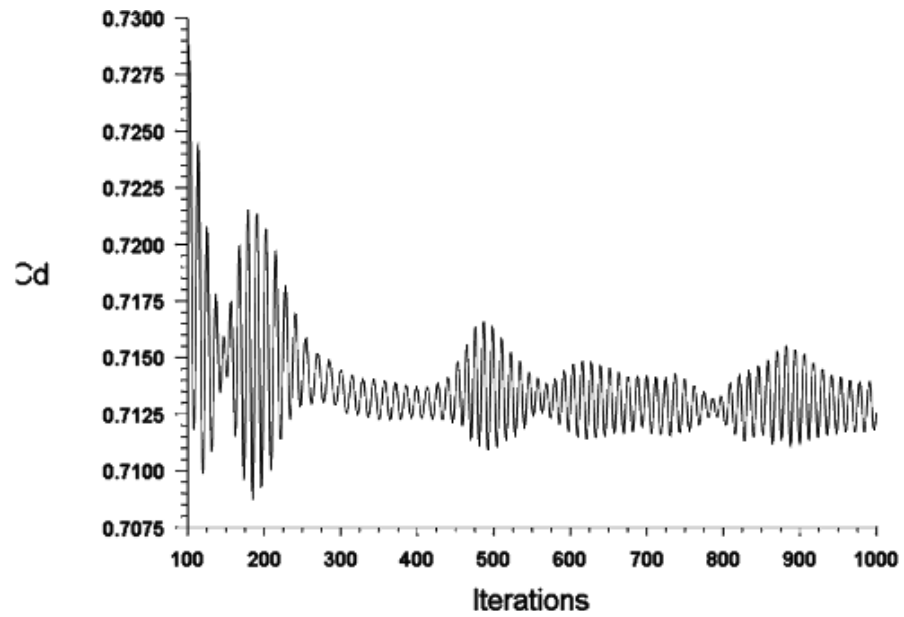
**Figura 3.140** Residuales (1.0 Ma, 1000 m ASNM)



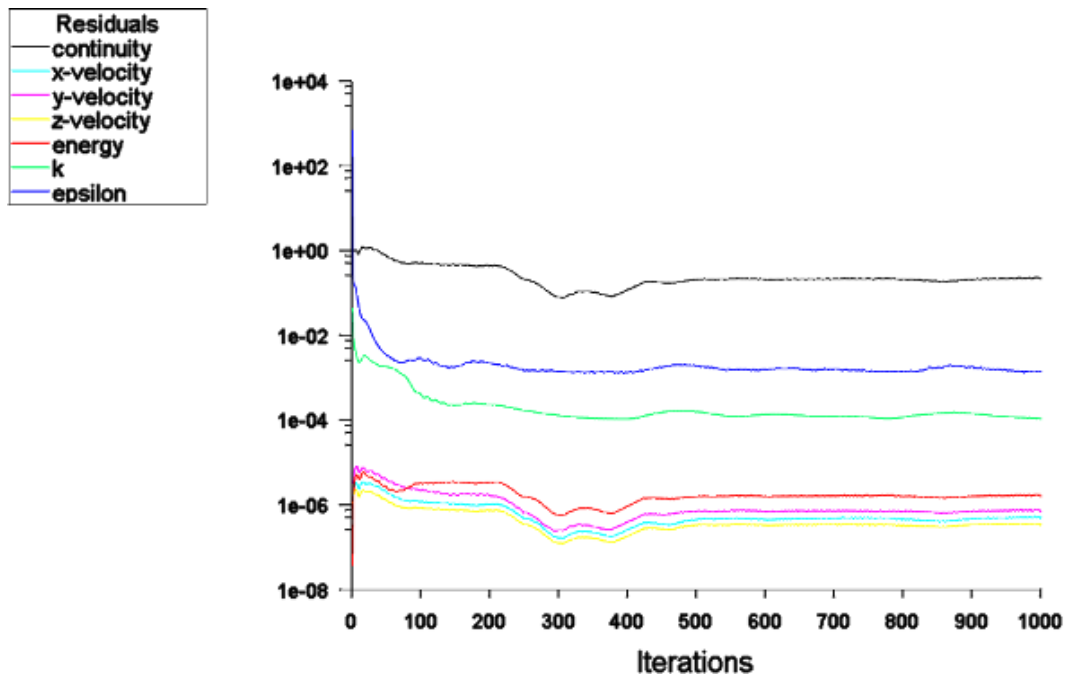
**Figura 3.141** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 2500 m ASNM)



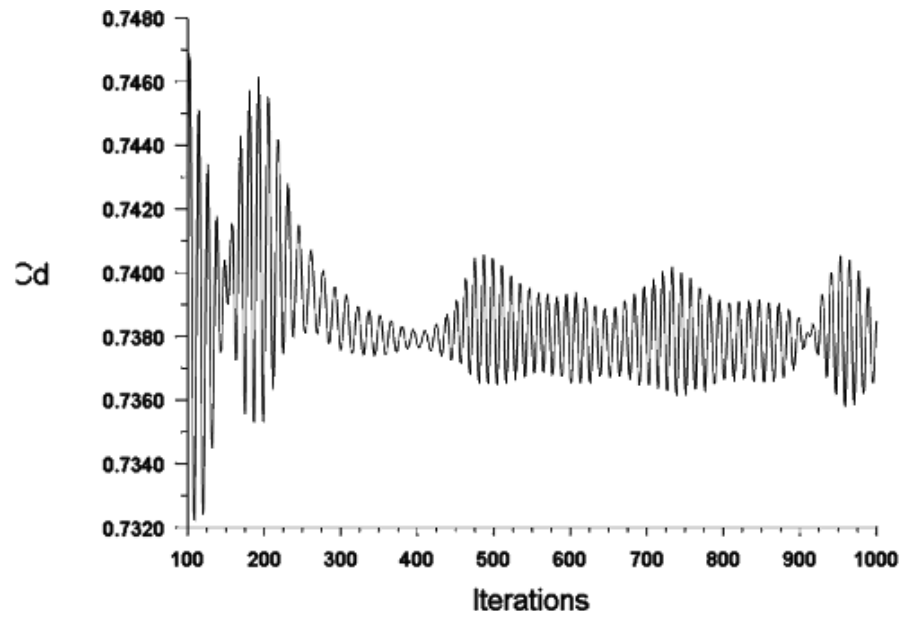
**Figura 3.142** Residuales (1.0 Ma, 2500 m ASNM)



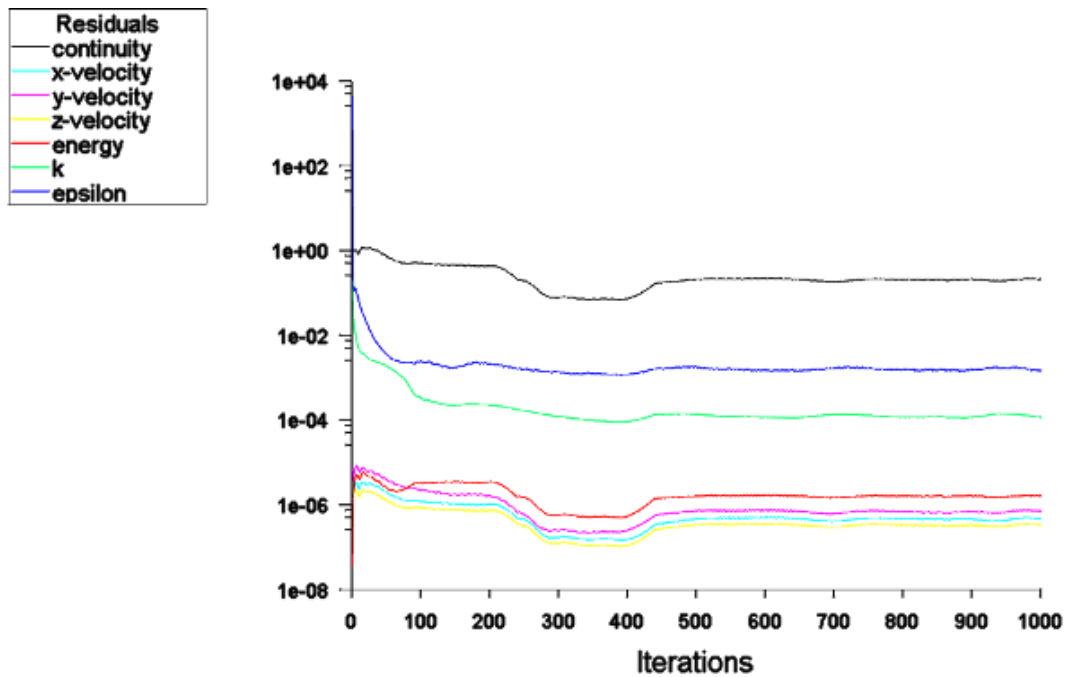
**Figura 3.143** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 5000 m ASNM)



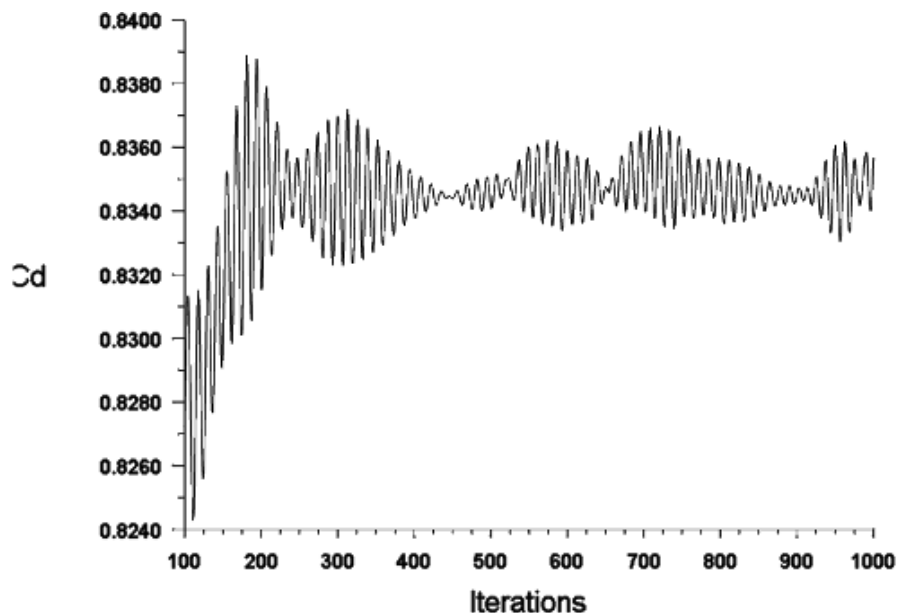
**Figura 3.144** Residuales (1.0 Ma, 5000 m ASNM)



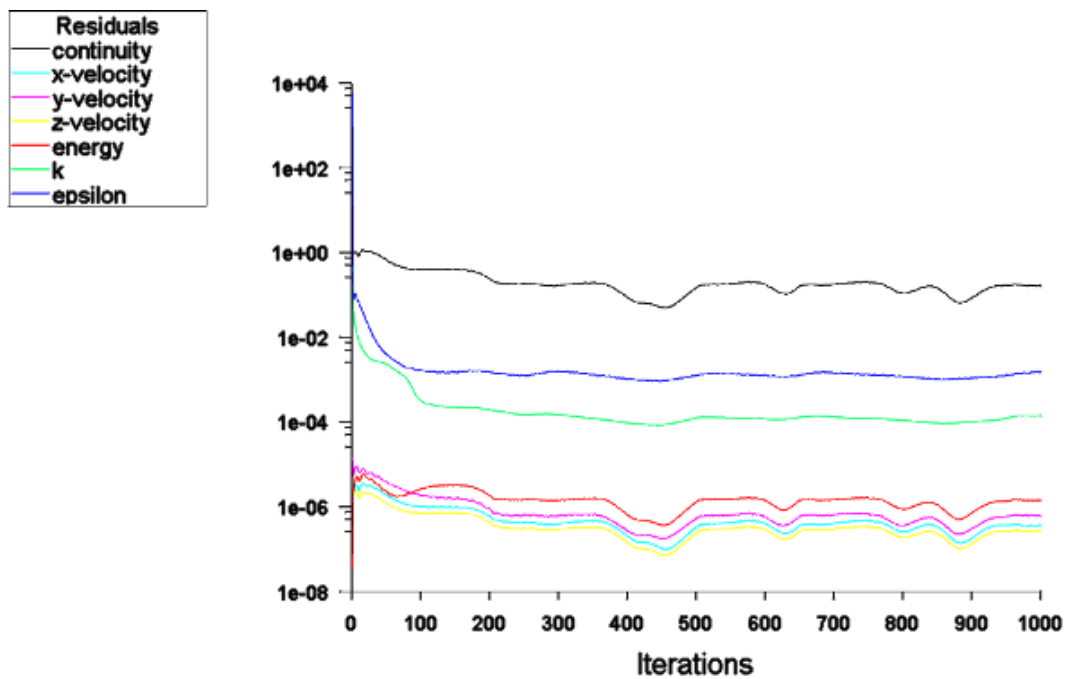
**Figura 3.145** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 10000 m ASNM)



**Figura 3.146** Residuales (1.0 Ma, 10000 m ASNM)

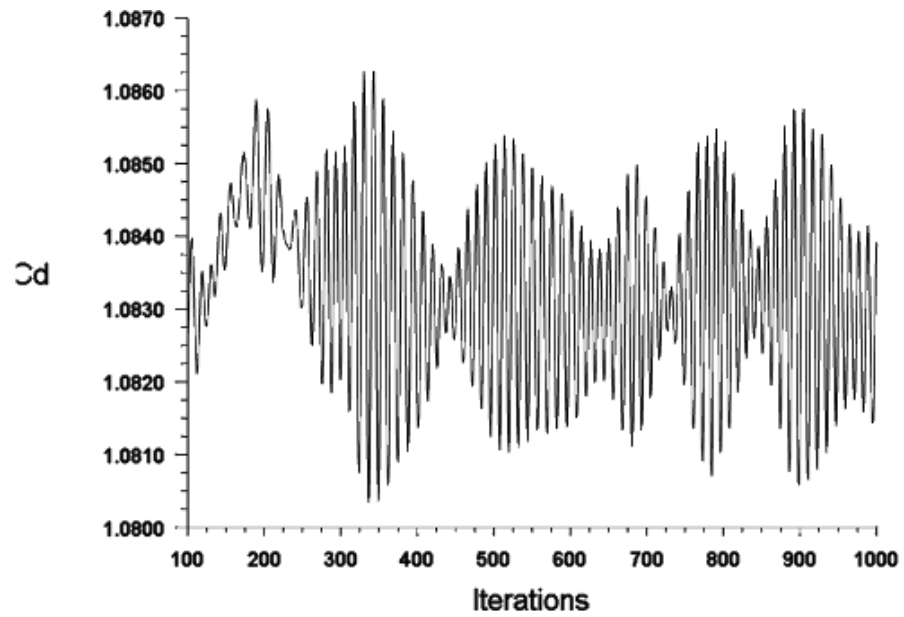


**Figura 3.147** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 20000 m ASNM)

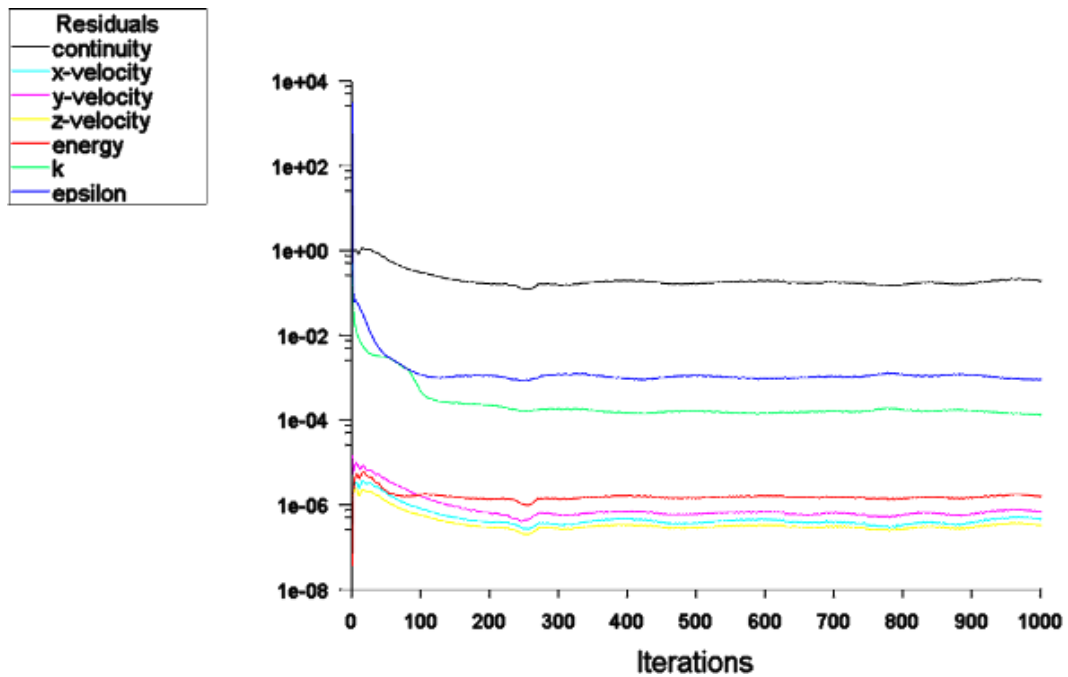


**Figura 3.148** Residuales (1.0 Ma, 20000 m ASNM)

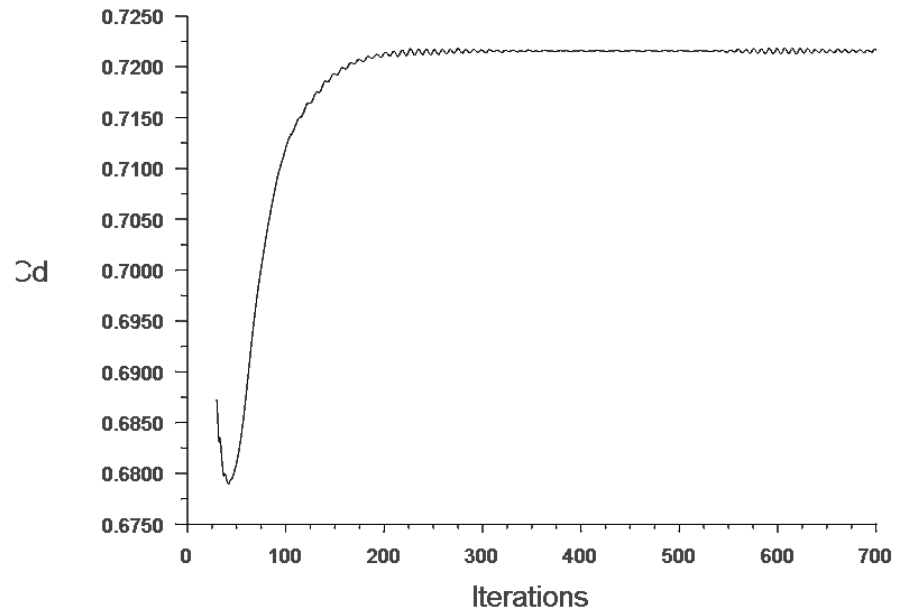




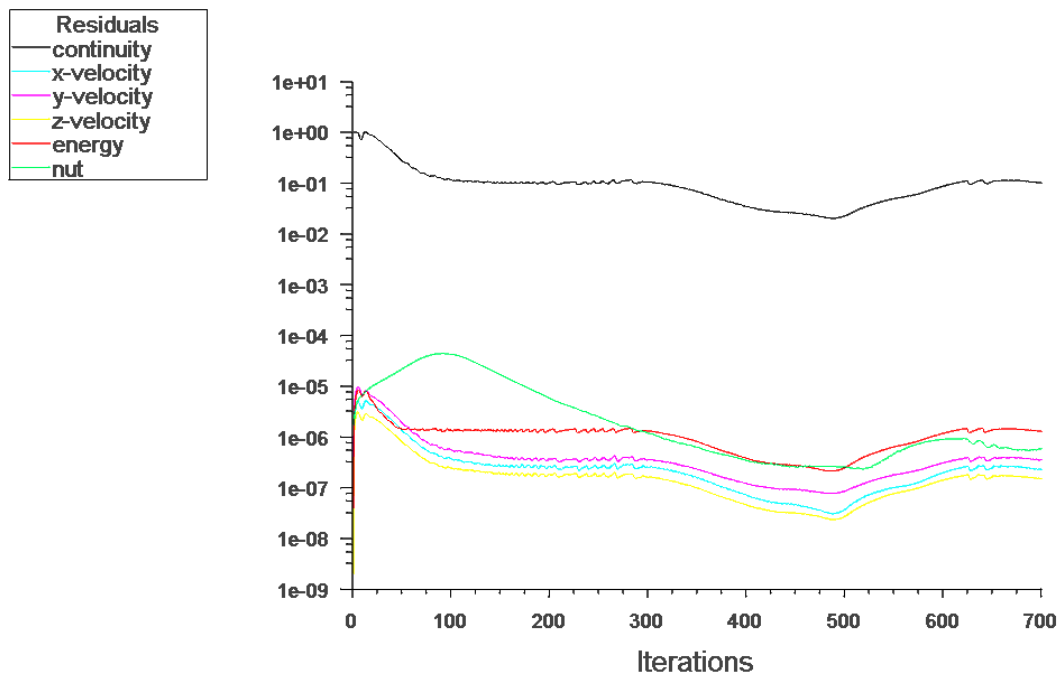
**Figura 3.149** Coeficiente de Arrastre (1.0 Ma, 30000 m ASNM)



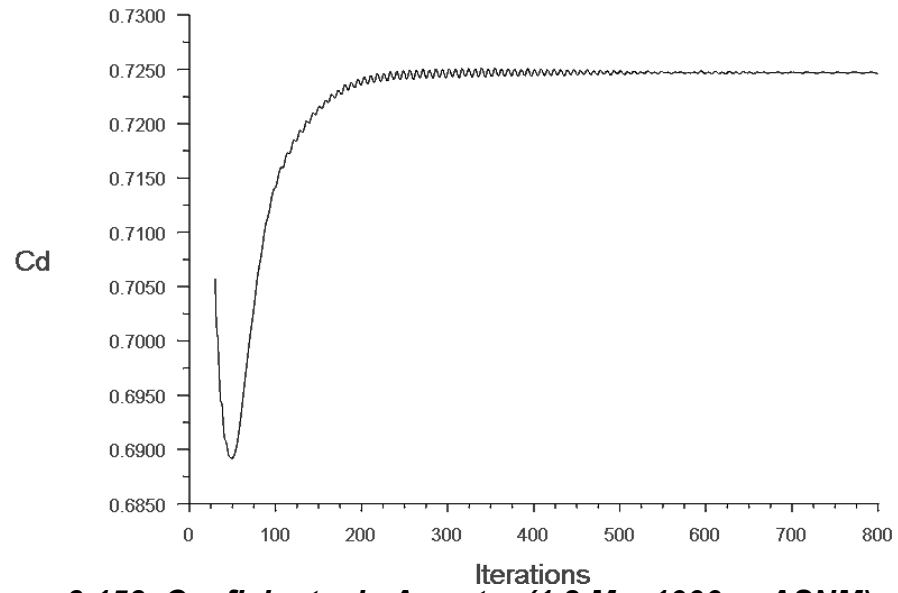
**Figura 3.150** Residuales (1.0 Ma, 30000 m ASNM)



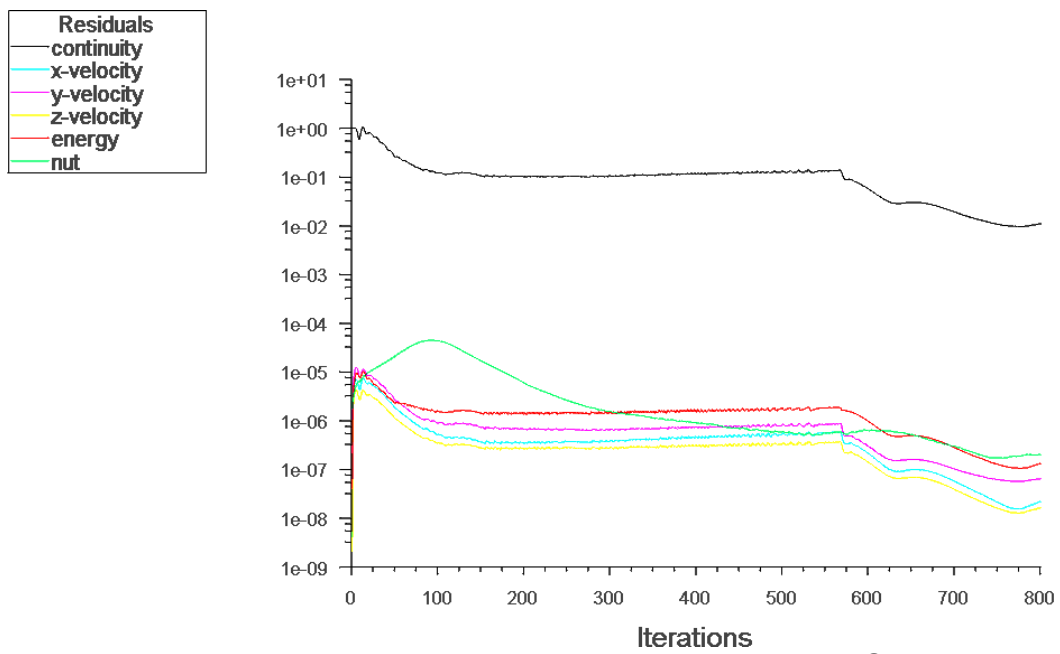
**Figura 3.151 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 0 m ASNM)**



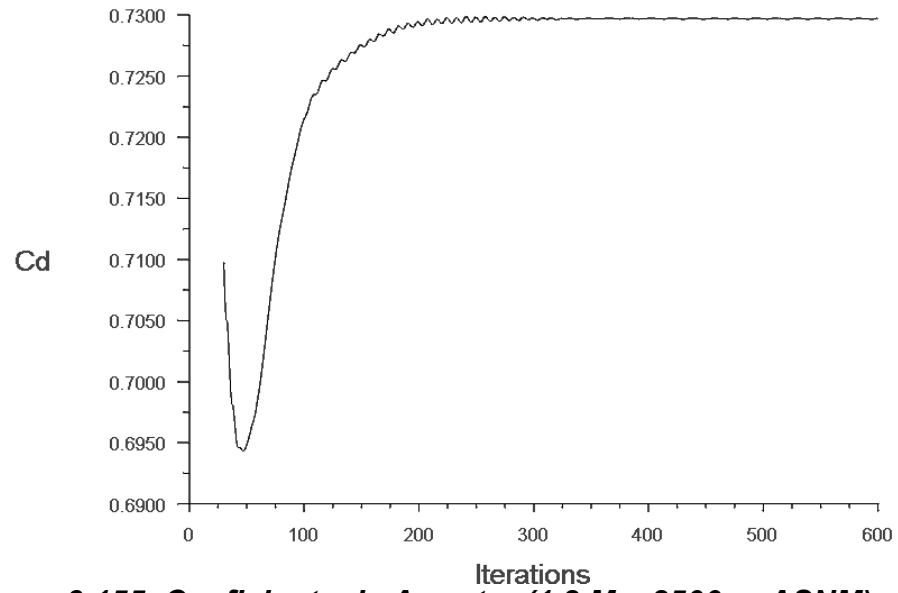
**Figura 3.152 Residuales (1.2 Ma, 0 m ASNM)**



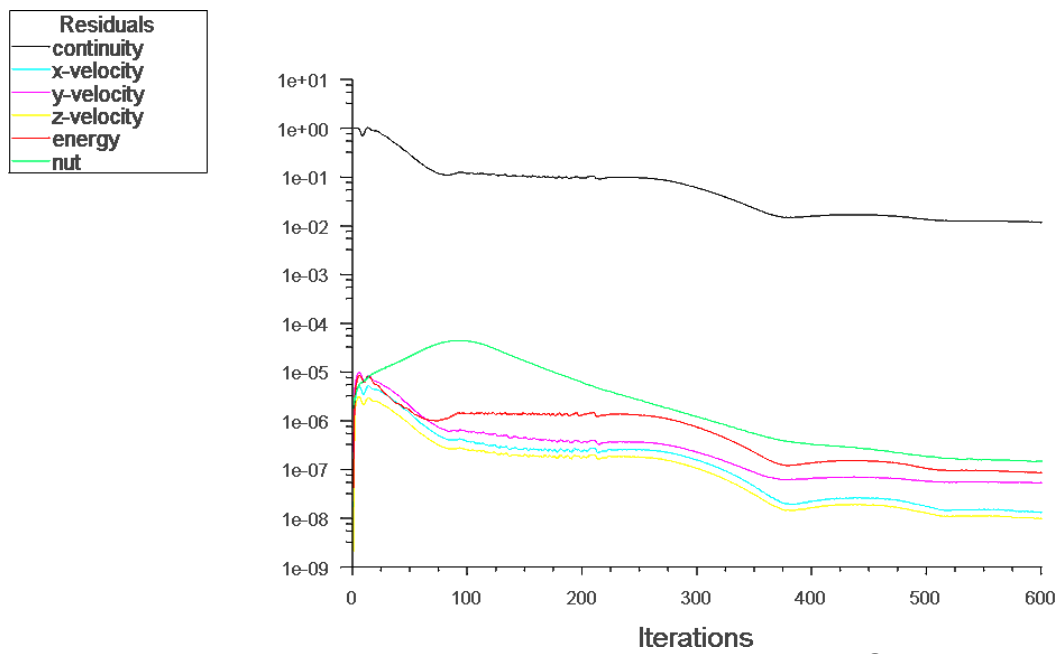
**Figura 3.153 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 1000 m ASNM)**



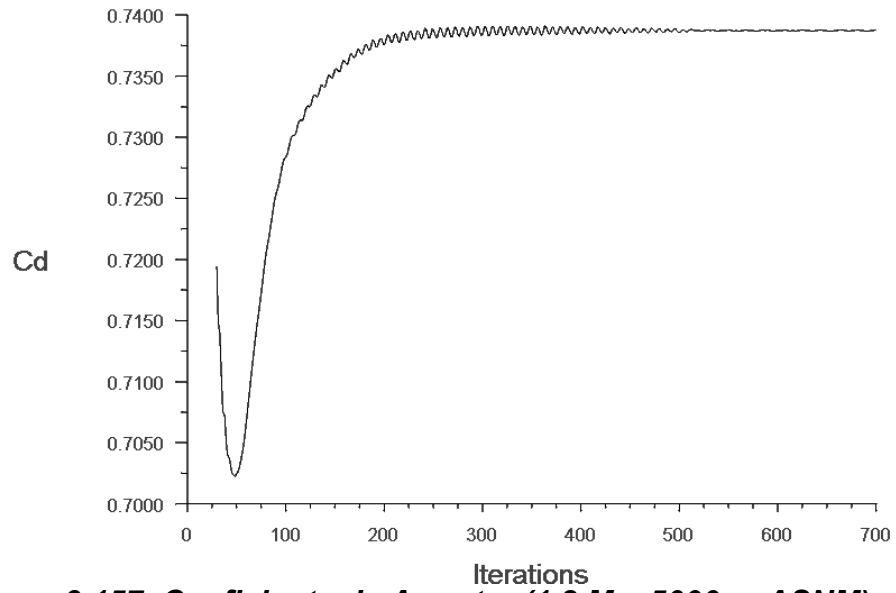
**Figura 3.154 Residuales (1.2 Ma, 1000 m ASNM)**



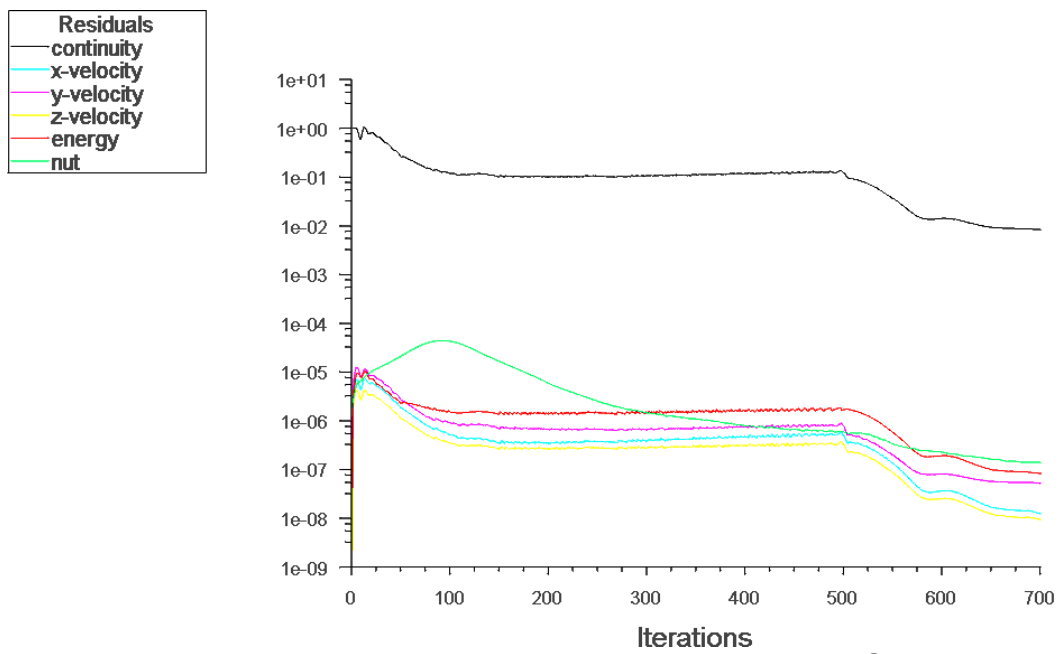
**Figura 3.155 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 2500 m ASNM)**



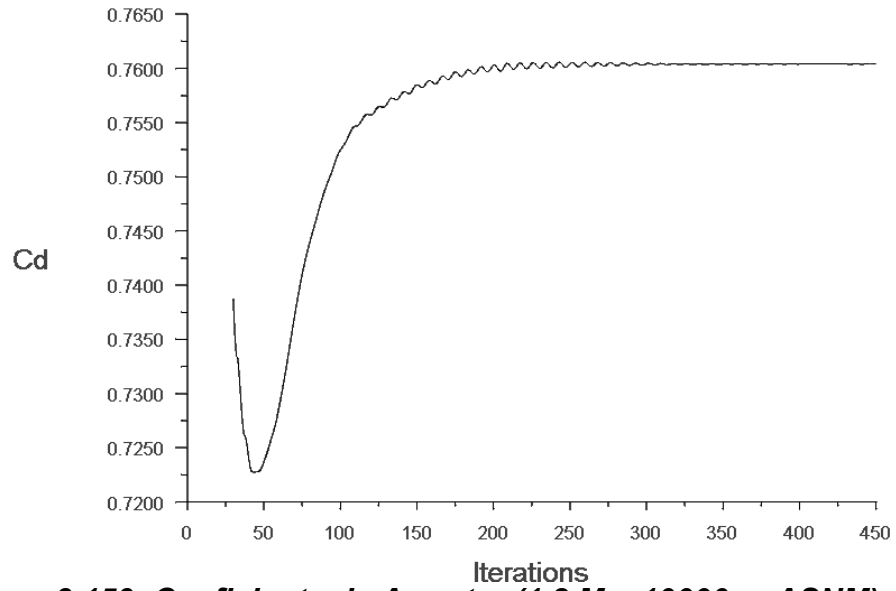
**Figura 3.156 Residuales (1.2 Ma, 2500 m ASNM)**



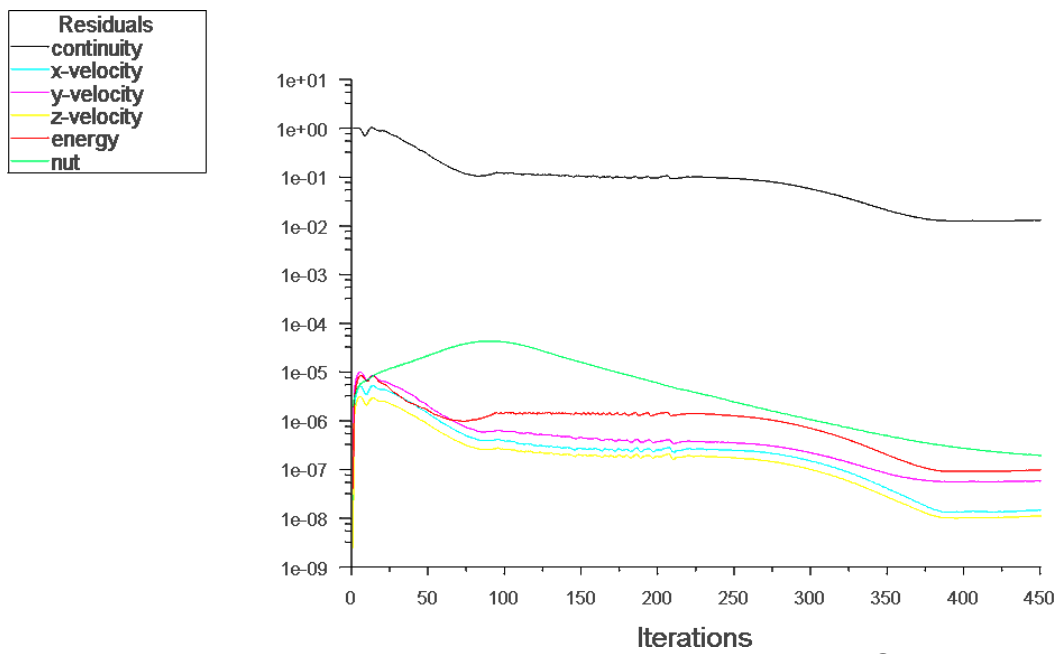
**Figura 3.157 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 5000 m ASNM)**



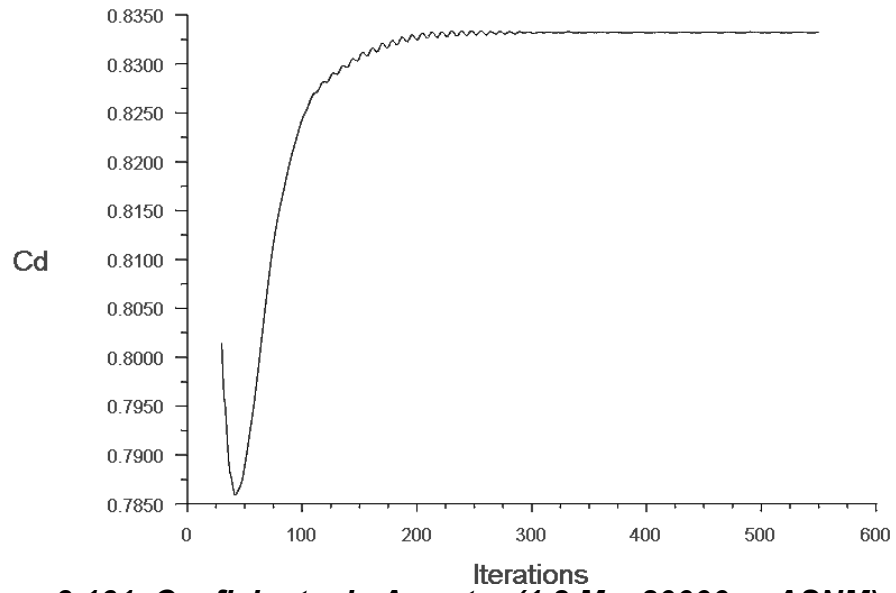
**Figura 3.158 Residuales (1.2 Ma, 5000 m ASNM)**



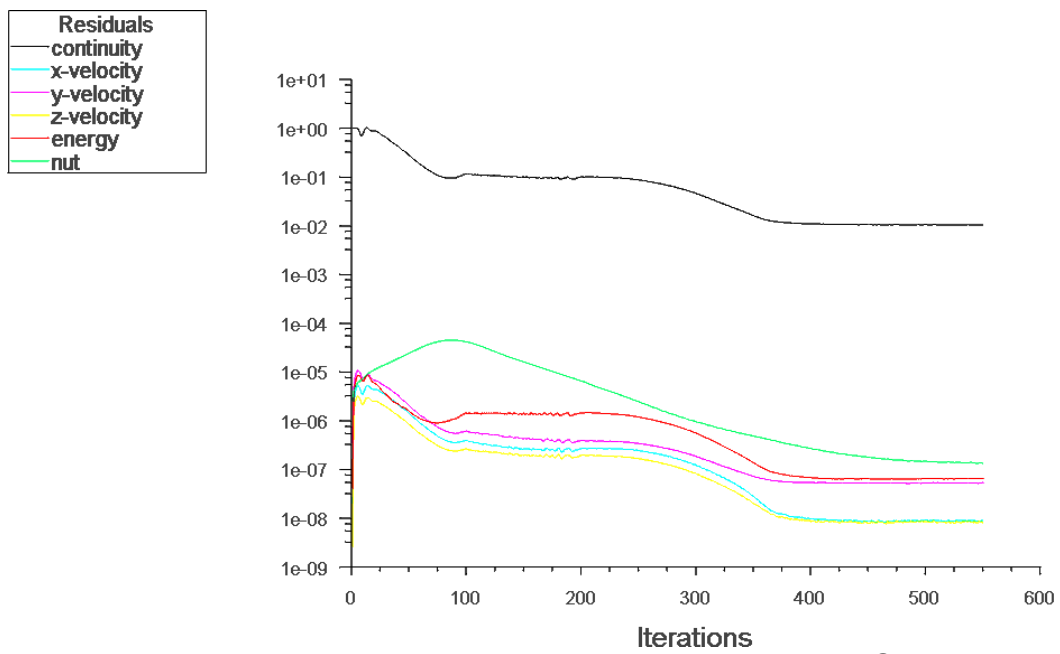
**Figura 3.159 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 10000 m ASNM)**



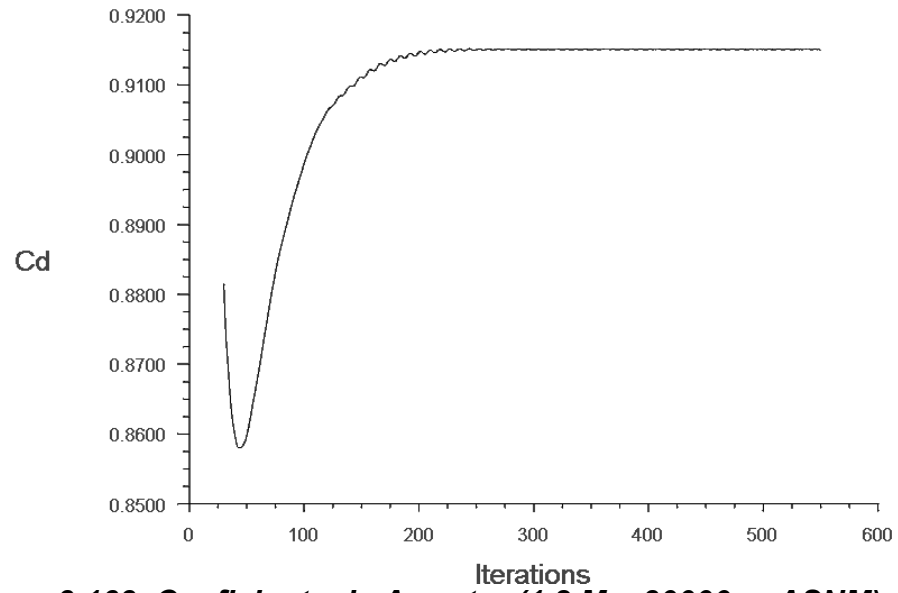
**Figura 3.160 Residuales (1.2 Ma, 10000 m ASNM)**



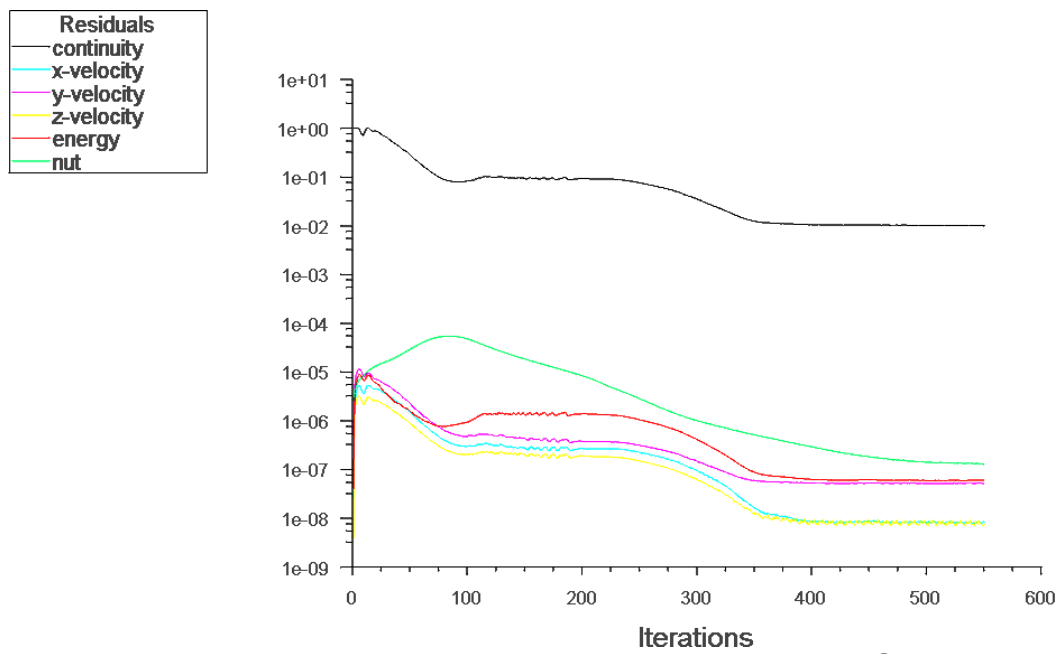
**Figura 3.161 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 20000 m ASNM)**



**Figura 3.162 Residuales (1.2 Ma, 20000 m ASNM)**

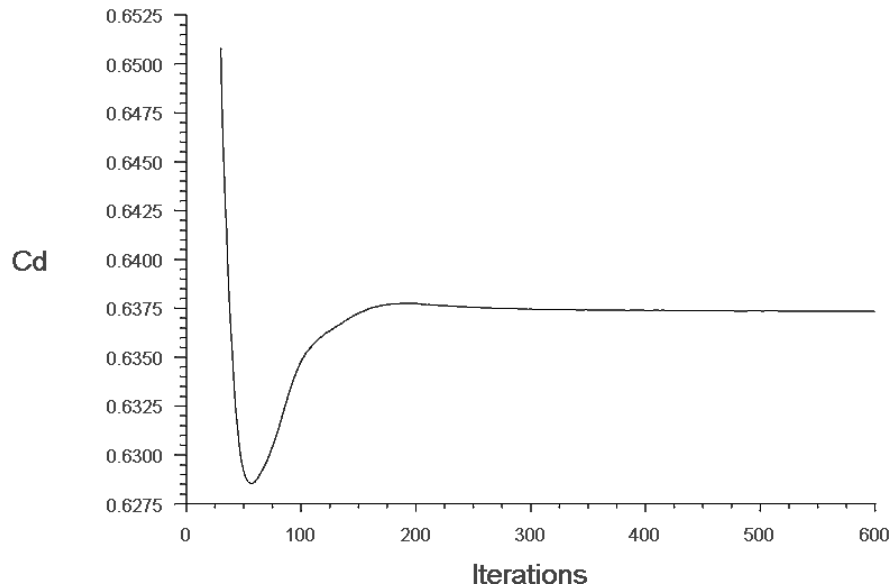


**Figura 3.163 Coeficiente de Arrastre (1.2 Ma, 30000 m ASNM)**

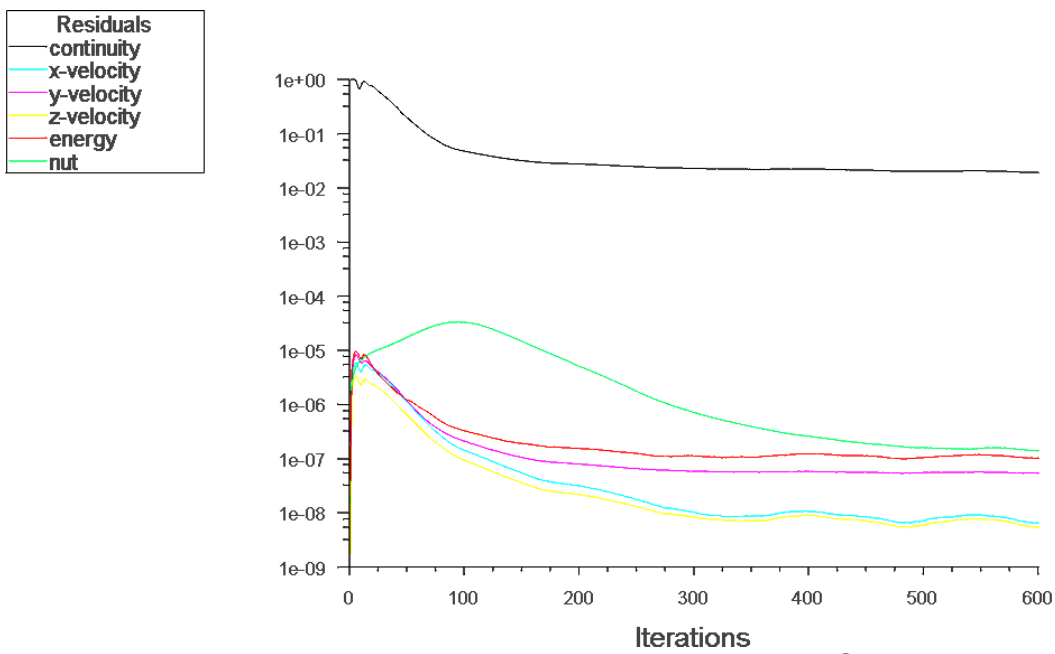


**Figura 3.164 Residuales (1.2 Ma, 30000 m ASNM)**

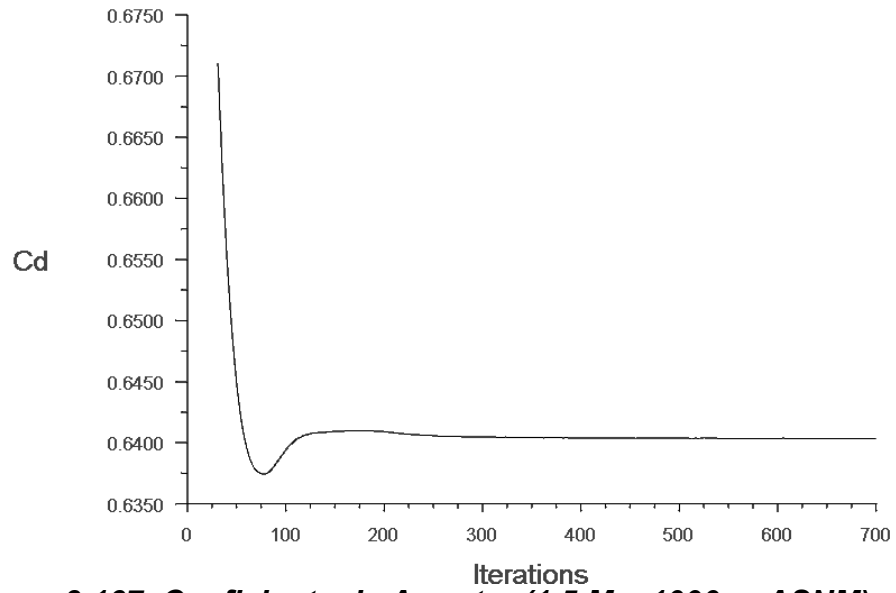




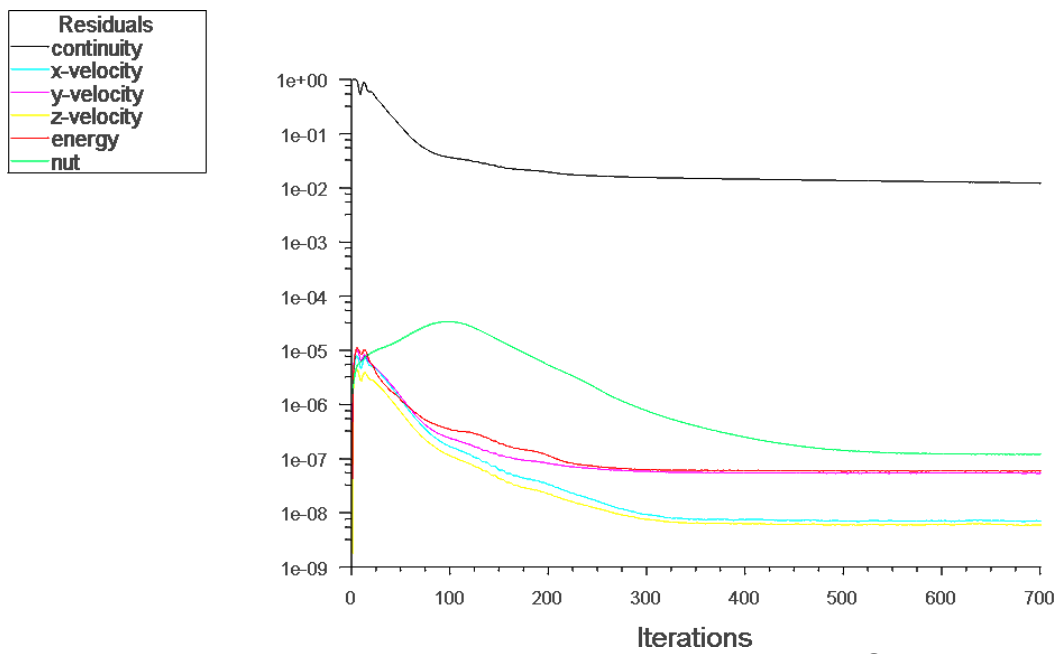
**Figura 3.165 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 0 m ASNM)**



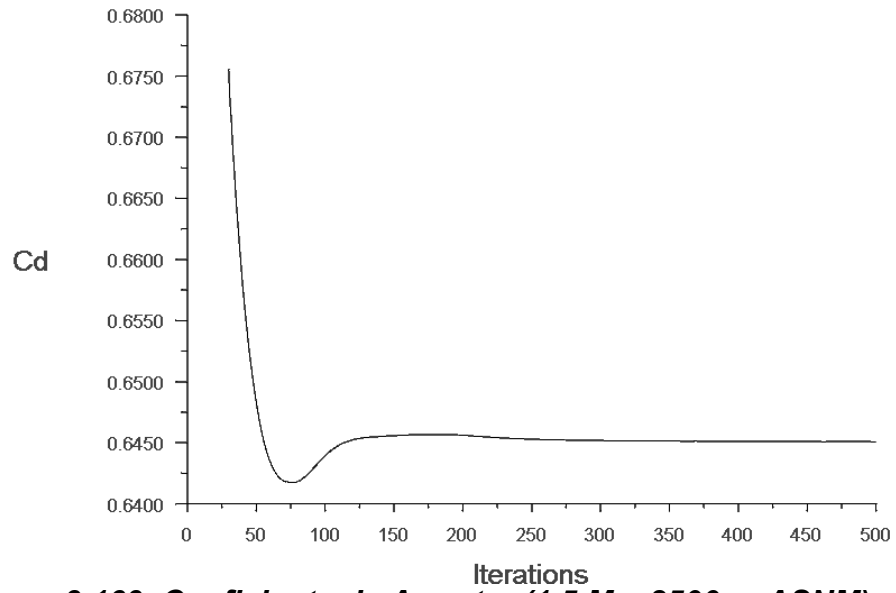
**Figura 3.166 Residuales (1.5 Ma, 0 m ASNM)**



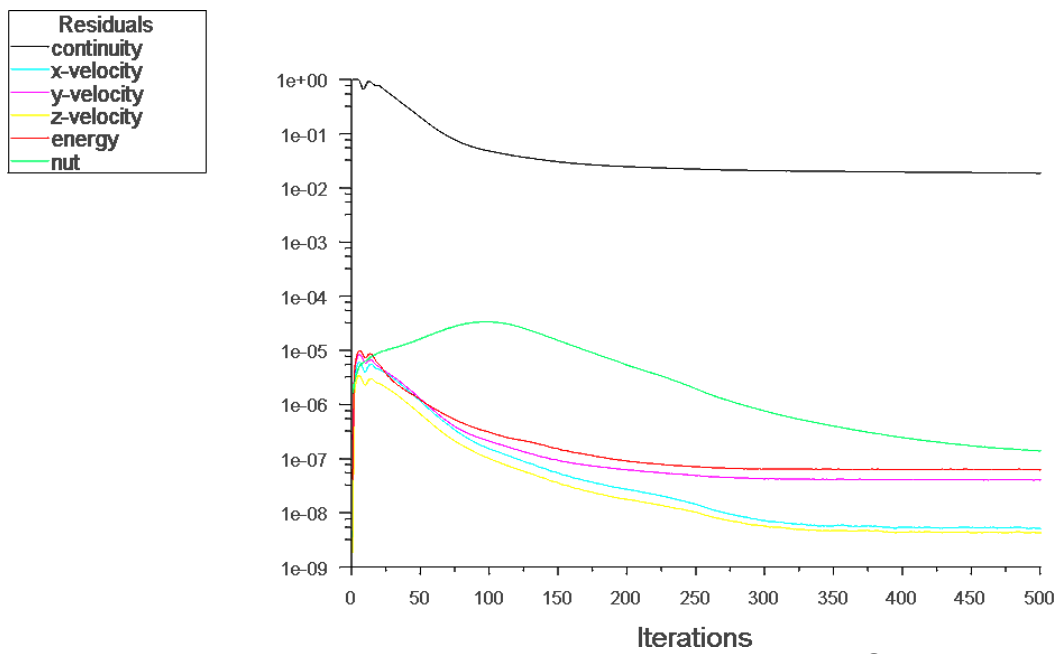
**Figura 3.167 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 1000 m ASNM)**



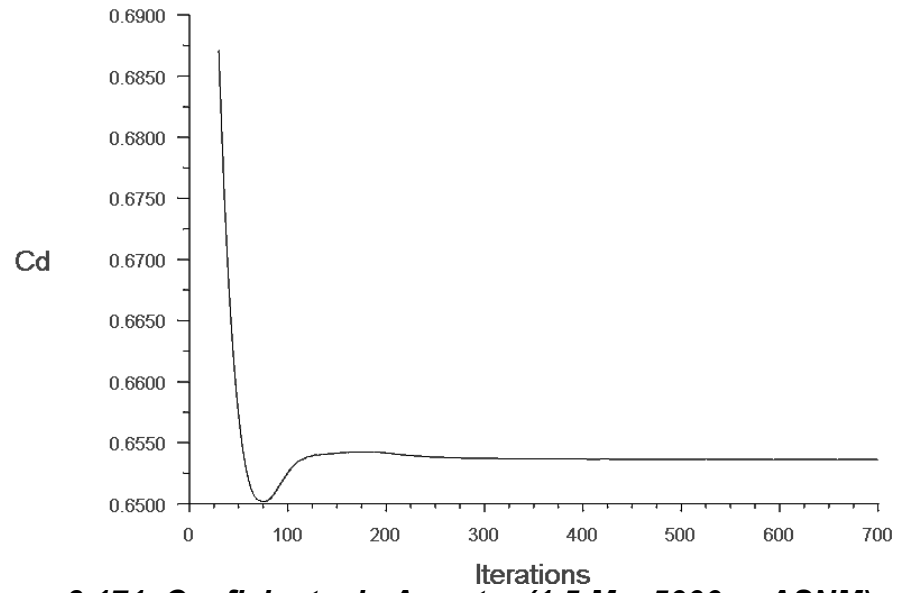
**Figura 3.168 Residuales (1.5 Ma, 1000 m ASNM)**



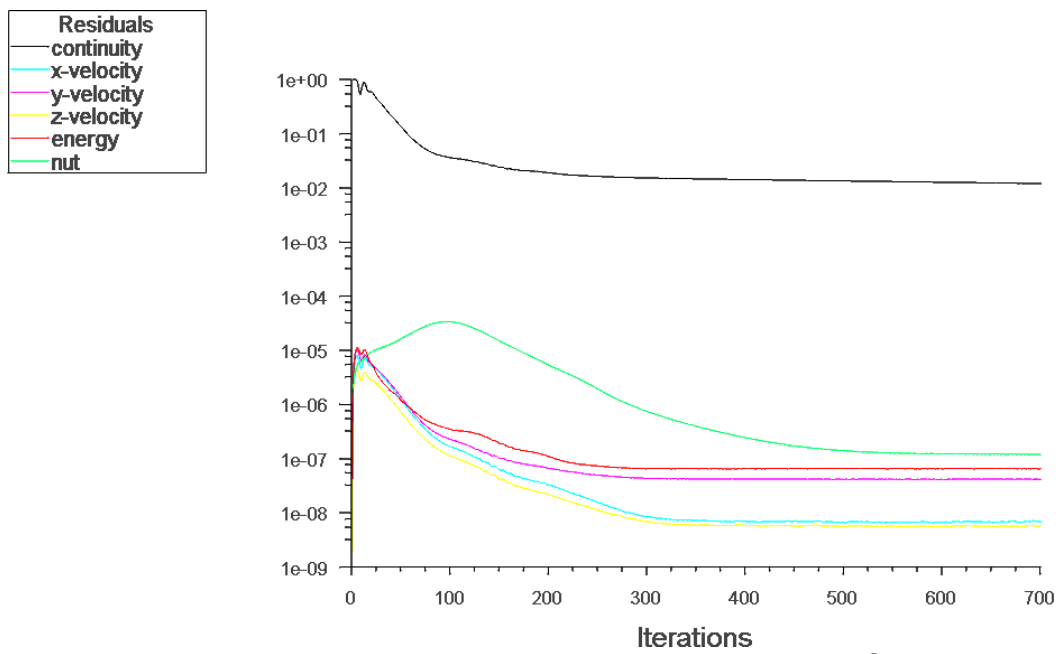
**Figura 3.169 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 2500 m ASNM)**



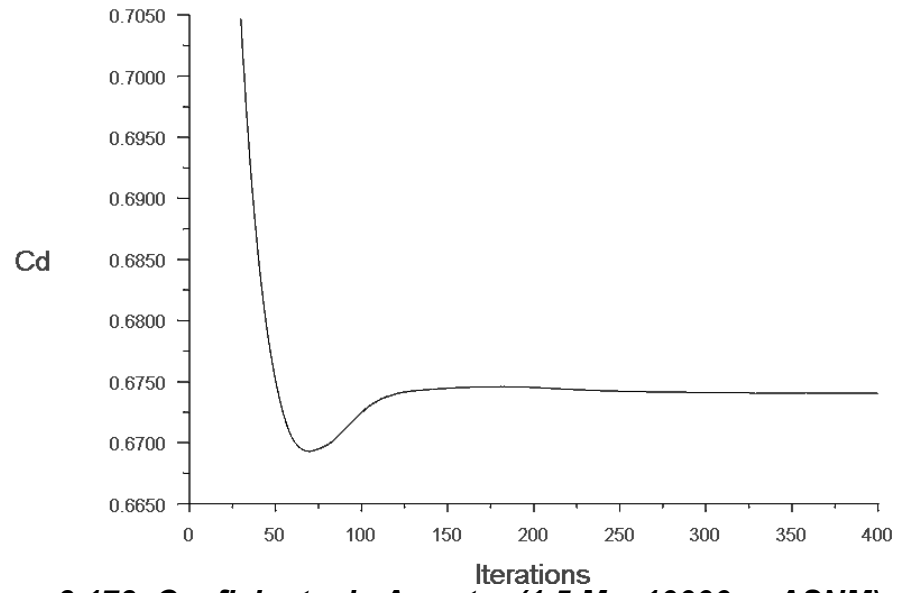
**Figura 3.170 Residuales (1.5 Ma, 2500 m ASNM)**



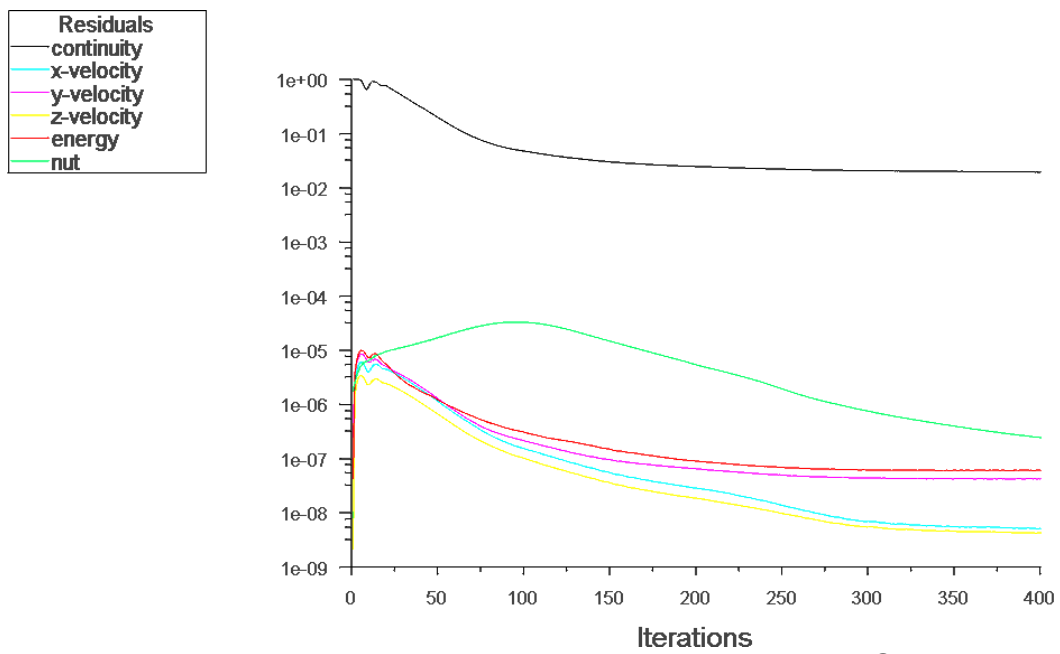
**Figura 3.171 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 5000 m ASNM)**



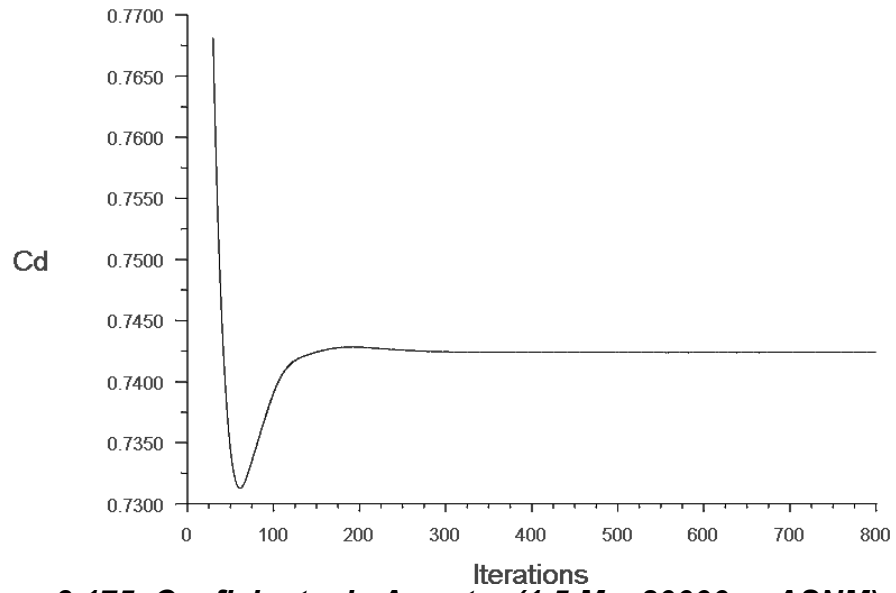
**Figura 3.172 Residuales (1.5 Ma, 5000 m ASNM)**



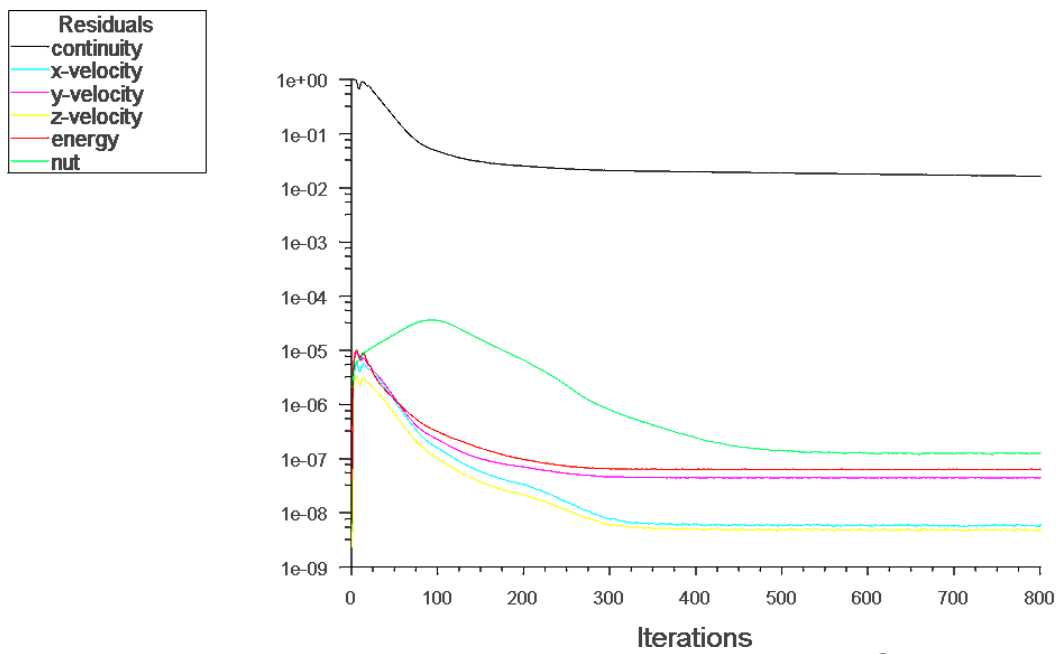
**Figura 3.173 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 10000 m ASNM)**



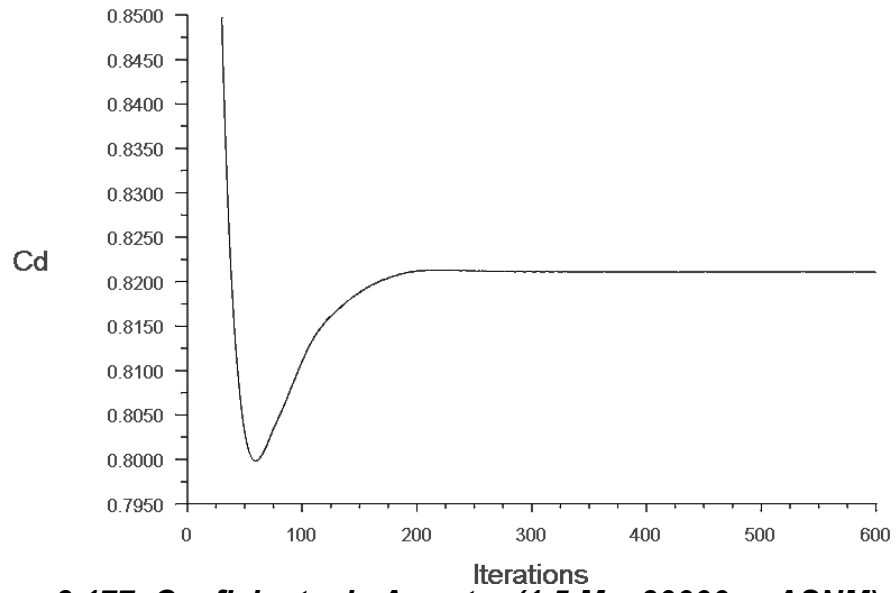
**Figura 3.174 Residuales (1.5 Ma, 10000 m ASNM)**



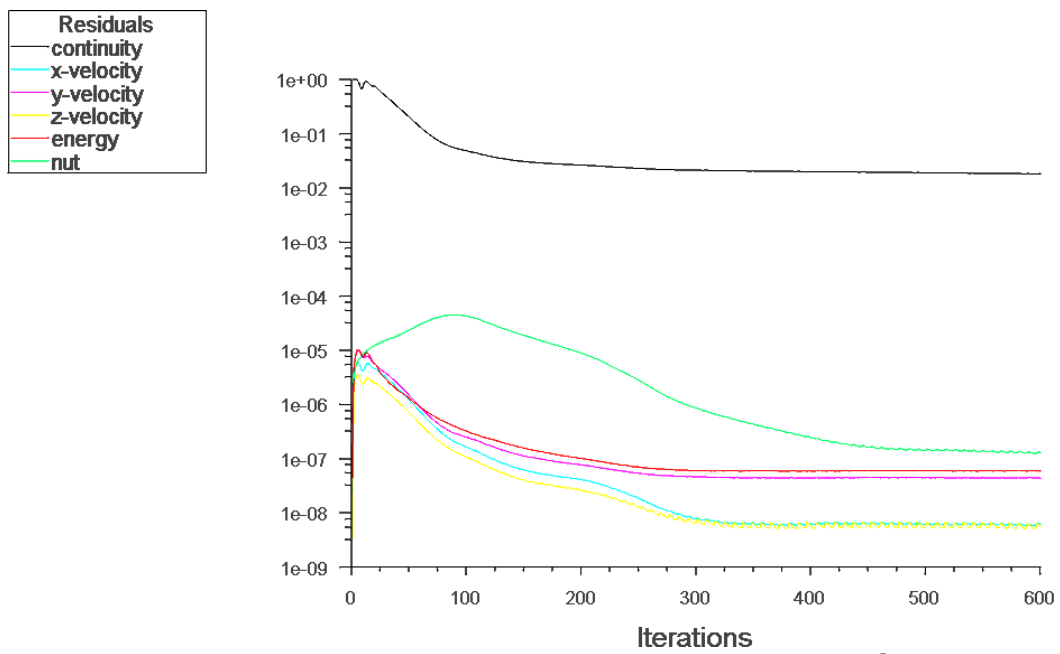
**Figura 3.175 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 20000 m ASNM)**



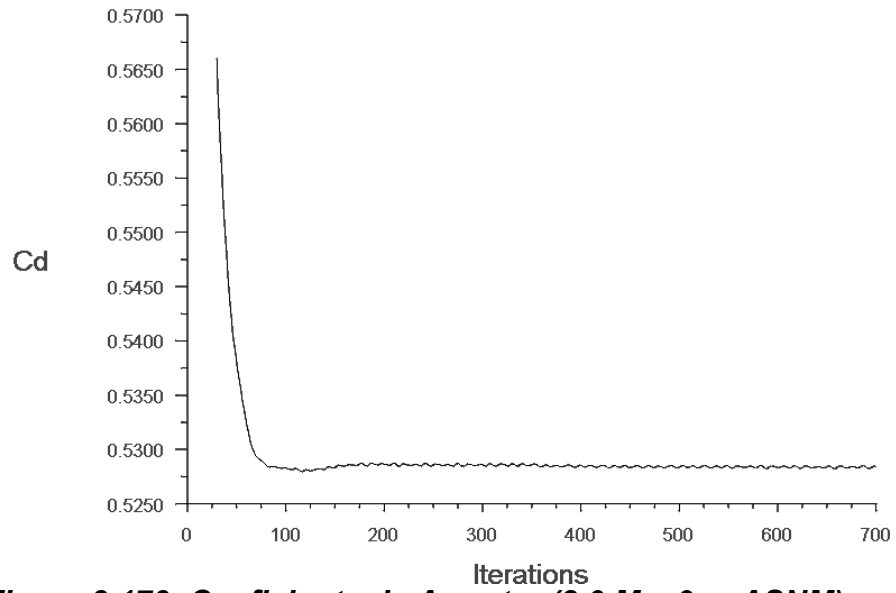
**Figura 3.176 Residuales (1.5 Ma, 20000 m ASNM)**



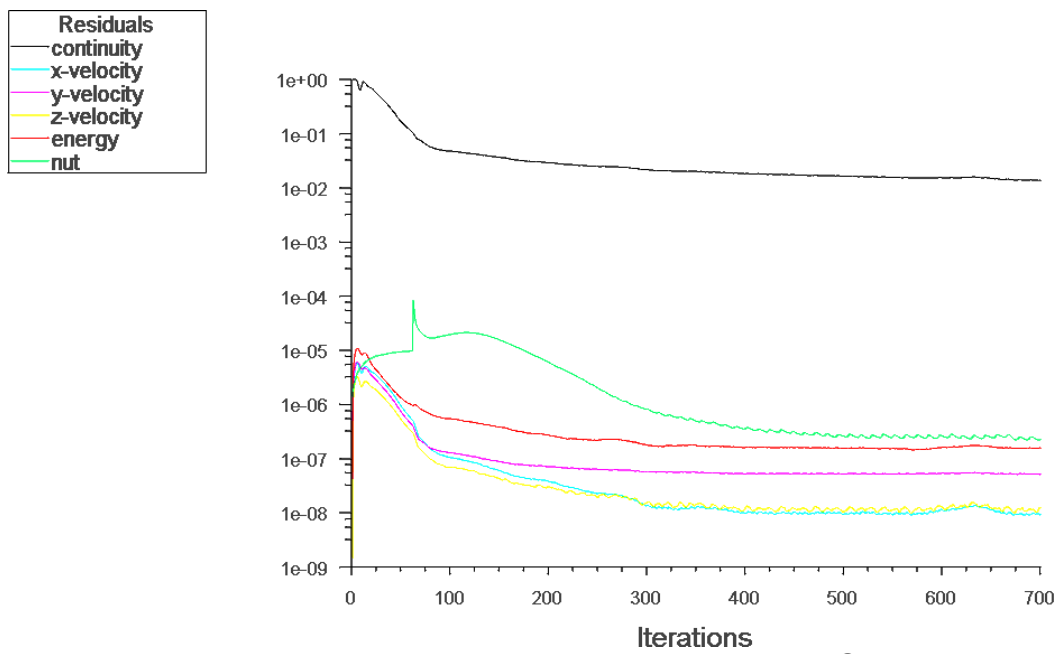
**Figura 3.177 Coeficiente de Arrastre (1.5 Ma, 30000 m ASNM)**



**Figura 3.178 Residuales (1.5 Ma, 30000 m ASNM)**

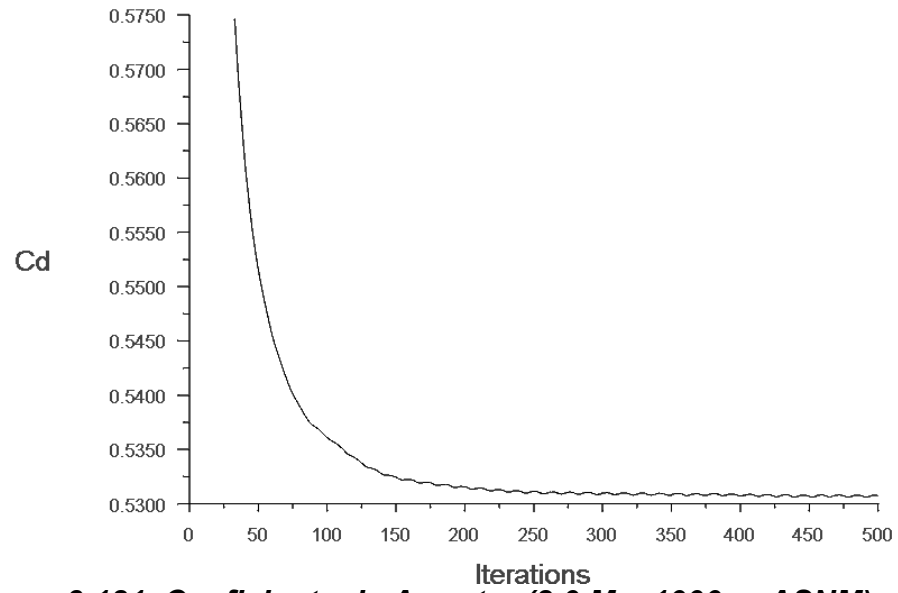


**Figura 3.179 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 0 m ASNM)**

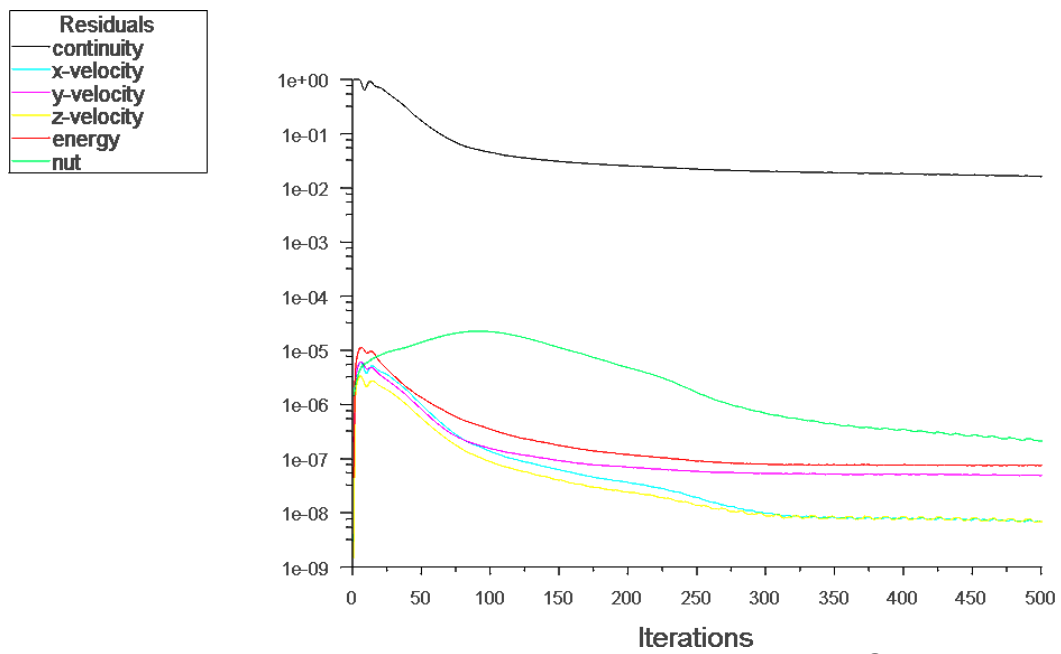


**Figura 3.180 Residuales (2.0 Ma, 0 m ASNM)**

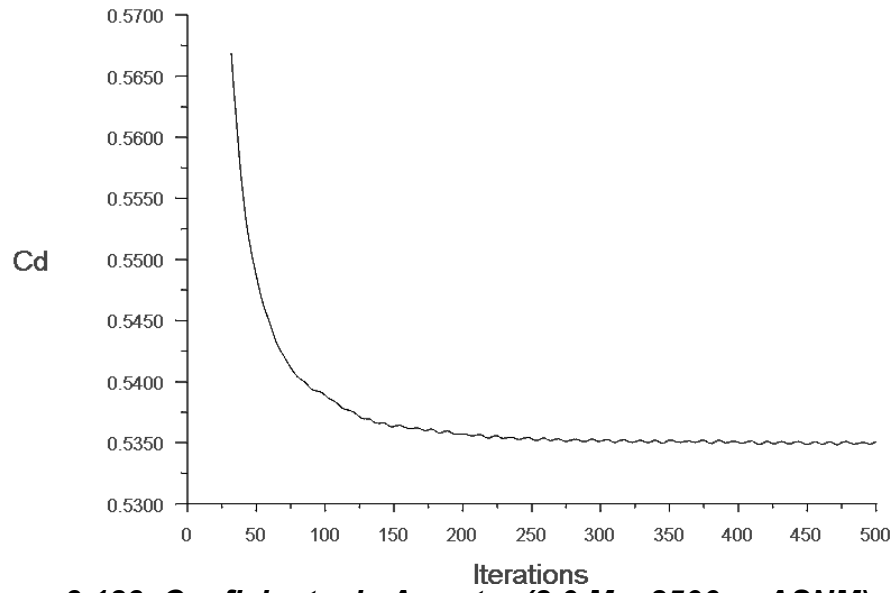




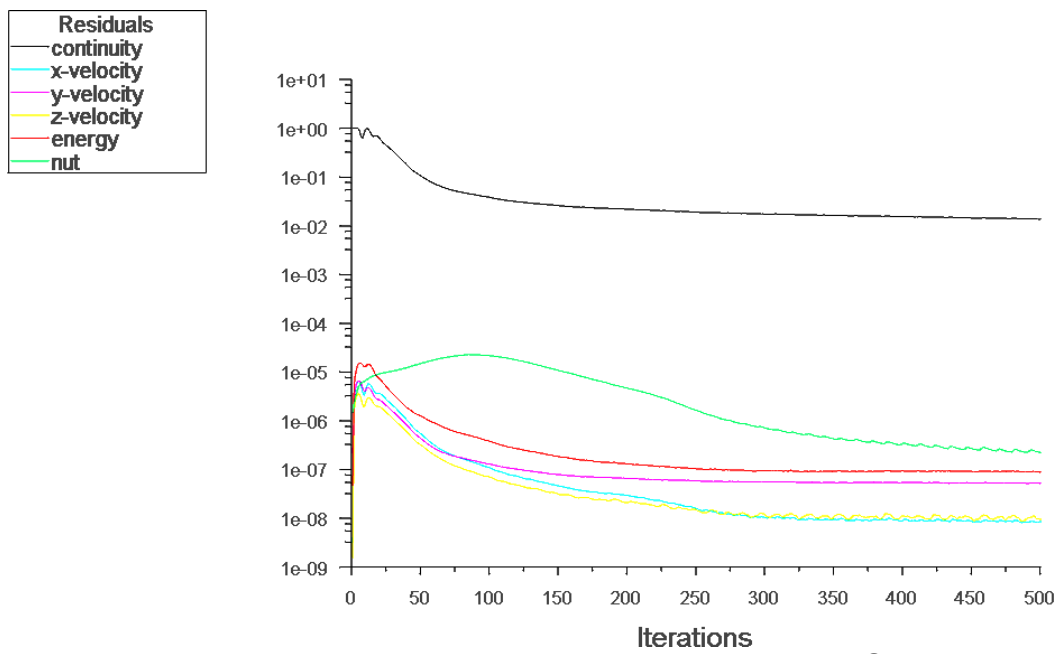
**Figura 3.181 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 1000 m ASNM)**



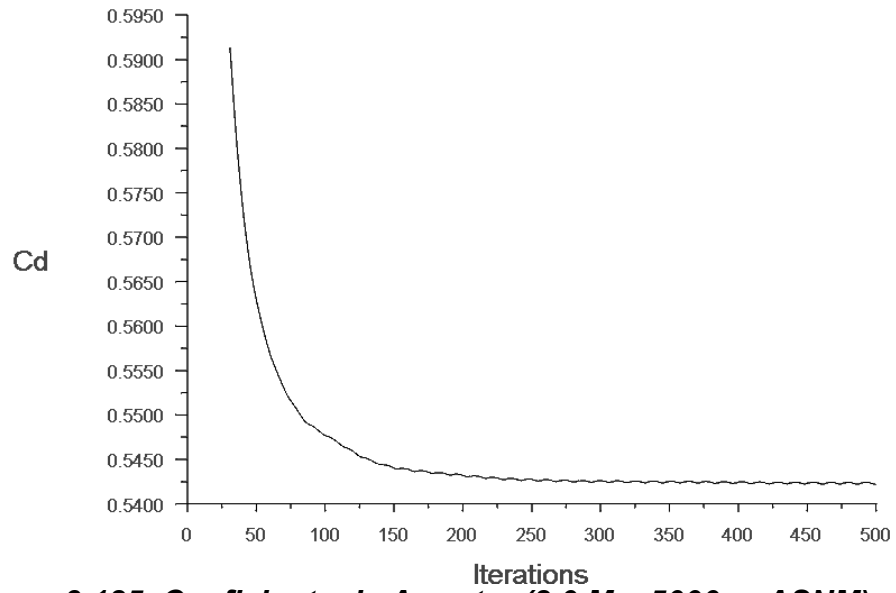
**Figura 3.182 Residuales (2.0 Ma, 1000 m ASNM)**



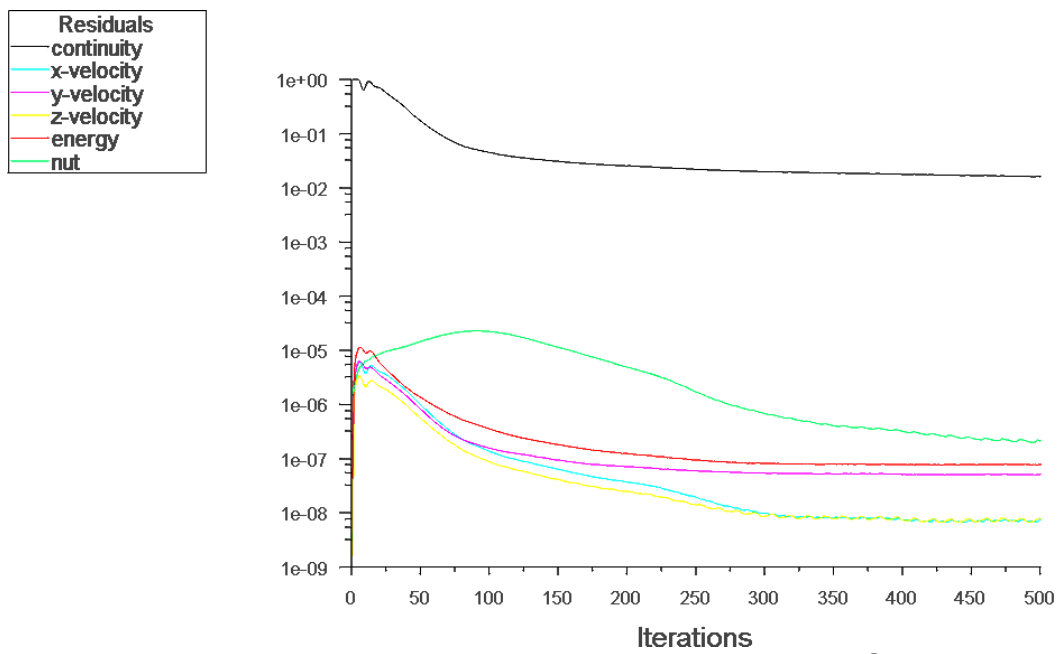
**Figura 3.183 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 2500 m ASNM)**



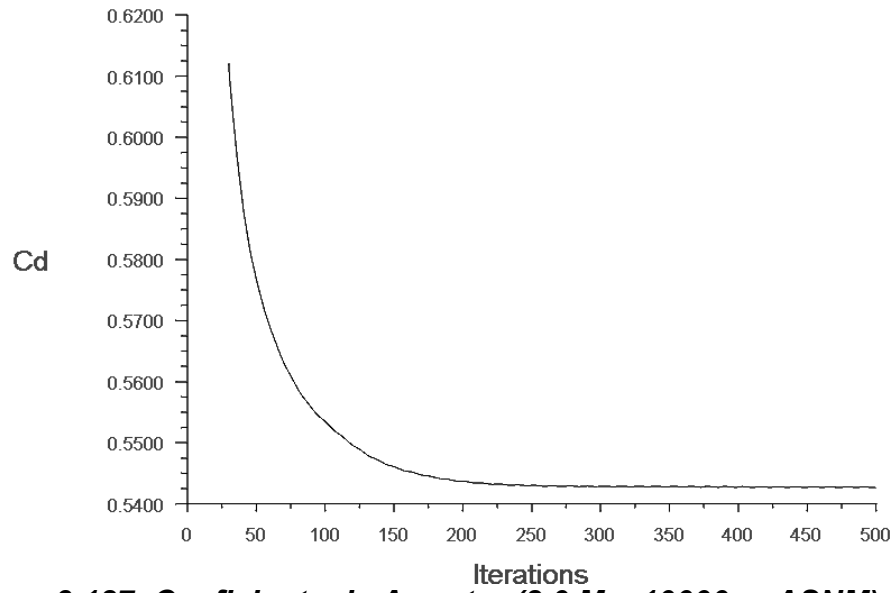
**Figura 3.184 Residuales (2.0 Ma, 2500 m ASNM)**



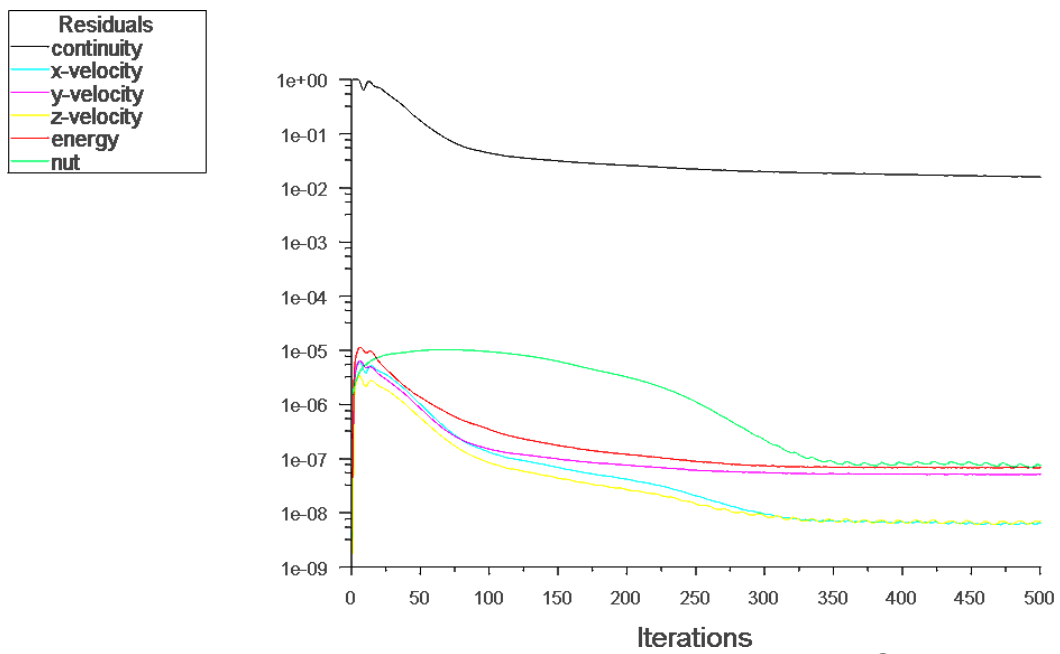
**Figura 3.185 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 5000 m ASNM)**



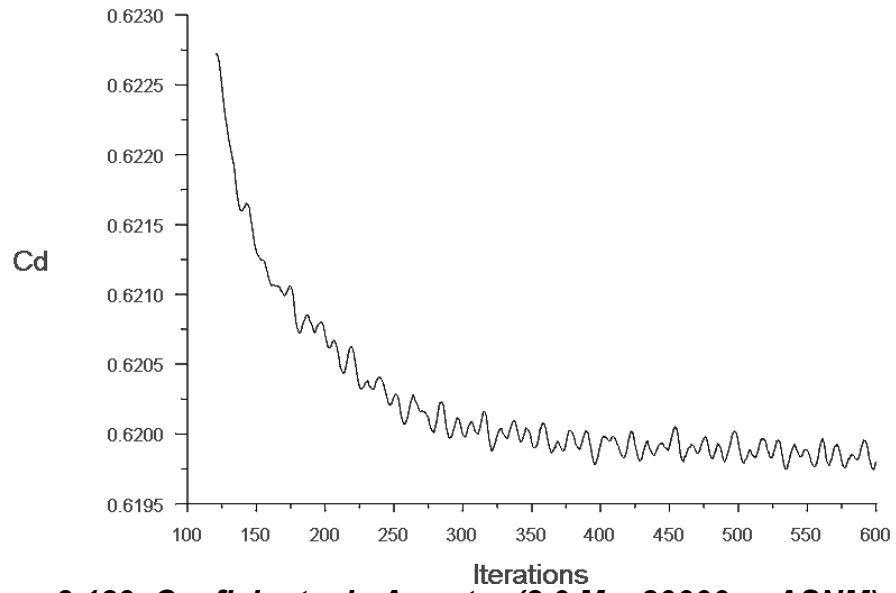
**Figura 3.186 Residuales (2.0 Ma, 5000 m ASNM)**



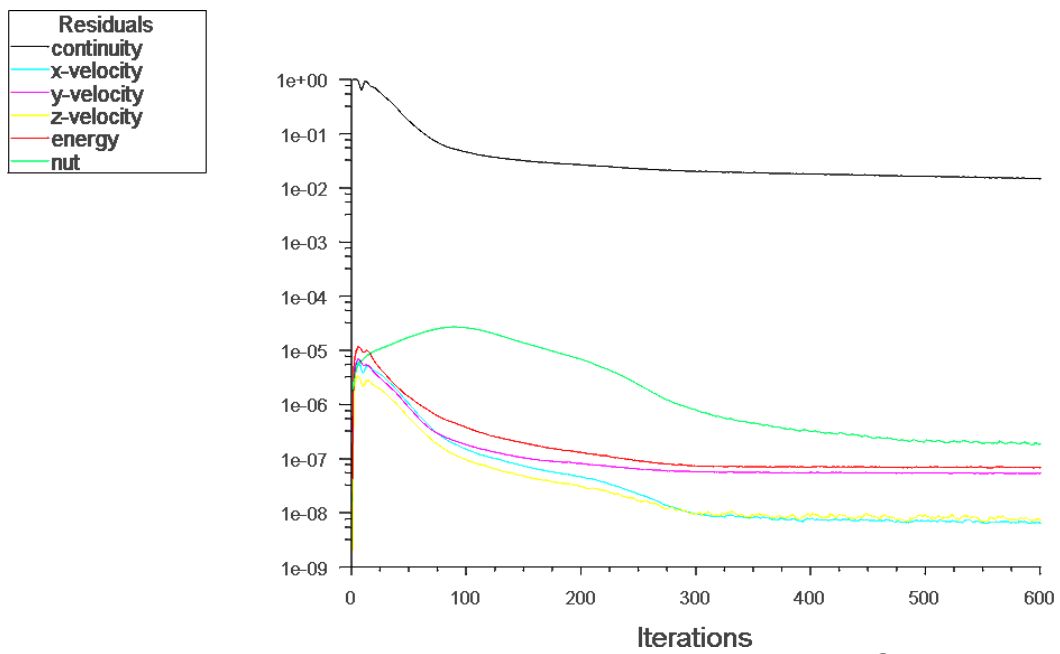
**Figura 3.187 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 10000 m ASNM)**



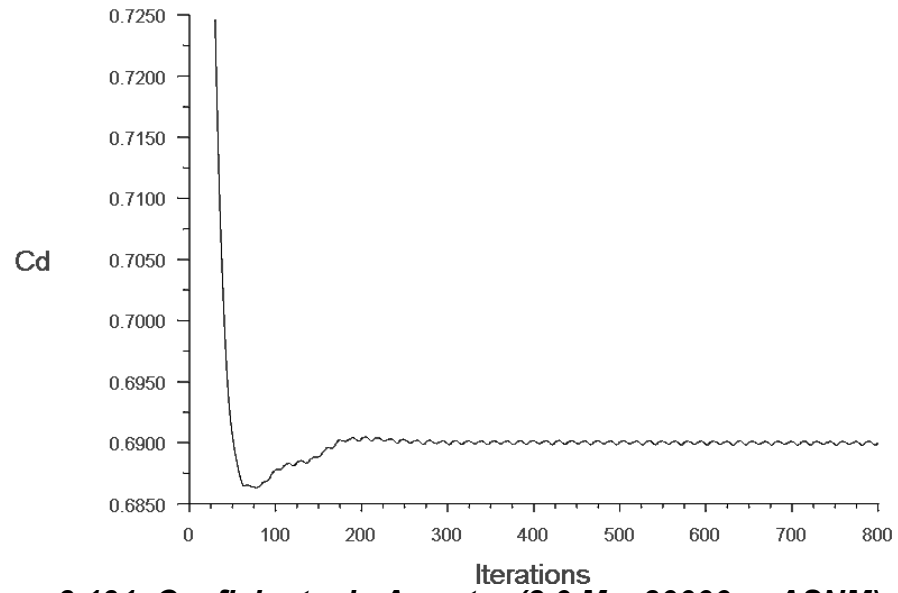
**Figura 3.188 Residuales (2.0 Ma, 10000 m ASNM)**



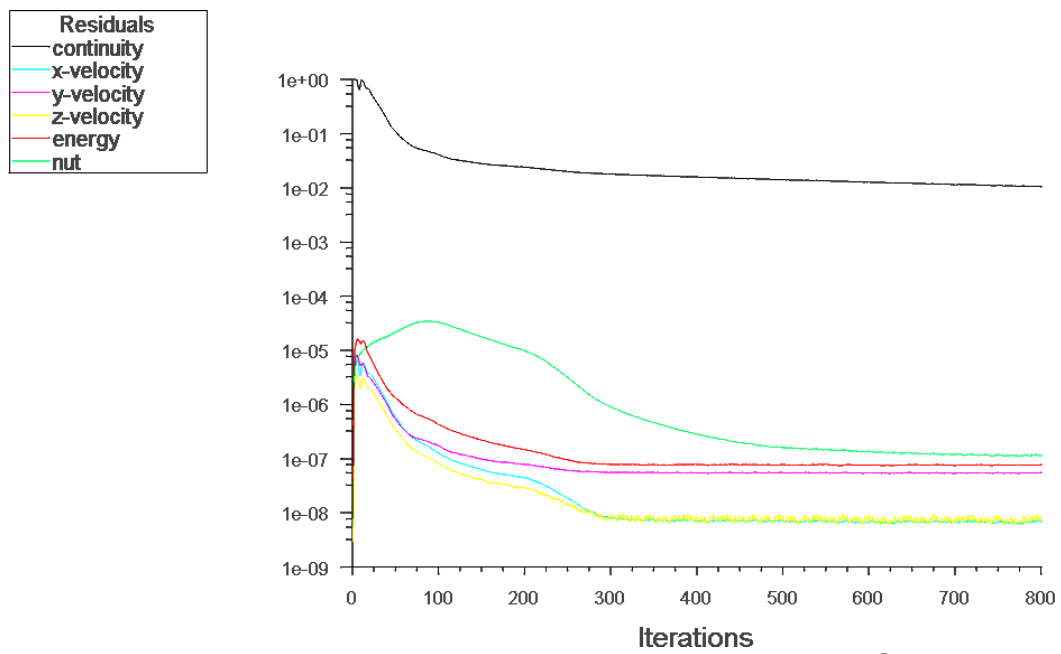
**Figura 3.189 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 20000 m ASNM)**



**Figura 3.190 Residuales (2.0 Ma, 20000 m ASNM)**



**Figura 3.191 Coeficiente de Arrastre (2.0 Ma, 30000 m ASNM)**



**Figura 3.192 Residuales (2.0 Ma, 30000 m ASNM)**

### Resultados Tabulados del Coeficiente de Arrastre

En esta sección se muestran los datos tabulados del coeficiente de arrastre para cada número de Mach y se determinó la relación del coeficiente con el número de Reynolds y el número de Mach. Reynolds está dado por la ecuación siguiente.

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (\text{ec. 3.2})$$

Donde  $\rho$ ,  $U$  y  $\mu$  es la densidad velocidad y viscosidad de fluido de la corriente libre, y  $D$  es el diámetro del cilindro del cohete.

**Tabla 3.3 Resultados a 0.1 Ma**

0.1 MATCH			
ASN (m)	Velocidad (m/s)	Reynolds	Cd
0	34,71	103983	0,718
1000	34,33	95297	0,727
2500	33,76	83315	0,741
5000	32,77	65947	0,768
10000	30,72	39595	0,838
20000	28,05	9761	1,276
30000	28,76	2102	3,157

**Tabla 3.4 Resultados a 0.2 Ma**

<b>0.2 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	69,42	207966	0,641
1000	68,66	190594	0,648
2500	67,51	166630	0,658
5000	65,55	131893	0,677
10000	61,44	79189	0,724
20000	56,11	19522	0,966
30000	57,52	4205	1,984

**Tabla 3.5 Resultados a 0.3 Ma**

<b>0.3 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	104,13	311948	0,610
1000	102,99	285890	0,616
2500	101,27	249945	0,624
5000	98,32	197840	0,640
10000	92,16	118784	0,680
20000	84,16	29283	0,860
30000	86,28	6307	1,550



**Tabla 3.6 Resultados a 0.4 Ma**

<b>0.4 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	138,84	415931	0,592
1000	137,32	381187	0,597
2500	135,02	333260	0,605
5000	131,10	263786	0,619
10000	122,88	158379	0,655
20000	112,22	39044	0,804
30000	115,05	8410	1,337

**Tabla 3.7 Resultados a 0.5 Ma**

<b>0.5 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	173,54	519914	0,579
1000	171,65	476484	0,584
2500	168,78	416575	0,591
5000	163,87	329733	0,604
10000	153,60	197973	0,637
20000	140,27	48805	0,770
30000	143,81	10512	1,203

**Tabla 3.8 Resultados a 0.6 Ma**

<b>0.6 MATCH</b>			
<b>ASN (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	208,25	623896	0,570
1000	205,98	571781	0,575
2500	202,53	499890	0,582
5000	196,65	395680	0,594
10000	184,32	237568	0,625
20000	168,33	58566	0,747
30000	172,57	12615	1,118

**Tabla 3.9 Resultados a 0.7 Ma**

<b>0.7 MATCH</b>			
<b>ASN (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	242,96	727879	0,569
1000	240,31	667078	0,565
2500	236,29	583205	0,576
5000	229,42	461627	0,588
10000	215,04	277162	0,617
20000	196,38	68327	0,731
30000	201,33	14717	1,057

**Tabla 3.10 Resultados a 0.8 Ma**

<b>0.8 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	277,67	831862	0,565
1000	274,65	762374	0,569
2500	270,05	666520	0,575
5000	262,20	527573	0,587
10000	245,76	316757	0,615
20000	224,44	78088	0,722
30000	230,09	16820	1,015

**Tabla 3.11 Resultados a 0.9 Ma**

<b>0.9 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	312,38	935845	0,578
1000	308,98	857671	0,581
2500	303,80	749835	0,588
5000	294,97	593520	0,599
10000	276,47	356352	0,626
20000	252,49	87849	0,729
30000	258,85	18922	0,997

**Tabla 3.12 Resultados a 1.0 Ma**

<b>1.0 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	347,09	1039827	0,693
1000	343,31	952968	0,696
2500	337,56	833150	0,703
5000	327,75	659467	0,713
10000	307,19	395946	0,738
20000	280,55	97610	0,835
30000	287,62	21025	1,083

**Tabla 3.13 Resultados a 1.2 Ma**

<b>1.2 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	416,51	1247793	0,722
1000	411,97	1143561	0,725
2500	405,07	999780	0,730
5000	393,30	791359	0,739
10000	368,63	475135	0,760
20000	336,66	117132	0,833
30000	345,14	25230	0,915

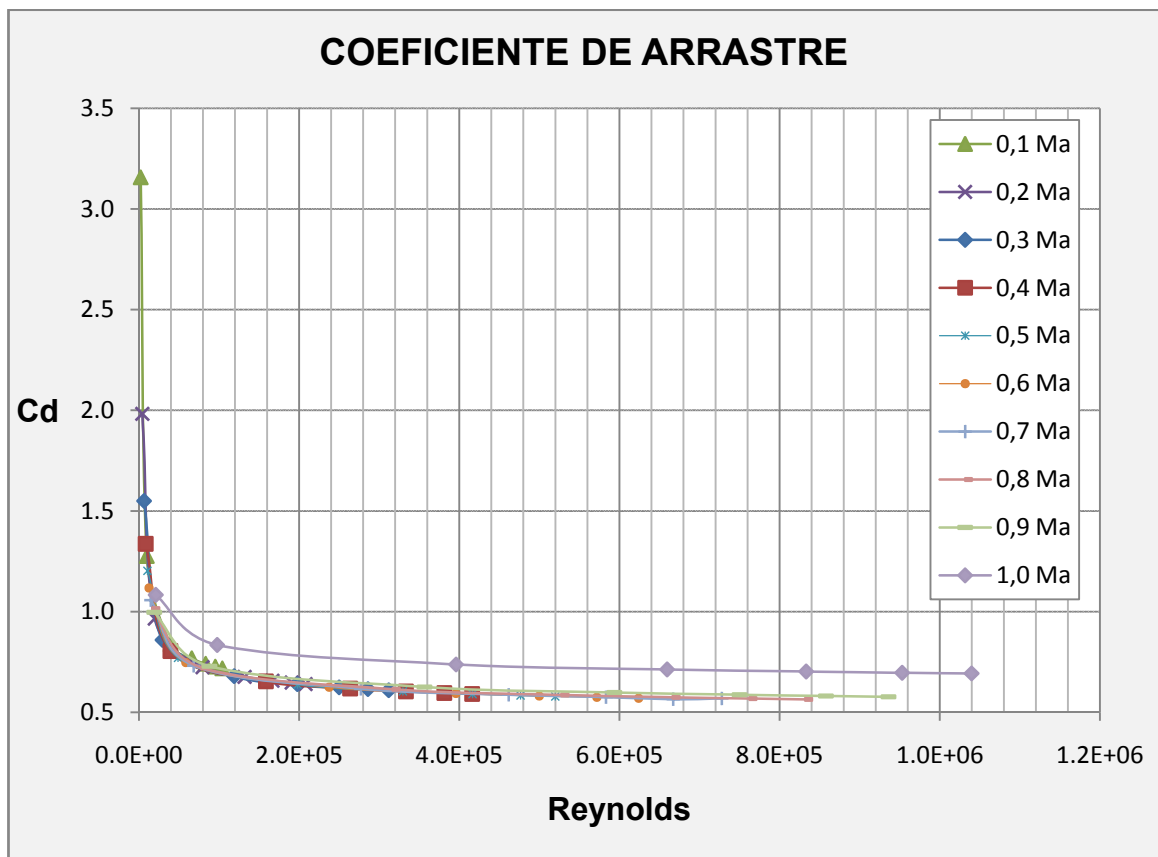
**Tabla 3.14 Resultados a 1.5 Ma**

<b>1.5 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	520,63	1559741	0,637
1000	514,96	1429452	0,640
2500	506,33	1249725	0,645
5000	491,62	989200	0,654
10000	460,79	593919	0,674
20000	420,82	146415	0,742
30000	431,42	31537	0,821

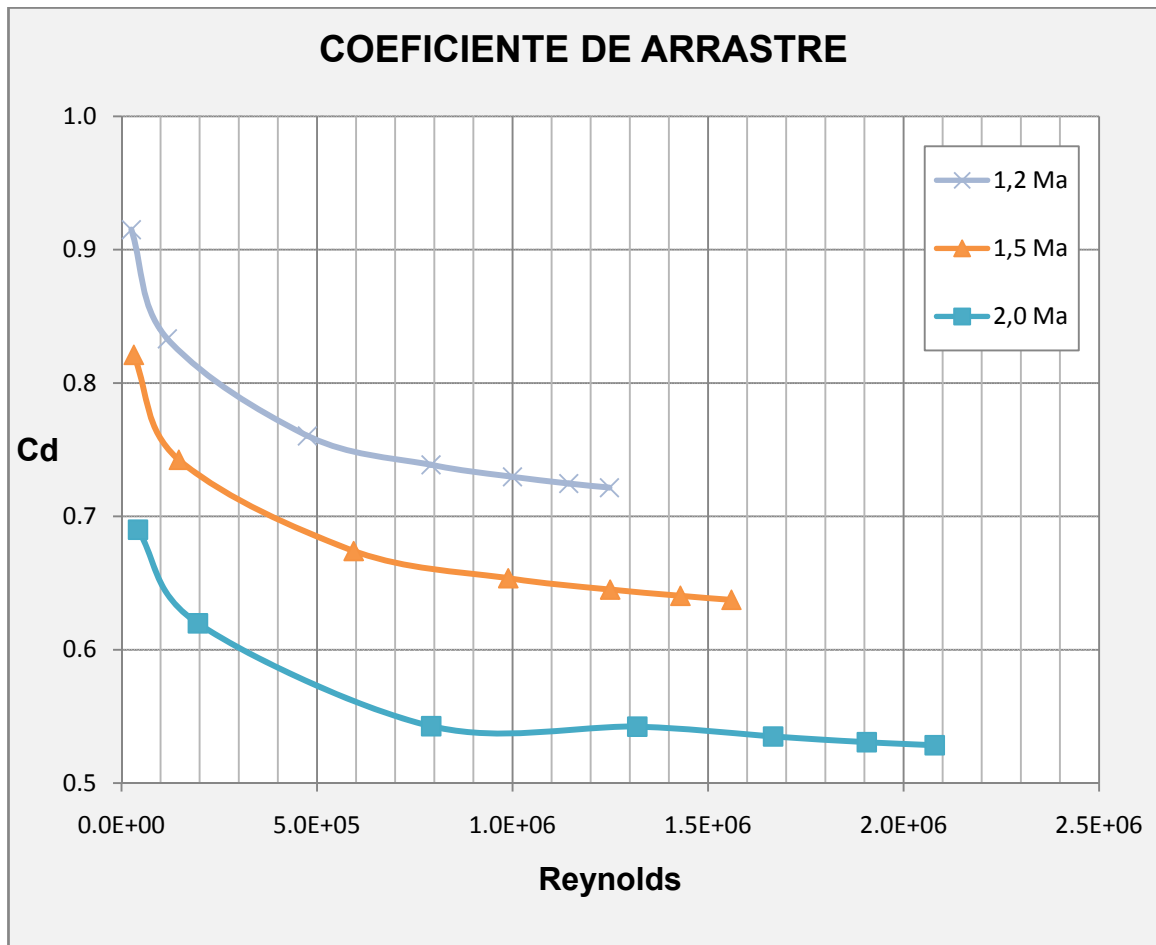
**Tabla 3.15 Resultados a 2.0 Ma**

<b>2.0 MATCH</b>			
<b>ASNМ (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0	694,17	2079638	0,528
1000	686,61	1905936	0,531
2500	675,11	1666293	0,535
5000	655,50	1318933	0,542
10000	614,39	791892	0,543
20000	561,10	195221	0,620
30000	575,23	42050	0,690

En las figuras 3.193 y 3.194 se graficaron los resultados para cada número de Match según el modelo de turbulencia usado. Como se puede observar para velocidades menores e iguales a  $0.8 Ma$  el coeficiente de arrastre depende únicamente del número de Reynolds. Para velocidades mayores el coeficiente de arrastre depende de ambos factores, el número de Reynolds y el número de Match.



**Figura 3.193 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match. Modelo  $k$ -épsilon.**



**Figura 3.194 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match. Modelo Spalart-Allmaras.**

En la tabla 3.13 se agruparon los datos para valores de *Match* entre 0.1 y 0.8, se los ordenó en forma ascendente según el número de Reynolds. Para los datos de 0.9, 1.0, 1.2, 1.5 y 2.0 *Match* se los ordeno de la misma forma ascendente (ver tablas 3.14, 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18).

**Tabla 3.13 Resultados para  $0.1 \leq Ma \leq 0.8$** 

<b>0.1 ≤ MATCH ≤ 0.8</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0,1	30000	28,76	2102	3,157
0,2	30000	57,52	4205	1,984
0,3	30000	86,28	6307	1,550
0,4	30000	115,05	8410	1,337
0,1	20000	28,05	9761	1,276
0,5	30000	143,81	10512	1,203
0,6	30000	172,57	12615	1,118
0,7	30000	201,33	14717	1,057
0,8	30000	230,09	16820	1,015
0,2	20000	56,11	19522	0,966
0,3	20000	84,16	29283	0,860
0,4	20000	112,22	39044	0,804
0,1	10000	30,72	39595	0,838
0,5	20000	140,27	48805	0,770
0,6	20000	168,33	58566	0,747
0,1	5000	32,77	65947	0,768
0,7	20000	196,38	68327	0,731
0,8	20000	224,44	78088	0,722



<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0,2	10000	61,44	79189	0,724
0,1	2500	33,76	83315	0,741
0,1	1000	34,33	95297	0,727
0,1	0	34,71	103983	0,718
0,3	10000	92,16	118784	0,680
0,2	5000	65,55	131893	0,677
0,4	10000	122,88	158379	0,655
0,2	2500	67,51	166630	0,658
0,2	1000	68,66	190594	0,648
0,3	5000	98,32	197840	0,640
0,5	10000	153,60	197973	0,637
0,2	0	69,42	207966	0,641
0,6	10000	184,32	237568	0,625
0,3	2500	101,27	249945	0,624
0,4	5000	131,10	263786	0,619
0,7	10000	215,04	277162	0,617
0,3	1000	102,99	285890	0,616
0,3	0	104,13	311948	0,610
0,8	10000	245,76	316757	0,615
0,5	5000	163,87	329733	0,604

<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0,4	2500	135,02	333260	0,605
0,4	1000	137,32	381187	0,597
0,6	5000	196,65	395680	0,594
0,4	0	138,84	415931	0,592
0,5	2500	168,78	416575	0,591
0,7	5000	229,42	461627	0,588
0,5	1000	171,65	476484	0,584
0,6	2500	202,53	499890	0,582
0,5	0	173,54	519914	0,579
0,8	5000	262,20	527573	0,587
0,6	1000	205,98	571781	0,575
0,7	2500	236,29	583205	0,576
0,6	0	208,25	623896	0,570
0,8	2500	270,05	666520	0,575
0,7	1000	240,31	667078	0,565
0,7	0	242,96	727879	0,569
0,8	1000	274,65	762374	0,569
0,8	0	277,67	831862	0,565

**Tabla 3.14 Resultados para 0.9 Ma**

<b>0.9 MATCH</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
0,9	30000	258,85	18922	0,997
0,9	20000	252,49	87849	0,729
0,9	10000	276,47	356352	0,626
0,9	5000	294,97	593520	0,599
0,9	2500	303,80	749835	0,588
0,9	1000	308,98	857671	0,581
0,9	0	312,38	935845	0,578

**Tabla 3.15 Resultados para 1.0 Ma**

<b>1.0 MATCH</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
1,0	30000	287,62	21025	1,083
1,0	20000	280,55	97610	0,835
1,0	10000	307,19	395946	0,738
1,0	5000	327,75	659467	0,713
1,0	2500	337,56	833150	0,703
1,0	1000	343,31	952968	0,696
1,0	0	347,09	1039827	0,693

**Tabla 3.16 Resultados para 1.2 Ma**

<b>1.2 MATCH</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
1,2	30000	345,14	25230	0,915
1,2	20000	336,66	117132	0,833
1,2	10000	368,63	475135	0,760
1,2	5000	393,30	791359	0,739
1,2	2500	405,07	999780	0,730
1,2	1000	411,97	1143561	0,725
1,2	0	416,51	1247793	0,722

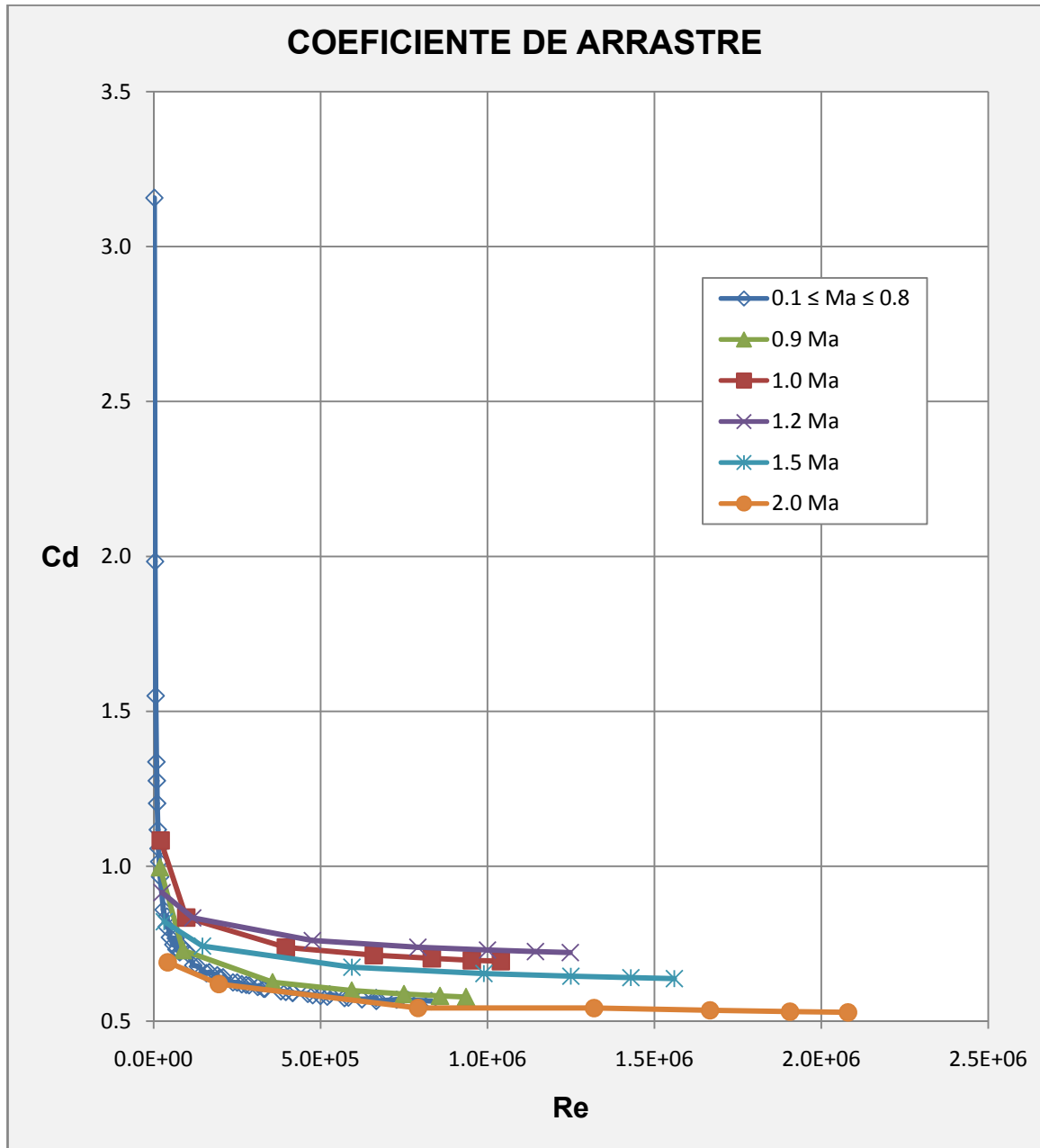
**Tabla 3.17 Resultados para 1.5 Ma**

<b>1.5 MATCH</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
1,5	30000	431,42	31537	0,821
1,5	20000	420,82	146415	0,742
1,5	10000	460,79	593919	0,674
1,5	5000	491,62	989200	0,654
1,5	2500	506,33	1249725	0,645
1,5	1000	514,96	1429452	0,640
1,5	0	520,63	1559741	0,637

**Tabla 3.18 Resultados para 2.0 Ma**

<b>2.0 MATCH</b>				
<b>Match</b>	<b>ASNM (m)</b>	<b>Velocidad (m/s)</b>	<b>Reynolds</b>	<b>Cd</b>
2,0	30000	575,23	42050	0,690
2,0	20000	561,10	195221	0,620
2,0	10000	614,39	791892	0,543
2,0	5000	655,50	1318933	0,542
2,0	2500	675,11	1666293	0,535
2,0	1000	686,61	1905936	0,531
2,0	0	694,17	2079638	0,528

En la figura 3.194 se graficaron los resultados de la variación del coeficiente de arrastre de las tablas 3.13 hasta la tabla 3.18. Estos datos serán usados en los siguientes capítulos como los valores del coeficiente de arrastre del Arreaux.



**Figura 3.195** Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux con el número de Reynolds y el número de Match.

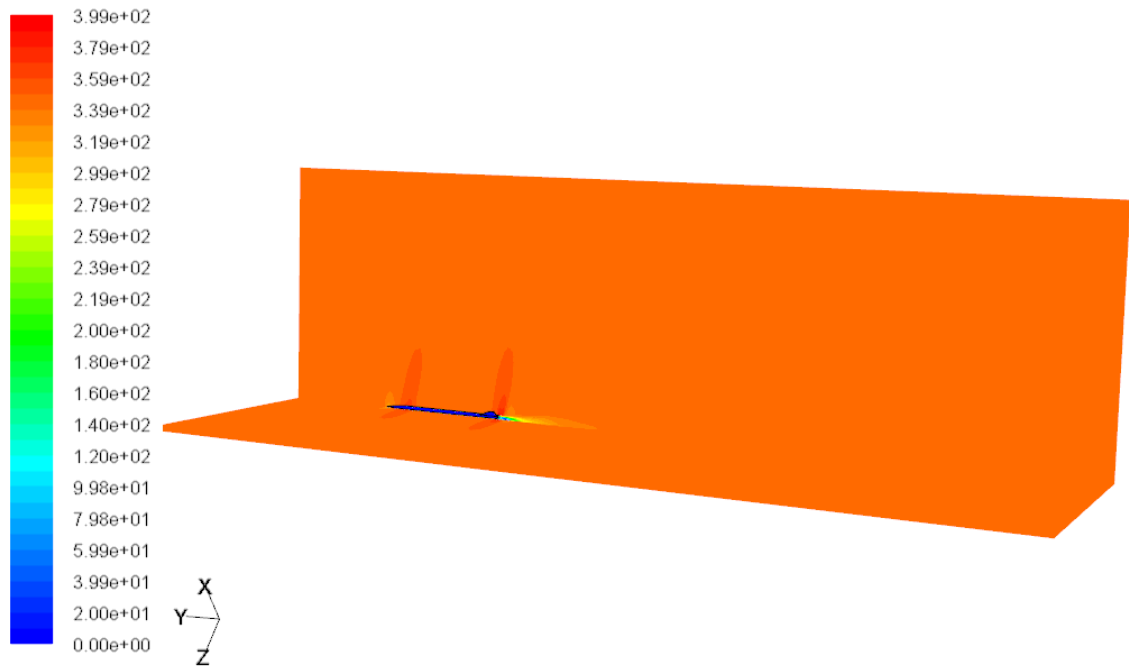
## Contornos de Propiedades Físicas

### Validación del Volumen de Control

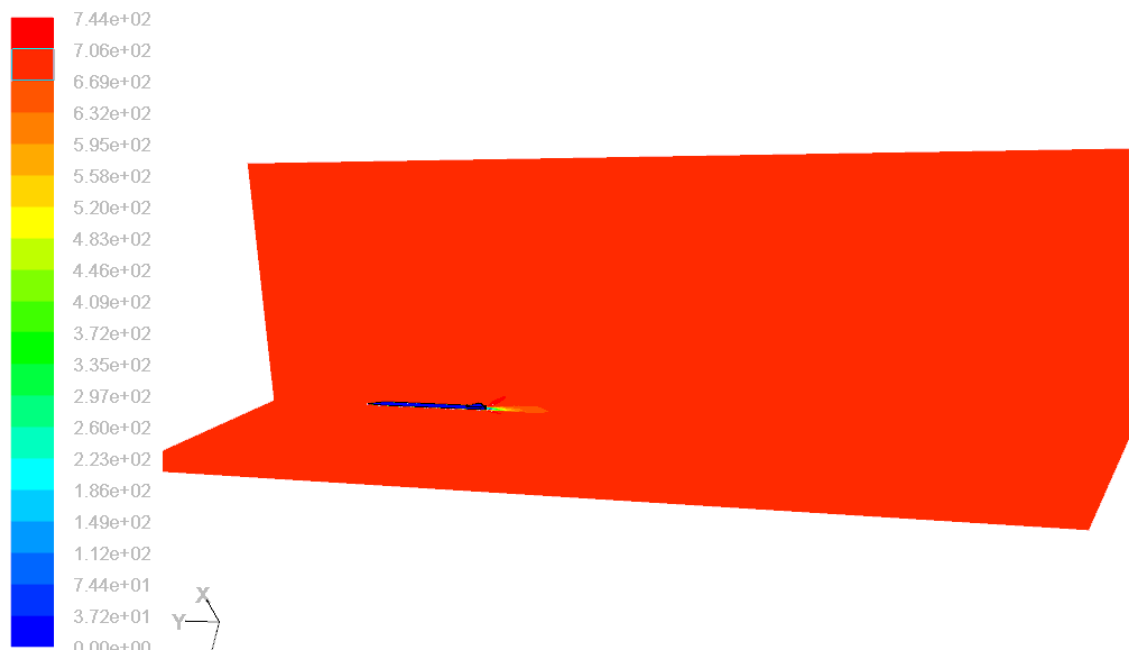
Para confirmar que las dimensiones del volumen de control asumido son correctas, se analizaron las gráficas de los contornos de las propiedades físicas del fluido dentro del mismo. A continuación se mostrarán algunos gráficos de contornos obtenidos con el *post-procesador* de *Fluent*.

Desde la figura 3.196 hasta la figura 3.208 se observa que las propiedades físicas del aire en las zonas alejadas de las paredes de Arreaux (zonas no afectadas por los efectos viscosos y turbulentos) son los valores de la corriente libre, lo cual hace que nuestro modelo se válido.

En las figuras 3.196 y 3.197 se observa que la velocidad del aire en las paredes del Arreaux es nula debido a la condición de no deslizamiento.

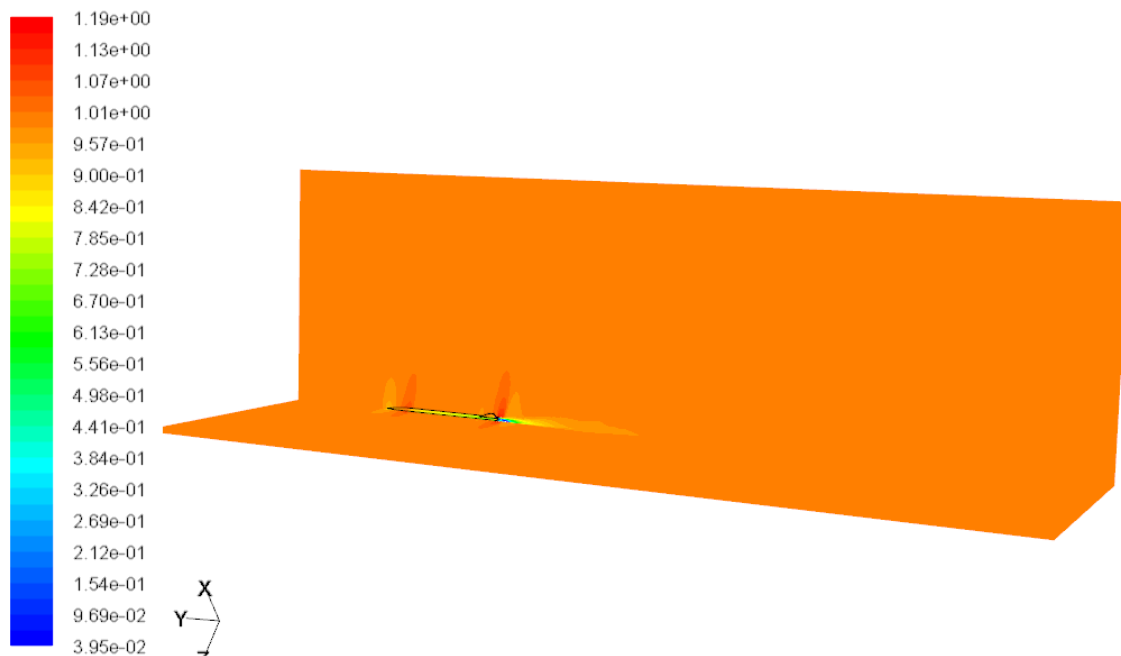


**Figura 3.196** Contornos de Velocidad (m/s) del aire 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

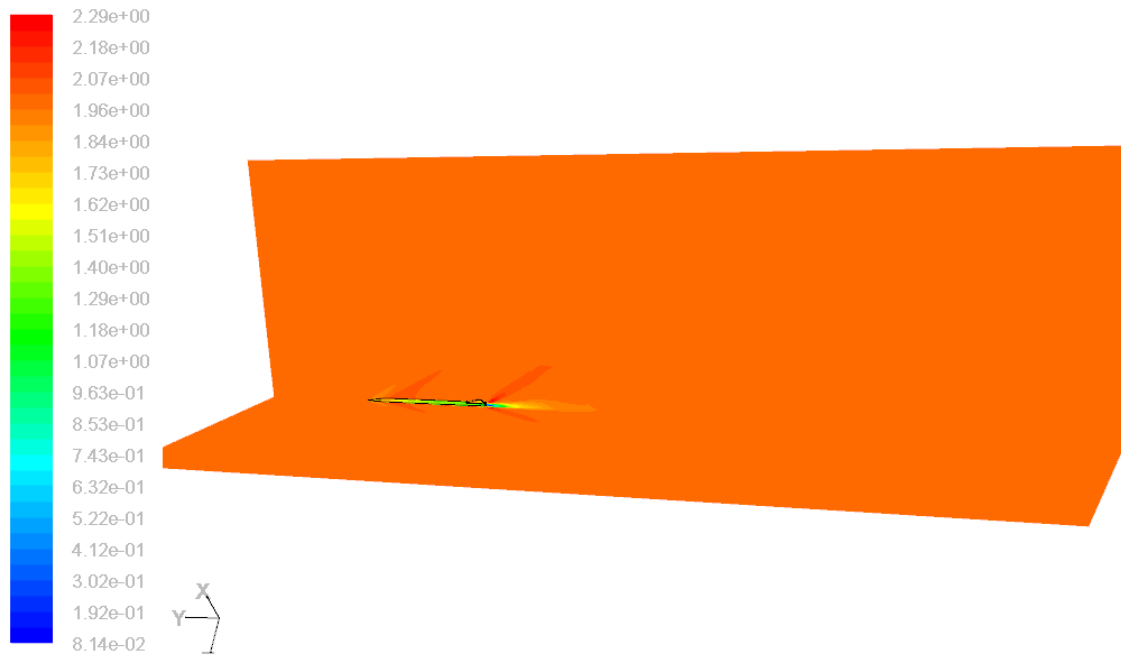


**Figura 3.197** Contornos de Velocidad (m/s) del aire 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

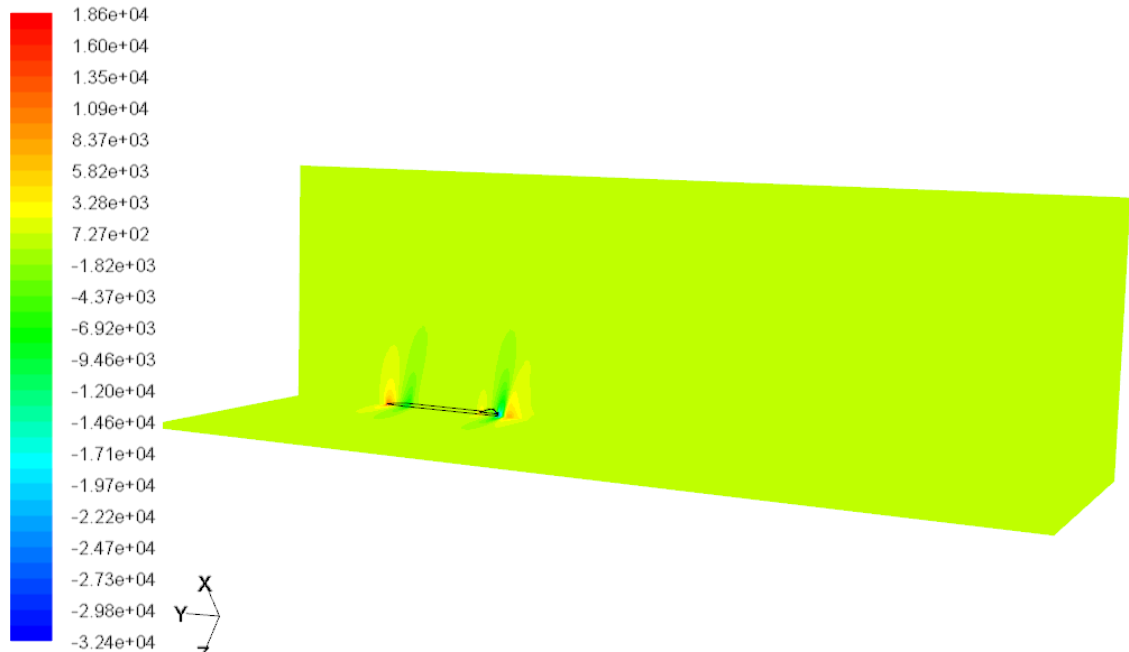




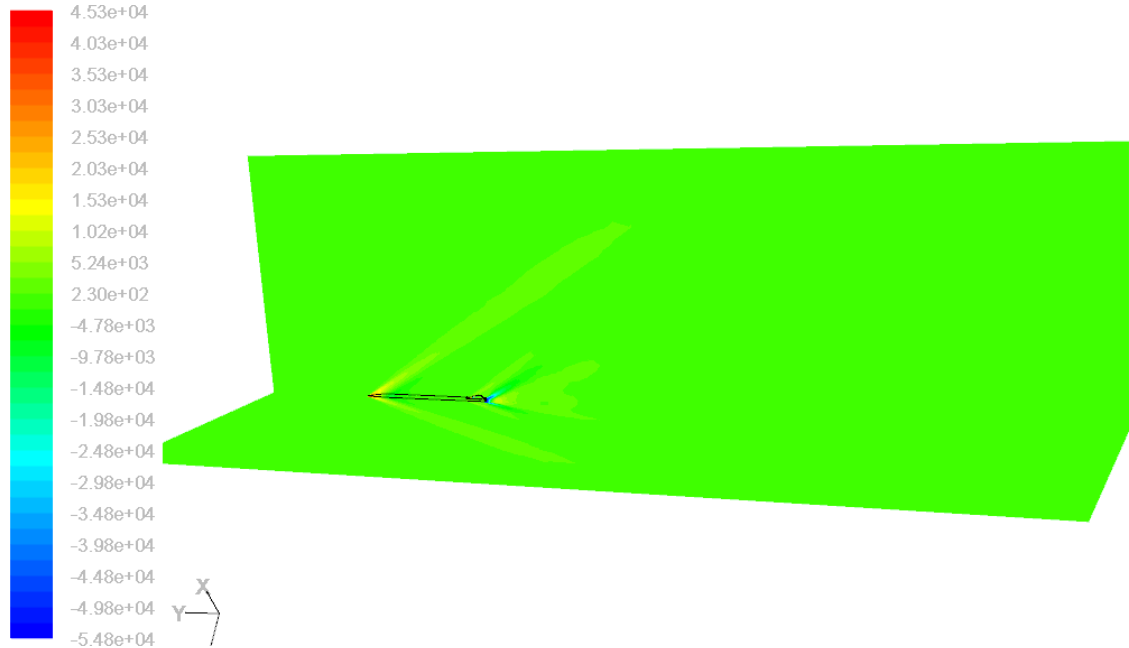
**Figura 3.198** Contornos del Número de Match a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



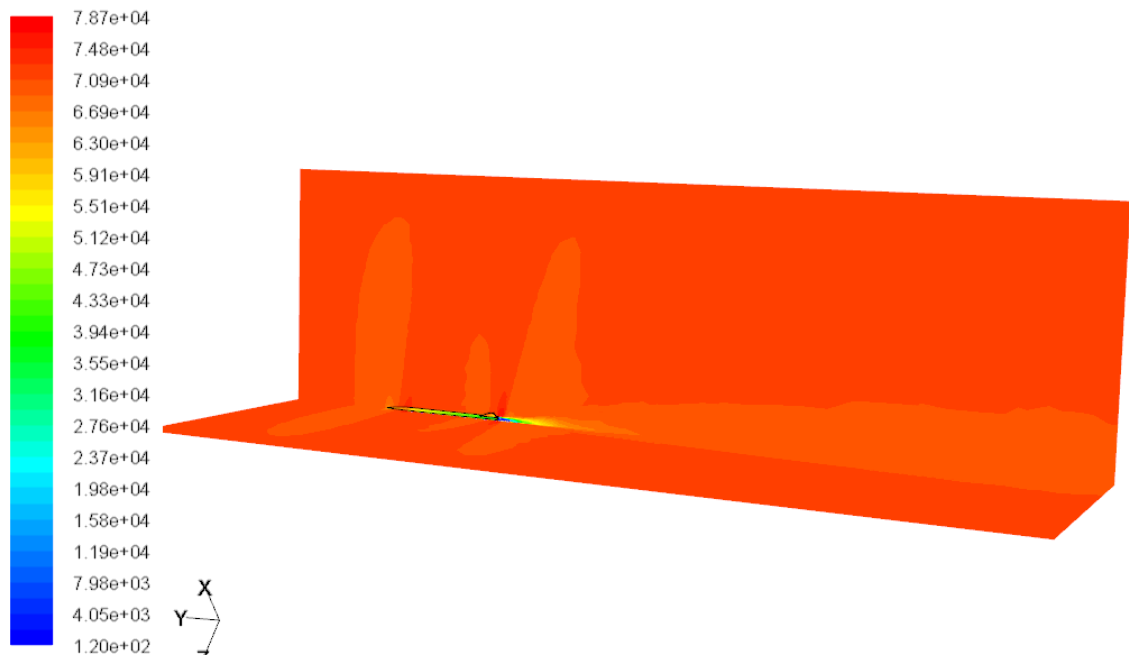
**Figura 3.199** Contornos del Número de Match a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



**Figura 3.200** Contornos de Presión Estática (Pa) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

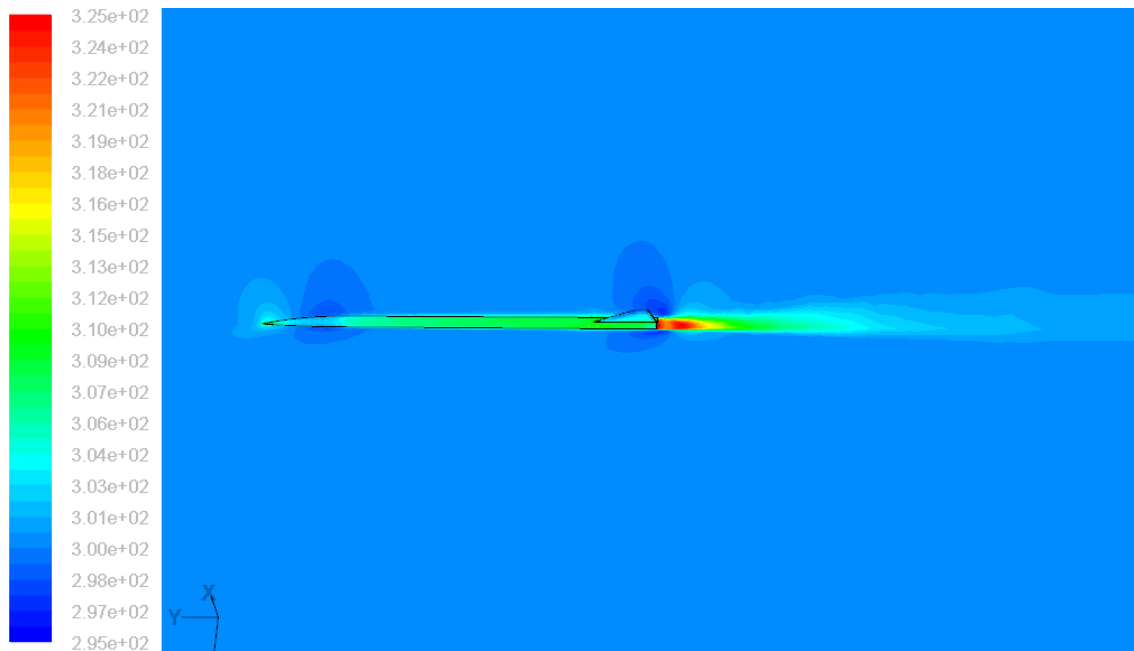


**Figura 3.201** Contornos de Presión Estática (Pa) a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

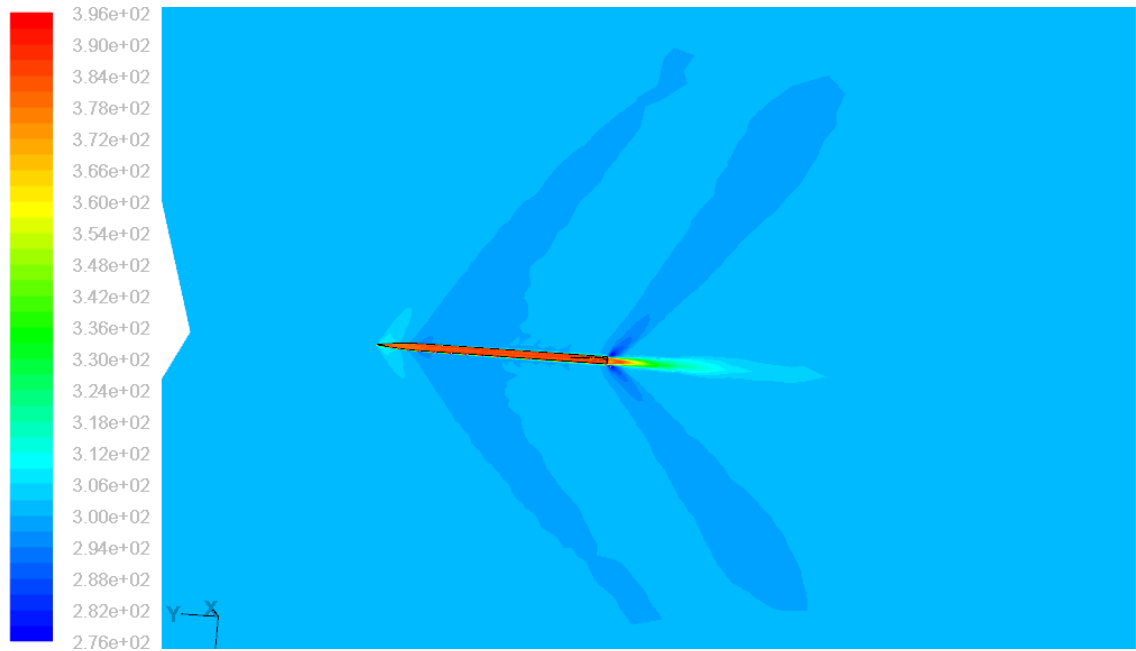


**Figura 3.202** Contornos de Presión Dinámica (Pa) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

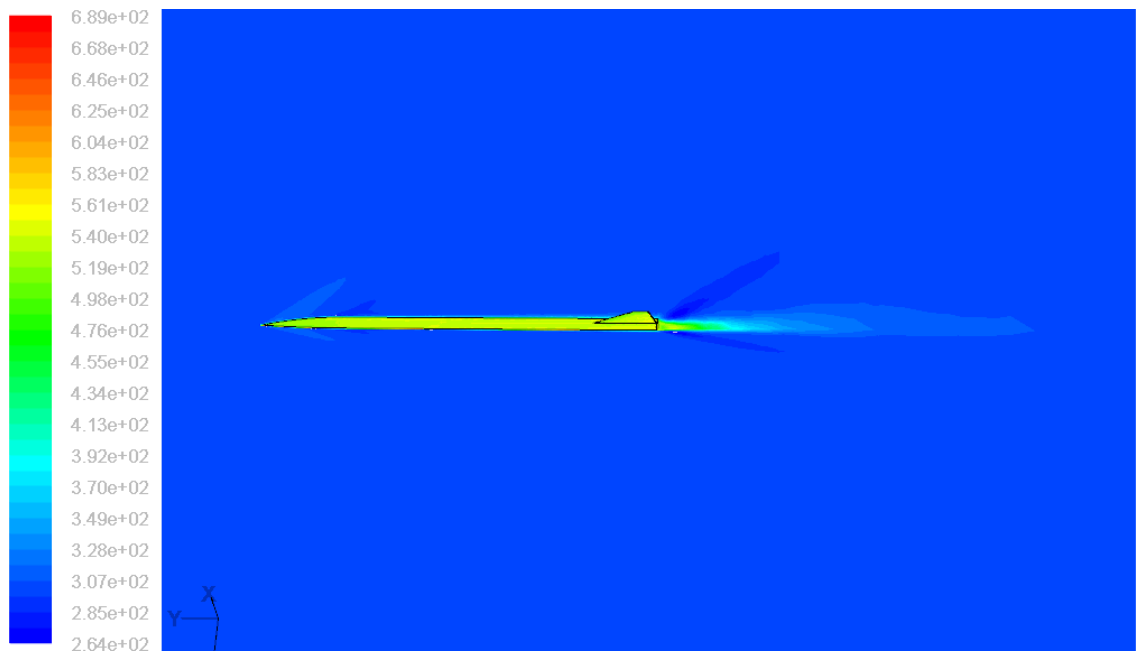
En los contornos de temperatura (ver figuras 3.203, 3.204, 3.205) se observa que la temperatura en las paredes del cohete aumenta considerablemente al aumentar la velocidad de vuelo. Cuando la velocidad de vuelo alcanza los 2 *Ma* la temperatura en las paredes es de 560 °K aproximadamente.



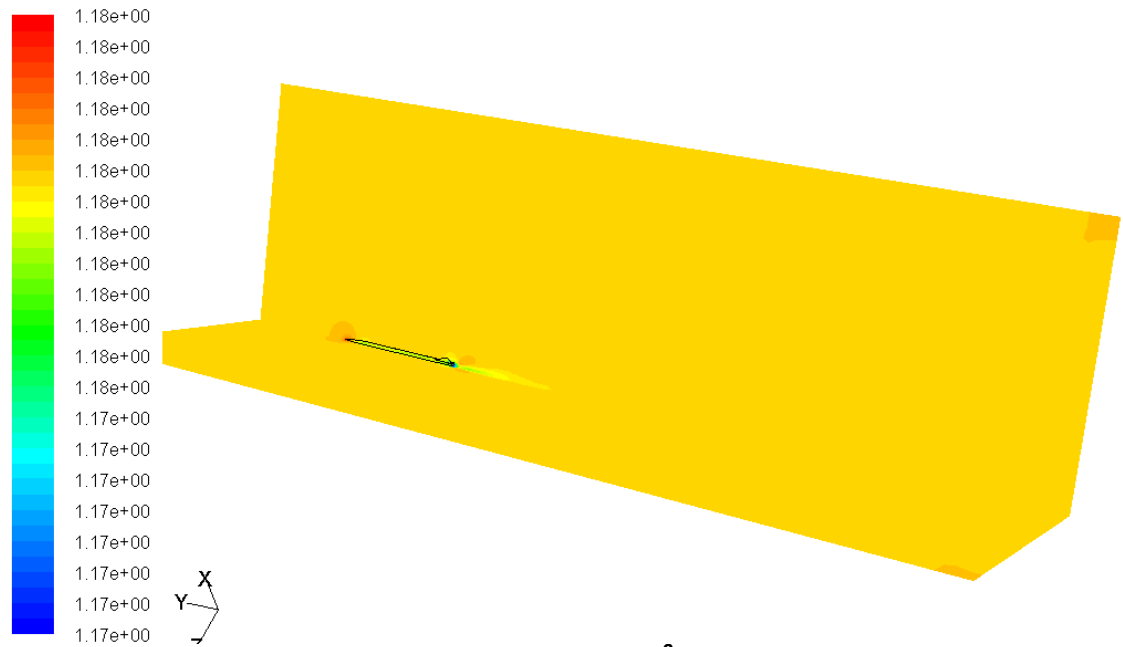
**Figura 3.203 Contornos de Temperatura Estática (°K) del aire a 0.8 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.**



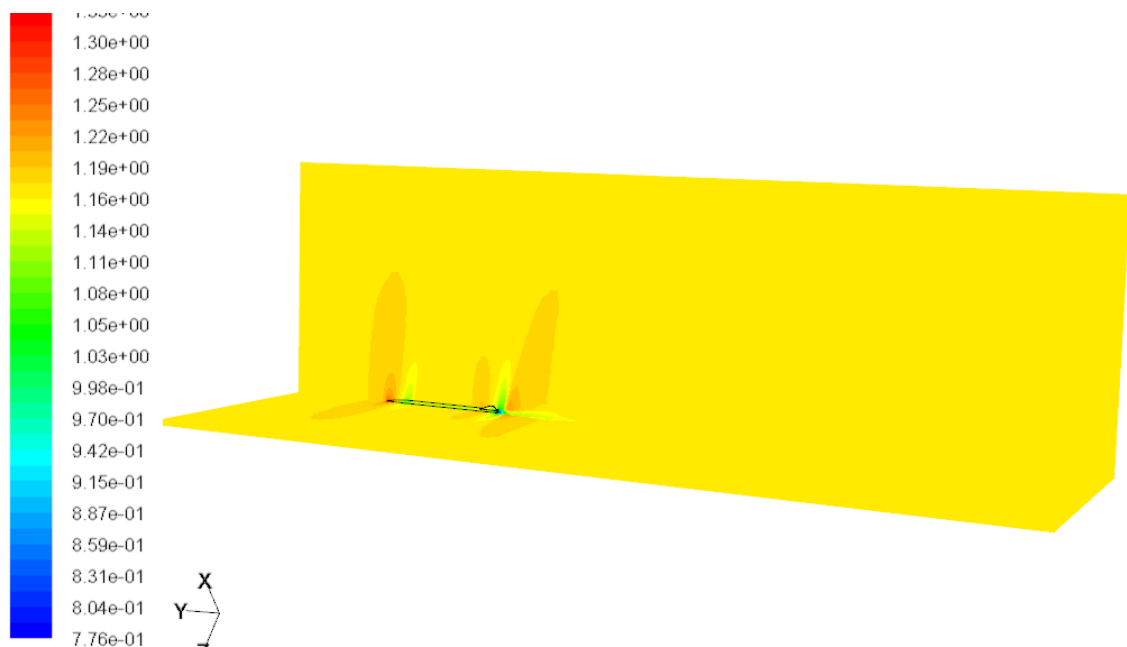
**Figura 3.204** Contornos de Temperatura Estática ( $^{\circ}\text{K}$ ) del aire a 1.2 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



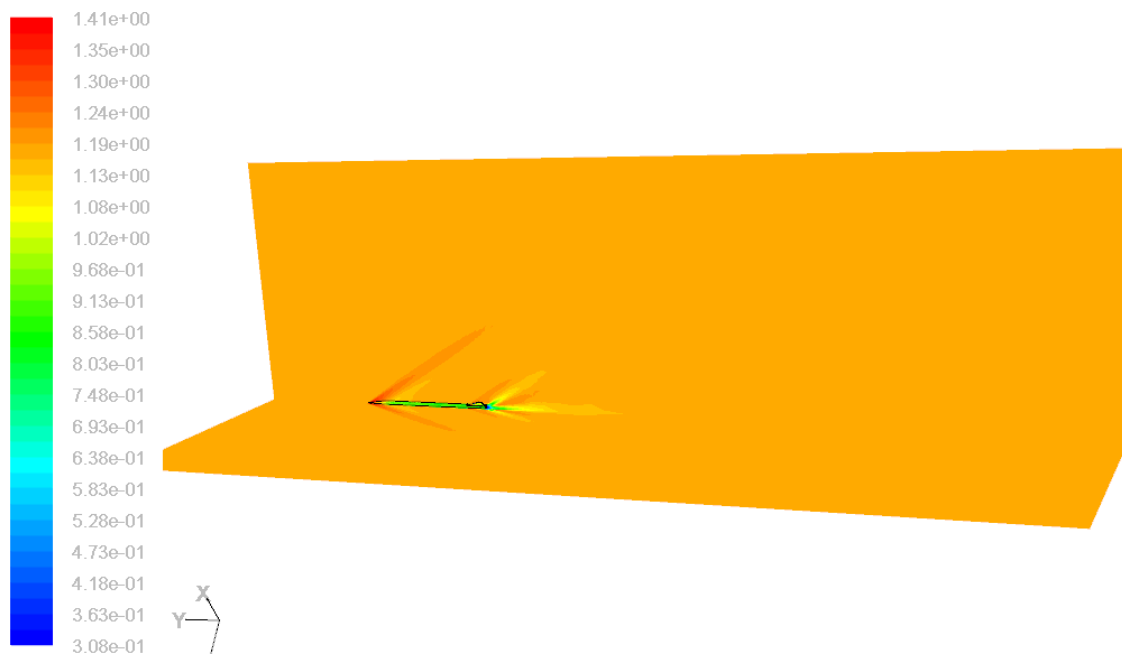
**Figura 3.205** Contornos de Temperatura Estática ( $^{\circ}\text{K}$ ) del aire a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



**Figura 3.206** Contornos de Densidad ( $\text{kg/m}^3$ ) a 0.1 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



**Figura 3.207** Contornos de Densidad ( $\text{kg/m}^3$ ) a 1.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.



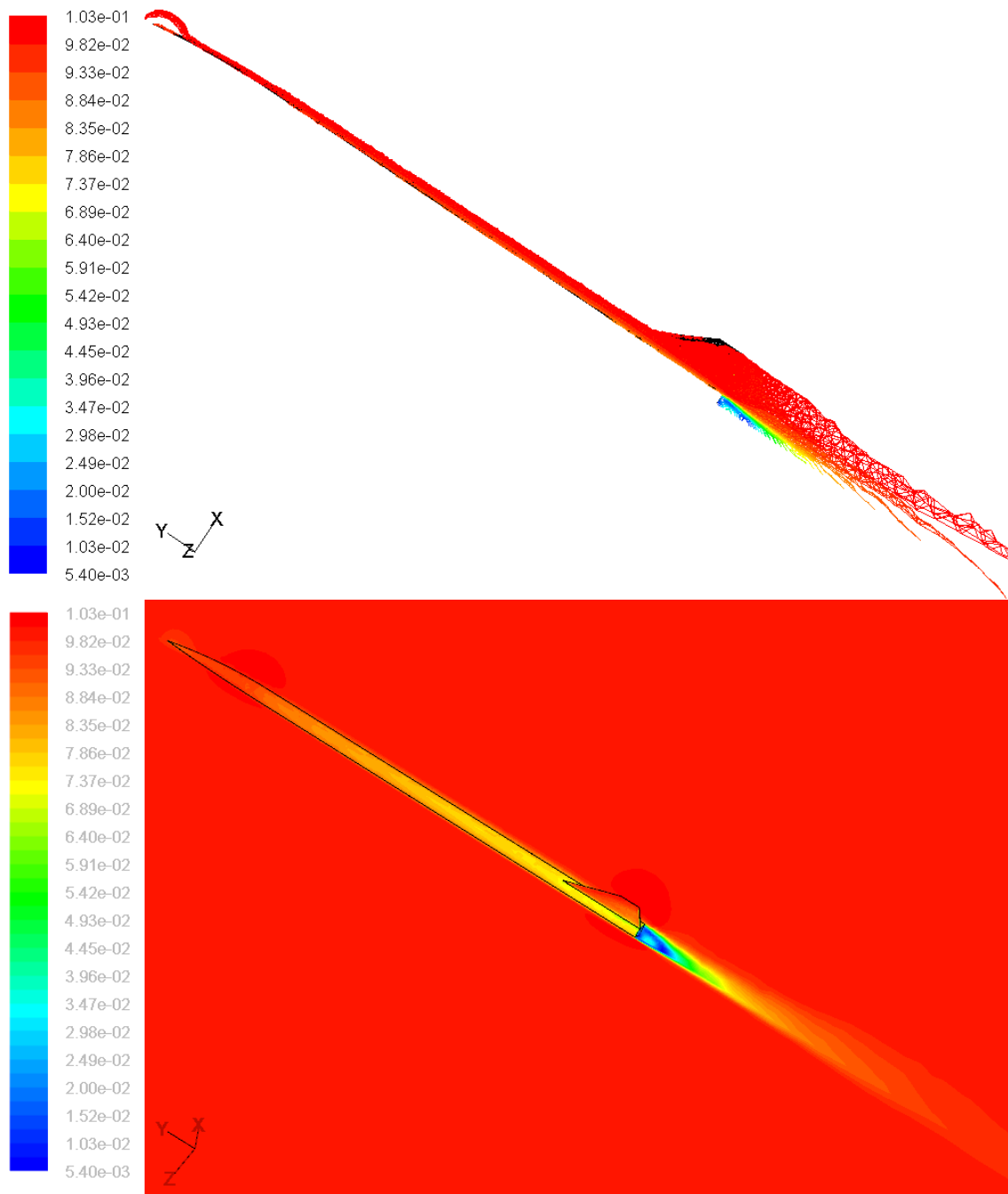
**Figura 3.208** Contornos de Densidad ( $\text{kg/m}^3$ ) a 2.0 Ma a 0 m ASNM en los planos de simetría y sobre las paredes del Arreaux.

### **Contornos del Número de Match**

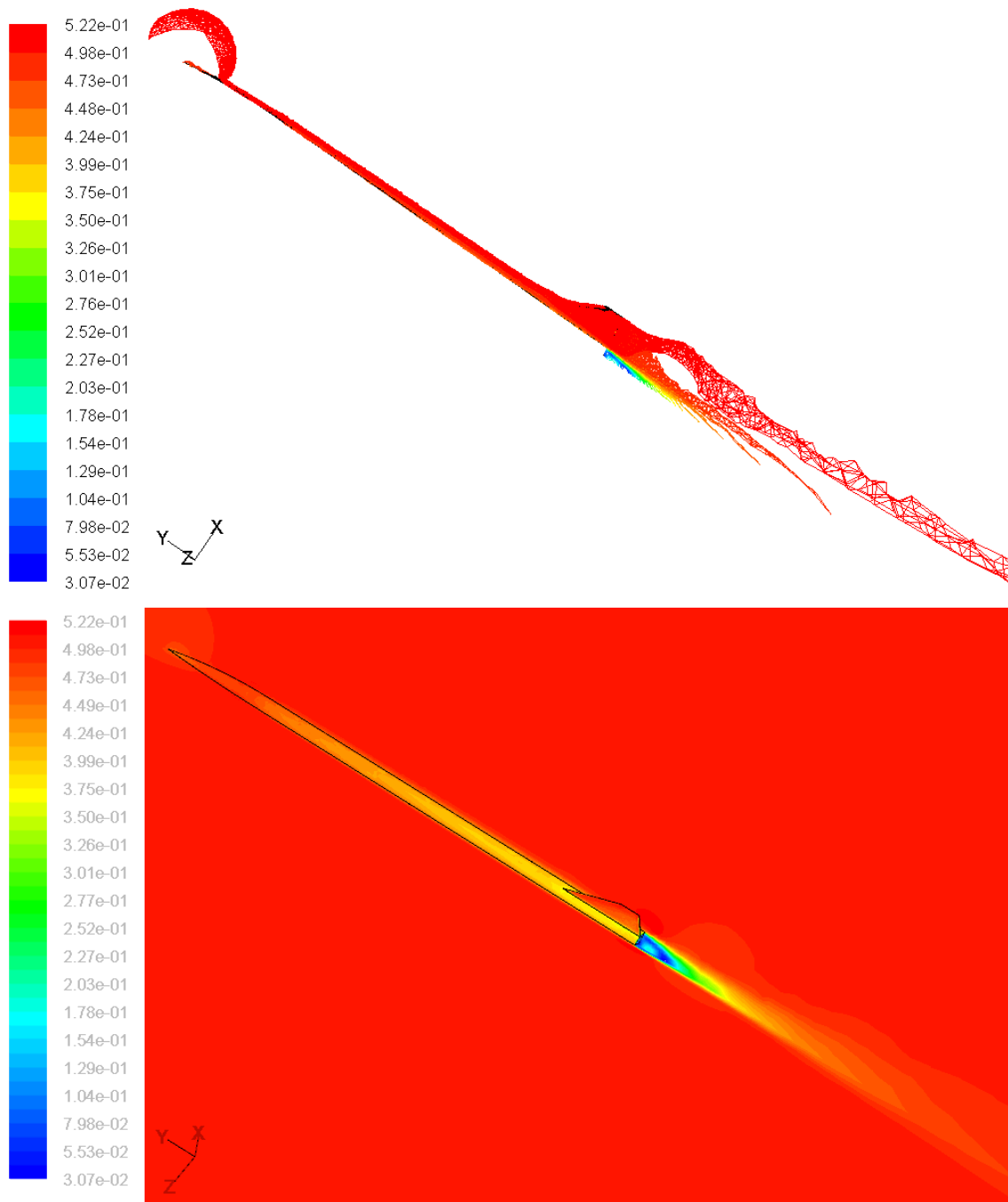
En las siguientes figuras (3.209 - 3.216) se puede observar varios contornos del número de match alrededor del vehículo.

Cuando el flujo incide en la punta de la ojiva se tiene el punto de estancamiento (donde la velocidad del flujo es nula) produciéndose la máxima presión en flujo. A medida que el flujo recorre la curvatura de la ojiva este se acelera por el cambio de dirección. A una velocidad de la corriente libre cercana a 0.8 match (ver figura 3.211) se empieza a producir la onda de choque al finalizar la curvatura de la ojiva, es decir la velocidad del aire es igual o mayor que la velocidad del sonido, aun cuando la velocidad de la corriente libre es de 0.8 match. Al aumentar la velocidad de la corriente libre se forma el cono de la onda de choque. A mayor velocidad del flujo, el ángulo de la onda es más cerrado como se puede observar desde la figura 3.212 hasta la figura 3.216. Este mismo efecto se produce en las aletas donde se producen cambios de dirección.

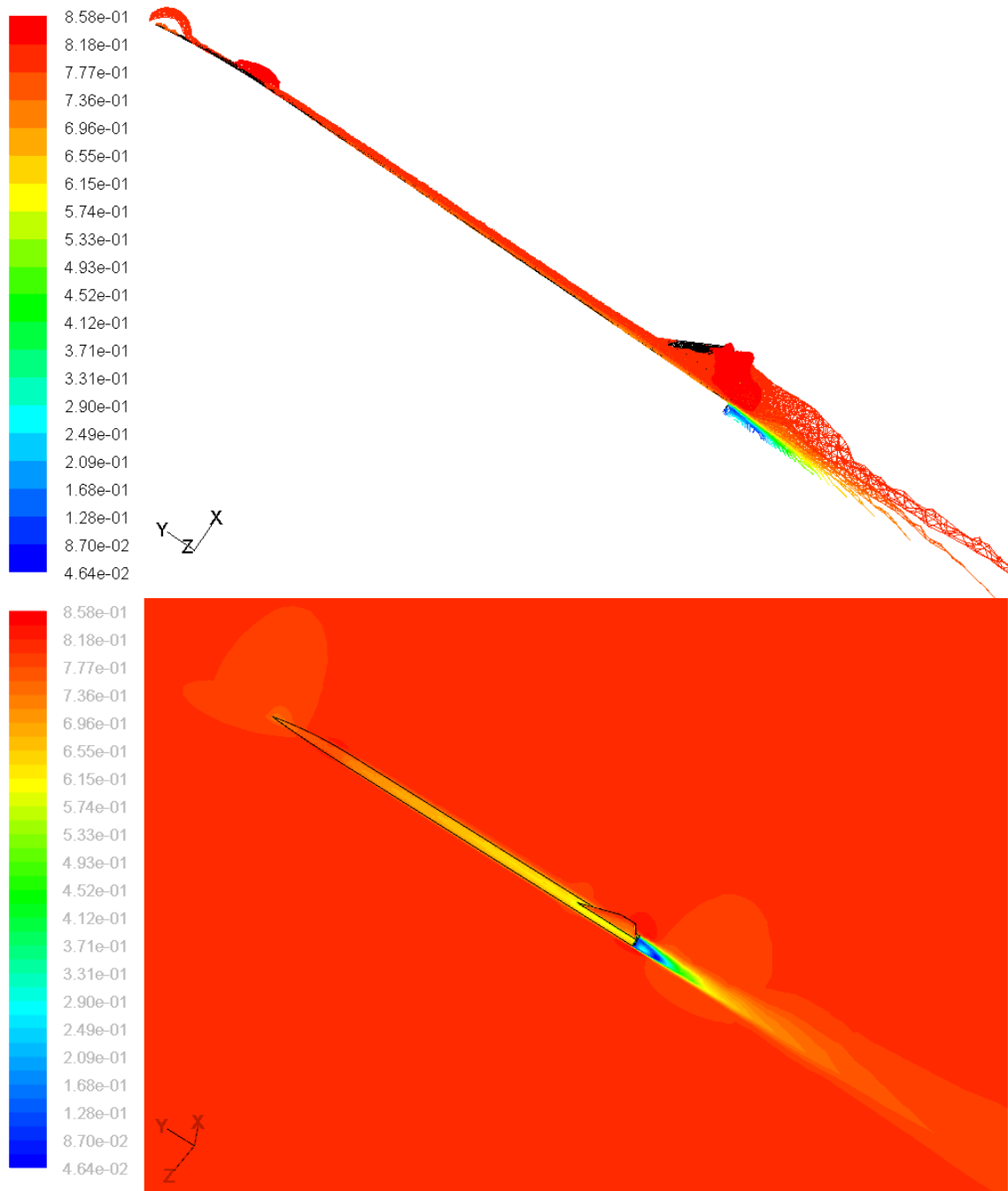




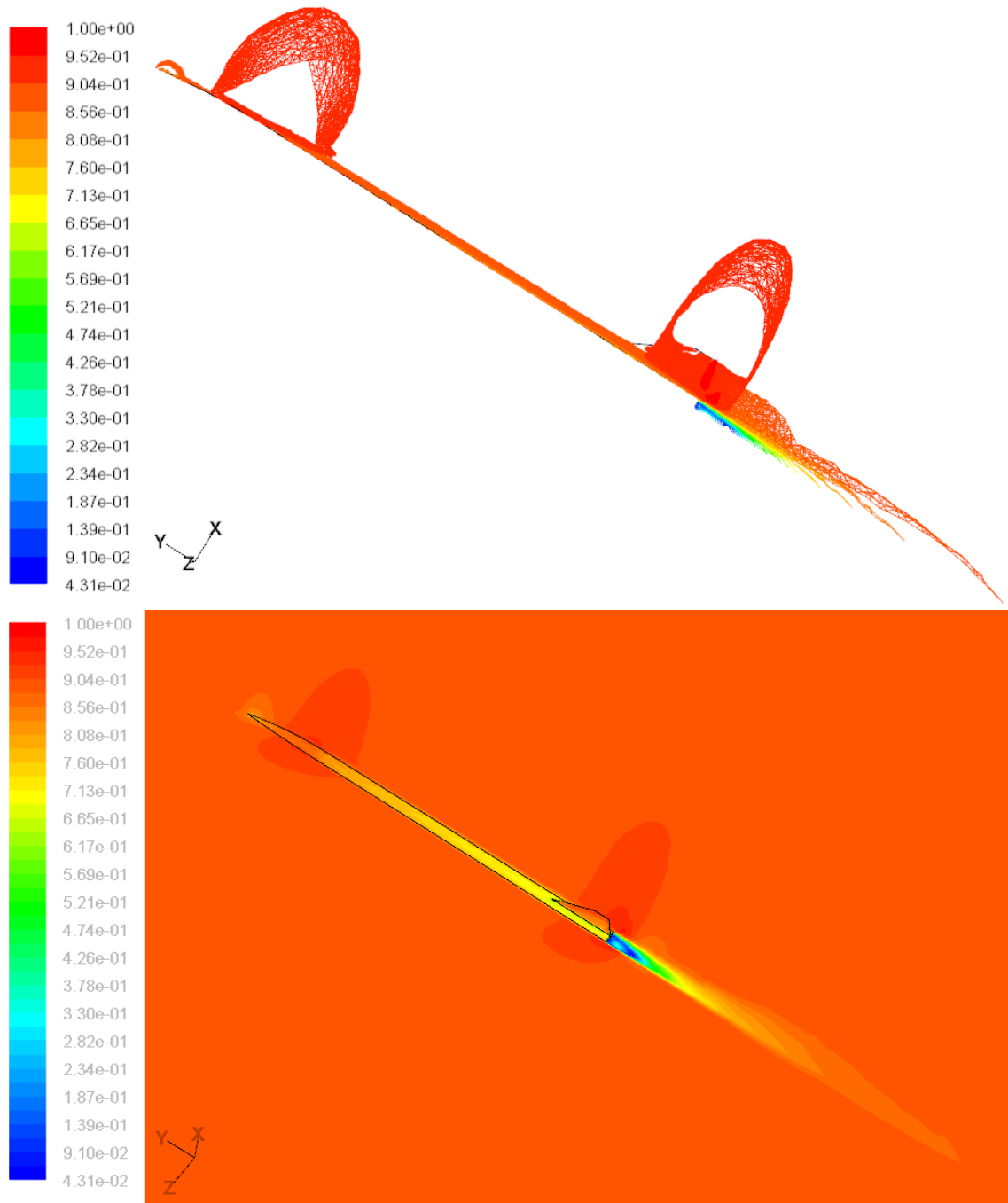
**Figura 3.209** Contornos del Número de Match a 0.1 Ma, 0 m ASNM.



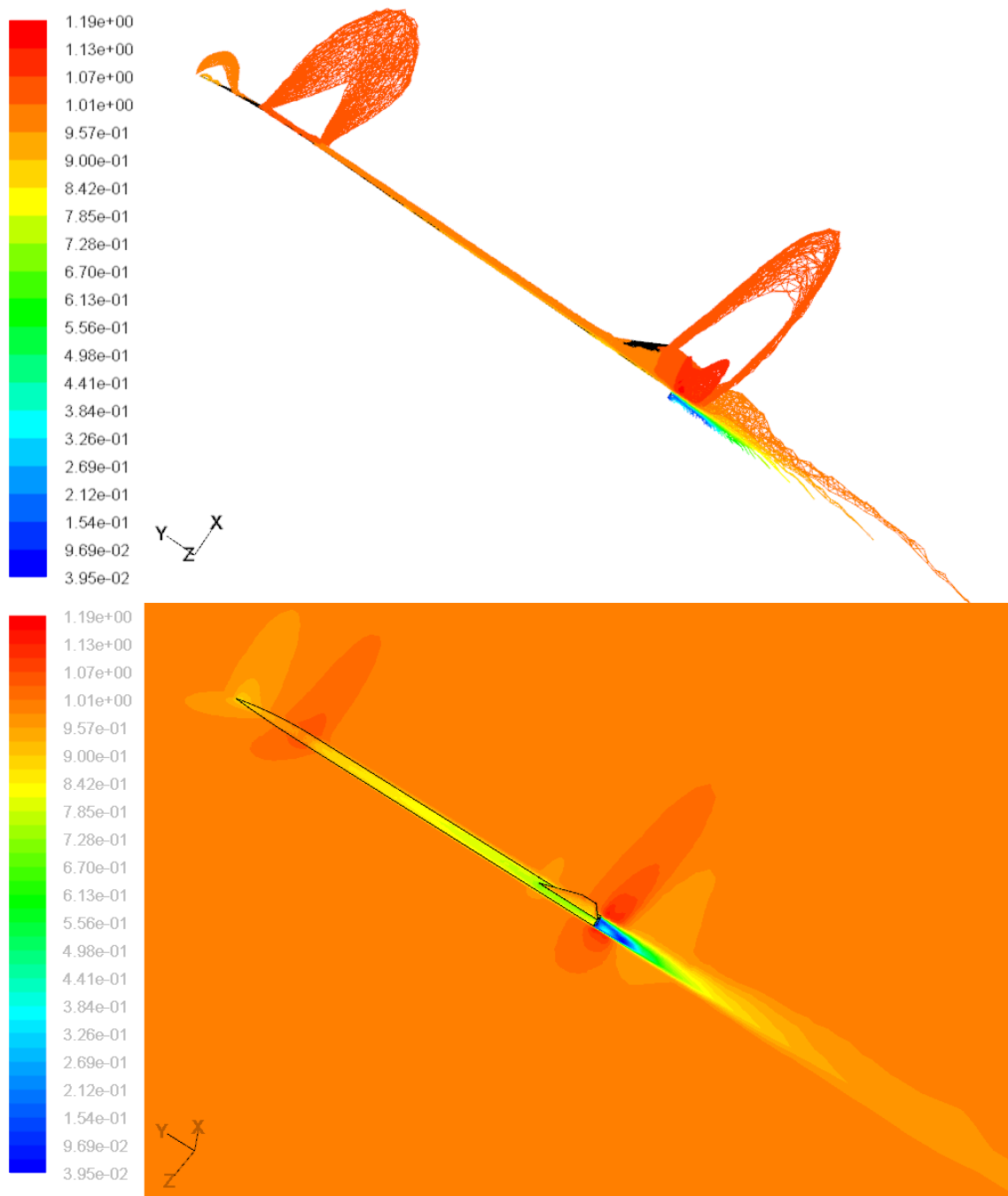
**Figura 3.210** Contornos del Número de Mach a 0.5 Ma, 0 m ASNM.



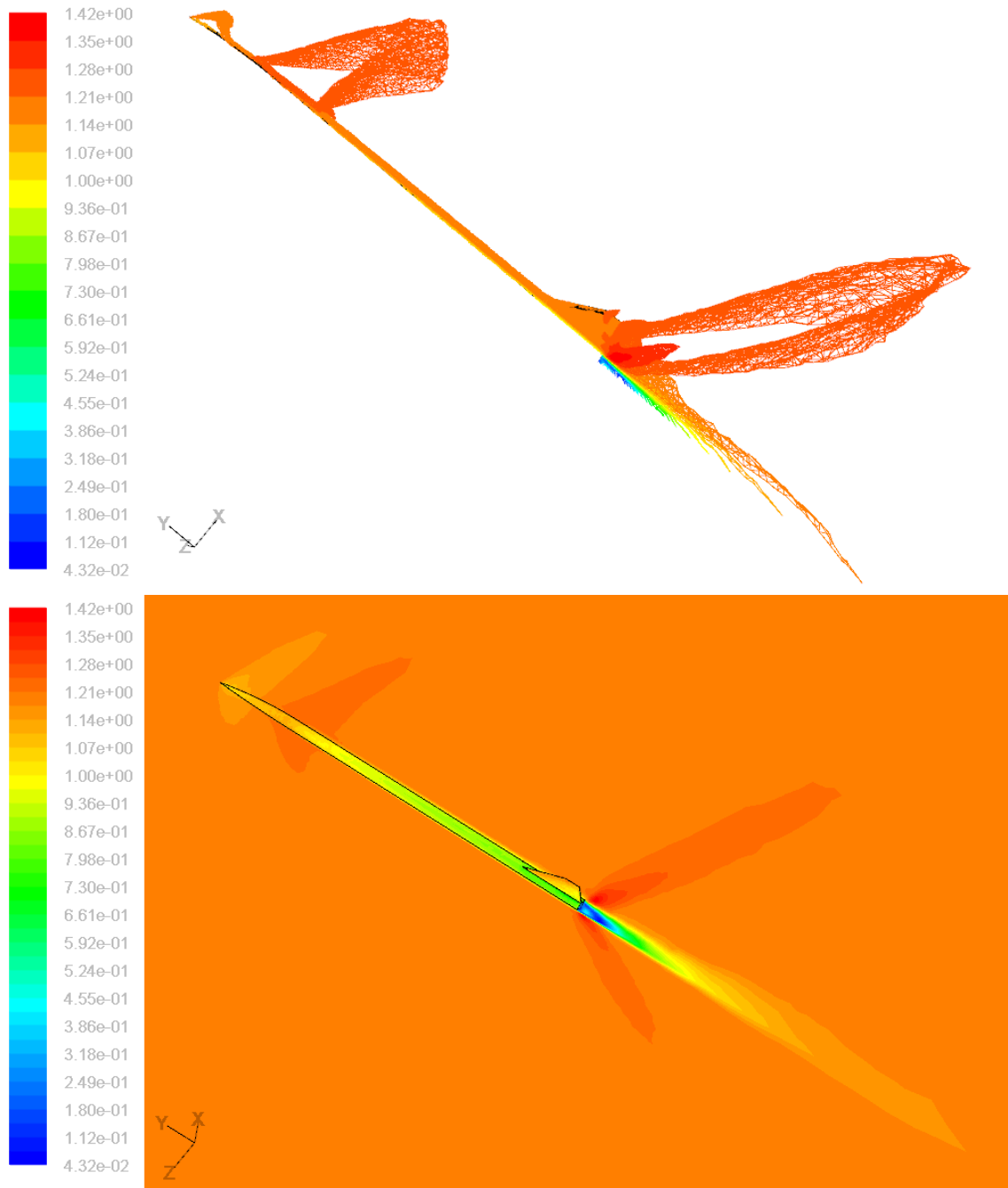
**Figura 3.211 Contornos del Número de Match a 0.8 Ma, 0 m ASNM.**



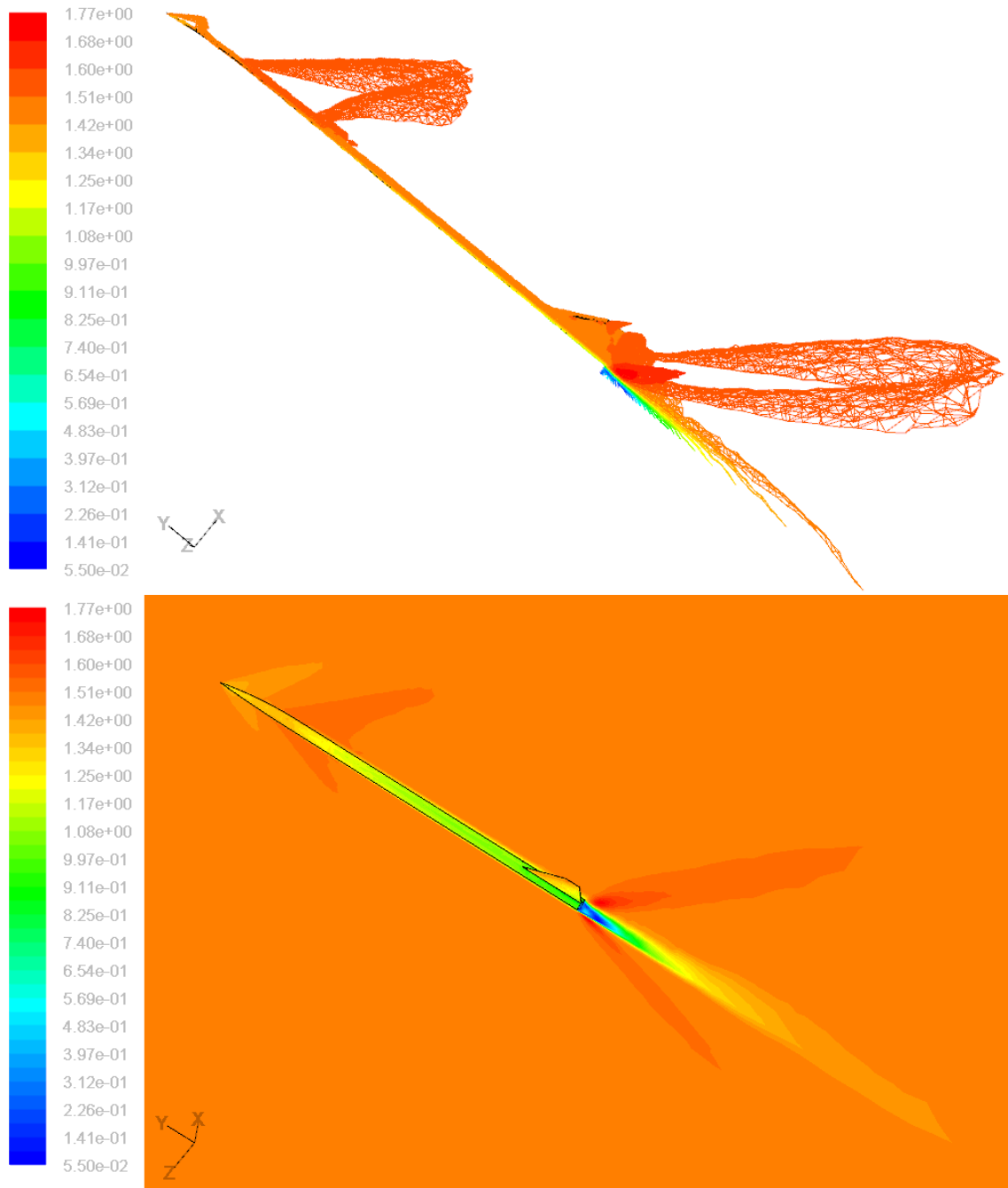
**Figura 3.212** Contornos del Número de Mach a 0.9 Ma, 0 m ASNM.



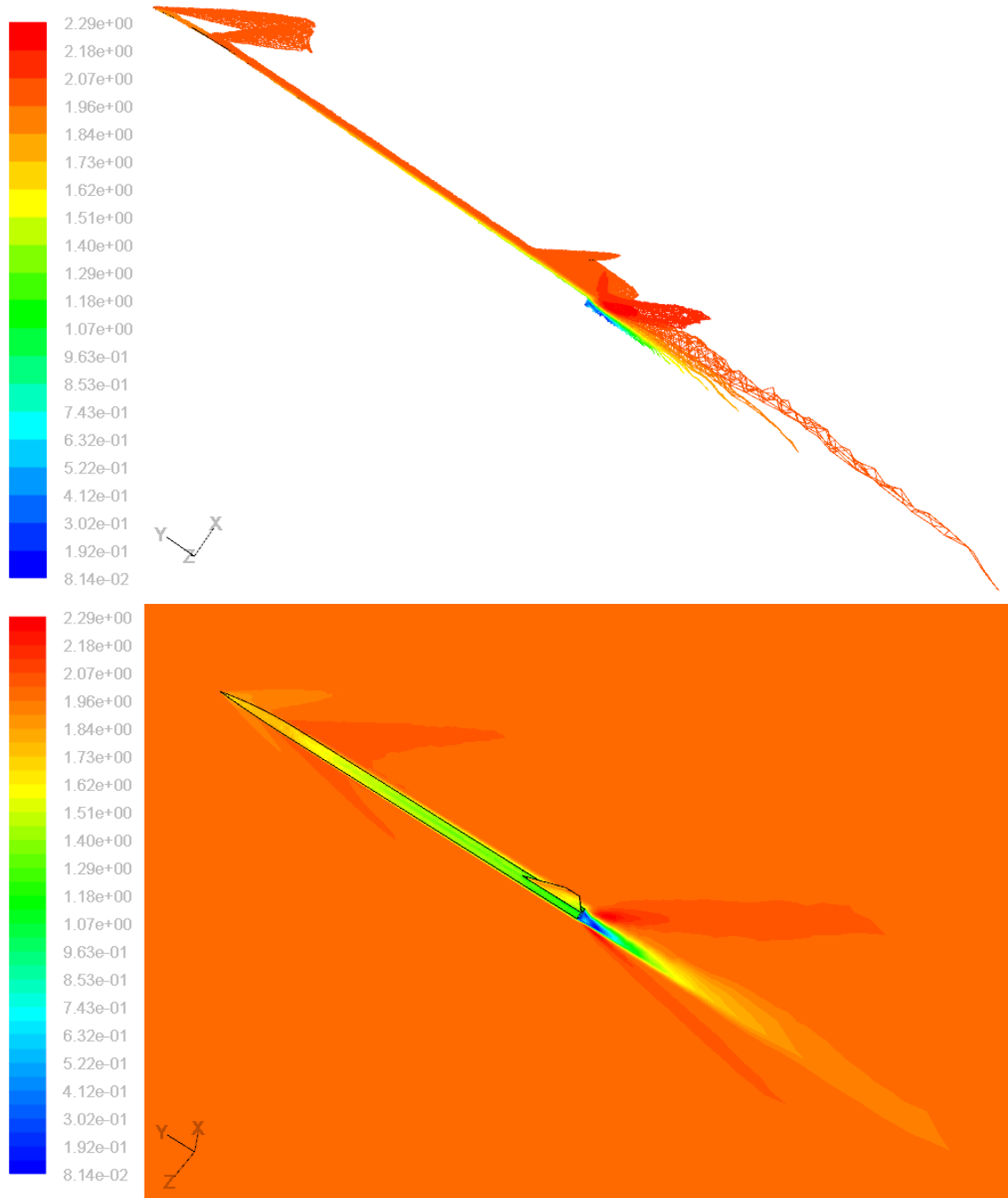
**Figura 3.213** Contornos del Número de Match a 1.0 Ma, 0 m ASNM.



**Figura 3.214** Contornos del Número de Mach a 1.2 Ma, 0 m ASNM.



**Figura 3.215** Contornos del Número de Mach a 1.5 Ma, 0 m ASNM.

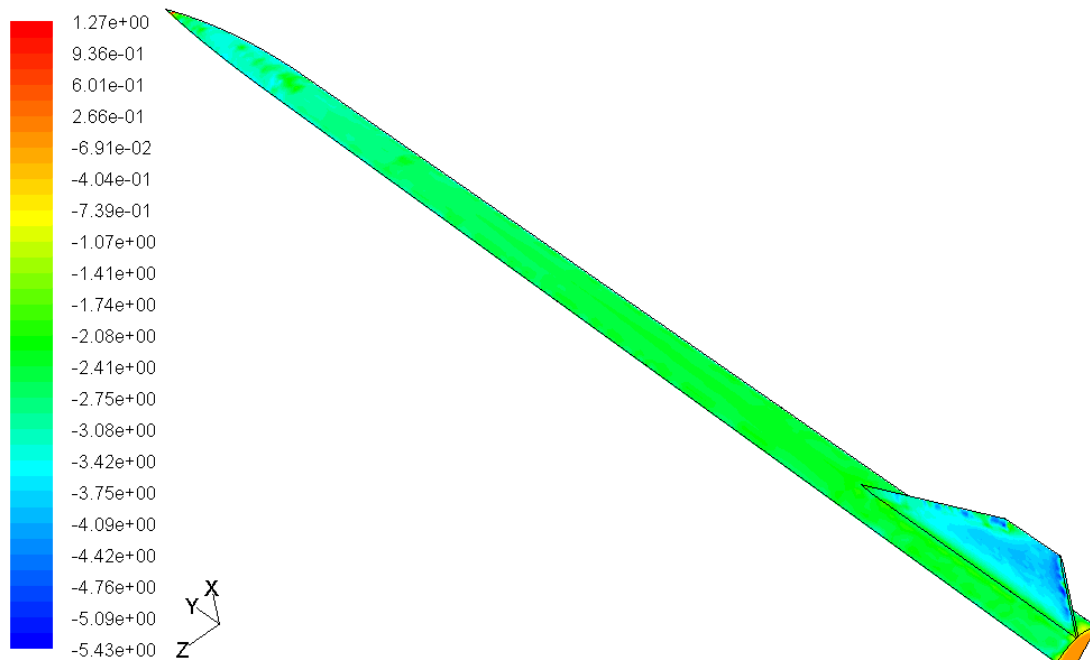


**Figura 3.216** Contornos del Número de Match a 2.0 Ma, 0 m ASNM.

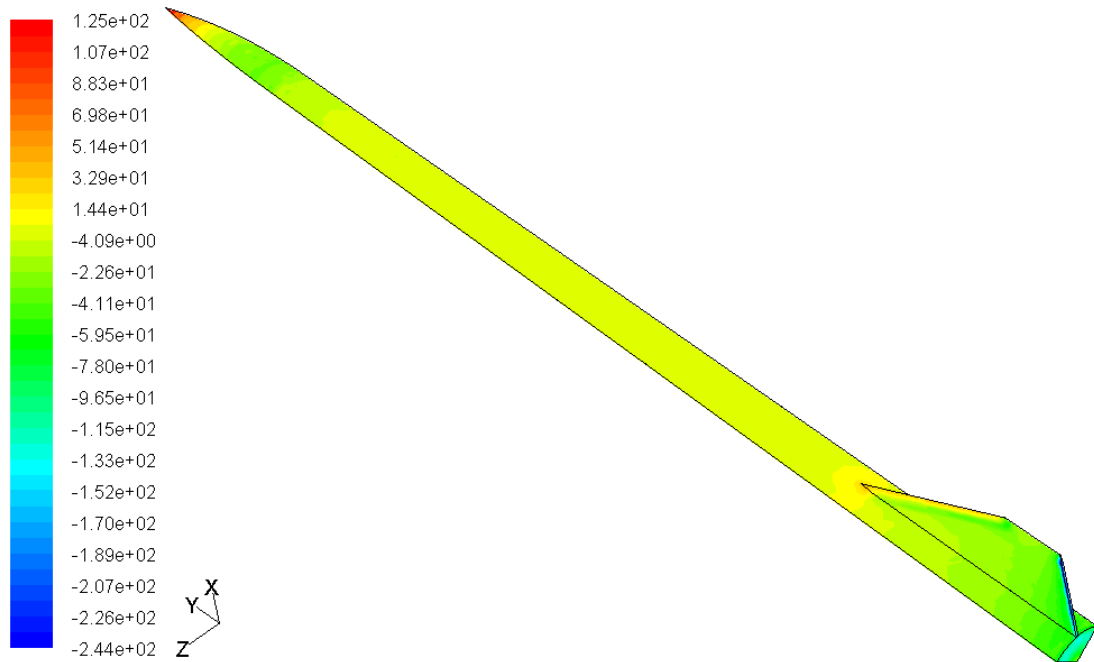


### Contornos de Presión Total, Presión Estática y Esfuerzo Cortante sobre las Paredes del Arreaux

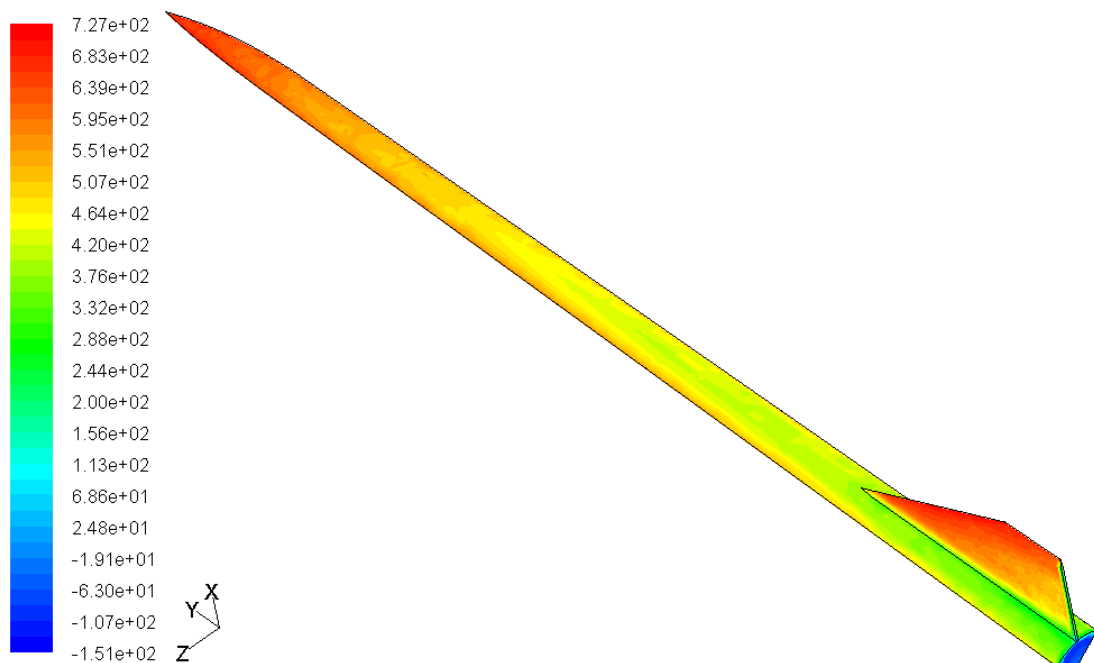
La fuerza de arrastre que ejerce el fluido sobre el cohete se debe a los efectos viscosos que producen esfuerzos cortantes y la presión que produce que produce esfuerzos normales sobre las paredes del Arreaux. Con la ayuda del *post-procesador* se muestran algunos resultados a continuación.



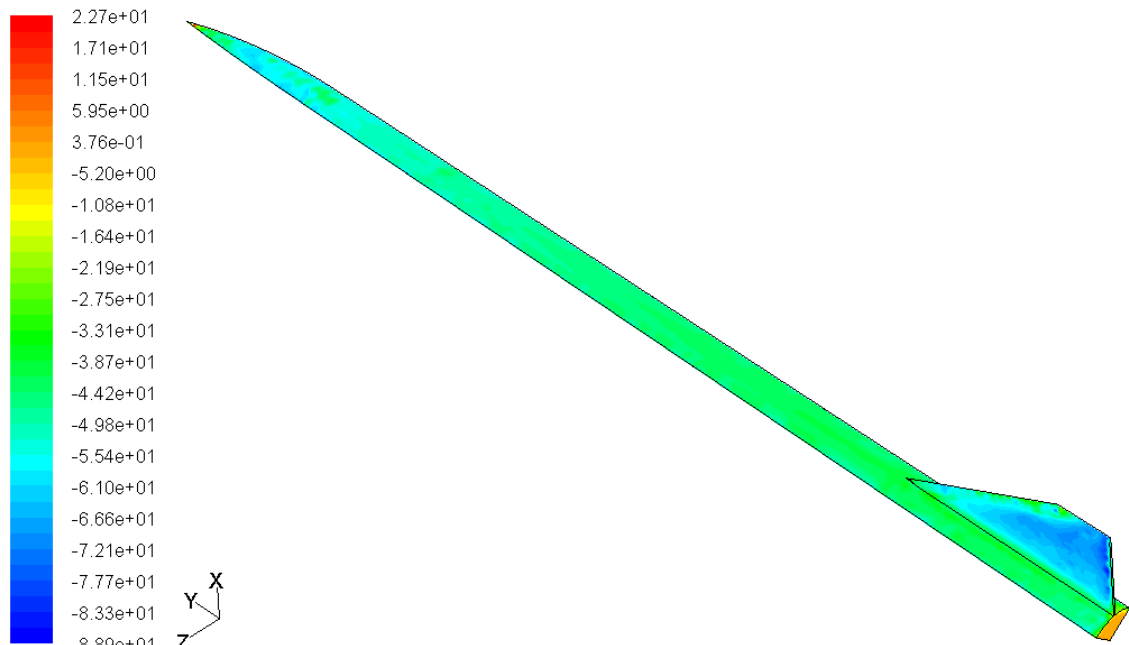
**Figura 3.217** Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente "y", corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.



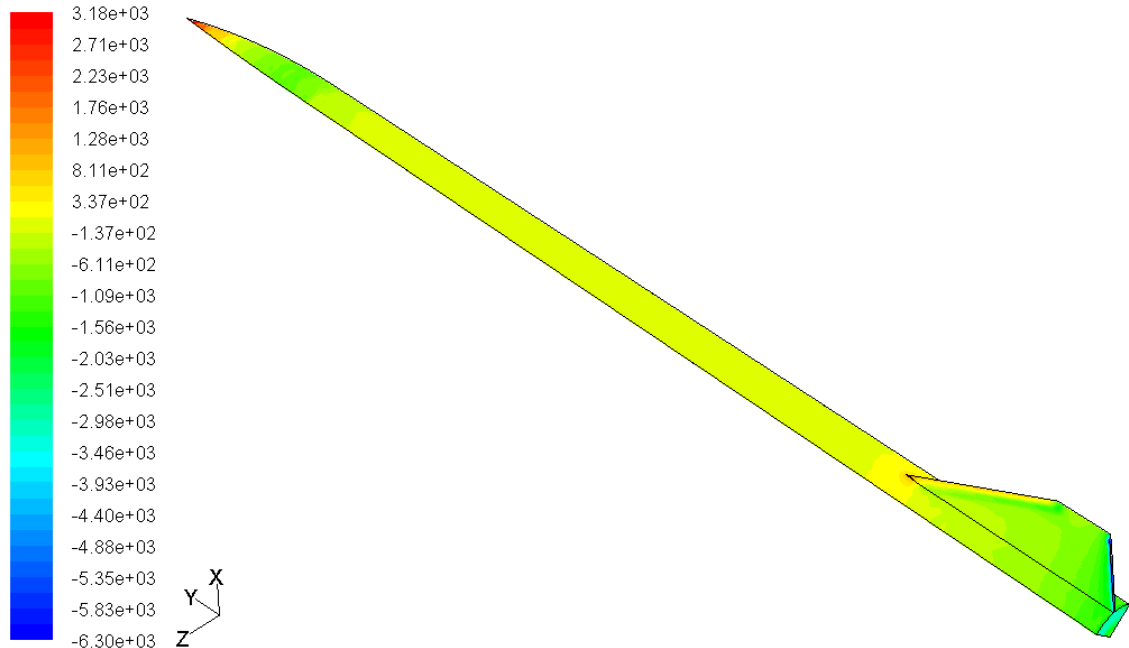
**Figura 3.218** Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.



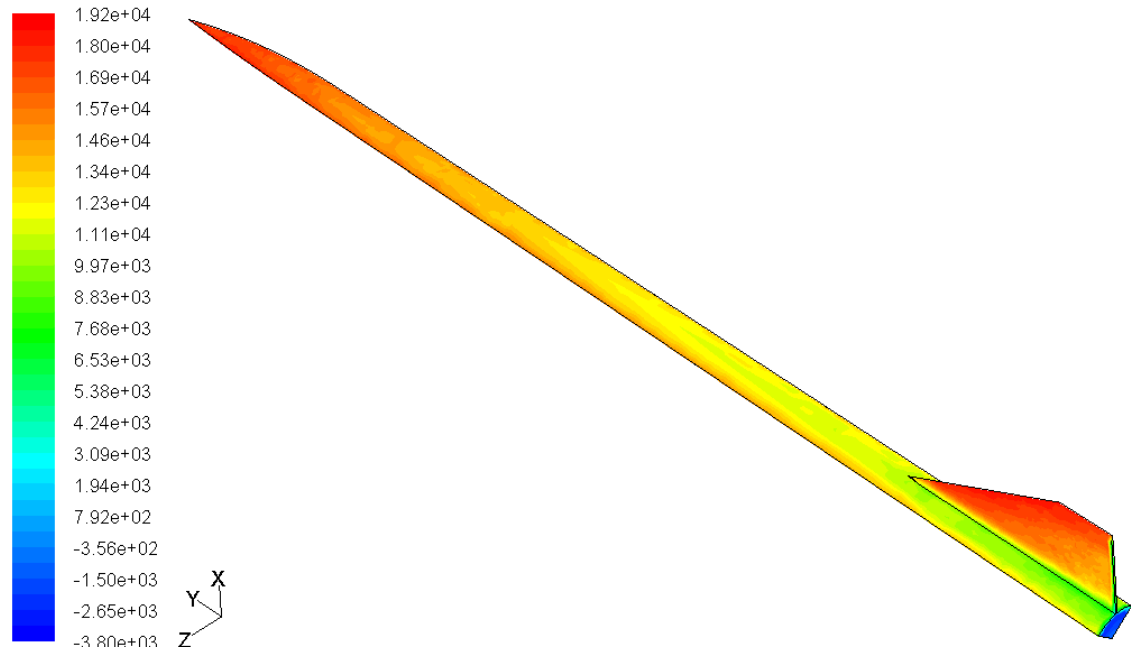
**Figura 3.219** Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreux a 0.1 Ma, 0 m ASNM.



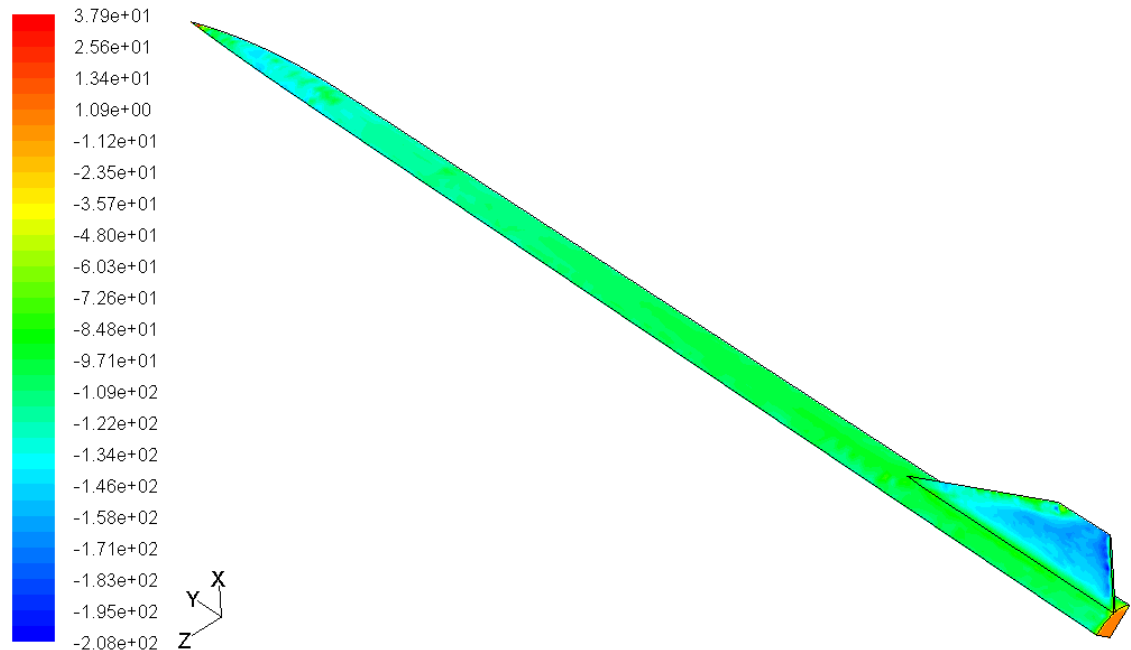
**Figura 3.220** Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente "y", corriente arriba, sobre las paredes del Arreux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.



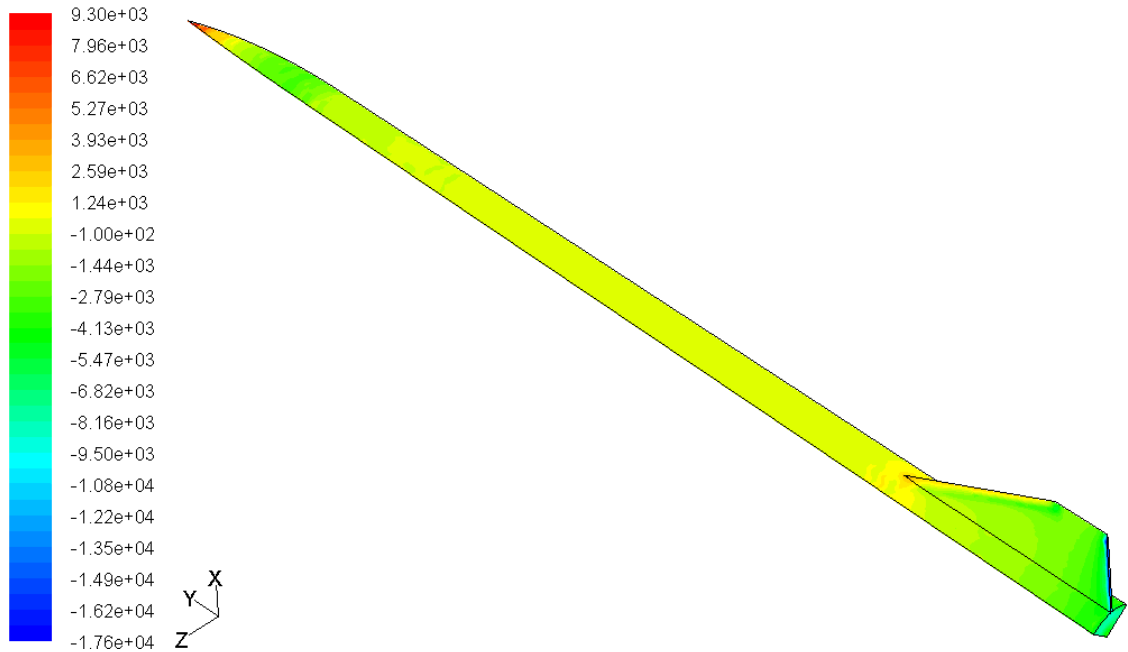
**Figura 3.221** Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.



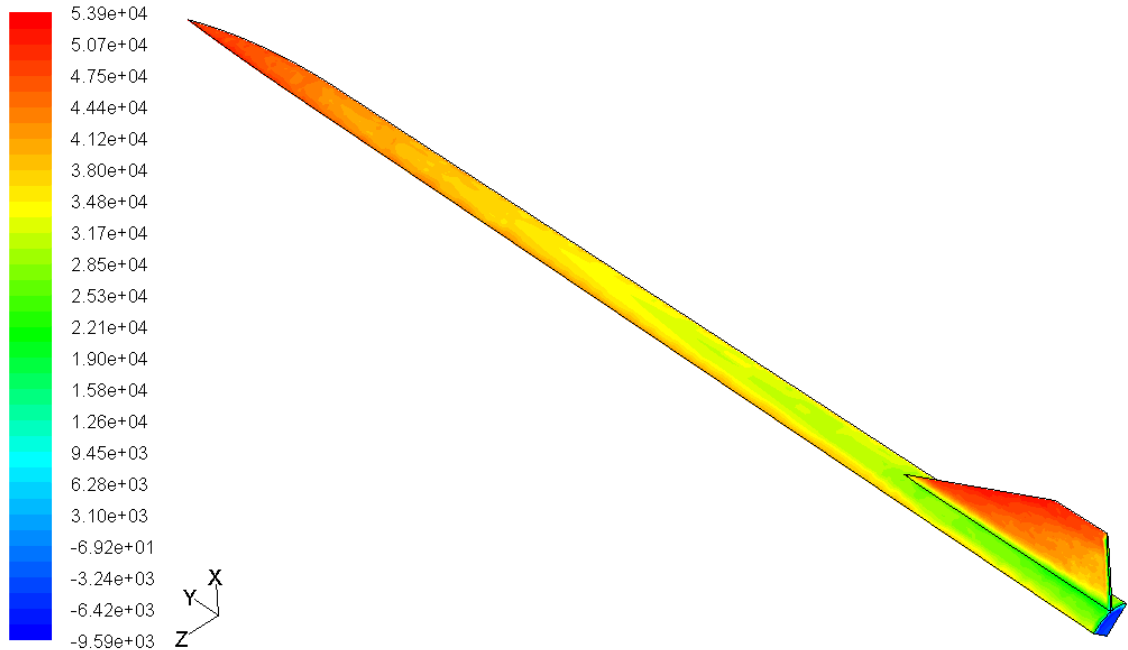
**Figura 3.222** Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.5 Ma, 0 m ASNM.



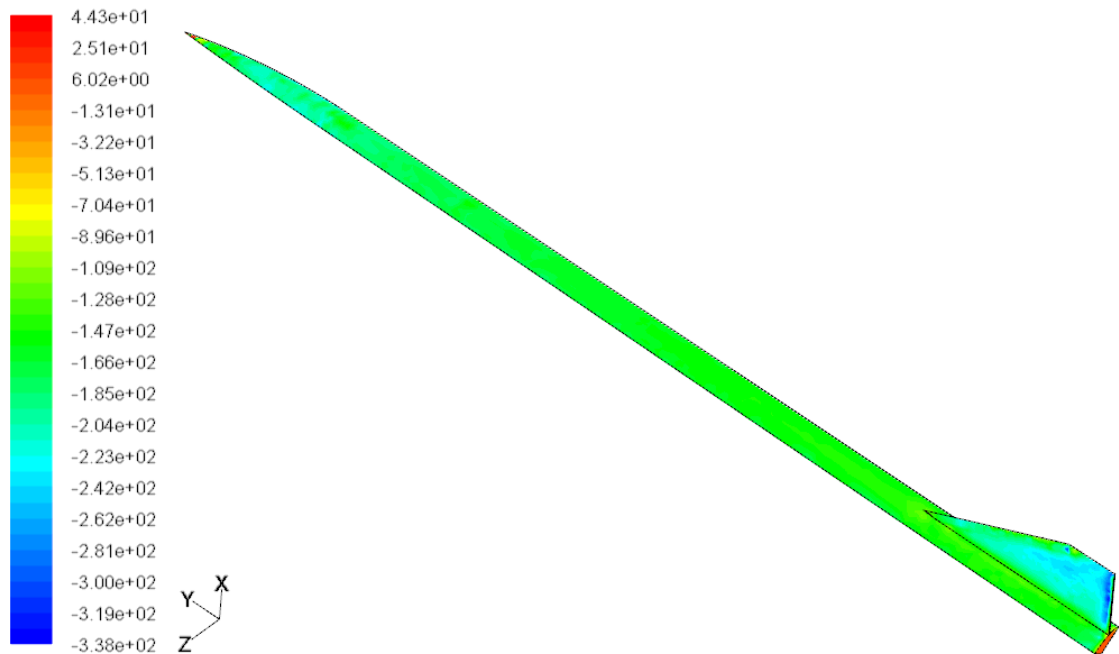
**Figura 3.223** Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente "y", corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.



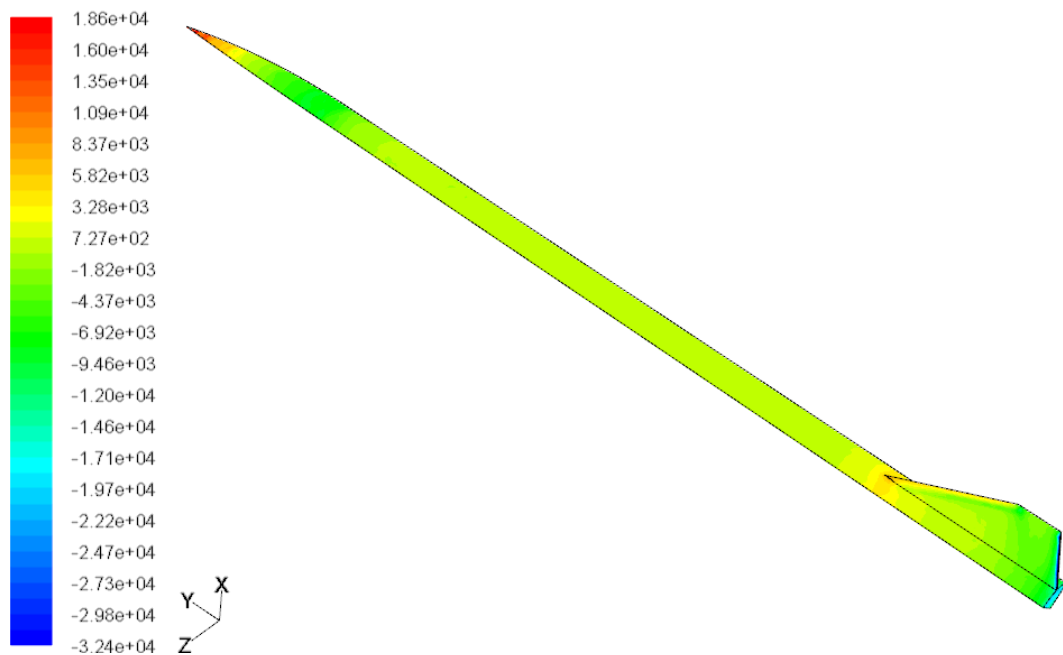
**Figura 3.224** Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.



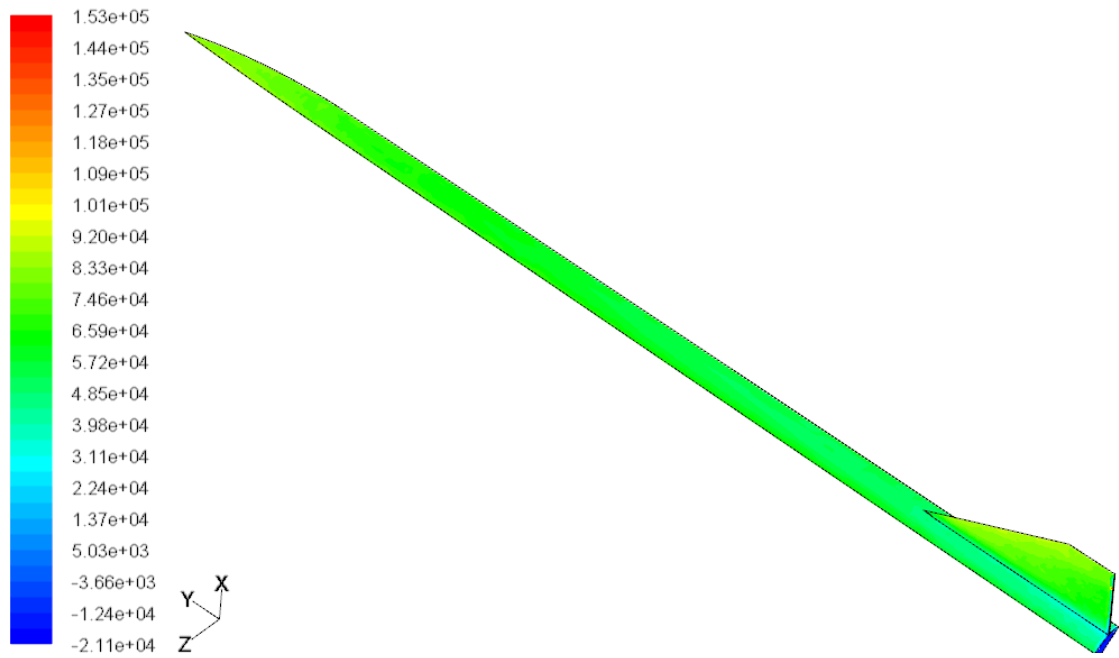
**Figura 3.225** Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 0.8 Ma, 0 m ASNM.



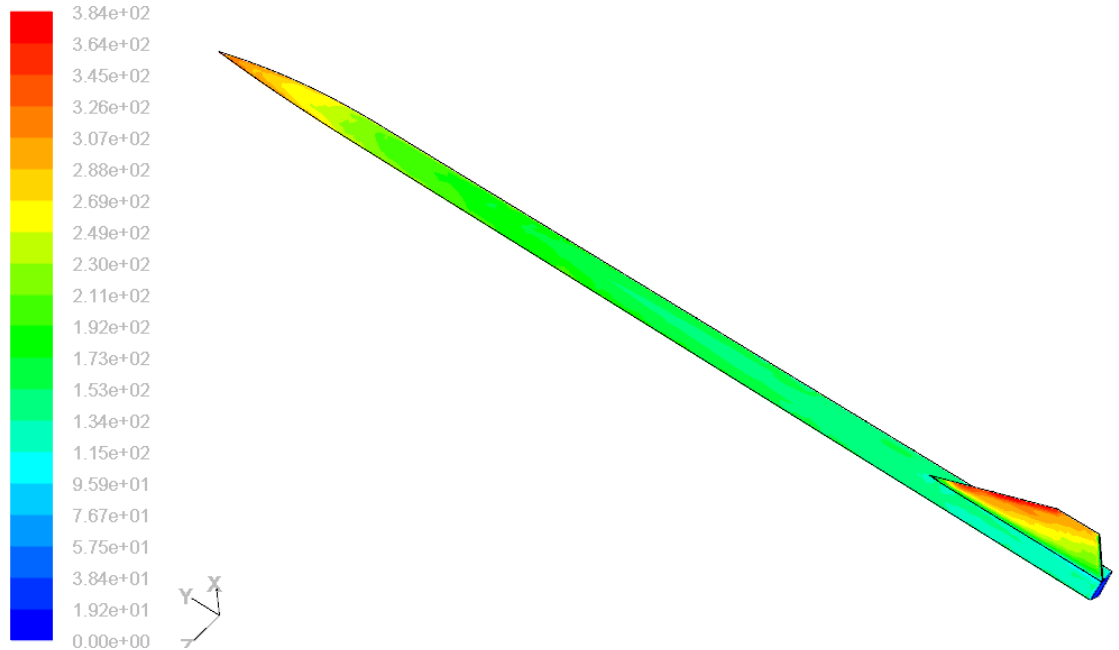
**Figura 3.226** Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente “y”, corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.



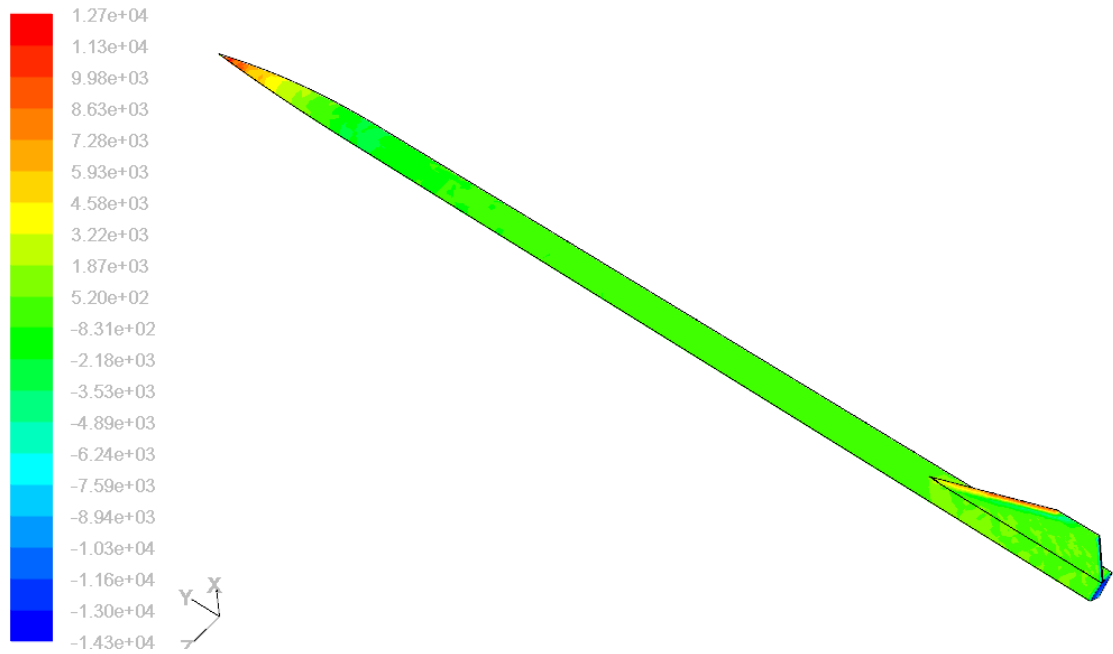
**Figura 3.227** Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.



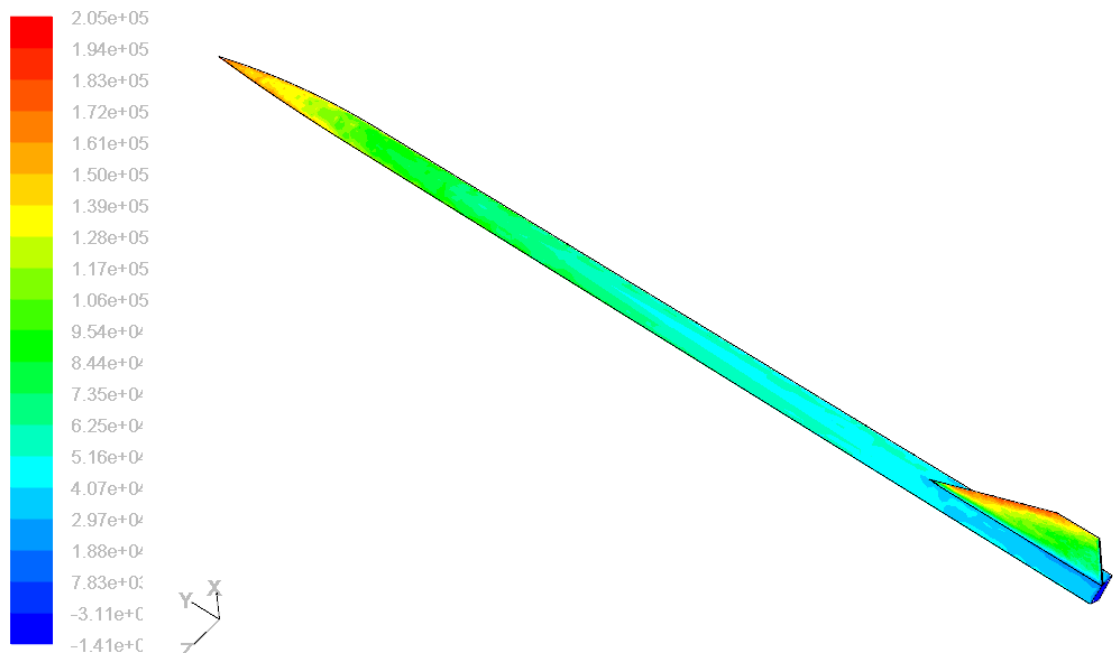
**Figura 3.228** Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 1.0 Ma, 0 m ASNM.



**Figura 3.229** Esfuerzo Cortante (Pa) en la componente "y", corriente arriba, sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM.



**Figura 3.230** Presión Estática (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM.



**Figura 3.231** Presión Total (Pa) sobre las paredes del Arreaux a 2.0 Ma, 10000 m ASNM.



# CAPÍTULO 4

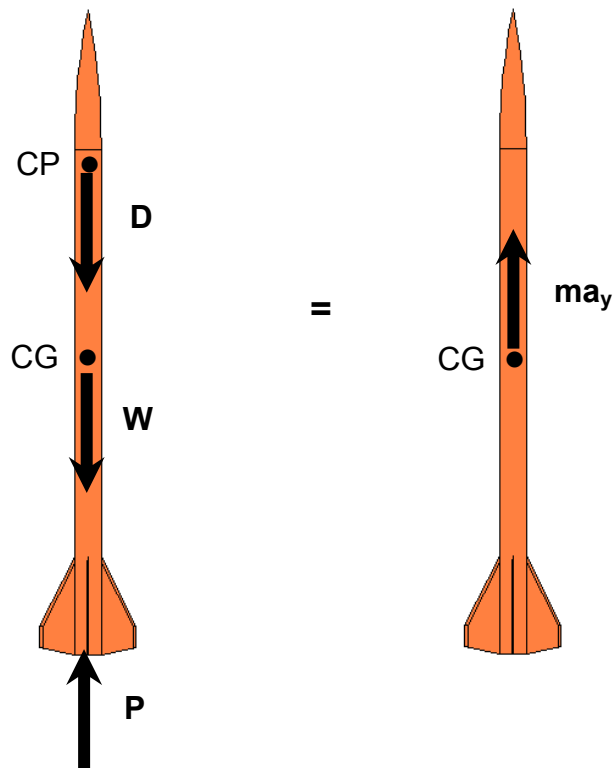
## 4. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA EL CÁLCULO TEÓRICO DE LA TRAYECTORIA

### 4.1. Diagrama de Cuerpo Libre

Para poder predecir la trayectoria de vuelo es necesario realizar el diagrama de cuerpo libre del vehículo, incluyendo las fuerzas externas que actúan sobre él (ver figura 4.1).

Para simplificar el análisis se consideró que el cohete es un cuerpo completamente rígido y viaja en dirección vertical sin la presencia de vientos laterales (análisis 1-D) por lo que las fuerzas horizontales no fueron consideradas.

Aplicando las leyes de Newton tenemos:



**Figura 4.1 Diagrama de Cuerpo Libre del cohete.**

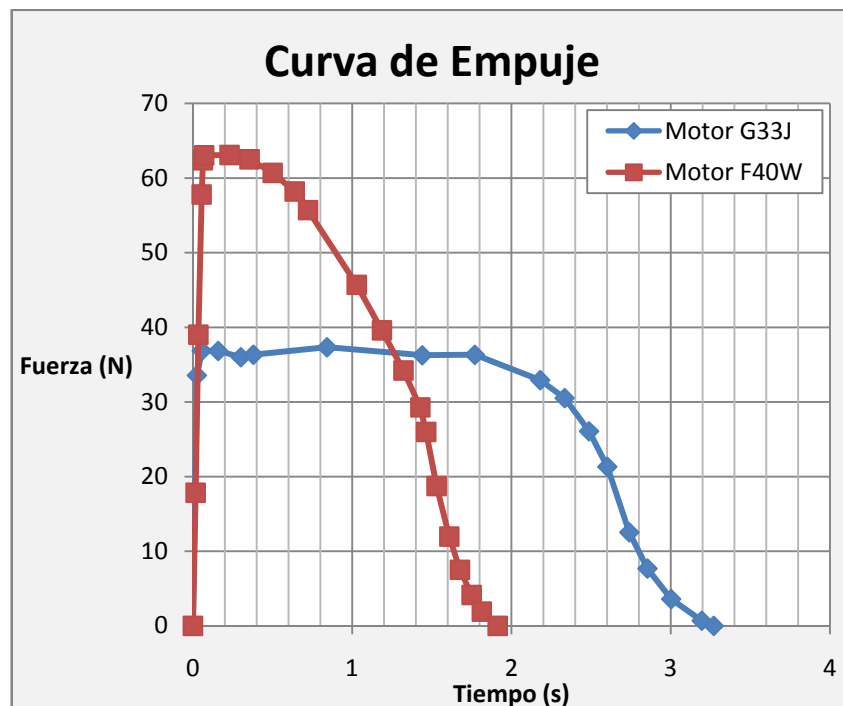
$$\sum \vec{F}_y = ma_y \hat{j} \quad (\text{ec. 4.1})$$

$$P - W - D = ma_y \quad (\text{ec. 4.2})$$

Donde  $P$  es la fuerza de empuje del motor,  $W$  es la fuerza gravitacional,  $D$  es la fuerza de arrastre del aire y  $a_y$  es la aceleración de la masa  $m$  del cohete en la dirección vertical. Los valores de estas tres fuerzas se las obtienen como se indica a continuación.

## 4.2. Fuerza de Empuje

La fuerza de empuje (propulsión) ejercida por el motor del cohete no es constante, está definida por la curva *Empuje vs. Tiempo* (*curva de empuje*). Esta curva de empuje viene dada por el fabricante del motor, en este caso AeroTech [2]. Las curvas de los motores son los valores de empuje promedio de operación en condiciones normales. Se escogió dos motores compatibles con el Arreaux, el motor G33J y el motor F40W. Con las coordenadas *Fuerza-Tiempo* (gráfico 4.2) de las curvas del fabricante formamos las tablas 4.1 y 4.2.



**Figura 4.2** Curva de Empuje de los Motores G33J y F40W compatibles con el Arreaux.

**Tabla 4.1 Datos de la Curva de Empuje del Motor G33J.**

<b>Motor G33J</b>		
<b>TIEMPO</b>	<b>FUERZA</b>	
<b>segundo</b>	<b>Libra fuerza</b>	<b>Newton</b>
0	0	0
0.025	7.5446	33.56
0.056	8.2865	36.86
0.159	8.2797	36.83
0.301	8.0931	36
0.38	8.1673	36.33
0.842	8.3921	37.33
1.44	8.1516	36.26
1.77	8.1651	36.32
2.181	7.4007	32.92
2.334	6.8612	30.52
2.487	5.8608	26.07
2.602	4.7929	21.32
2.74	2.8169	12.53
2.854	1.7265	7.68
3.003	0.8071	3.59
3.195	0.1551	0.69

segundo	Libra fuerza	Newton
3.27	0	0

**Tabla 4.2 Datos de la Curva de Empuje del Motor F40W.**

Motor F40W		
TIEMPO	FUERZA	
segundo	Libra fuerza	Newton
0	0	0,00
0,017	4,01	17,84
0,034	8,77	39,01
0,055	12,99	57,78
0,063	14,02	62,36
0,071	14,17	63,03
0,23	14,18	63,08
0,356	14,05	62,50
0,501	13,64	60,67
0,639	13,08	58,18
0,723	12,52	55,69
1,029	10,27	45,68
1,187	8,9	39,59
1,322	7,69	34,21

segundo	Libra fuerza	Newton
1,428	6,58	29,27
1,465	5,84	25,98
1,53	4,21	18,73
1,61	2,69	11,97
1,677	1,69	7,52
1,75	0,93	4,14
1,814	0,43	1,91
1,914	0	0,00

Se aplicó interpolación lineal para obtener los valores intermedios.

### 4.3. Fuerza Gravitacional

La fuerza gravitacional viene dada por la siguiente ecuación

$$W = m(t)g = G \frac{m(t) M_T}{(R_T + z)^2} \quad (\text{ec. 4.3})$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad;  $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ , es la constante de gravitación universal;  $M_T = 5.977 \times 10^{24} \text{kg}$ , es la

masa de la Tierra;  $R_T$  es el radio terrestre, y  $z$  la altura sobre el nivel del mar donde se encuentre ubicada la masa  $m$ .

La masa  $m$  es la suma de la masa del cohete Arreaux ( $m_{cohete}$ ), la masa del combustible ( $m_{comb}$ ) y la masa de la carga útil ( $m_{cu}$ ).

$$m(t) = m_{cohete} + m_{comb}(t) + m_{cu} \quad (\text{ec. 4.4})$$

Se consideró que el flujo másico del combustible es proporcional a la fuerza de propulsión del motor [8], ecuación 4.5.

$$\dot{m}_{comb}(t) = \frac{P(t)}{\bar{P}} * \frac{m_{comb_0}}{t_{comb}} \quad (\text{ec. 4.5})$$

Donde  $P$  es la fuerza de propulsión del motor en el tiempo  $t$ ,  $\bar{P}$  es la fuerza de propulsión media,  $m_{comb_0}$  es la masa de combustible, y  $t_{comb}$  es el tiempo total de combustión. Por lo que la variación de la masa de combustible es

$$m_{comb}(t) = m_{comb_0} - \dot{m}_{comb}(t) * \Delta t \quad (\text{ec. 4.6})$$

Con lo cual se calcula la masa total del sistema.

#### 4.4. Fuerza de Arrastre

La fuerza de arrastre está dada por la siguiente ecuación

$$D = \frac{1}{2} C_d \rho U^2 A \quad (\text{ec. 4.7})$$

Donde  $C_d$  es el coeficiente de arrastre,  $\rho$  es la densidad de la corriente libre,  $U$  es la velocidad de vuelo del Arreaux, y  $A = 0.001734944\text{m}^2$ , es el área de la sección transversal del cilindro del cohete [1].

Para determinar el coeficiente de arrastre primero se calcula el número de Match para seleccionar la matriz o matrices que contiene los datos del coeficiente de arrastre. Y finalmente se calcula el número de Reynolds para poder obtener el coeficiente de arrastre mediante interpolación lineal.

Las propiedades del aire son calculadas a partir de la atmósfera estándar como se desarrollo en la sección 2.1.4.

#### 4.5. Cinemática

En base a lo anterior obtenemos los valores numéricos de las fuerzas de gravedad, arrastre y empuje con las cuales se calcula la aceleración



del cohete. De la ecuación 4.2 se despeja la aceleración,  $a_y$ , obteniéndose un movimiento simplemente acelerado en un pequeño intervalo  $\Delta t$ .

$$a_y = (P - W - D)/m \quad (\text{ec. 4.8})$$

La velocidad ( $v$ ) y el desplazamiento vertical del cohete ( $y$ ) durante el intervalo  $\Delta t$  se los calcula mediante las siguientes ecuaciones.

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t * \Delta t \quad (\text{ec. 4.9})$$

$$y_{t+\Delta t} = y_t + v_t * \Delta t + 0.5 * a_t * \Delta t^2 \quad (\text{ec. 4.10})$$

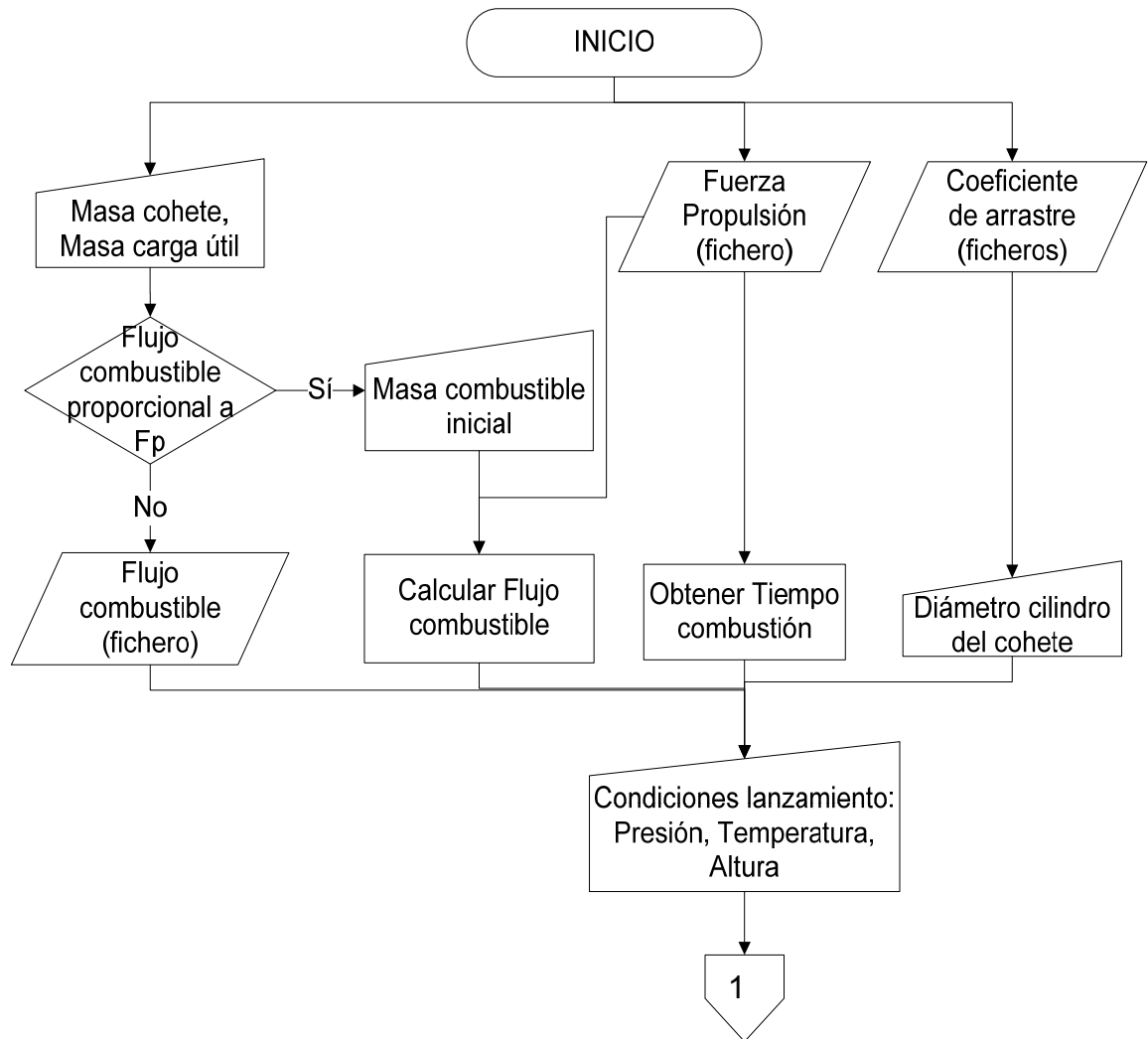
Con estas ecuaciones se puede describir la trayectoria de vuelo del cohete sonda.

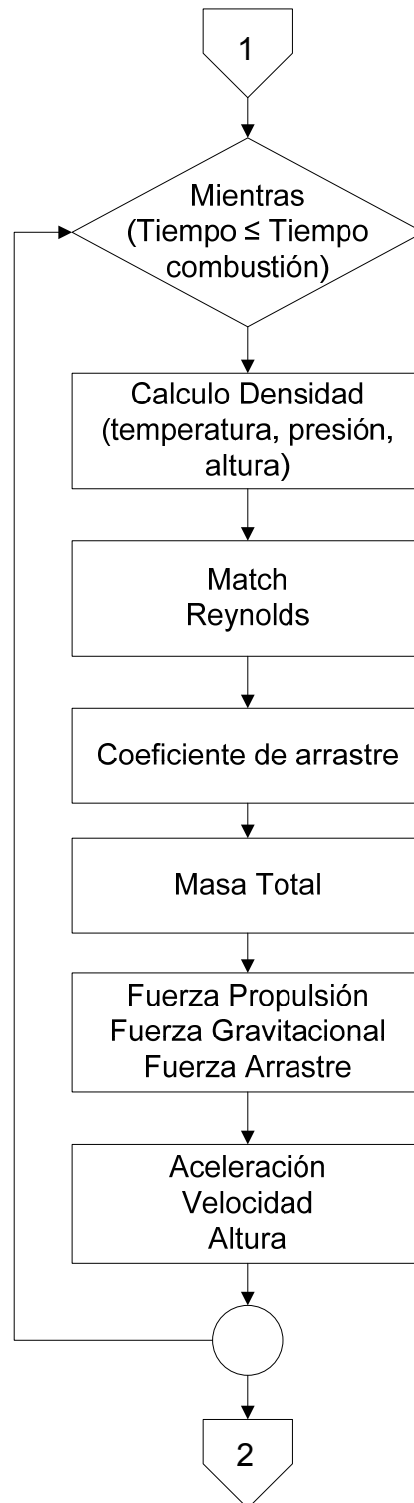
# CAPÍTULO 5

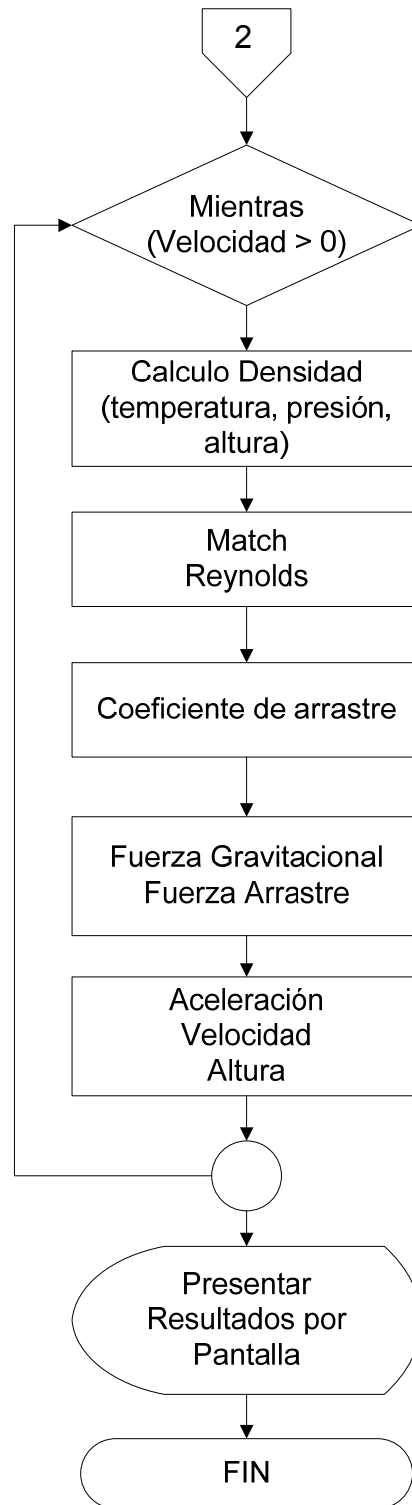
## 5. DESARROLLO DEL PROGRAMA

### 5.1. Algoritmo General

A continuación se muestra el algoritmo general en forma de diagrama flujo que usa el programa para calcular la trayectoria de vuelo de un cohete sonda.







El código del programa fue realizado en *MATLAB 7.0* con la ayuda de la herramienta “GUIDE” que genera una interface gráfica con el usuario para crear programas en entorno “Windows” [19, 20, 21].

Al terminar de realizar el programa se convirtieron los archivos en ejecutables con la ayuda del compilador que posee *MATLAB*. Es decir se crearon cuatro archivos (ver figura 5.1) para poder abrir el programa sin necesidad de tener instalado *MATLAB* en cualquier computador.

Nombre	Tamaño	Tipo
TrayectoriaDeVuelo	11 KB	Aplicación
TrayectoriaDeVuelo.ctf	1.424 KB	Archivo CTF
trayectoriadevuelo_main.c	4 KB	Archivo de código fuente de C
trayectoriadevuelo_mcc_component_data.c	20 KB	Archivo de código fuente de C

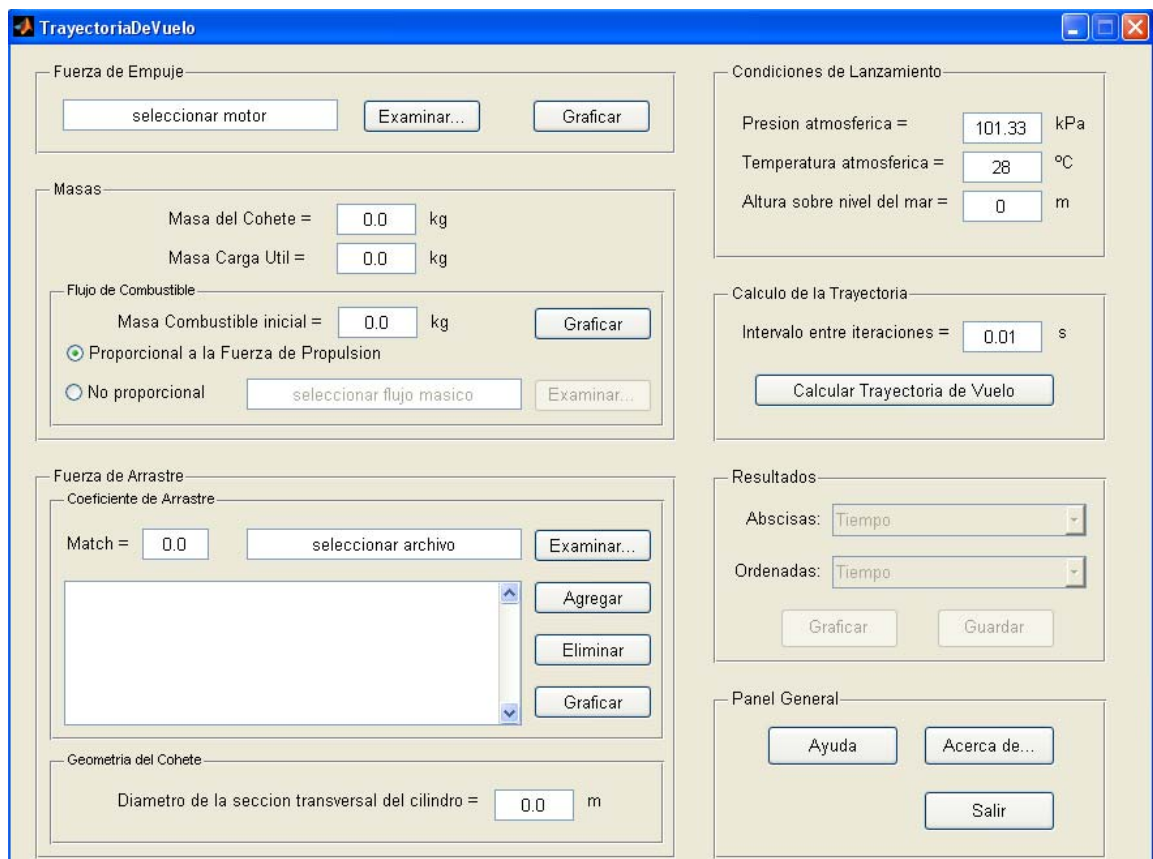
**Figura 5.1 Archivos generados por el compilador de *MATLAB*.**

## 5.2. Funcionamiento del Programa

### Inicialización

De los cuatro archivos generados por el compilador que se muestran en la figura 5.1, ejecutamos el archivo con la extensión “.exe” que es la aplicación en sí. Al realizar esta

operación se abre la pantalla principal del programa para *predecir la trayectoria de vuelo* como se puede observar en la figura 5.2.

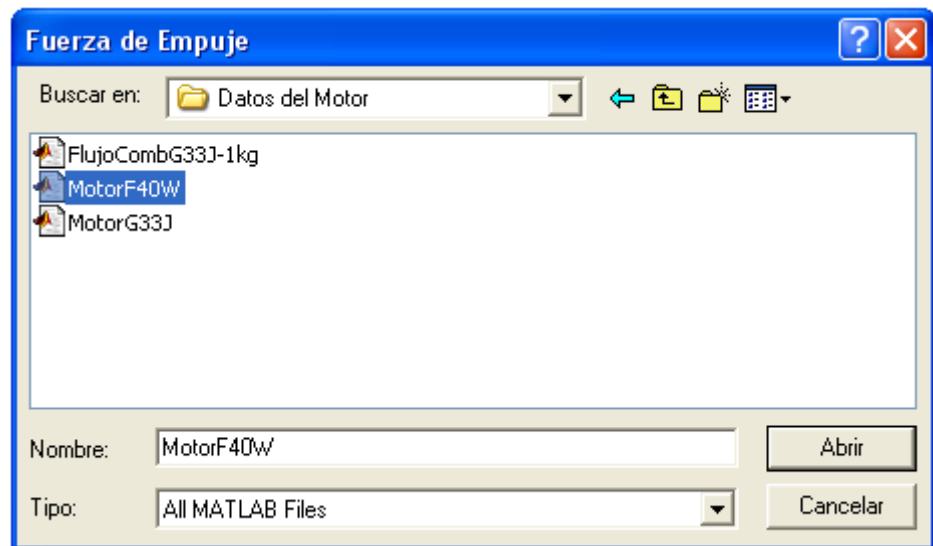


**Figura 5.2** *Pantalla principal del programa para predecir la trayectoria de vuelo.*

La explicación del funcionamiento del programa se dará a continuación según el orden de los paneles en la pantalla principal.

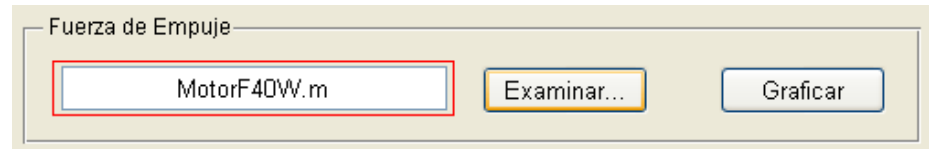
## Fuerza de Empuje

En la parte superior izquierda en la pantalla principal tenemos el panel de la *Fuerza de empuje*. Al dar clic sobre el botón *Examinar...* se abre una ventana para seleccionar el fichero que contenga los datos de la curva de empuje del motor como se muestra en la figura 5.3. Luego, se da clic en abrir para guardar la ruta de acceso al fichero, mostrando el nombre del archivo en la pantalla principal del programa como se puede observar en la figura 5.4.



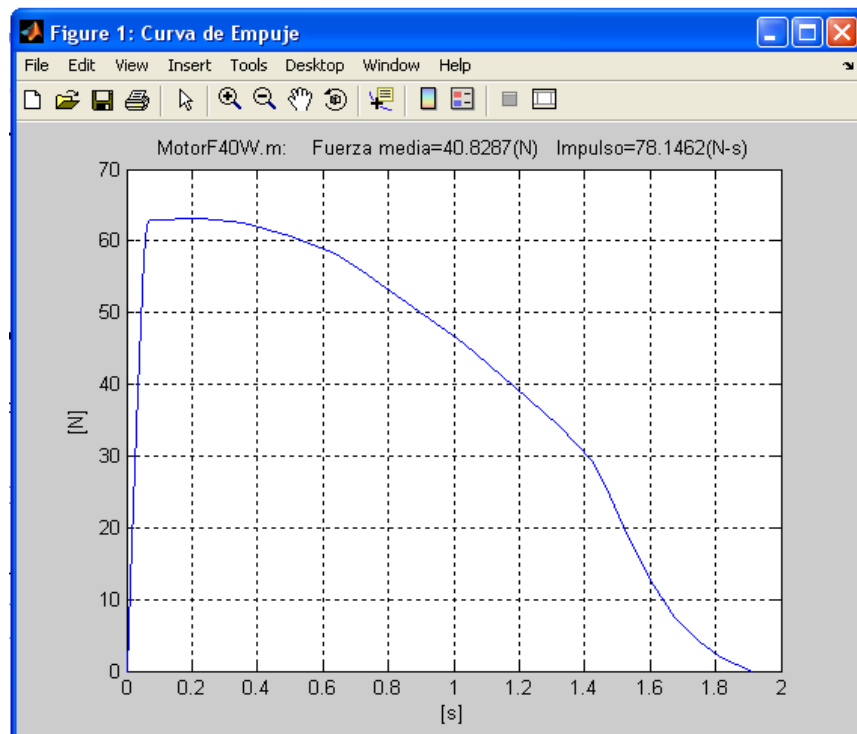
**Figura 5.3** Ventana para seleccionar el fichero que contiene los datos de la curva de empuje.





**Figura 5.4 Nombre del fichero seleccionado que contiene los datos de la curva de empuje del motor.**

Una vez seleccionado el archivo se puede graficar la curva de empuje en una ventana (ver figura 5.5) dando clic en el botón *Graficar*. Esto permite visualizar si los datos del fichero son correctos, además muestra la fuerza media y el impulso total del motor.

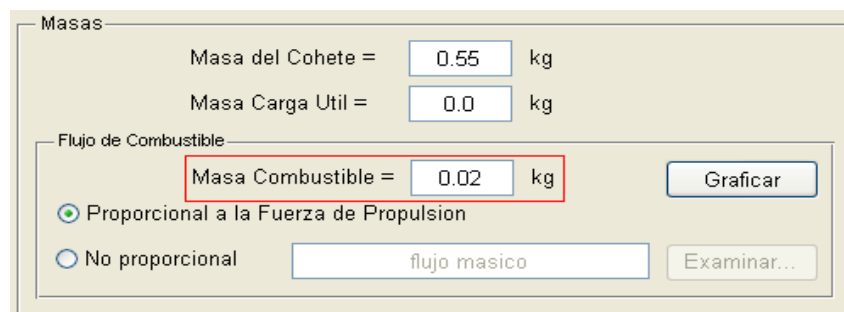


**Figura 5.5 Gráfica de la curva de empuje de un fichero seleccionado en el panel de Fuerza de Propulsión.**

## Masas

La masa total del sistema del cohete está compuesta por tres partes (ec 4.4). Se debe de ingresar los valores de la *masa del cohete* ( $m_{cohete}$ ), y la *masa de la carga útil* ( $m_{cu}$ ) que son constantes durante el vuelo.

También se ingresa la masa combustible ( $m_{comb}$ ) que es consumida durante la combustión. Si se asume que el flujo de combustible es *proporcional a la fuerza de propulsión* se debe de ingresar la masa inicial de combustible donde se muestra en la figura 5.6.



Masas

Masa del Cohete = 0.55 kg

Masa Carga Util = 0.0 kg

Flujo de Combustible

Masa Combustible = 0.02 kg

Proporcional a la Fuerza de Propulsion

No proporcional

flujo masico

Graficar

Examinar...

**Figura 5.6 Panel Masas. Flujo de combustible proporcional a la Fuerza de Propulsión.**

De otra forma, si se considera que el flujo de combustible *no* es *proporcional* se debe seleccionar el fichero que contiene la curva del flujo de combustible del motor dando clic en el botón examinar. La masa inicial del combustible es calculada automáticamente como se muestra en la siguiente 5.7.

Masas

Masa del Cohete = 0.0 kg

Masa Carga Util = 0.0 kg

Flujo de Combustible

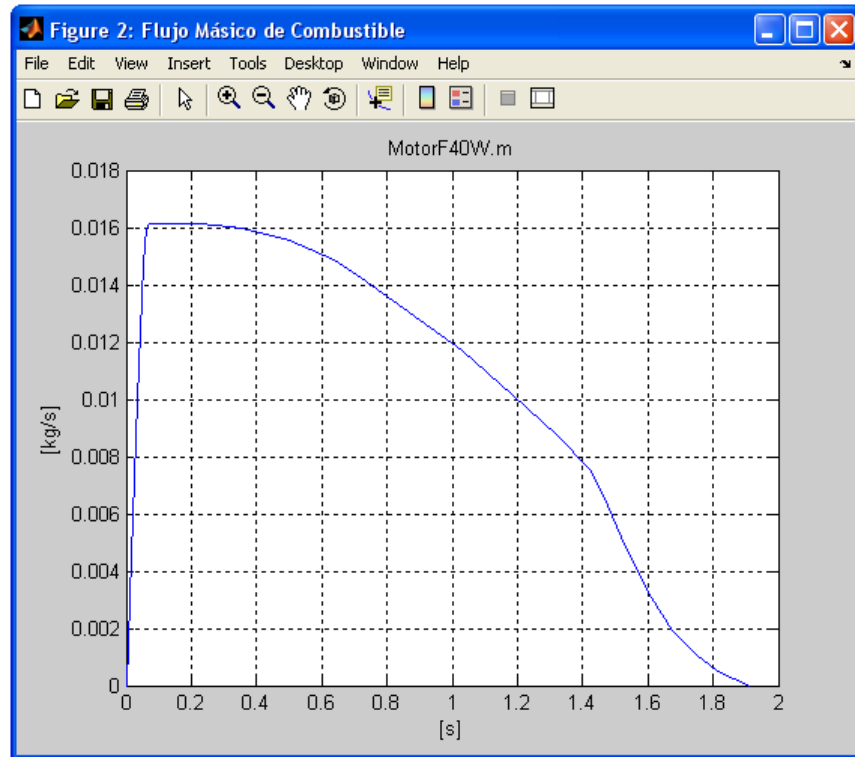
Masa Combustible = 1.00001 kg Graficar

Proporcional a la Fuerza de Propulsion

No proporcional FlujoCombG33J-1kg.m Examinar...

**Figura 5.7 Panel Masas. Flujo de combustible No Proporcional a la Fuerza de Propulsión.**

Se puede graficar la curva del flujo de combustible del motor para los dos casos, proporcional o no a la fuerza de combustión, como se muestra en la figura 5.8.



**Figura 5.8** Gráfica de la curva flujo de combustible para el motor F40W fabricado por AeroTech, asumiendo que la masa inicial del combustible es de 0.02 kg.

## Fuerza de Arrastre

El panel *Fuerza de Arrastre* consta de dos sub-paneles.

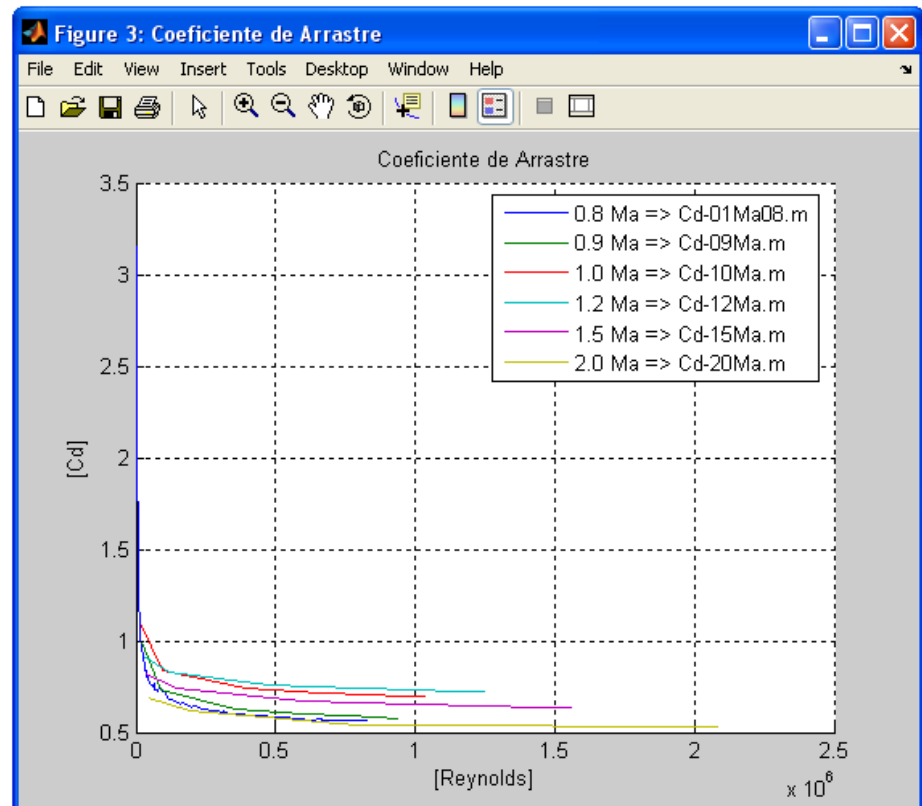
En el sub-panel *Coeficiente de Arrastre* se agregan las rutas de acceso al directorio que contiene los archivos de los coeficientes de arrastre. Primero se selecciona el fichero dando clic en el botón *Examinar...*, el nombre del fichero aparecerá en el panel.

Luego se ingresa el número de Match que corresponda al fichero. Se da clic en el botón *Agregar* para incluirlo en la lista como se muestra en la siguiente figura.

**Figura 5.9 Panel Fuerza de Arrastre. Ingreso de rutas de los ficheros que contienen el coeficiente de arrastre del Arreaux.**

Si el último archivo de la lista no es correcto se lo puede quitar dando clic en el botón *Eliminar*.

Para verificar los datos visualmente se da clic en *Graficar*, apareciendo una ventana como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 5.10 Gráfica de los coeficientes de arrastre del Arreaux.**

El sub-menú *Geometría del Cohete* se ingresa el valor del diámetro de la sección transversal del cilindro del cohete como se muestra figura 5.11.

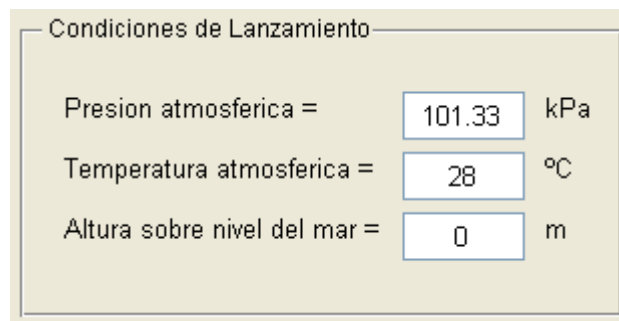
Geometría del Cohete

Diametro de la seccion transversal del cilindro =  m

**Figura 5.11 Sub-panel Geometría del Cohete. Valor del diámetro del cilindro del Arreaux.**

## Condiciones de Lanzamiento

En el panel de *Condiciones de Lanzamiento* se ingresa la *Presión y Temperatura atmosférica*, y la *Altura sobre el nivel del mar* del sitio de lanzamiento. Los valores por defecto se muestran en la siguiente figura.



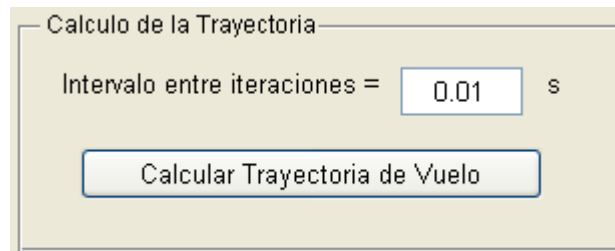
Condiciones de Lanzamiento

Presion atmosferica =	<input type="text" value="101.33"/>	kPa
Temperatura atmosferica =	<input type="text" value="28"/>	°C
Altura sobre nivel del mar =	<input type="text" value="0"/>	m

**Figura 5.12 Panel Condiciones de Lanzamiento con los valores por defecto.**

## Cálculo de la Trayectoria

Al terminar de ingresar los datos anteriores se puede calcular la trayectoria de vuelo dando clic en el botón *Calcular Trayectoria de Vuelo*. Se puede cambiar el intervalo de tiempo entre las iteraciones. El valor por defecto es de 0.01 segundos como se muestra en la figura siguiente.



**Figura 5.13 Panel Calculo de la Trayectoria con el valor por defecto.**

Se recomienda ingresar el intervalo en el rango de 0.01 y 0.001. Para tener una mejor apreciación del lector se realizaron cálculos de trayectoria con el Arreaux, de masa de 0.55 kg. Los resultados se muestran en las tablas 5.1 y 5.2.

**Tabla 5.1 Tiempo de cálculo de trayectoria impulsado por un motor de 100 Newton durante 4 segundos.**

Intervalo entre iteraciones	Altura alcanzada	Tiempo de Vuelo	Tiempo de Cálculo
0.01 s	2464 m	17.65 s	1.844 s
0.005 s	2462 m	17.66 s	4.047 s
0.001 s	2461 m	17.66 s	40.203 s

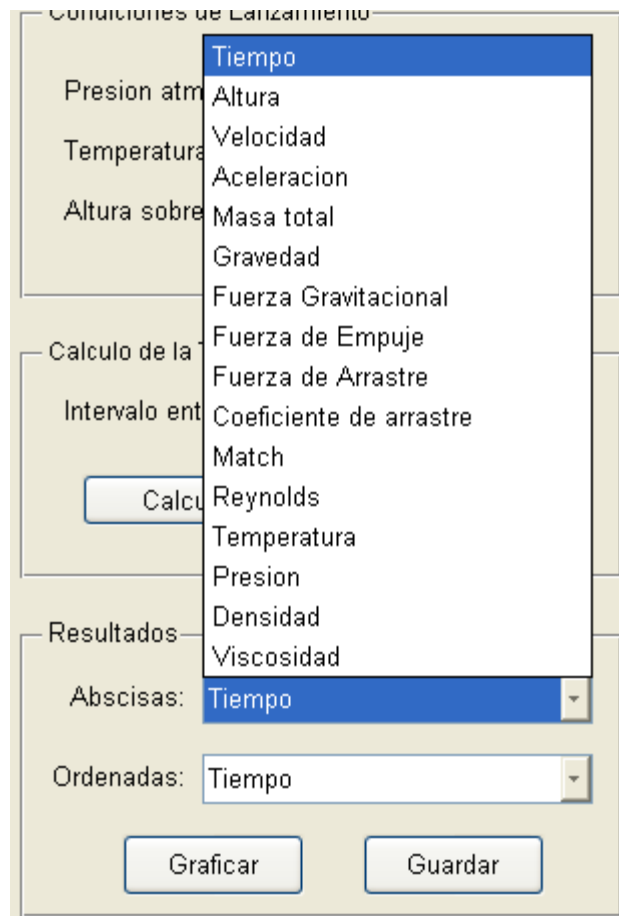


**Tabla 5.2 Tiempo de cálculo de trayectoria impulsado por un motor de 50 Newton durante 3 segundos.**

<b>Intervalo entre iteraciones</b>	<b>Altura alcanzada</b>	<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>Tiempo de Cálculo</b>
0.01 s	1098 m	13.88 s	1.469 s
0.005 s	1097 m	13.87 s	3.000 s
0.001 s	1095 m	13.87 s	26.578 s

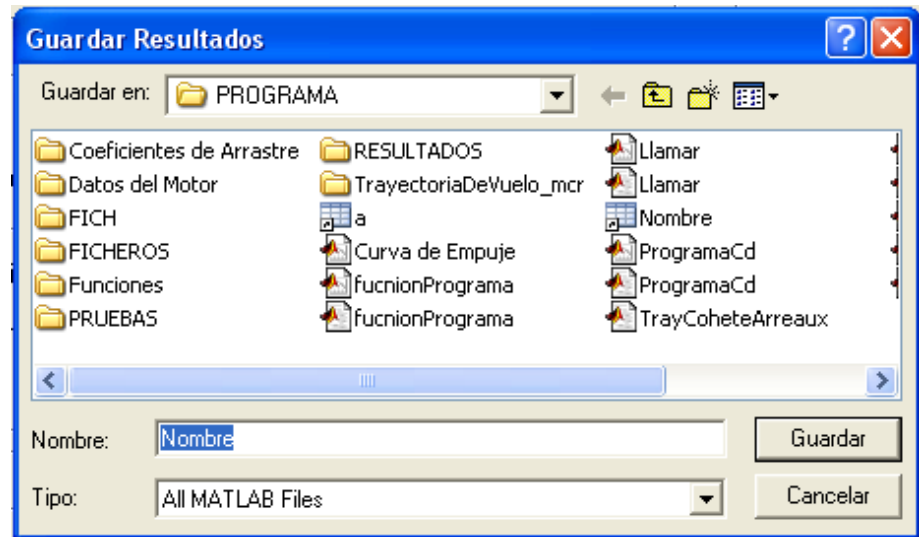
## **Resultados**

Una vez terminados los cálculos de la trayectoria de vuelo se activa automáticamente el panel *Resultados*. En este panel se pueden graficar los resultados de la trayectoria de vuelo. Primero se da clic en el menú desplegable de las Abscisas (ver figura 5.14), y se selecciona una de las opciones que será graficada en el eje “y”. Luego se activa el menú desplegable de las *Ordenadas*, así mismo se selecciona una de las opciones que será graficada en el eje “x”.



**Figura 5.14 Panel Graficar Resultados. Se muestran las opciones del menú desplegable.**

Se pueden guardar los resultados mostrados en el menú desplegable en archivos *M-file* (\*.m) dando clic en el botón *Guardar*. En la figura 5.15 se da un ejemplo para guardar los resultados con el nombre del archivo *Nombre*. Los archivos generados para este ejemplo se muestran en la figura 5.16.



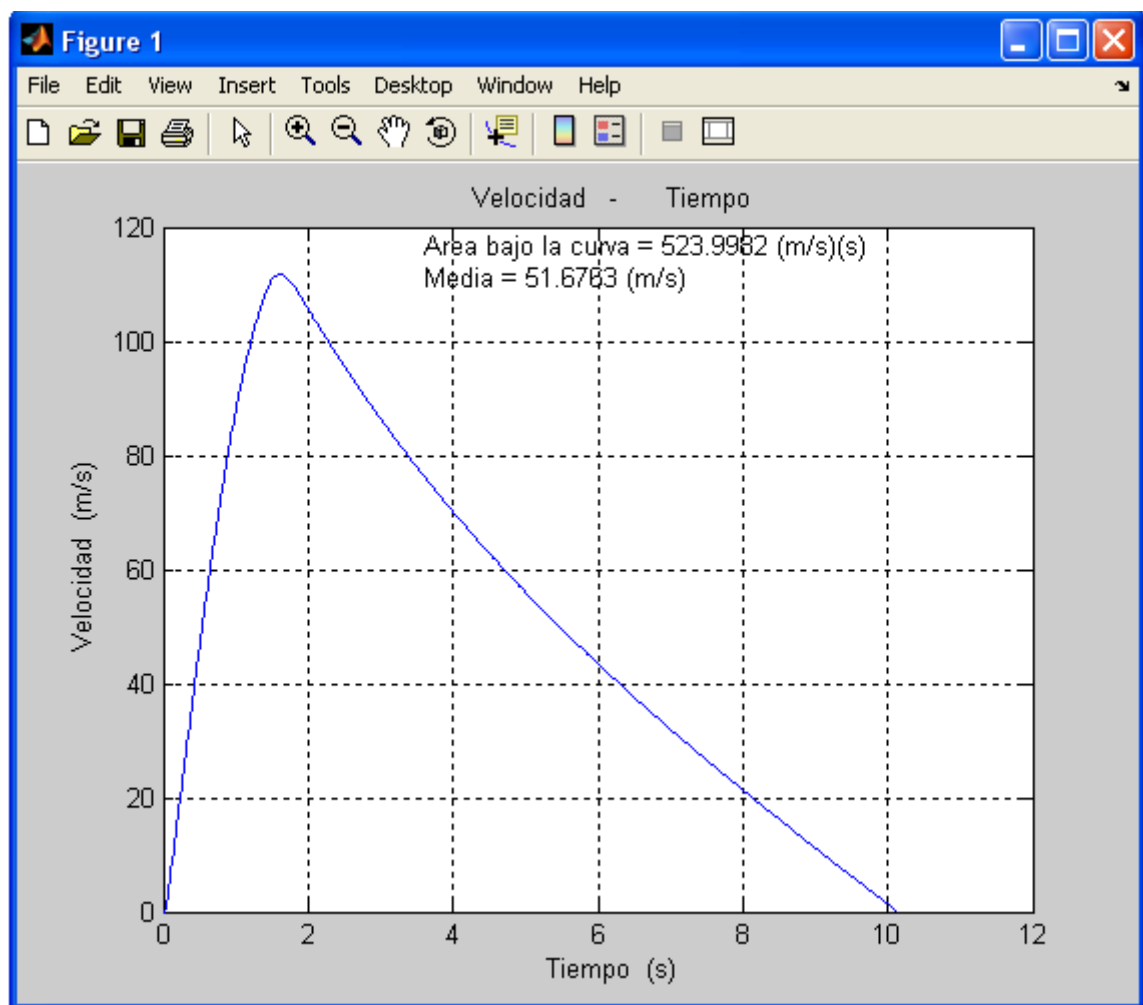
**Figura 5.15 Guardar Resultados.**

Nombre	Ta...	Tipo
NombreAceleracion	8 KB	MATLAB M-file
NombreAltura	7 KB	MATLAB M-file
NombreCoeficiente de arrastre	8 KB	MATLAB M-file
NombreDensidad	7 KB	MATLAB M-file
NombreFuerza de Arrastre	8 KB	MATLAB M-file
NombreFuerza de Empuje	3 KB	MATLAB M-file
NombreFuerza Gravitacional	7 KB	MATLAB M-file
NombreGravedad	7 KB	MATLAB M-file
NombreMasa total	5 KB	MATLAB M-file
NombreMatch	9 KB	MATLAB M-file
NombrePresion	7 KB	MATLAB M-file
NombreReynolds	10 KB	MATLAB M-file
NombreTemperatura	7 KB	MATLAB M-file
NombreTiempo	5 KB	MATLAB M-file
NombreVelocidad	7 KB	MATLAB M-file
NombreViscosidad	12 KB	MATLAB M-file

**Figura 5.16 Resultados guardados en archivos M-file.**

Finalmente se puede graficar los resultados dando clic en el botón *Graficar* como se puede ver en la figura 5.15.

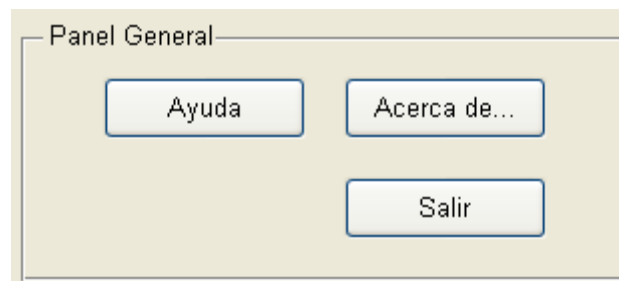
Adicionalmente en la gráfica se muestran los valores del Área bajo la curva y la Media. Las opciones de *Cinemática* y *Condiciones Atmosféricas* de los menús desplegables no son válidas para graficar.



**Figura 5.17** Gráfica de los resultados de la trayectoria de vuelo. Ejemplo de la gráfica “Velocidad – Tiempo”. El Área bajo la curva es la distancia recorrida y la Media es la velocidad media de vuelo.

## Panel General

En el *Panel General* se tiene tres botones.

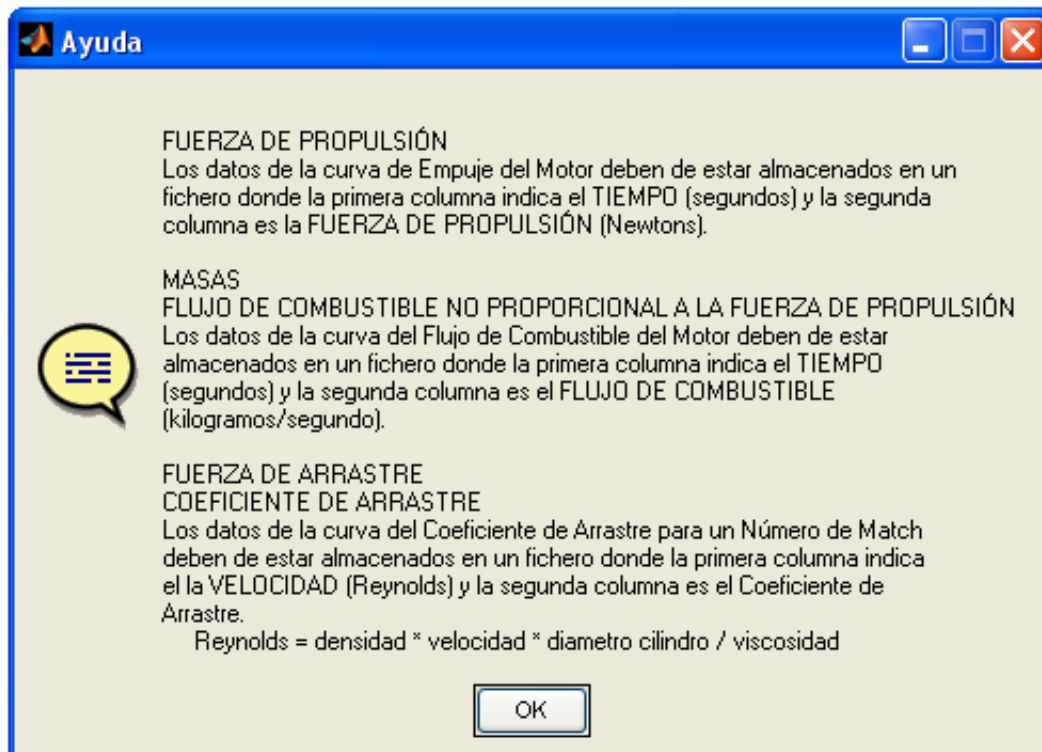


**Figura 5.18 Panel General.**

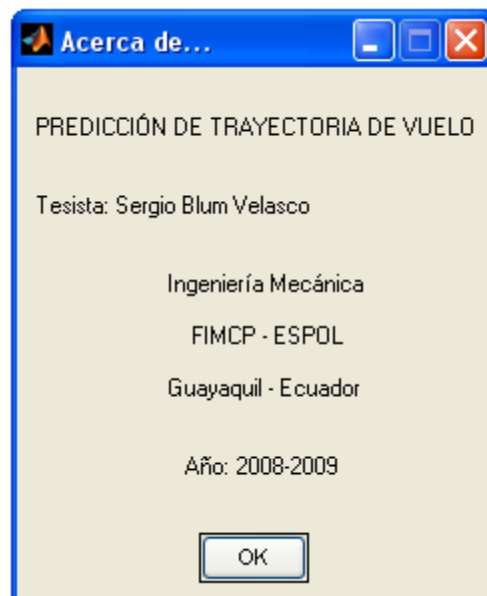
El botón *Ayuda* muestra una información para ingresar correctamente los ficheros de la *Fuerza de Propulsión*, *Flujo de Combustible* y *Coeficiente de Arrastre* como se observa en la figura 5.19.

El botón *Acerca de...* muestra una breve información general como se observa en la figura 5.20.

Al dar clic en el botón *Salir* se cierran las ventanas principal y secundarias que se hayan abierto del programa.



**Figura 5.19 Ayuda.**



**Figura 5.20 Acerca de... Información general.**

# **CAPÍTULO 6**

## **6. RESULTADOS DEL PROGRAMA Y COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES**

### **6.1. Resultados Experimentales**

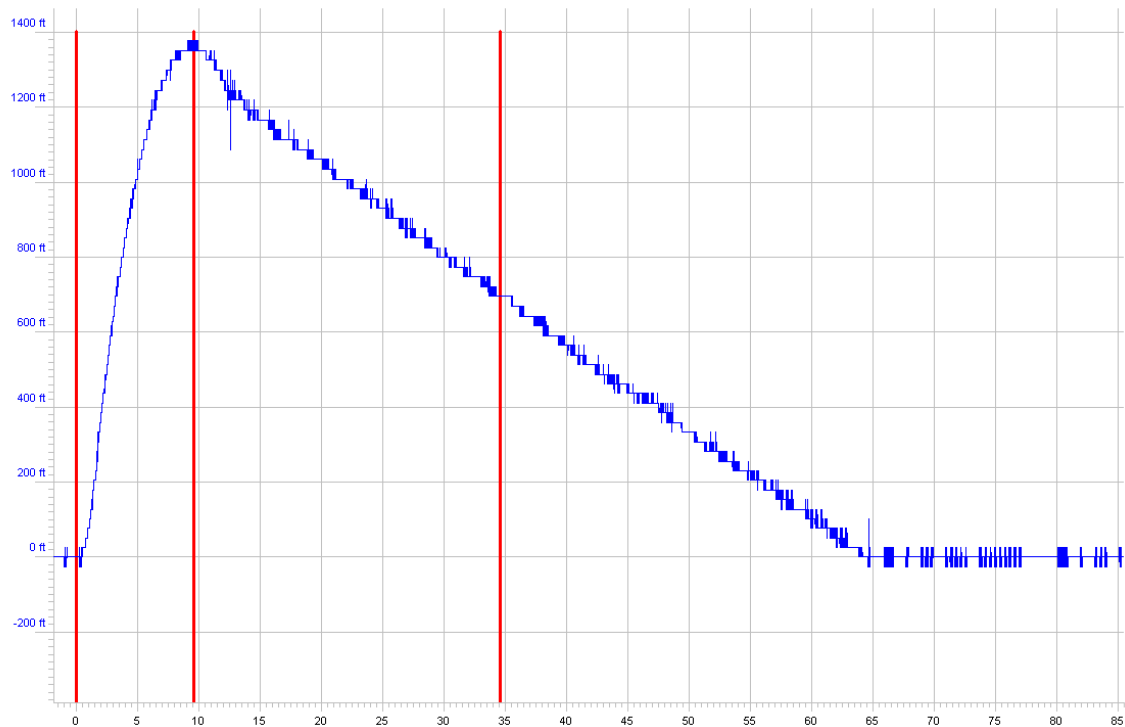
Los resultados experimentales fueron tomados en el curso de Laboratorio de Propulsión 2 de la Universidad de Alabama en Huntsville. Se proporcionaron los datos de dos lanzamientos del Arreaux realizados en la primavera del año 2007 [22].

#### **Lanzamiento con el motor F40**

En el primer lanzamiento se usó el motor F40. Las condiciones iniciales del lanzamiento se detallan a continuación:

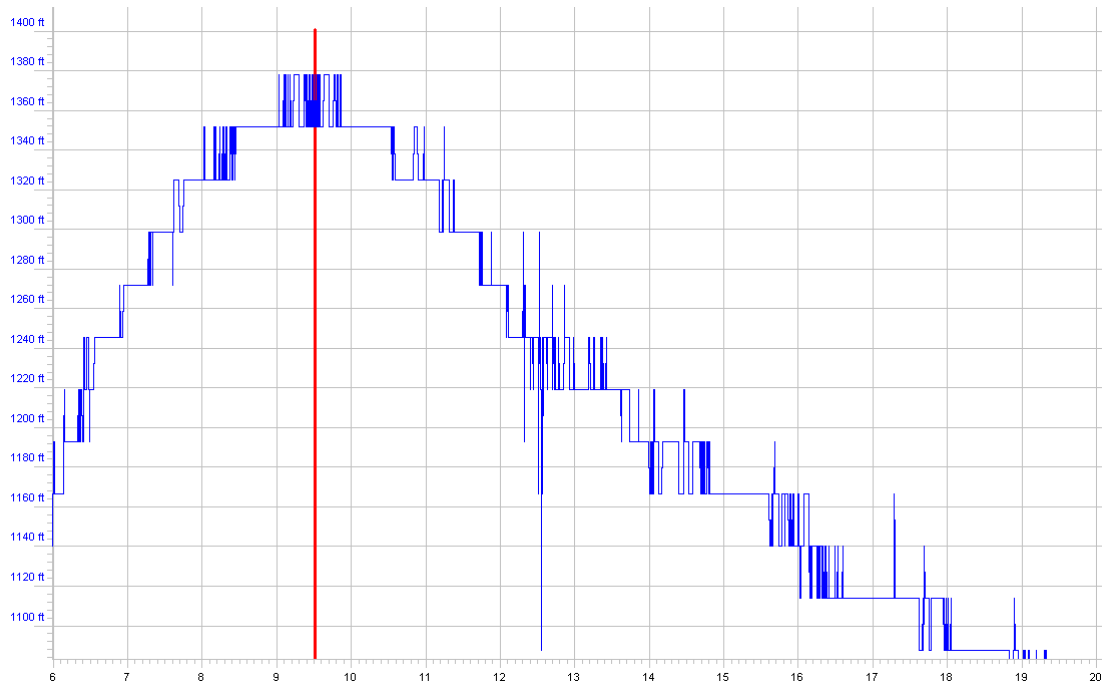
- Masa del cohete = 0.340 kg
- Masa l de la carga útil = 0.206 kg
- Masa inicial del propelente = 0.040 kg
- Densidad del aire = 1.177 kg/m<sup>3</sup>

Una vez finalizado el lanzamiento se descargaron los datos del vuelo a una computadora y se realizaron las siguientes gráficas.



**Figura 6.1** *Medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso y descenso.*

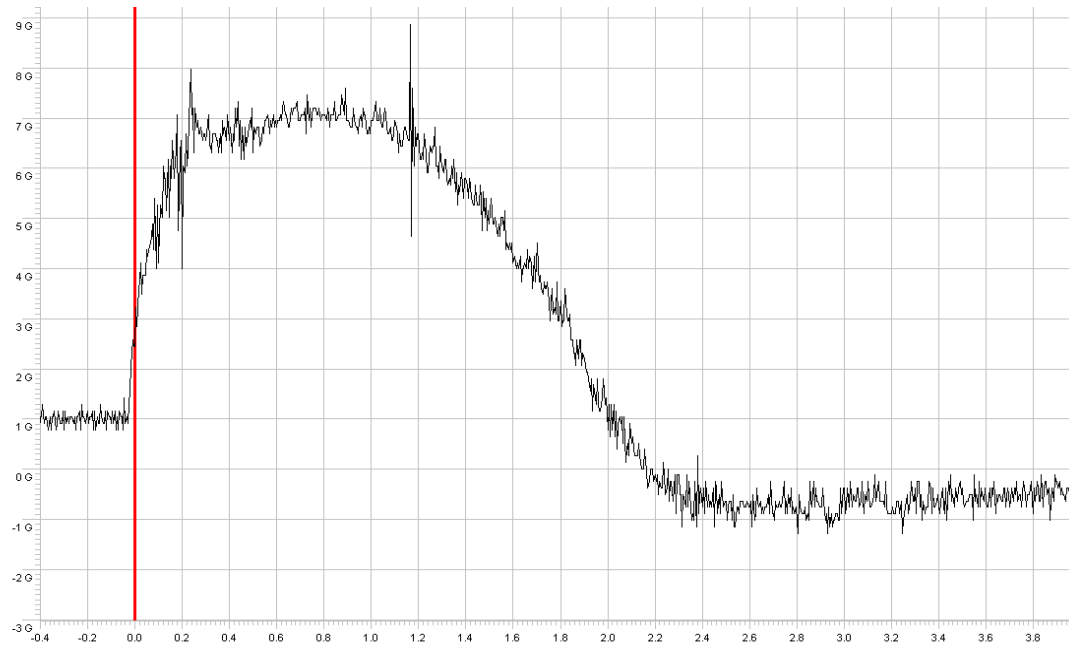




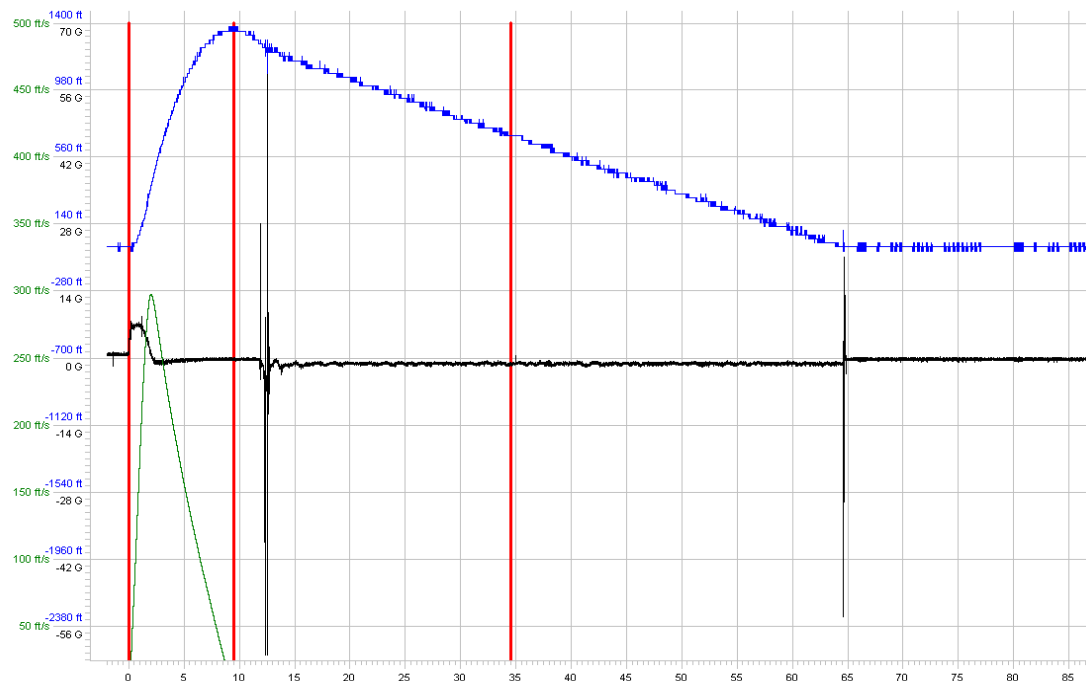
**Figura 6.2** Detalle de la medición de la Altura vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40.



**Figura 6.3** Medición de la Velocidad vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso.



**Figura 6.4** Medición de la Aceleración vs. Tiempo del Arreaux con el motor F40 durante el tiempo de combustión.



**Figura 6.5** Medición de la Altura, Velocidad y Aceleración del Arreaux con el motor F40 durante el ascenso y descenso.

De las gráficas anteriores se obtuvieron los siguientes datos:

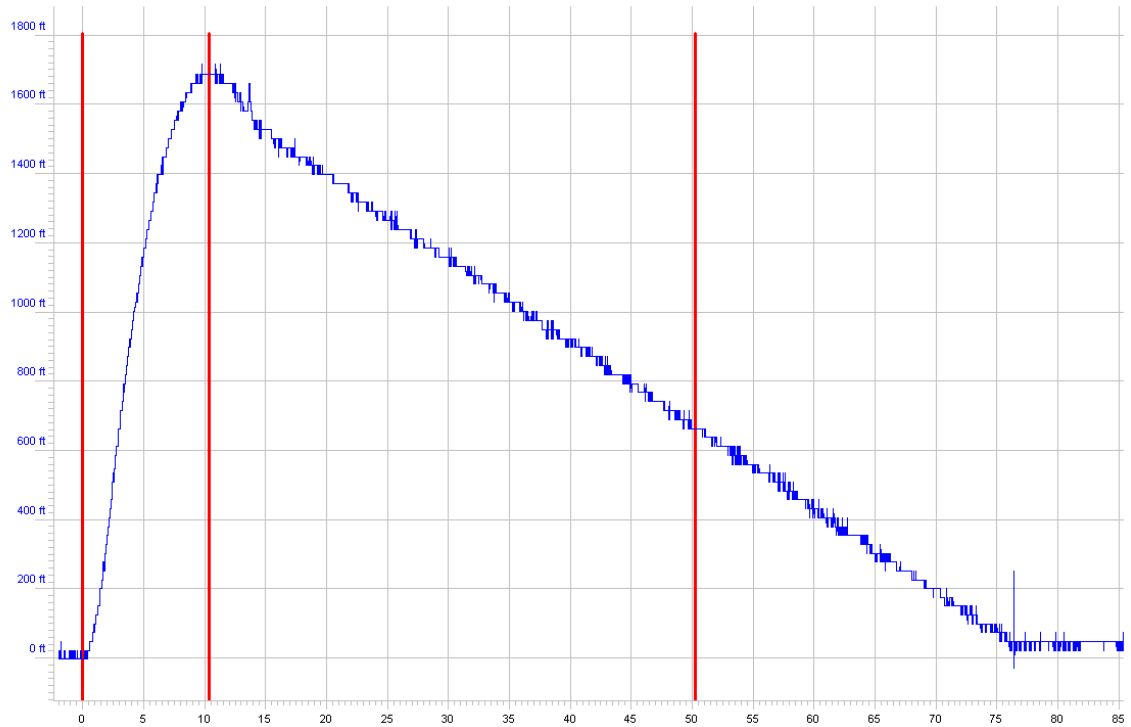
- Tiempo de combustión = 2.32 s
- Tiempo de vuelo = 9.4 s
- Altura al finalizar la combustión = 140.2 m
- Altura máxima = 415.4 m
- Velocidad al finalizar la combustión = 88.1 m/s
- Velocidad máxima = 90.8 m/s
- Aceleración al finalizar la combustión = -1.6 G =  $-15.7 \text{ m/s}^2$
- Aceleración máxima = 6.1 G =  $59.84 \text{ m/s}^2$

### **Lanzamiento con el motor G33**

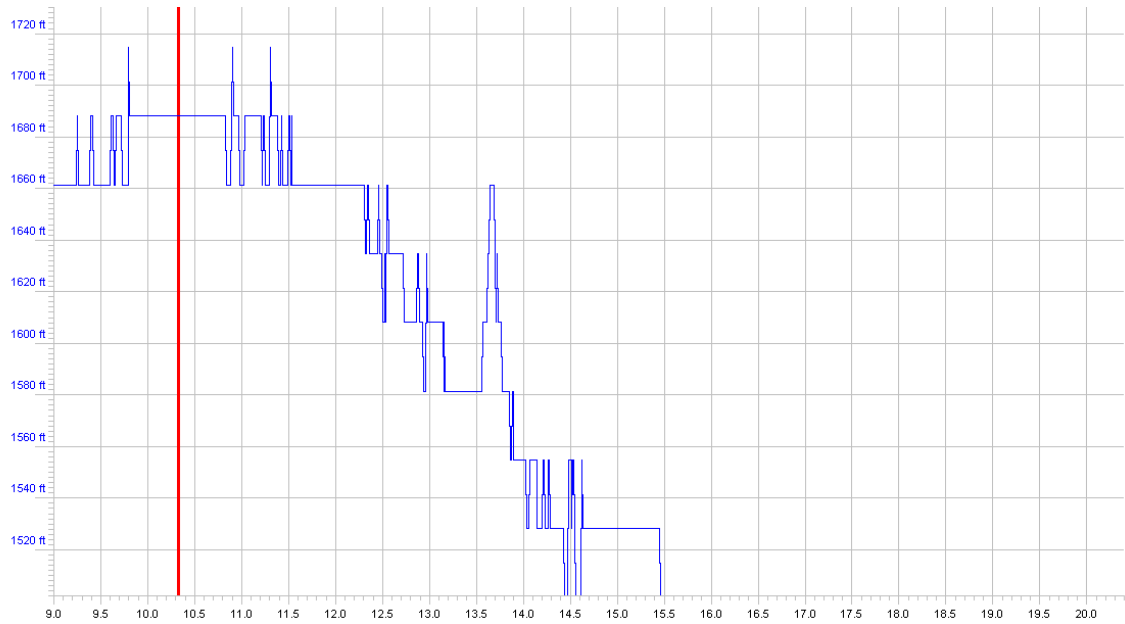
En el segundo lanzamiento se utilizó el motor G33, con las siguientes condiciones iniciales:

- Masa del cohete = 0.340 kg
- Masa de la carga útil = 0.206 kg
- Masa inicial del propelente = 0.0722 kg
- Densidad del aire =  $1.177 \text{ kg/m}^3$

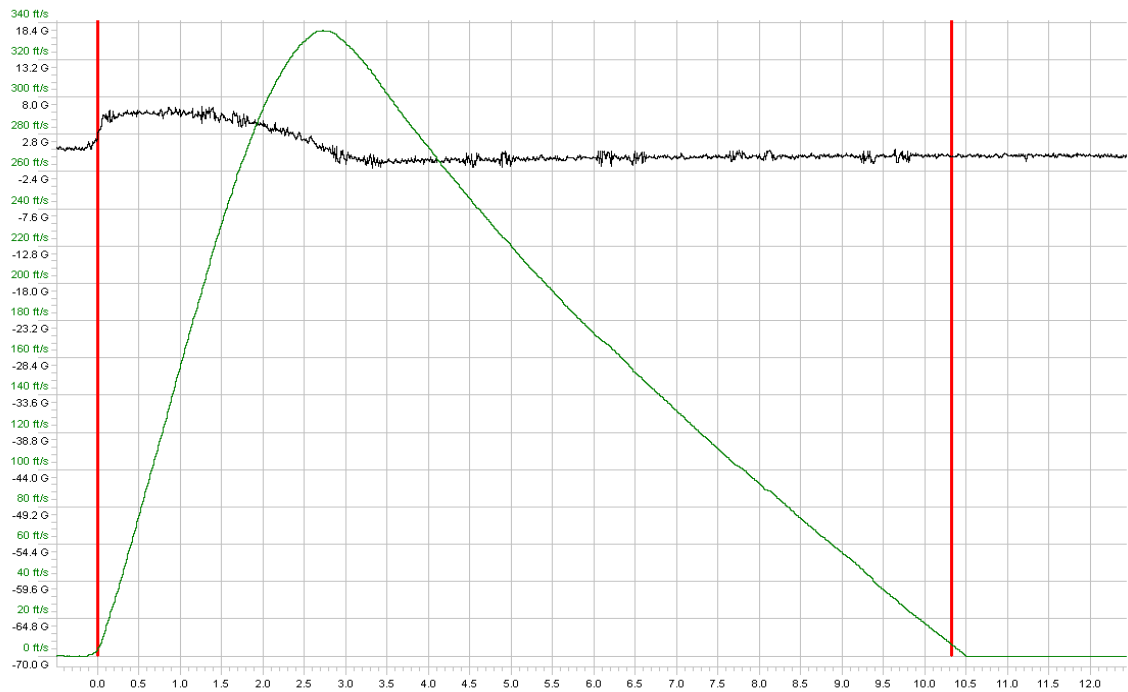
Se descargaron los datos del vuelo y se realizaron las siguientes gráficas.



**Figura 6.6** *Medición de la Altura vs. Tiempo del Arreux con el motor G33 durante el ascenso y descenso.*



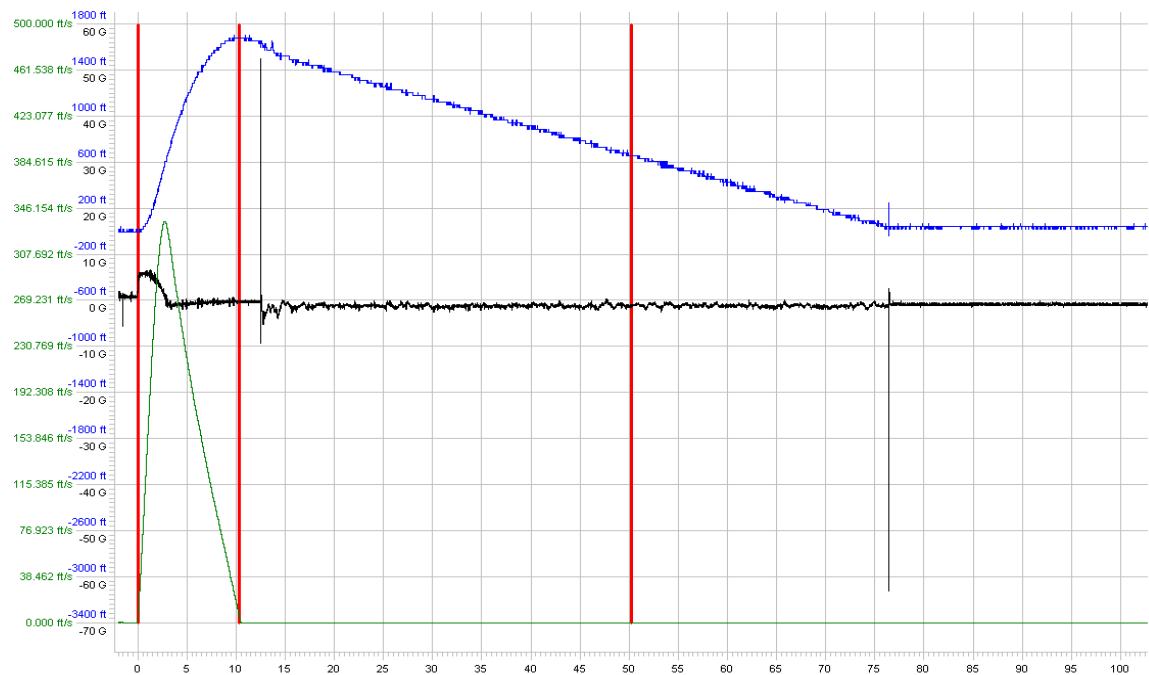
**Figura 6.7** Detalle de la medición de la Altura vs. Tiempo del Arreux con el motor G33.



**Figura 6.8** Medición de la Velocidad y Aceleración vs. Tiempo del Arreux con el motor G33 durante el ascenso.



**Figura 6.9** *Medición de la Aceleración vs. Tiempo del Arreux con el motor G33 durante el tiempo de combustión.*



**Figura 6.10** *Medición de la Altura, Velocidad y Aceleración del Arreux con el motor G33 durante el ascenso y descenso.*

De las gráficas anteriores se obtuvieron los siguientes datos:

- Tiempo de combustión = 3.4 s
- Tiempo de vuelo = 10.5 s
- Altura al finalizar la combustión = 234.7 m
- Altura máxima = 515 m
- Velocidad al finalizar la combustión = 94.2 m/s
- Velocidad máxima = 102 m/s
- Aceleración al finalizar combustión = -1.9 G = -18.64 m/s<sup>2</sup>
- Aceleración máxima = 5.1 G = 50.03 m/s<sup>2</sup>

## **6.2. Resultados del Programa bajo las Condiciones Operativas de las Pruebas Experimentales**

A continuación se detallan los valores a ser ingresados en el programa para poder predecir la trayectoria de vuelo.

Las masas constantes del sistema son las iguales para ambos casos:

- Masa del cohete = 0.340 kg
- Masa de la carga útil = 0.206 kg

Las masas iniciales del combustible son las siguientes.

- Masa de combustible inicial para el motor F40 = 0.040 kg
- Masa de combustible inicial para el motor G33 = 0.0722 kg

Dado que la densidad del aire en los resultados experimentales fue de  $1.177 \text{ kg/m}^3$  se aplica la ecuación de los gases ideales para obtener la temperatura asumiendo que la presión atmosférica en el lugar de lanzamiento es de 101.33 kPa a nivel del mar.

$$T = \frac{p}{\rho R}$$

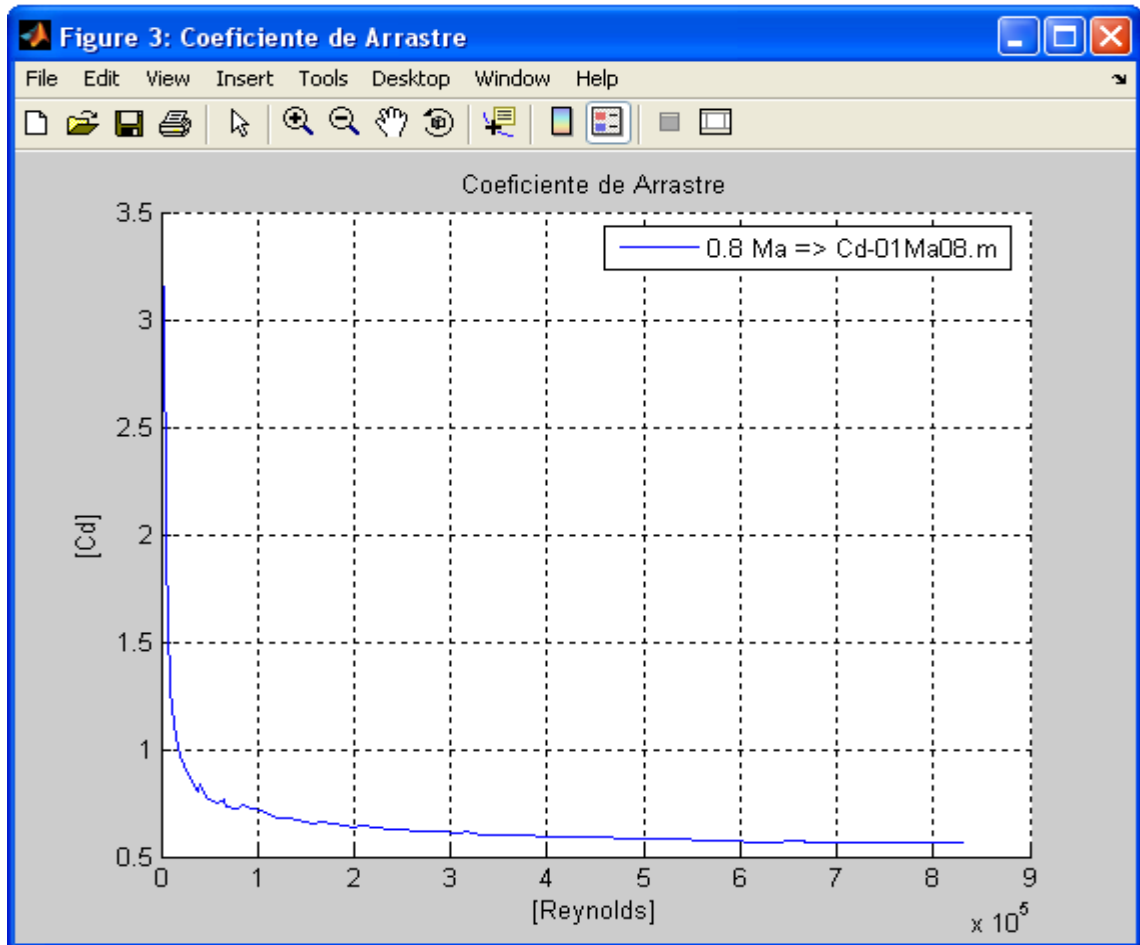
$$T = \frac{101.33 \times 10^3 \text{ Pa}}{\left(1.177 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(2.869 \times 10^2 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right)}$$

$$T \approx 300 \text{ °K}$$

$$T \approx 27 \text{ °C}$$

El coeficiente de arrastre del Arreaux usado se lo muestra en la siguiente figura.





**Figura 6.11 Variación del Coeficiente de Arrastre del Arreaux para velocidades menores e iguales a 0.8 Match.**

El diámetro de la sección transversal del Arreaux es de 0.047 m. Para una mayor precisión en los resultados se utilizó para el intervalo entre iteraciones 0.001 segundos. En la figura 6.12 se muestran los datos ingresados en el programa.

The screenshot shows the 'TrayectoriaDeVuelo' software interface with the following data entered:

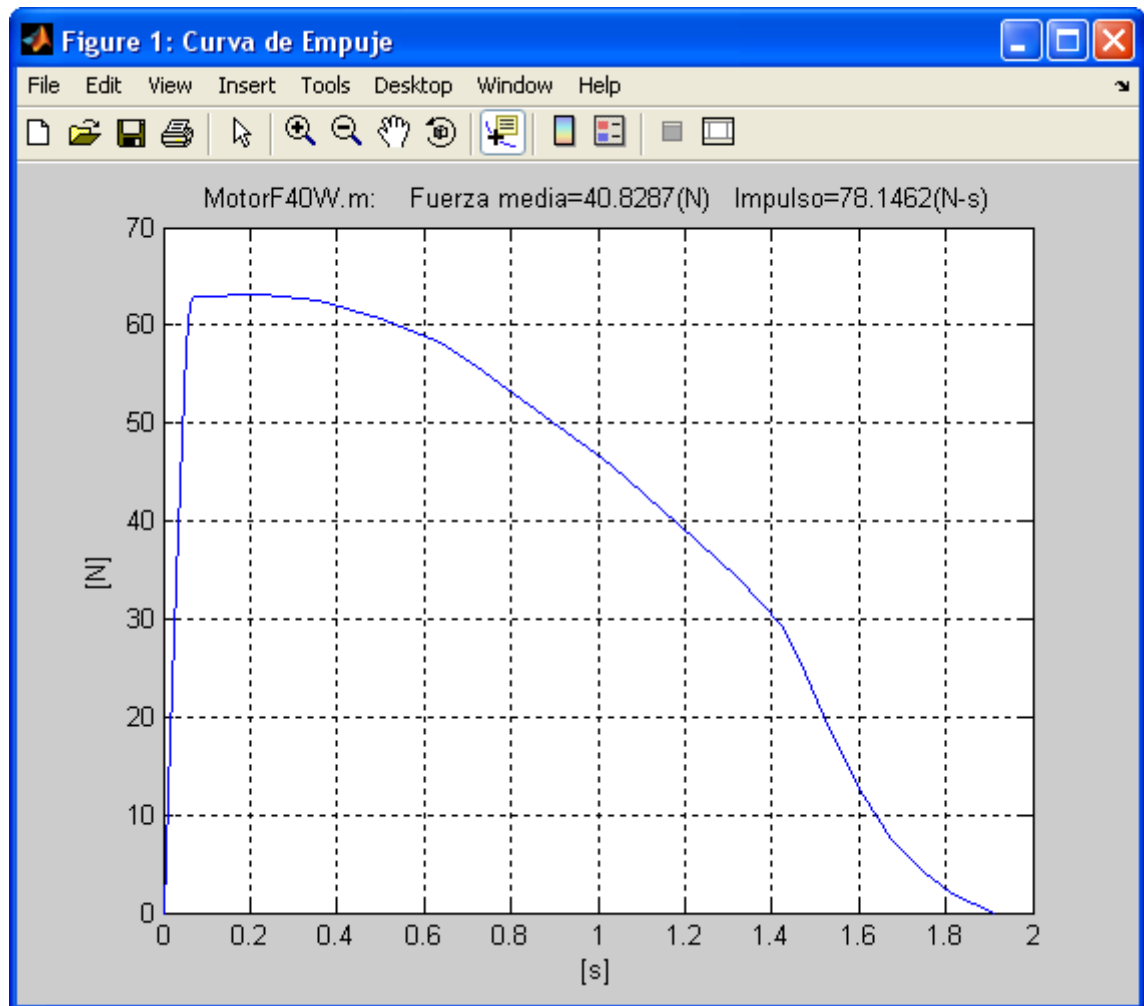
- Fuerza de Empuje:** 'seleccionar motor' button, 'Examinar...' button, 'Graficar' button.
- Masas:** Masa del Cohete = 0.340 kg, Masa Carga Util = 0.206 kg.
- Flujo de Combustible:** Masa Combustible inicial = 0.0 kg, 'Graficar' button. Radio buttons for 'Proporcional a la Fuerza de Propulsion' (selected) and 'No proporcional'. 'seleccionar flujo masico' button, 'Examinar...' button.
- Condiciones de Lanzamiento:** Presion atmosferica = 101.33 kPa, Temperatura atmosferica = 27 °C, Altura sobre nivel del mar = 0 m.
- Calculo de la Trayectoria:** Intervalo entre iteraciones = 0.001 s, 'Calcular Trayectoria de Vuelo' button.
- Fuerza de Arrastre:** Match = 0.8, 'Cd-01Ma08.m' file, 'Examinar...' button. List box containing '0.8 Ma => Cd-01Ma08.m', 'Agregar', 'Eliminar', 'Graficar' buttons.
- Resultados:** 'Abscisas:' dropdown set to 'Tiempo', 'Ordenadas:' dropdown set to 'Tiempo', 'Graficar', 'Guardar' buttons.
- Geometria del Cohete:** Diametro de la seccion transversal del cilindro = 0.047 m.
- Panel General:** 'Ayuda', 'Acerca de...', 'Salir' buttons.

**Figura 6.12 Datos iniciales ingresados en el programa.**

Las curvas de empuje de los motores usadas en el programa fueron obtenidas del catálogo de AeroTech [2], como se indica en la sección 4.2 de la presente tesis.

## Cálculo de trayectoria con el motor F40W

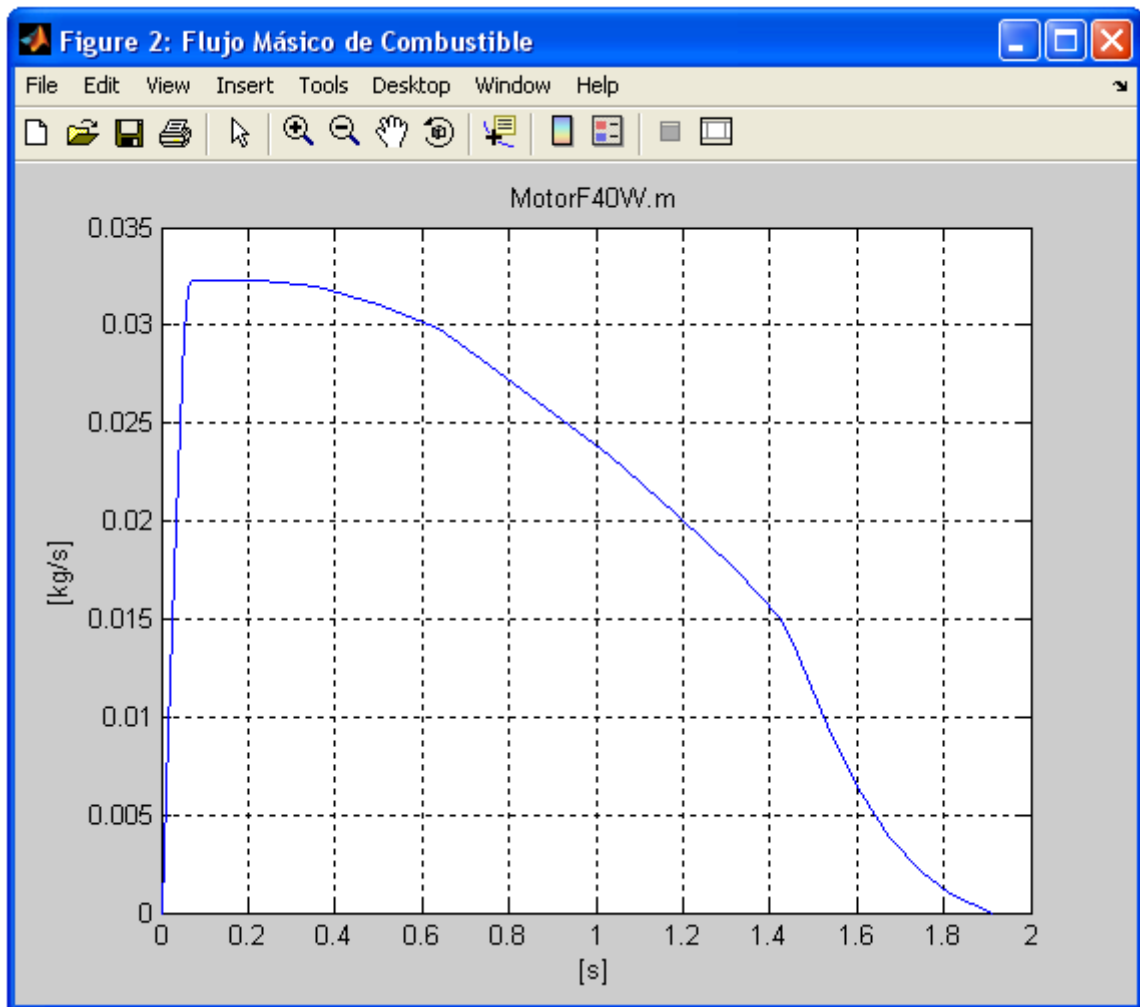
La curva de empuje del motor F40W se muestra a continuación.



**Figura 6.13** Curva de Empuje del Motor F40W.

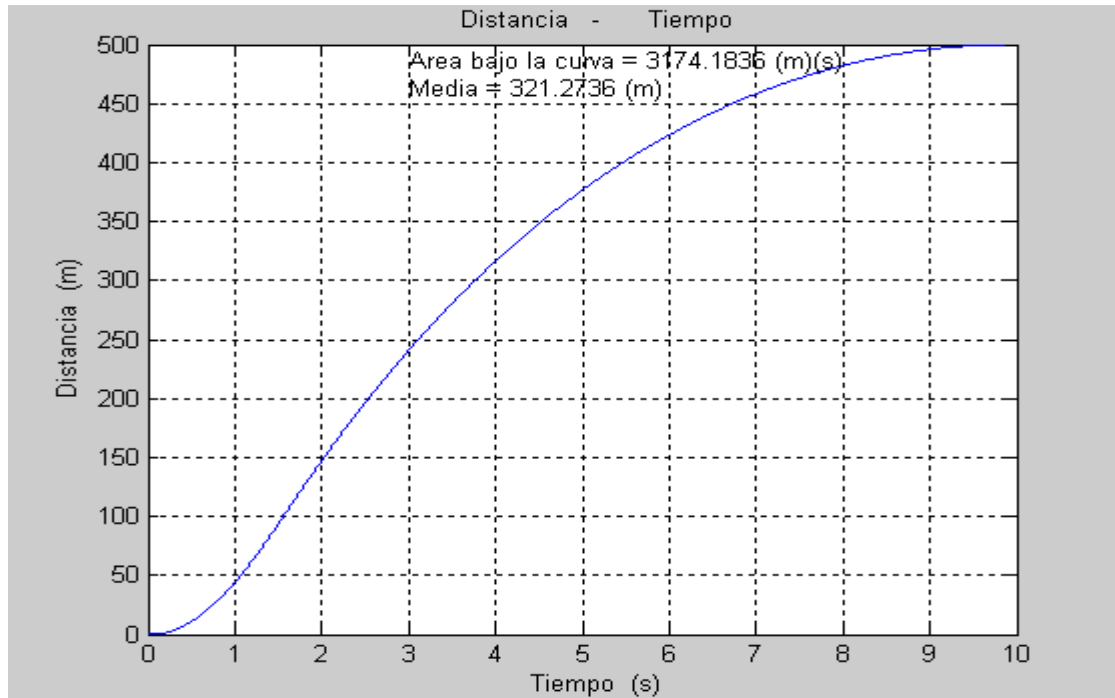
Se asume que el flujo másico de combustible es proporcional a la fuerza de empuje del motor. Y con la masa inicial del

propelente de 0.040 kg se obtiene la curva mostrada en la siguiente figura.

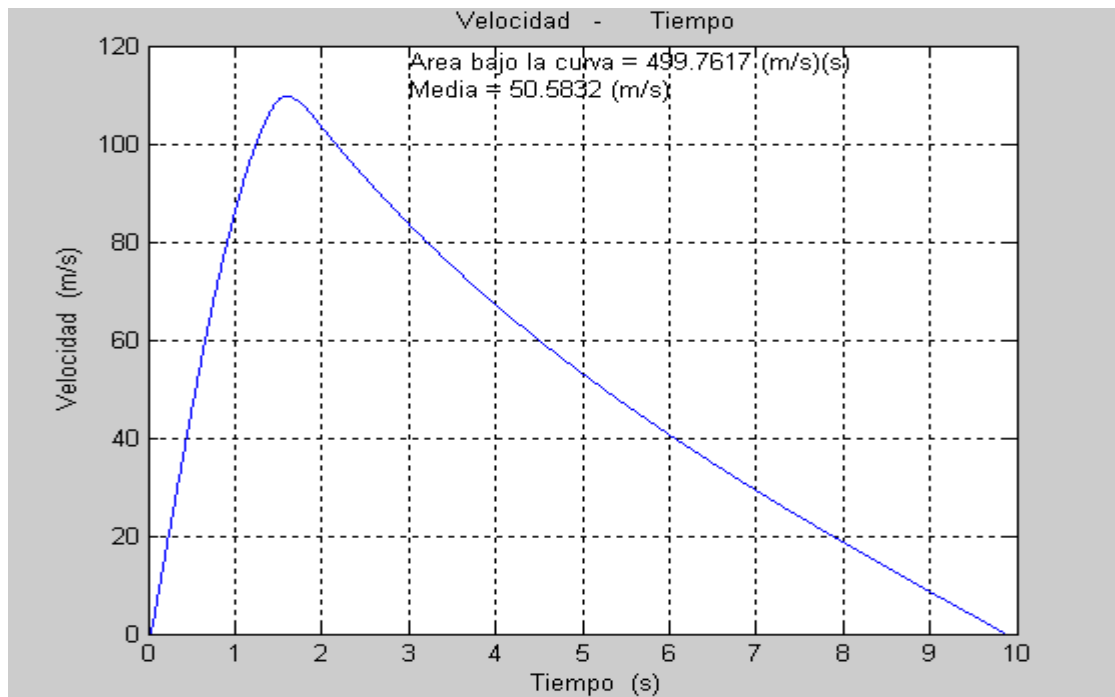


**Figura 6.14** Curva de Flujo Másico de Combustible del Motor F40W.

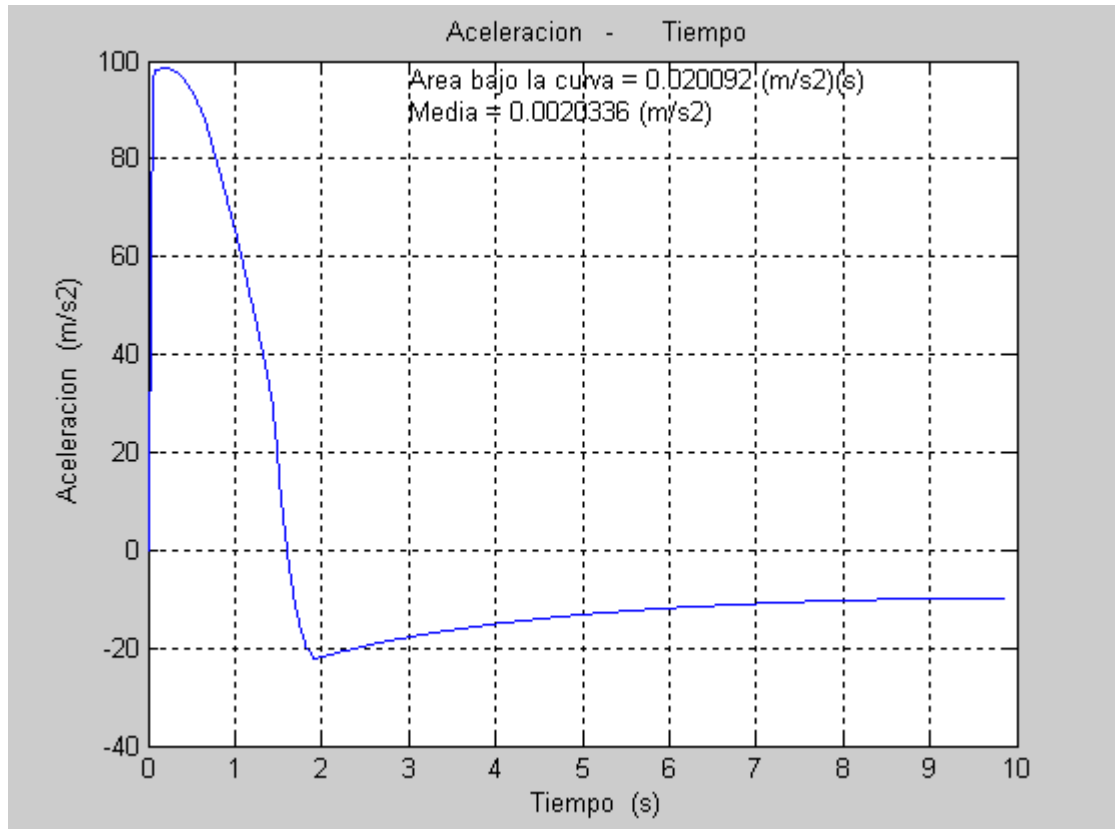
A continuación se muestran las gráficas y resultados de la trayectoria de vuelo obtenidos con el programa.



**Figura 6.15 Gráfica de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.**



**Figura 6.16 Gráfica de Velocidad vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.**

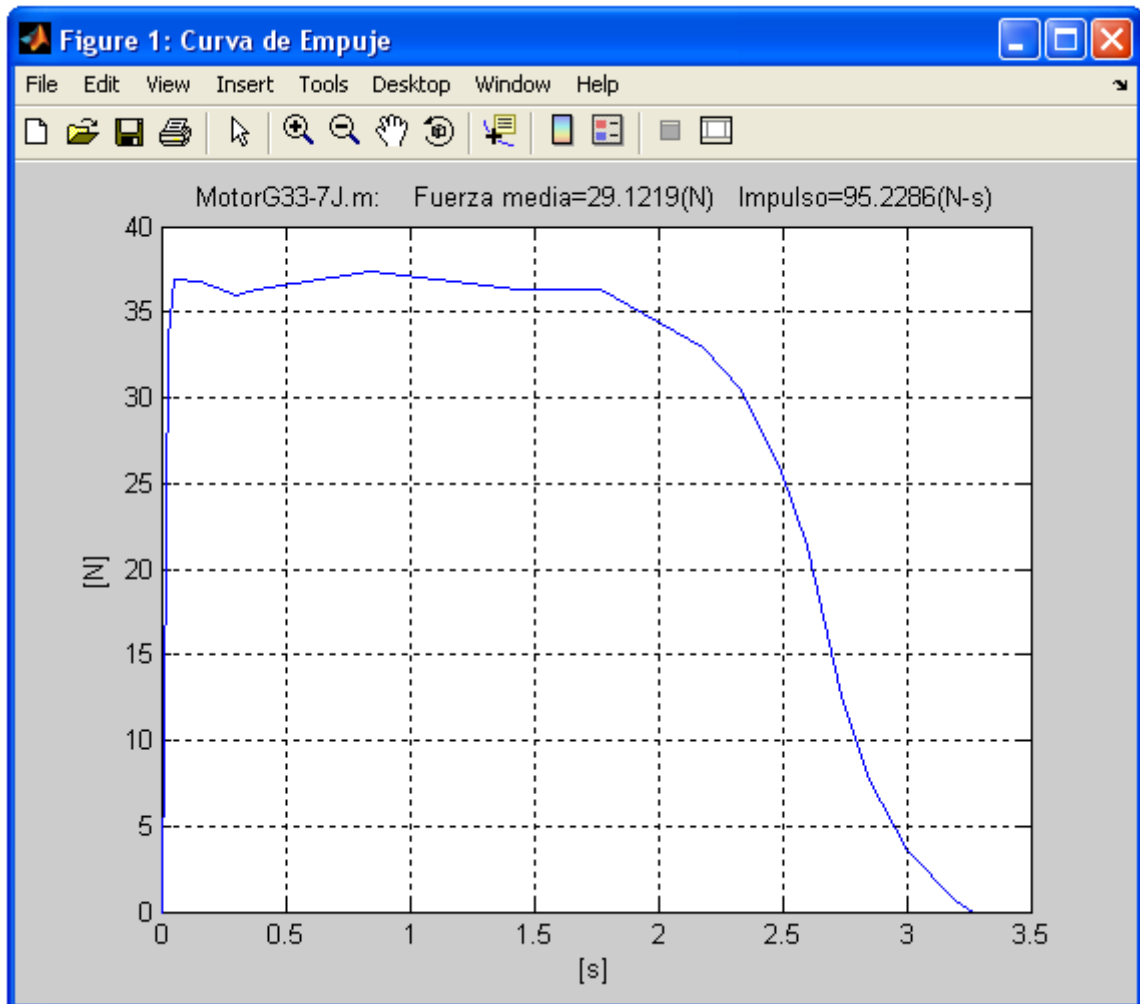


**Figura 6.17 Gráfica de Aceleración vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.**

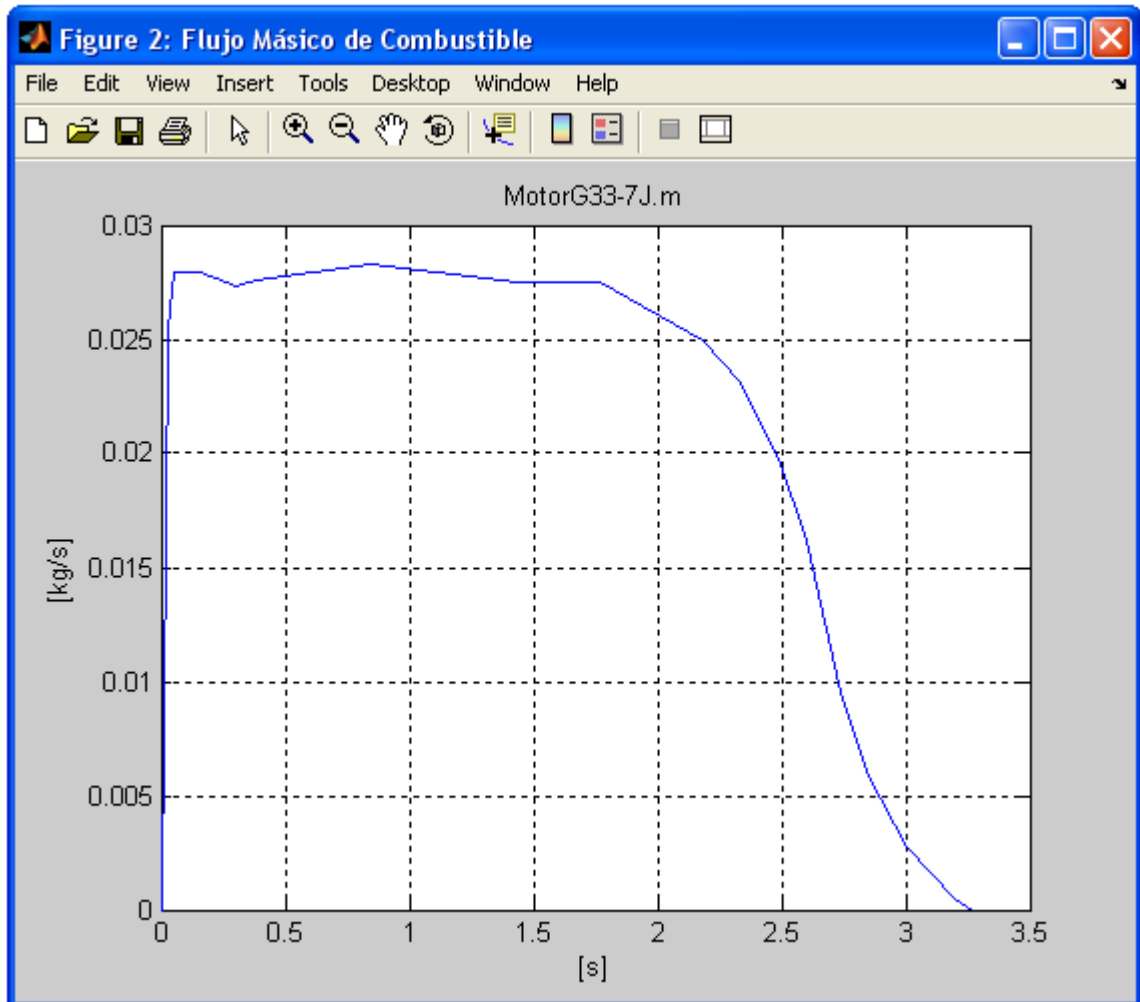
- Tiempo de combustión: 1.914 s
- Tiempo de Vuelo = 9.882 s
- Altura al finalizar la combustión = 138.9 m
- Altura máxima = 499.7 m
- Velocidad al finalizar la combustión = 105.2 m/s
- Velocidad máxima = 109.7 m/s
- Aceleración al finalizar la combustión = -22.27 m/s<sup>2</sup>
- Aceleración máxima = 98.55 m/s<sup>2</sup>

### Cálculo de trayectoria con el motor G33J

La curva de empuje y flujo másico de combustible para el motor G33J se muestran a continuación.



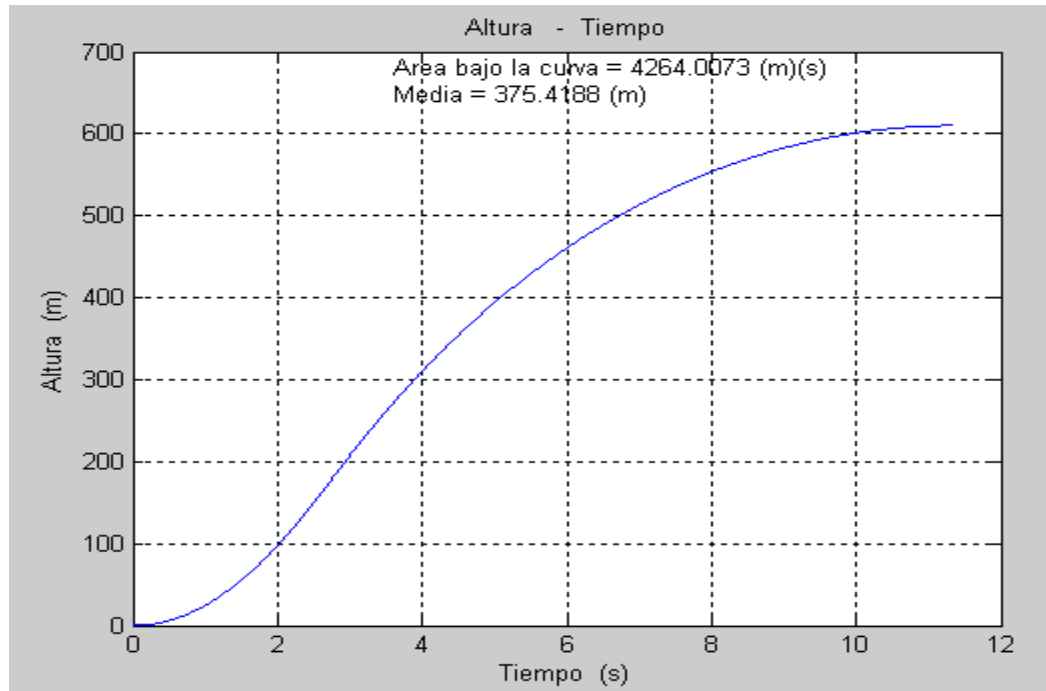
**Figura 6.18** Curva de Empuje del Motor G33J.



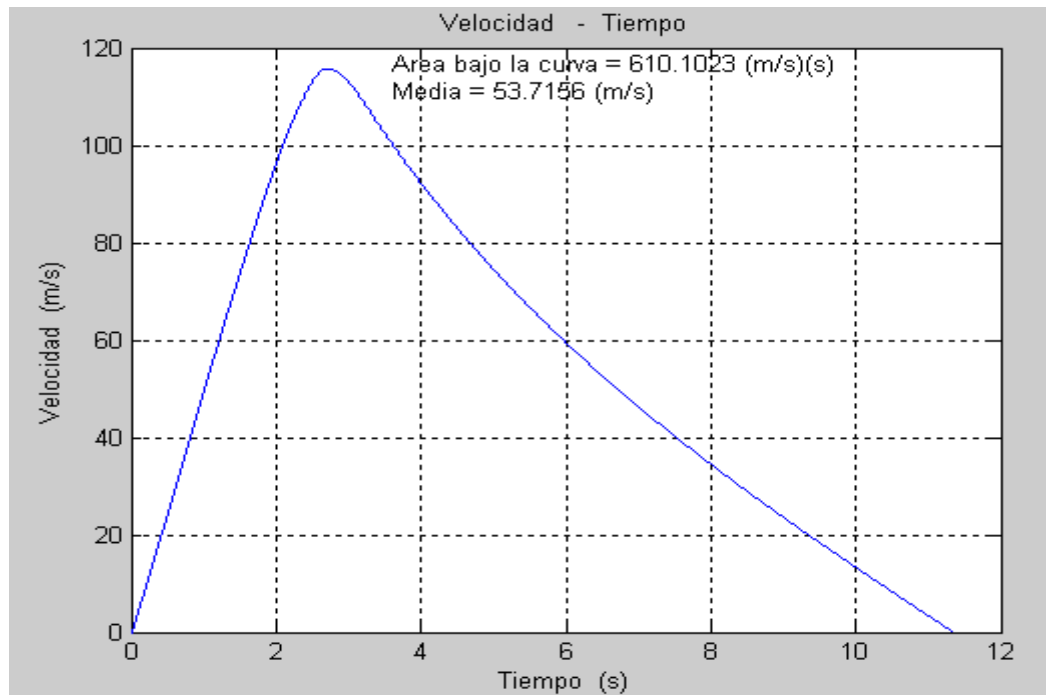
**Figura 6.19** Curva de Flujo de Combustible del Motor G33J.

A continuación se muestran los resultados y gráficos de la trayectoria de vuelo obtenidos con el programa.

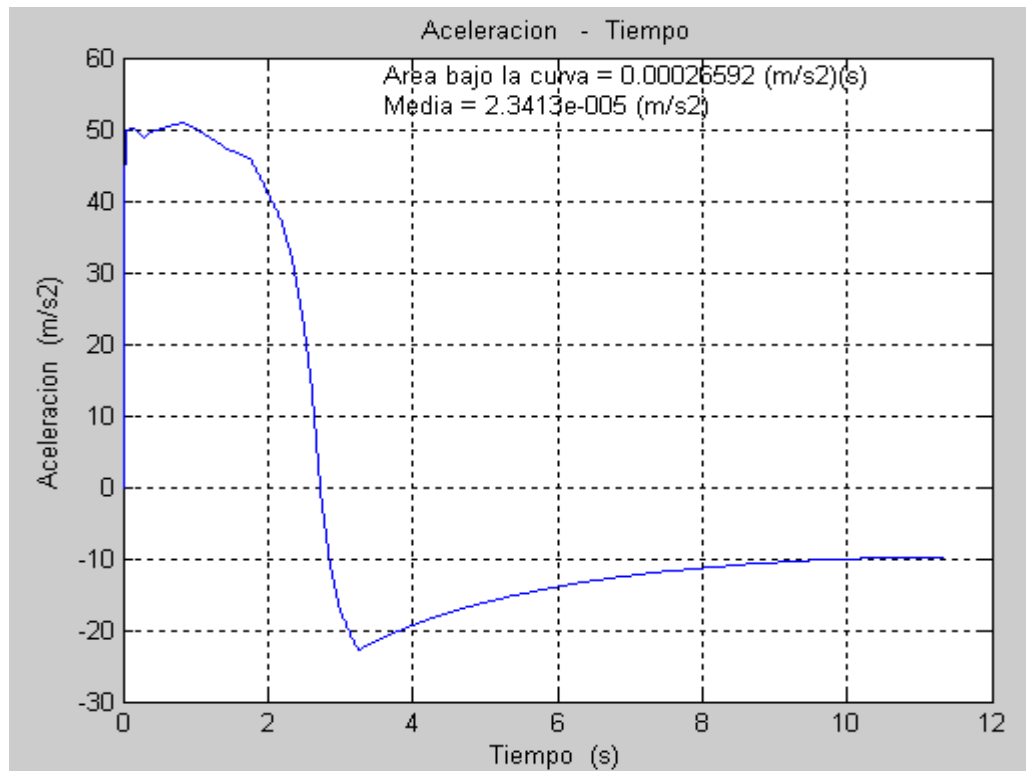




**Figura 6.20** Gráfica de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.



**Figura 6.21** Gráfica de Velocidad vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.



**Figura 6.22 Gráfica de Aceleración vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.**

- Tiempo de combustión = 3.27 s
- Tiempo de Vuelo = 11.36 s
- Altura al finalizar la combustión = 237.1 m
- Altura máxima = 610.1 m
- Velocidad al finalizar la combustión = 107.6 m/s
- Velocidad máxima = 115.8 m/s
- Aceleración al finalizar la combustión = -22.81 m/s<sup>2</sup>
- Aceleración máxima = 50.94 m/s<sup>2</sup>

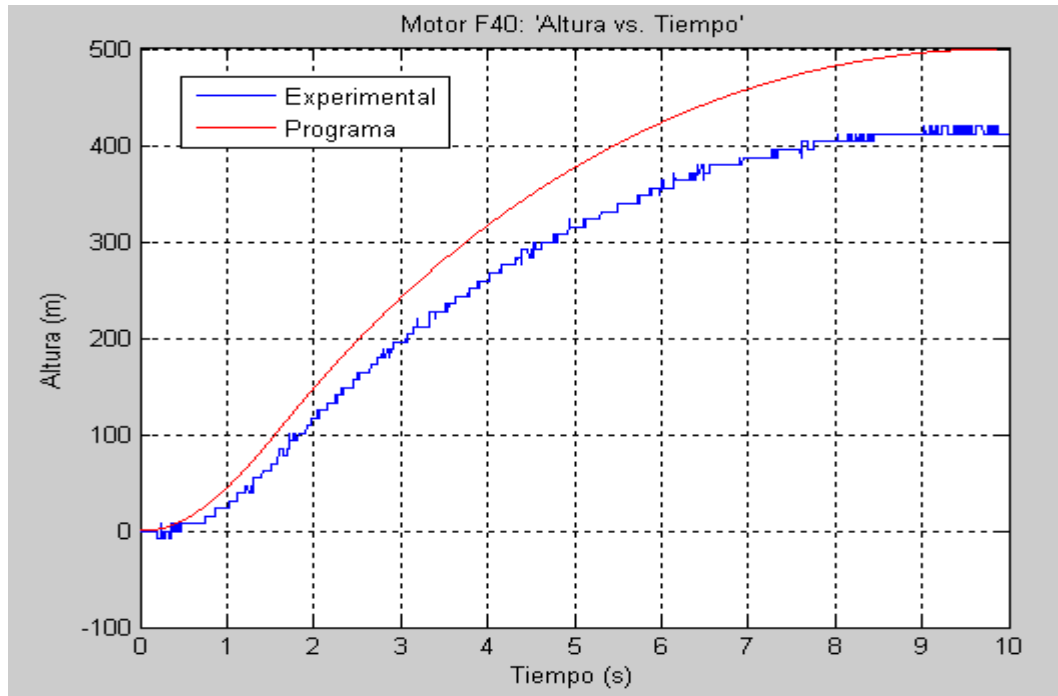
### 6.3. Comparación de Resultados Experimentales con Resultados del Programa

#### Resultados con el Motor F40

En la siguiente tabla y figura se puede comparar los resultados de las trayectorias experimental y predicha con el programa propulsados con el motor F40.

**Tabla 6.1 Resultados Experimentales y de Predicción con el Programa de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.**

Descripción	Experimental	Programa
Tiempo de combustión	2.32 s	1.91 s
Tiempo de vuelo	9.40 s	9.88 s
Altura al finalizar la combustión	140.2 m	138.9 m
Altura máxima	415.4 m	499.7 m
Velocidad al finalizar la combustión	88.1 m/s	105.2 m/s
Velocidad máxima	90.8 m/s	109.7 m/s
Aceleración al finalizar la combustión	-15.70 m/s <sup>2</sup>	-22.27 m/s <sup>2</sup>
Aceleración máxima	59.84 m/s <sup>2</sup>	98.55 m/s <sup>2</sup>



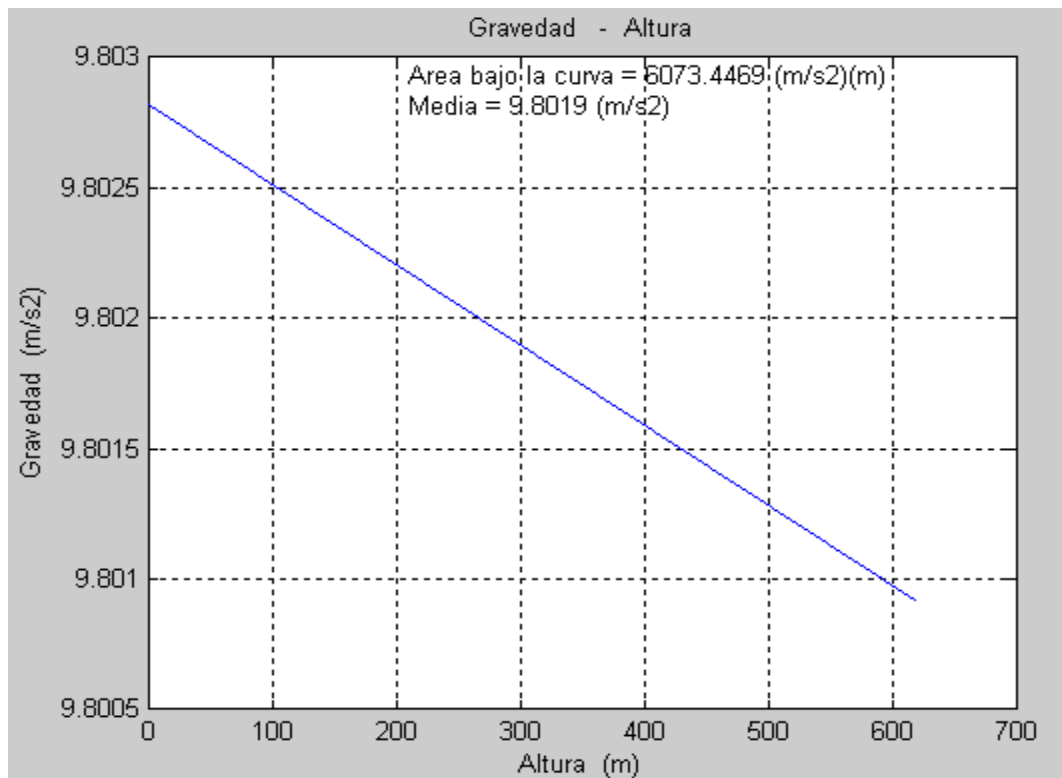
**Figura 6.23 Gráficas de Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.**

Los resultados de la tabla anterior indican que las curvas de empuje del motor experimental y teórica son diferentes. Esto se puede verificar porque no son cercanos los valores del tiempo de combustión, así también como la velocidad y aceleración al finalizar la combustión.

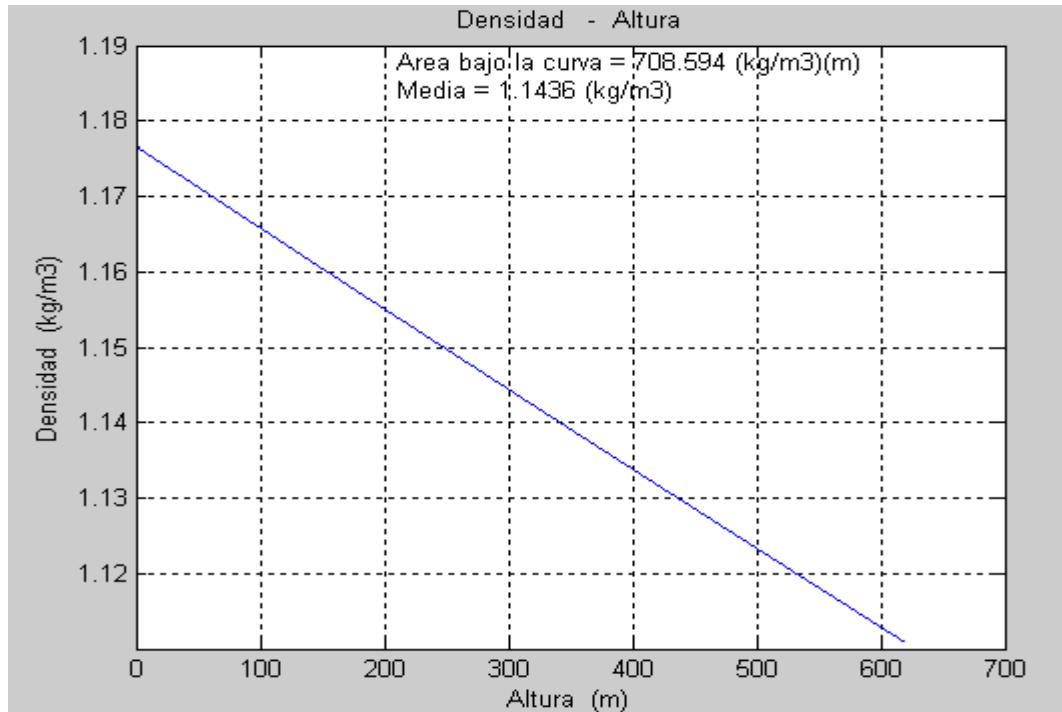
Para poder hacer una comparación entre ambas trayectorias se necesita que las condiciones de vuelo sean similares, esto se puede lograr cuando las fuerzas externas sobre el cohete sean similares en ambos casos.

Como las curvas de empuje son diferentes, las fuerzas de empuje son iguales y nulas después de la combustión.

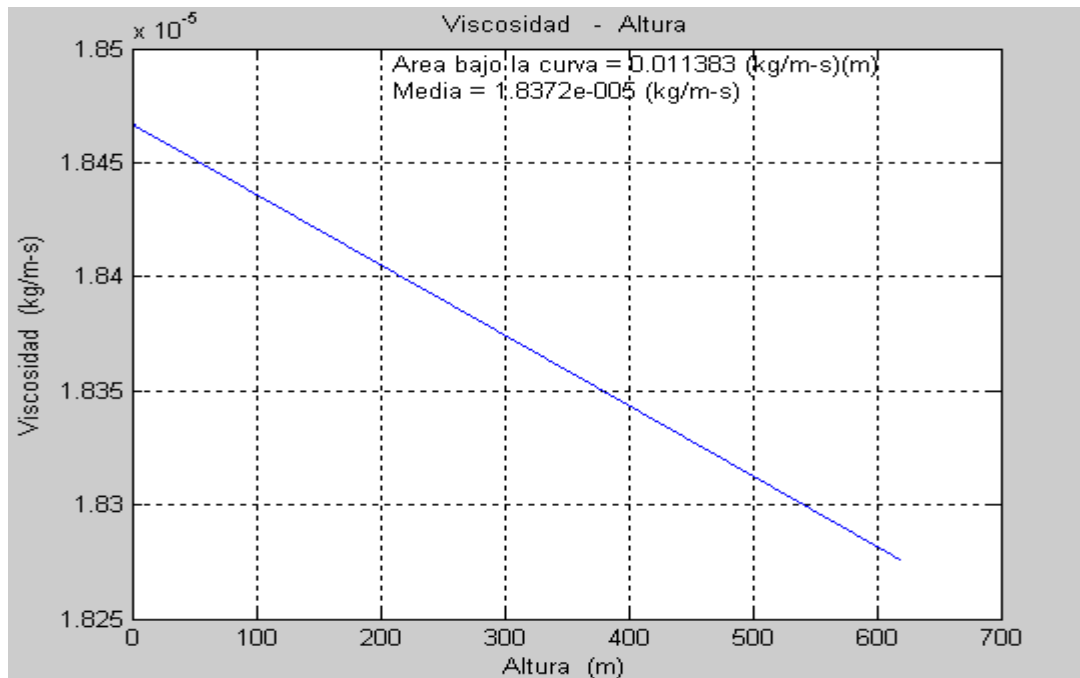
Al terminar la combustión la masa total del cohete permanece constante. Además como la diferencia de altura entre un caso y otro es relativamente pequeña las variaciones de la densidad y viscosidad del aire, y la gravedad son despreciables dando como resultado que la fuerza de gravedad en ambos casos sean similares.



**Figura 6.24 Variación de la Gravedad en función de la Altura.**



**Figura 6.25** Variación de la Densidad del Aire en función de la Altura.



**Figura 6.26** Variación de la Viscosidad del Aire en función de la Altura.

Para igualar las fuerzas de arrastre se necesita que las velocidades de vuelo sean iguales ya que esta fuerza es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad. Además como se dijo anteriormente la variación de la densidad y viscosidad del aire a lo largo de las trayectorias es despreciable.

Estas tres condiciones (fuerzas de empuje, gravitacional y arrastre iguales) se satisfacen para la trayectoria experimental desde la finalización de la combustión (punto inicial experimental) hasta que se detiene el cohete en el tiempo de vuelo (punto final experimental). Para la trayectoria teórica sería desde que se igualen las fuerzas de arrastre, esto es cuando alcance la misma velocidad de vuelo que en el punto inicial experimental (88.1 m/s a los 2.775 segundos, punto inicial teórico) hasta cuando se detiene el cohete en el tiempo de vuelo (punto final teórico) como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 6.2 Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.**

Descripción	Experimental	Programa	Error
<b>Velocidad (Punto inicial)</b>	<b>88.1 m/s</b>	<b>88.1 m/s</b>	-
<b>Velocidad (Punto final)</b>	<b>0 m/s</b>	<b>0 m/s</b>	-
Tiempo (Punto inicial)	2.32 s	2.76 s	-
Tiempo de vuelo (Punto final)	9.40 s	9.88 s	-
<b>Tiempo de vuelo – Tiempo</b>	<b>7.08 s</b>	<b>7.13 s</b>	<b>0.66%</b>
Altura partida (Punto inicial)	140.2 m	219.9 m	-
Altura máxima (Punto final)	415.4 m	499.7 m	-
<b>Altura máxima – Altura partida</b>	<b>275.2 m</b>	<b>279.8 m</b>	<b>1.67%</b>
<b>Aceleración (Punto inicial)</b>	<b>-15.20 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-18.63 m/s<sup>2</sup></b>	<b>22.57%</b>
<b>Aceleración (Punto final)</b>	<b>-9.81 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-9.80 m/s<sup>2</sup></b>	<b>0.09%</b>

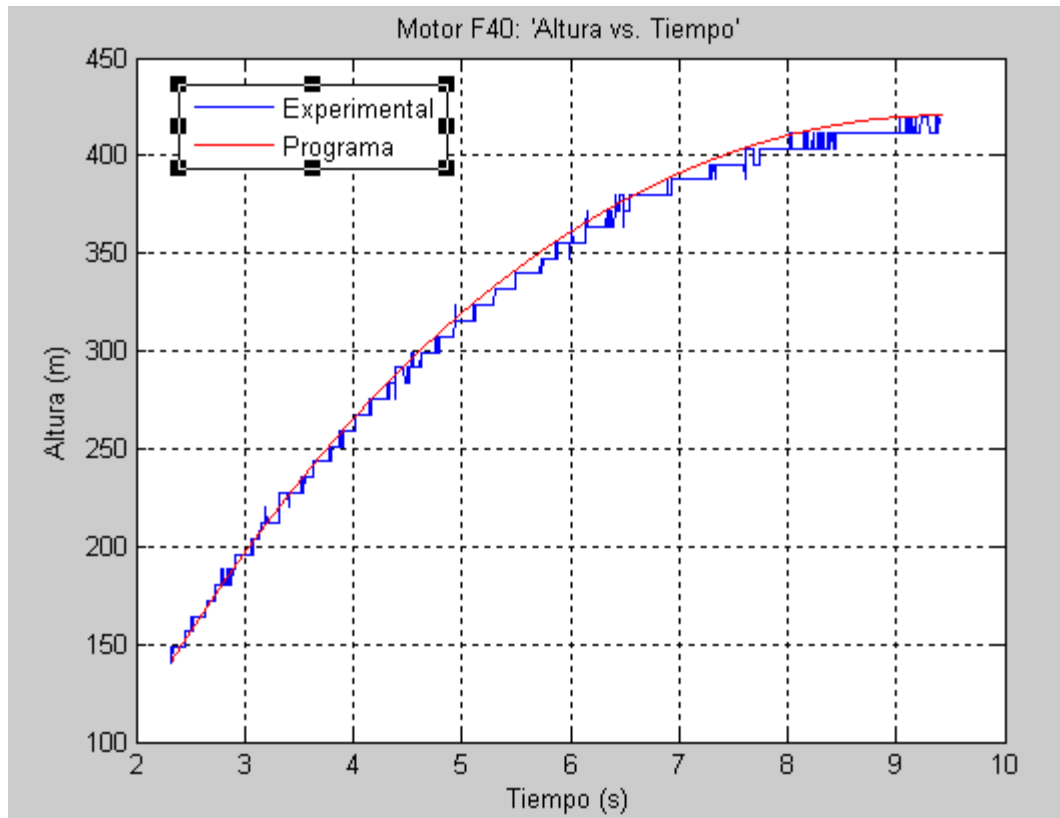
Donde el error se lo calculó de la siguiente forma.

$$Error = \frac{(Valor Teórico - Valor Experimental)}{Valor Experimental} * 100\% \quad (ec. 6.1)$$

Como se puede observar, los valores resaltados en la tabla anterior son muy cercanos a excepción de la aceleración en el punto inicial.



En la siguiente figura se superponen los tramos de las trayectorias de la tabla anterior. La trayectoria del programa se desplaza para coincidir con el punto inicial experimental.



**Figura 6.27 Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor F40W.**

Para estar seguro de la correcta predicción de la trayectoria se tomó otro punto de referencia.

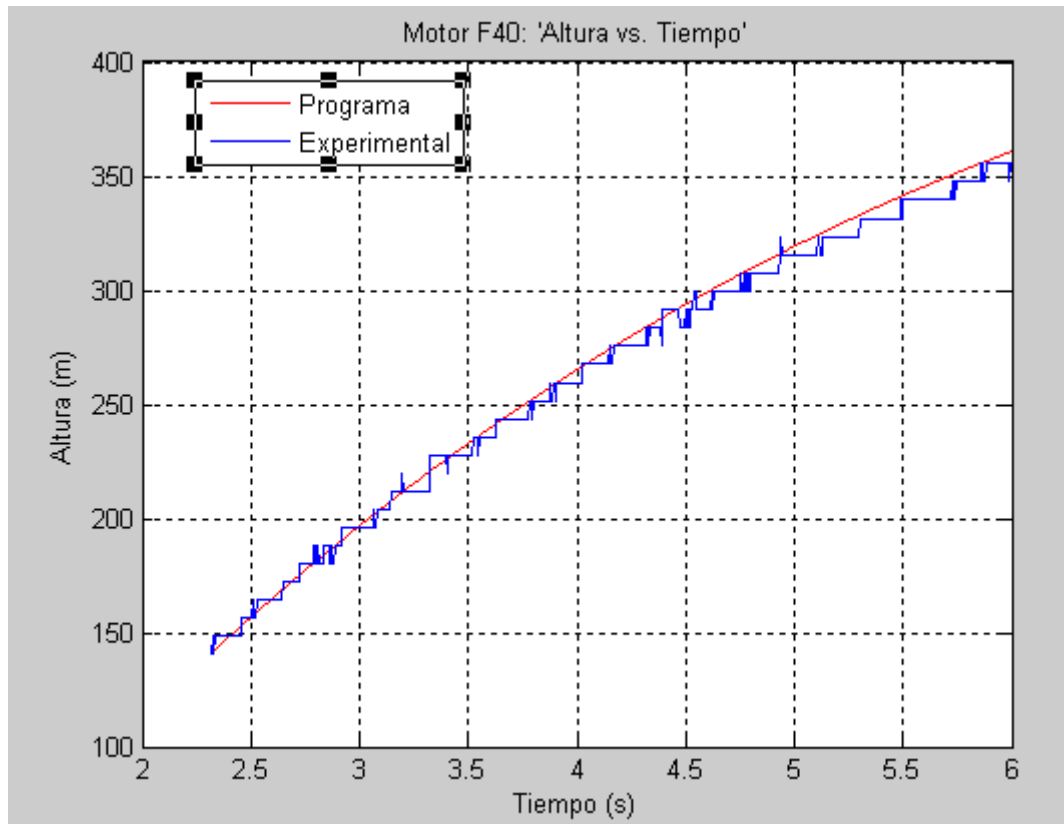
El punto inicial es el mismo que el de la tabla anterior. El nuevo punto final es del tiempo inicial más 3.68 segundos como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 6.3 Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor F40W.**

Descripción	Experimental	Programa	Error
Tiempo (Punto inicial)	2.32 s	2.76 s	-
<b>Tiempo (P. final – P. inicial)</b>	<b>3.68 s</b>	<b>3.68 s</b>	-
Tiempo (Punto final)	6.00 s	6.44 s	-
Altura (Punto inicial)	140.2 m	219.9 m	-
Altura (Punto final)	355 m	439.8 m	-
<b>Altura (P. final – P. inicial)</b>	<b>214.8 m</b>	<b>219.9 m</b>	<b>2.37%</b>
<b>Velocidad (Punto inicial)</b>	<b>88.1 m/s</b>	<b>88.1 m/s</b>	-
<b>Velocidad (Punto final)</b>	<b>35.90 m/s</b>	<b>35.67 m/s</b>	<b>0.64%</b>
<b>Aceleración (Punto inicial)</b>	<b>-15.20 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-18.63 m/s<sup>2</sup></b>	<b>22.57%</b>
<b>Aceleración (Punto final)</b>	<b>-9.81 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-11.44 m/s<sup>2</sup></b>	<b>16.62%</b>

En la tabla anterior se puede observar los errores de la distancia recorrida y la velocidad final son muy bajos. En cambio los

errores de la aceleración inicial y final son mayores. En la siguiente figura se superponen ambas trayectorias.

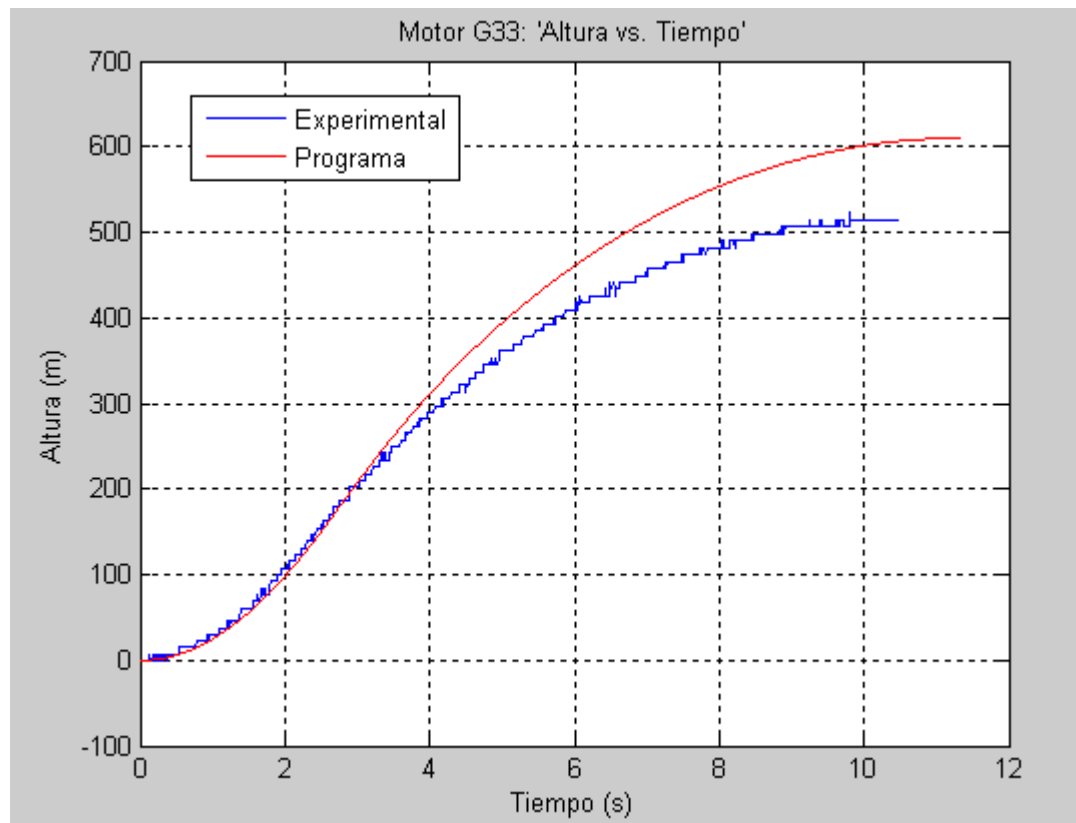


**Figura 6.28 Superposición de gráficas *Altura vs. Tiempo* del Arreaux, motor F40W.**

Con los resultados de las dos tablas anteriores se puede concluir que la predicción de esta trayectoria es correcta. La diferencia en los valores de la aceleración puede ser porque la forma de la medición de la misma no fue la adecuada.

### Resultados con el Motor G33

En la figura siguiente se muestran las trayectorias del Arreaux propulsado con el motor G33.



**Figura 6.29 Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.**

En la siguiente tabla se pueden comparar los resultados experimentales y teóricos obtenidos con el programa.

**Tabla 6.4 Resultados Experimentales y de Predicción con el Programa de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.**

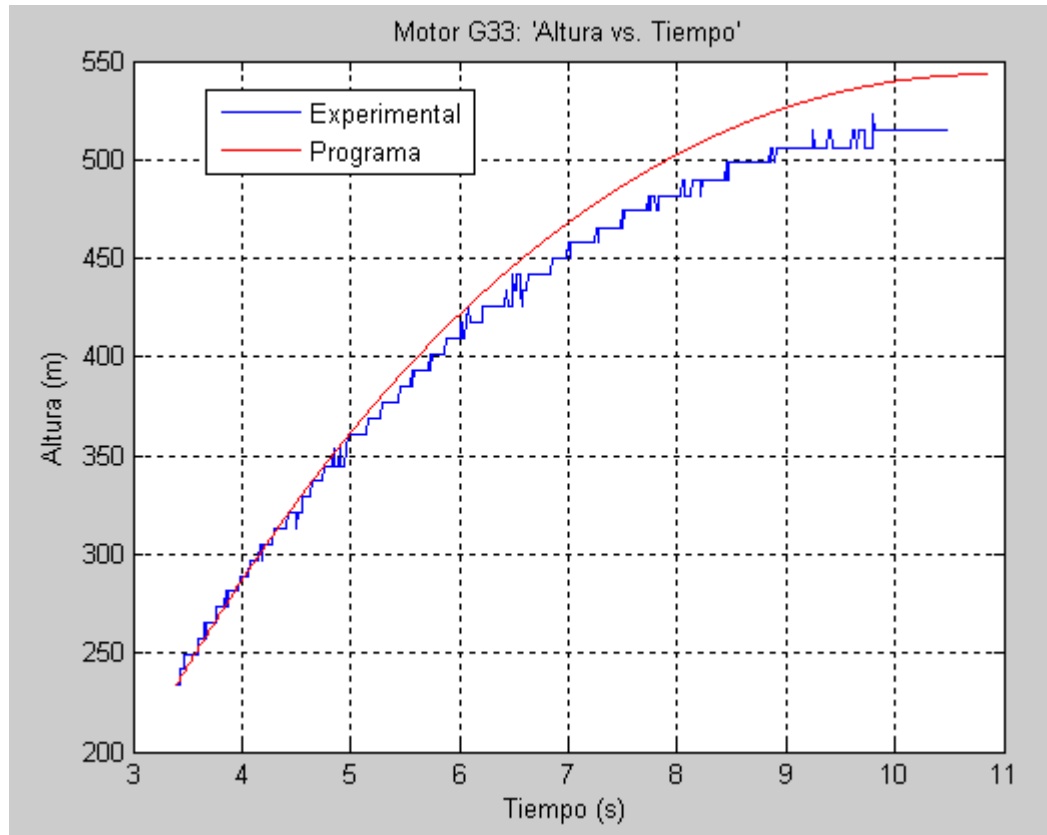
Descripción	Experimental	Programa
Tiempo de combustión	3.40 s	3.27 s
Tiempo de vuelo	10.50 s	11.36 s
Altura al finalizar la combustión	234.7 m	237.1 m
Altura máxima	515.0 m	610.1 m
Velocidad al finalizar la combustión	94.2 m/s	107.6 m/s
Velocidad máxima	102.0 m/s	115.8 m/s
Aceleración al finalizar la combustión	-18.64 m/s <sup>2</sup>	-22.81 m/s <sup>2</sup>
Aceleración máxima	50.03 m/s <sup>2</sup>	50.94 m/s <sup>2</sup>

Al igual que los resultados anteriores con el motor F40, las curvas de empuje del motor no son las mismas entre el experimental y teórico. Por lo que se determinó dos trayectorias similares, es decir cuando se igualan las velocidades después de la combustión. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 6.5 Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.**

Descripción	Experimental	Programa	Error
<b>Velocidad (Punto inicial)</b>	<b>94.2 m/s</b>	<b>94.2 m/s</b>	-
<b>Velocidad (Punto final)</b>	<b>0 m/s</b>	<b>0 m/s</b>	-
Tiempo (Punto inicial)	3.40 s	3.9 s	-
Tiempo de vuelo (Punto final)	10.50 s	11.36 s	-
<b>Tiempo de vuelo – Tiempo</b>	<b>7.10 s</b>	<b>7.46 s</b>	<b>5.07%</b>
Altura (Punto inicial)	234.7 m	300.6 m	-
Altura máxima (Punto final)	515.0 m	610.1 m	-
<b>Altura máxima - Altura</b>	<b>280.3 m</b>	<b>309.5 m</b>	<b>10.42%</b>
<b>Aceleración (Punto inicial)</b>	<b>-18.64 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-19.76 m/s<sup>2</sup></b>	<b>6.01%</b>
<b>Aceleración (Punto final)</b>	<b>-11.49 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-9.80 m/s<sup>2</sup></b>	<b>14.70%</b>

En la siguiente figura se superponen los tramos de las trayectorias de la tabla anterior. La trayectoria del programa se desplaza para coincidir con el punto inicial experimental.



**Figura 6.30 Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.**

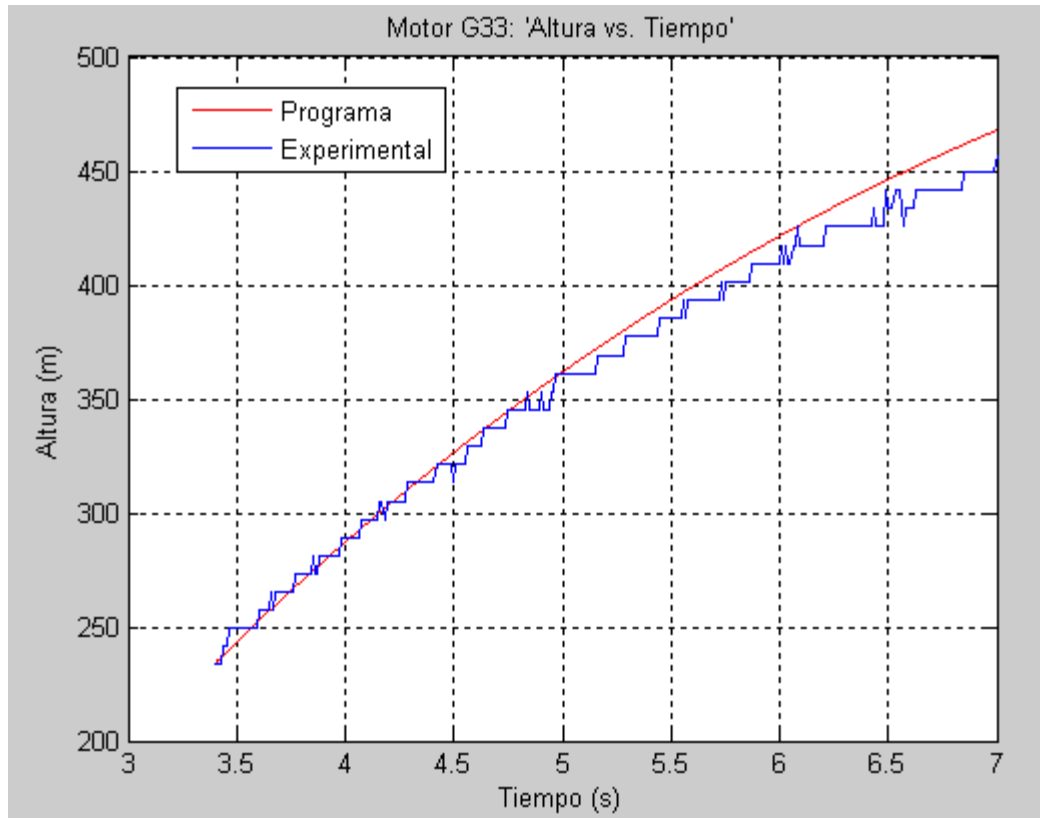
Una segunda trayectoria será analizada en donde el punto final es el mismo que en el de la tabla anterior. El punto inicial es el tiempo del punto final menos 5.5 segundos como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 6.6 Resultados Experimentales y de Predicción de la trayectoria del Arreaux con el Motor G33J.**

<b>Descripción</b>	<b>Experimental</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Tiempo (Punto inicial)	3.4 s	3.9 s	-
<b>Tiempo (P. final – P. inicial)</b>	<b>3.6</b>	<b>3.6</b>	-
Tiempo (Punto final)	7.0	7.5	-
Altura (Punto inicial)	234.7 m	300.6 m	-
Altura (Punto final)	454.0 m	534.6 m	-
<b>Altura (P. final – P. inicial)</b>	<b>219.3 m</b>	<b>234.0 m</b>	<b>6.70%</b>
<b>Velocidad (Punto inicial)</b>	<b>94.20 m/s</b>	<b>94.20 m/s</b>	-
<b>Velocidad (Punto final)</b>	<b>40.20 m/s</b>	<b>40.42 m/s</b>	<b>0.55%</b>
<b>Aceleración (Punto inicial)</b>	<b>-18.64 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-19.76 m/s<sup>2</sup></b>	<b>6.01%</b>
<b>Aceleración (Punto final)</b>	<b>-12.95 m/s<sup>2</sup></b>	<b>-11.80 m/s<sup>2</sup></b>	<b>8.88%</b>

En la siguiente figura se superponen los tramos de las trayectorias de la tabla anterior.





**Figura 6.31 Superposición de gráficas Altura vs. Tiempo del Arreaux, motor G33J.**

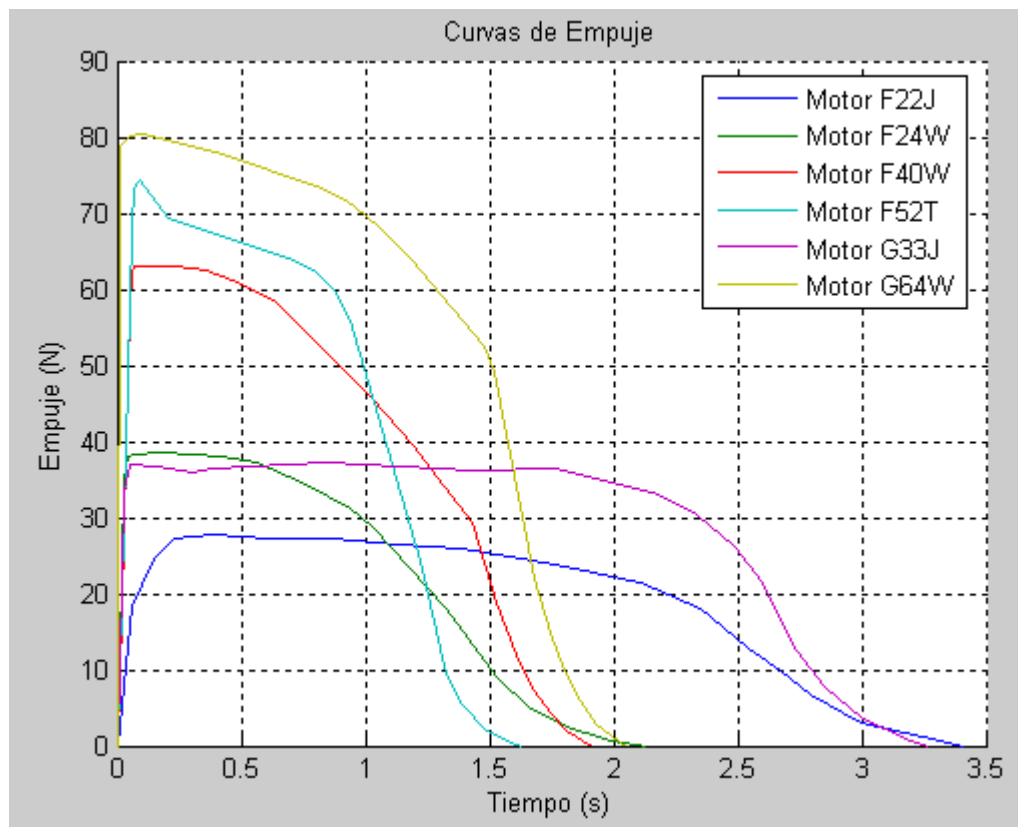
#### 6.4. Cálculo de Trayectorias de Vuelo

##### Motores AeroTech

En esta sección se calcularon trayectorias del Arreaux propulsados con diferentes modelos de motores de AeroTech y

se compararon con resultados obtenidos por medio de nomogramas [2, 23].

Las curvas de empuje y las condiciones operativas de los motores usados se muestran a continuación.



**Figura 6.32 Curvas de Empuje de Motores de AeroTech.**

**Tabla 6.7 Condiciones operativas de los motores usadas en el Programa.**

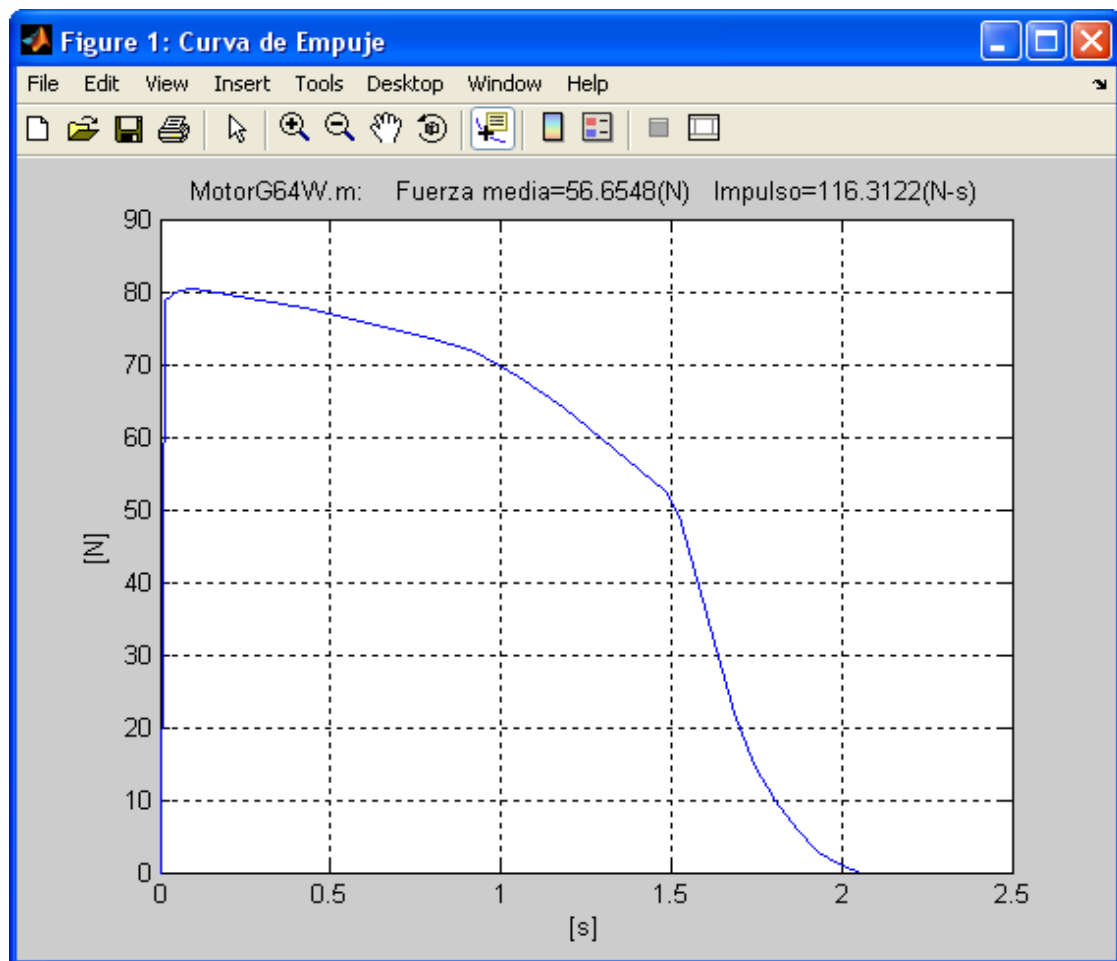
<b>Motor</b>	<b>Impulso</b>	<b>Impulso Específico Medio</b>	<b>Fuerza Media</b>	<b>Tiempo de combustión</b>
G64W	116.31 N-s	189.7 s	56.65 N	2.05 s
G33J	95.23 N-s	134.5 s	29.12 N	3.27 s
F40W	78.15 N-s	199.2 s	40.83 N	1.91 s
F52T	74.14 N-s	206.5 s	45.49 N	1.63 s
F22J	64.68 N-s	142.4 s	18.95 N	3.41 s
F24W	47.95 N-s	193.2 s	22.51 N	2.13 s

Las condiciones iniciales en cada prueba se mantienen constantes es decir la carga útil y condiciones atmosféricas no varían, con lo que se tiene.

- Masa del cohete = 0.340 kg
- Masa carga útil = 0.1475 kg
- Presión atmosférica = 101.33 kPa
- Temperatura atmosférica = 28 °C
- Densidad del aire = 1.1728 kg/m<sup>3</sup>

## Motor G64W

La curva de empuje del motor G64W ingresada en el programa se muestra en la siguiente figura.



**Figura 6.33 Curva de Empuje del Motor G64W.**

De la curva de empuje anterior y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa en que se puede concluir que la curva utilizada es correcta ya que los errores son pequeños.

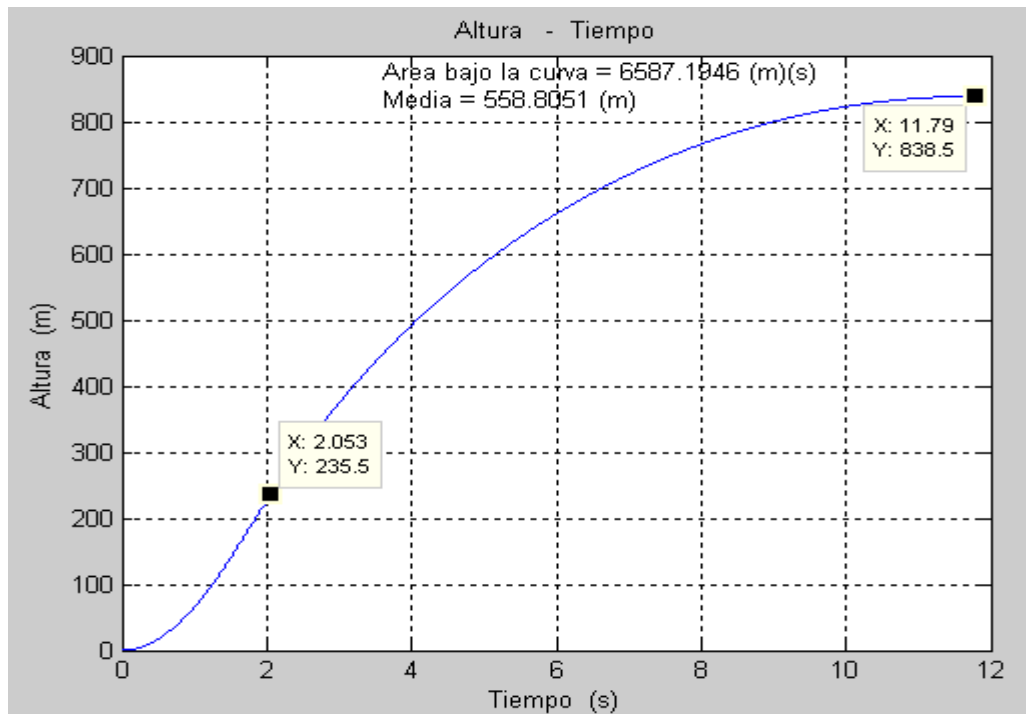
**Tabla 6.8 Características Operativas del Motor G64W.**

<b>Descripción</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Impulso del motor	118.8 N-s	116.3 N-s	2.10%
Fuerza de Empuje Media	56.80 N	56.66 N	0.25%
Tiempo de Combustión	2.06 s	2.05 s	0.34%

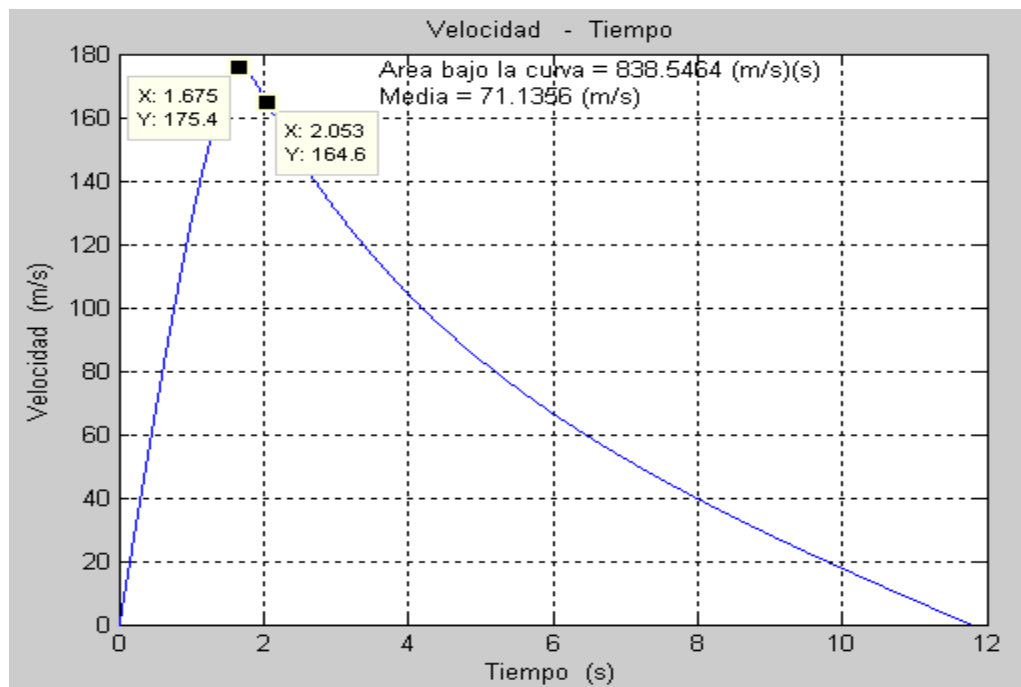
La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

- Masa del combustible inicial = 0.0625 kg
- Masa total en el despegue = 0.55 kg

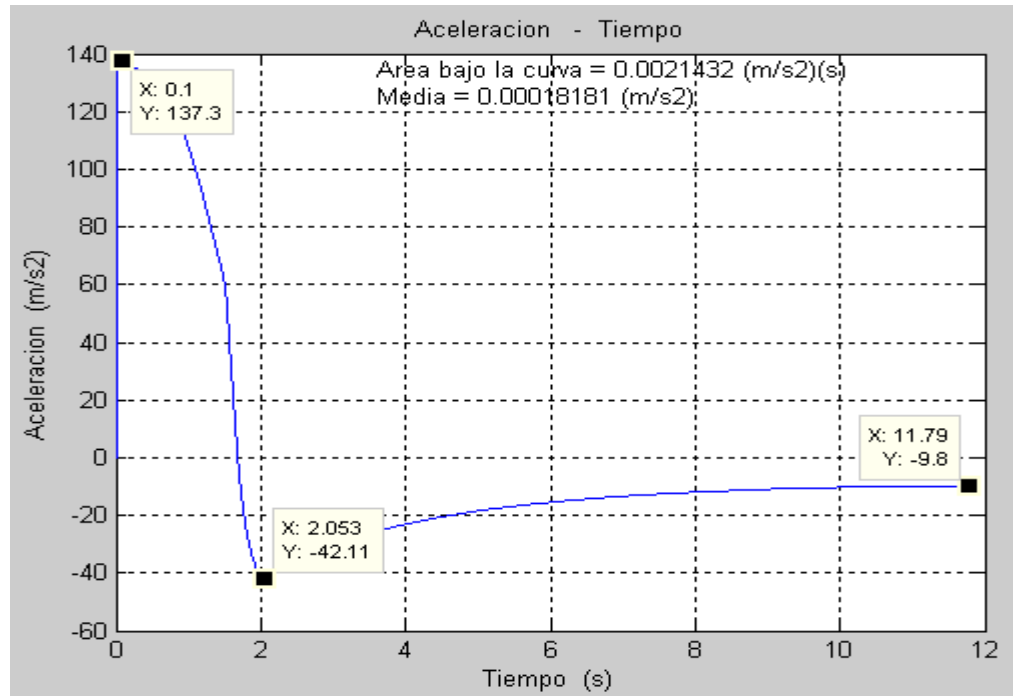
Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.



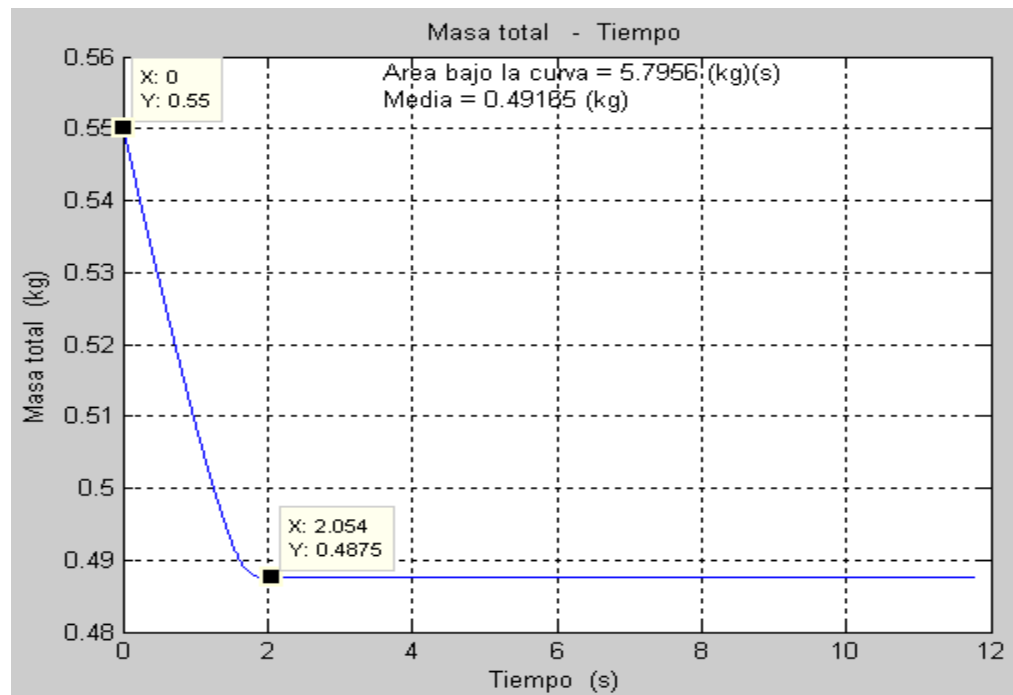
**Figura 6.34** Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



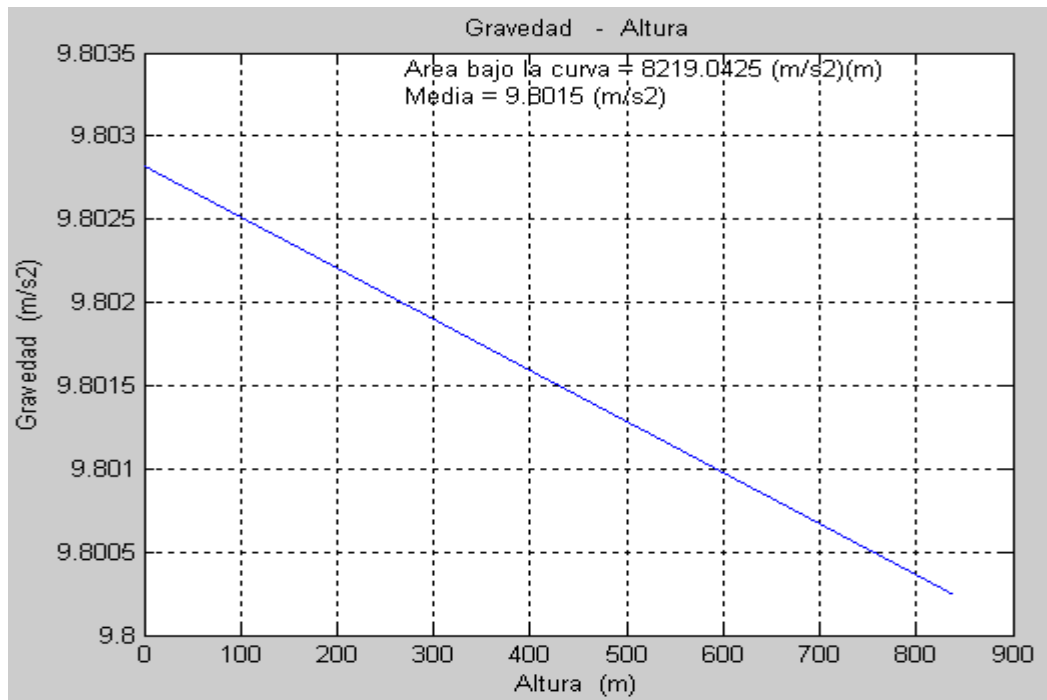
**Figura 6.35** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



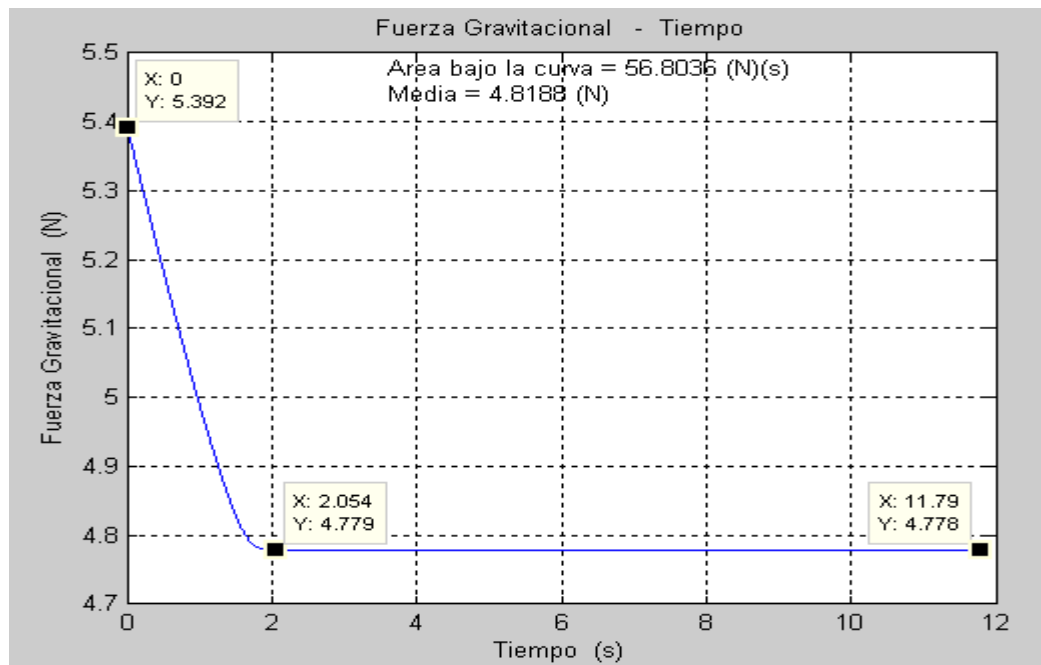
**Figura 6.36** Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



**Figura 6.37** Gráfica 'Masa total vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.

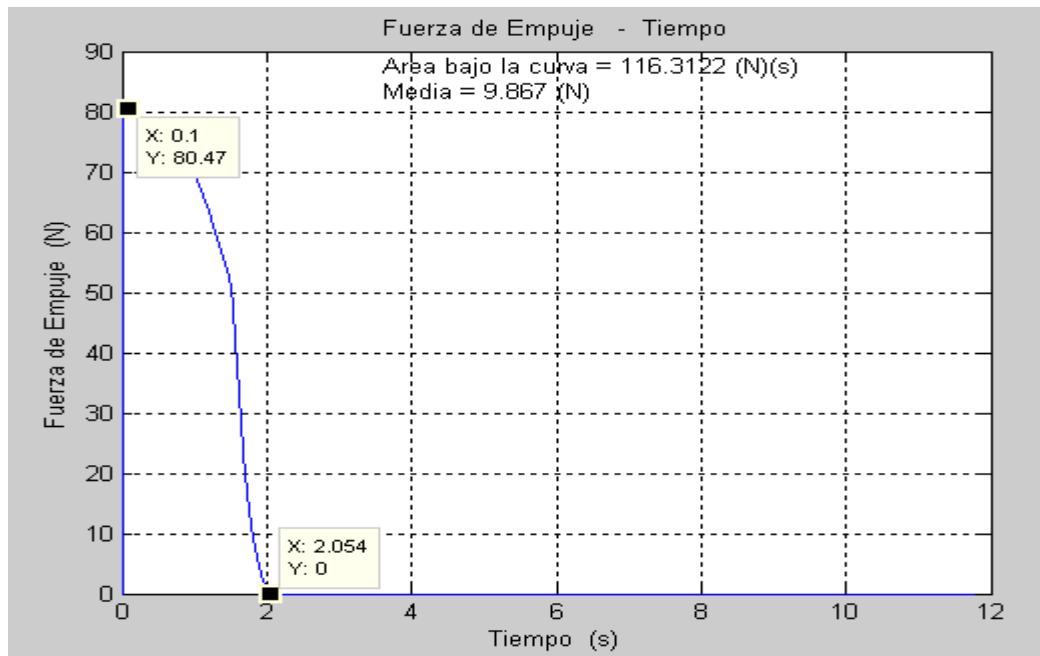


**Figura 6.38 Gráfica 'Gravedad vs. Altura'.**

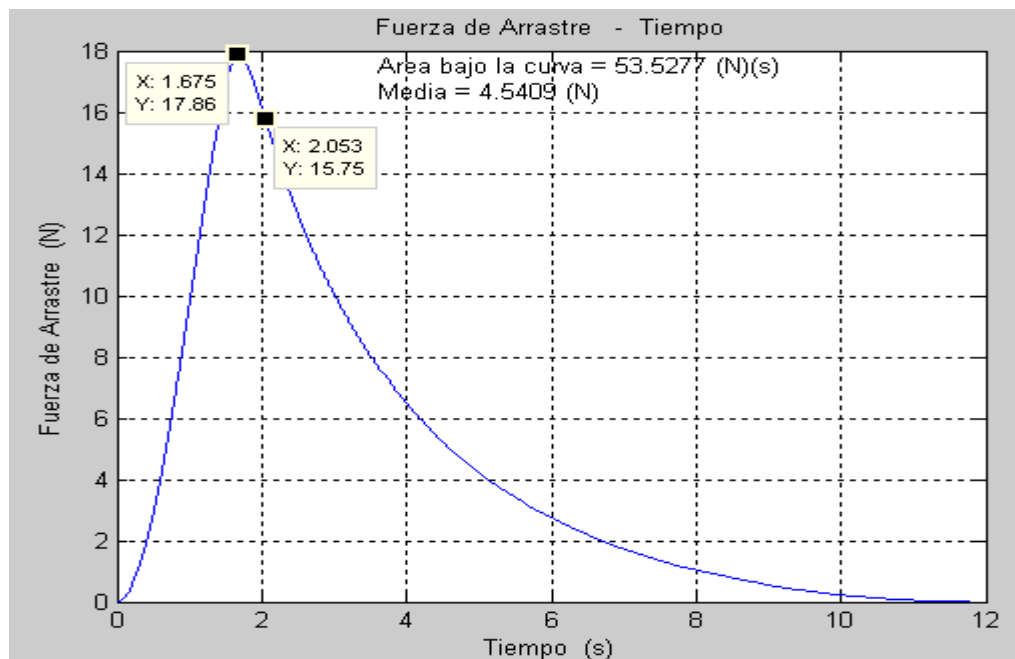


**Figura 6.39 Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.**

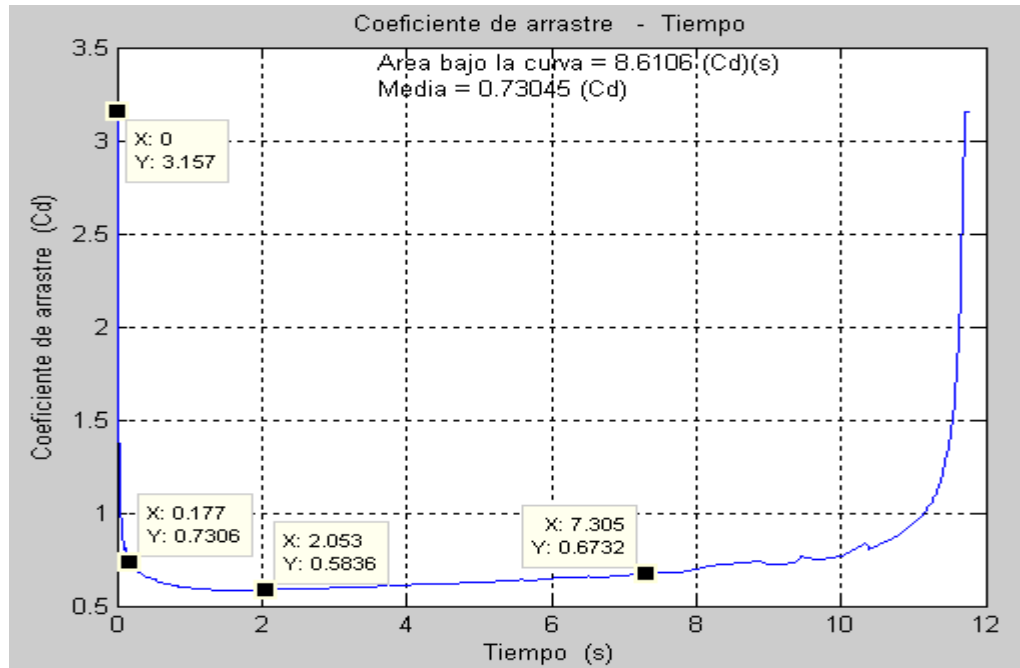




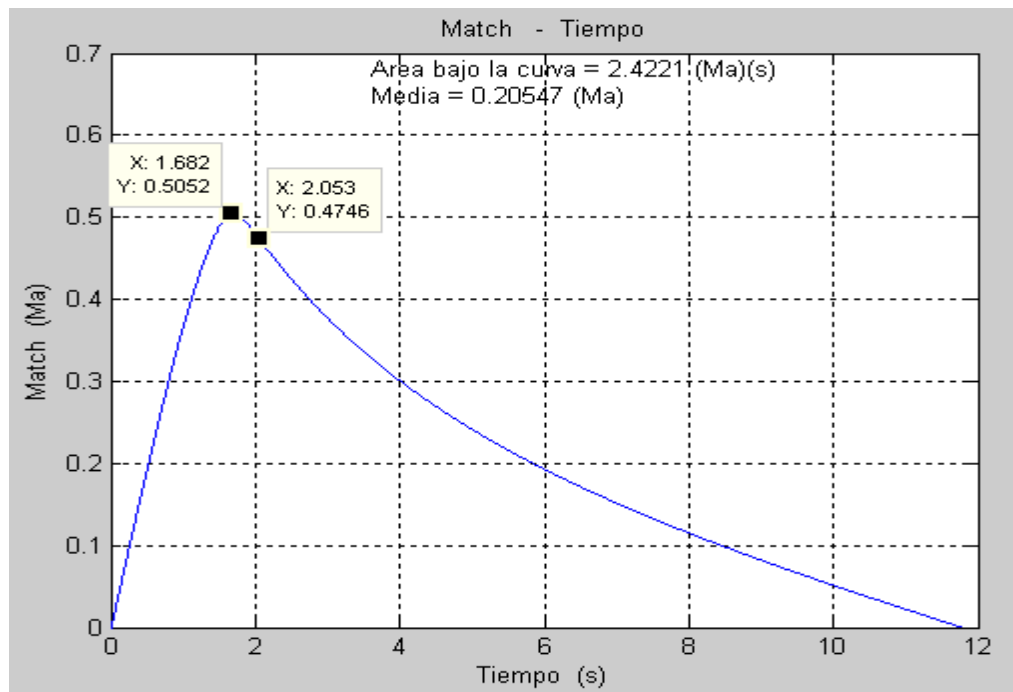
**Figura 6.40** Gráfica 'Fuerza de Empuje vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



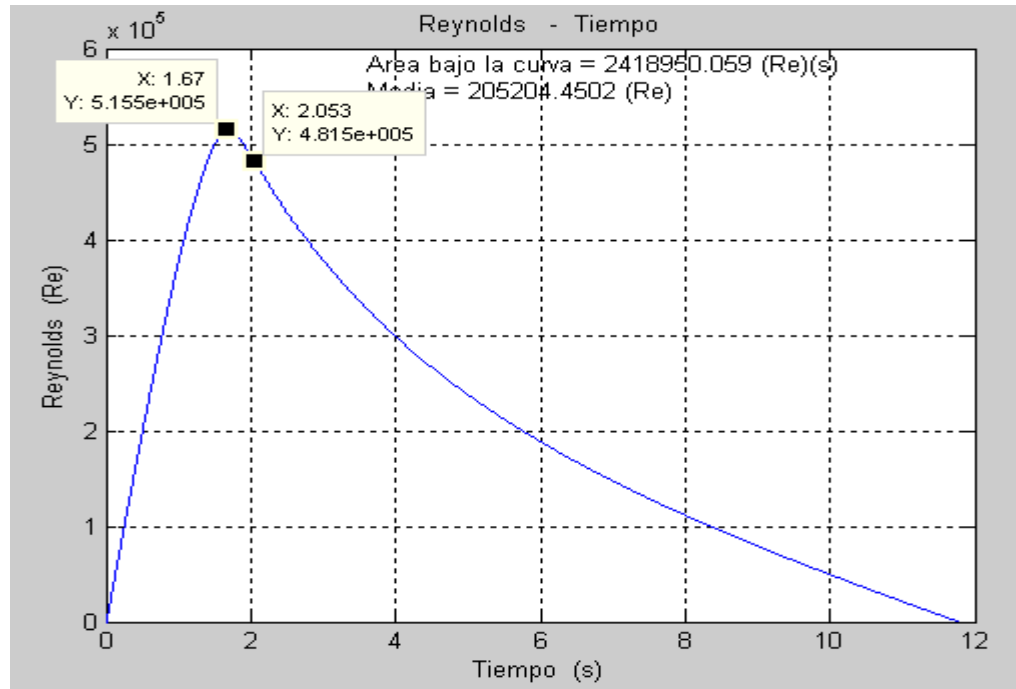
**Figura 6.41** Gráfica 'Fuerza de Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



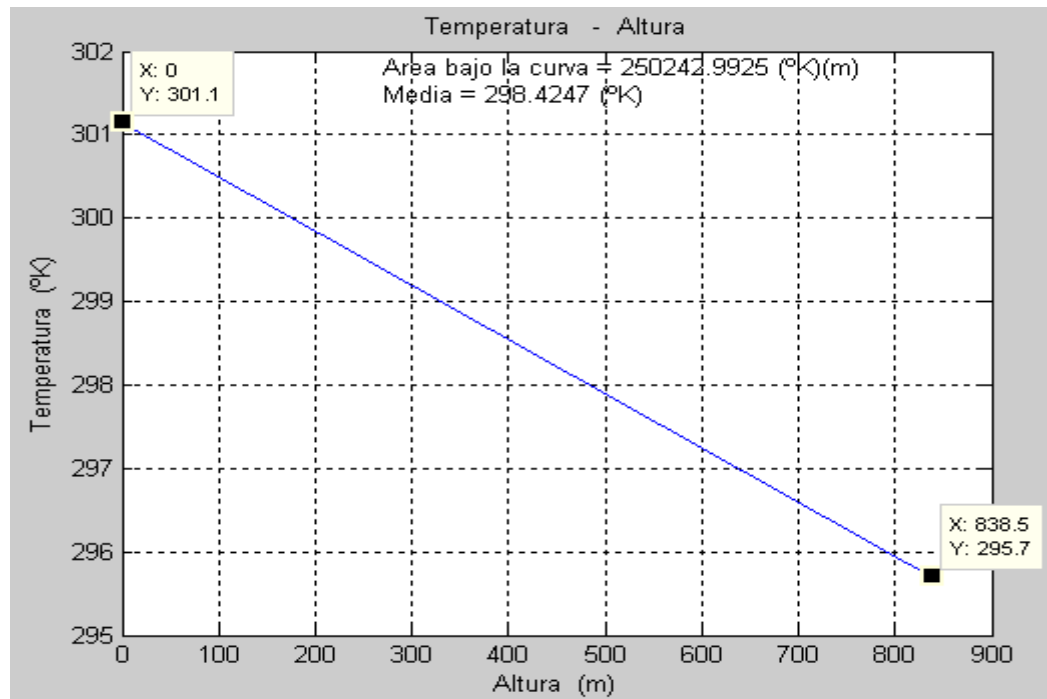
**Figura 6.42** Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



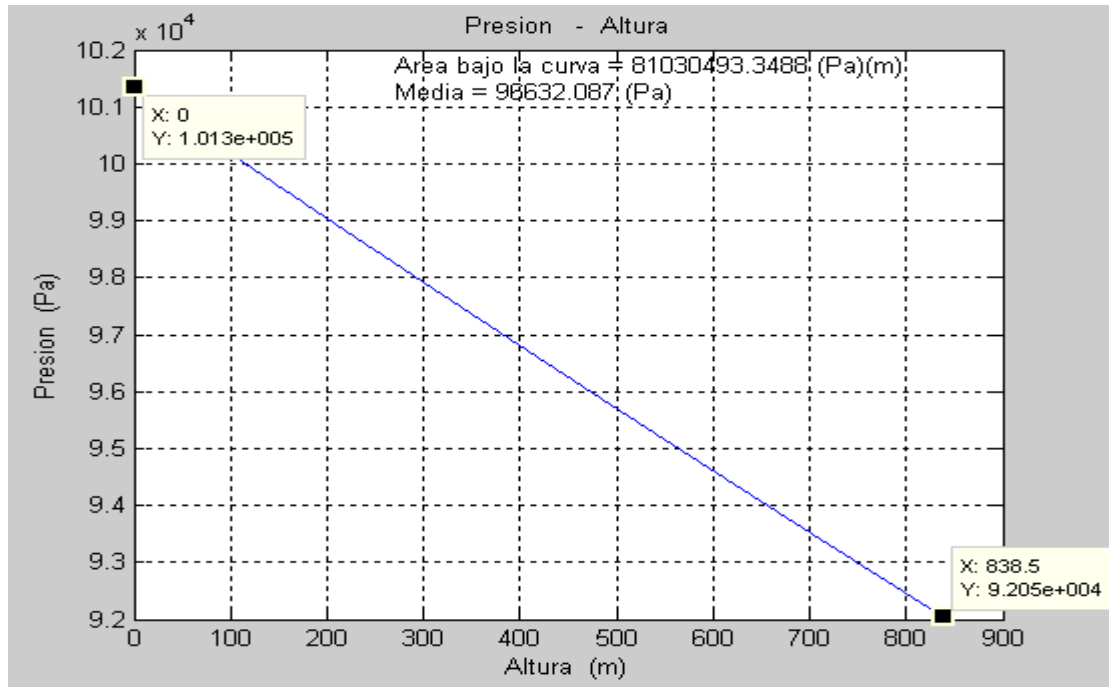
**Figura 6.43** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



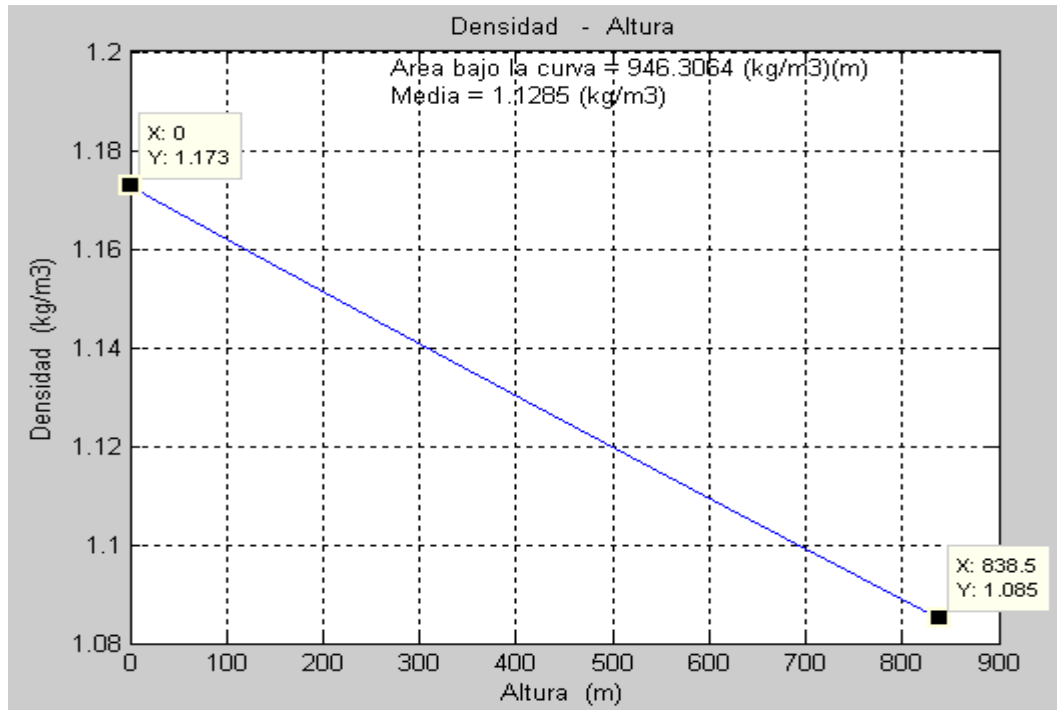
**Figura 6.44** Gráfica 'Reynolds vs. Tiempo' del Arreaux, motor G64W.



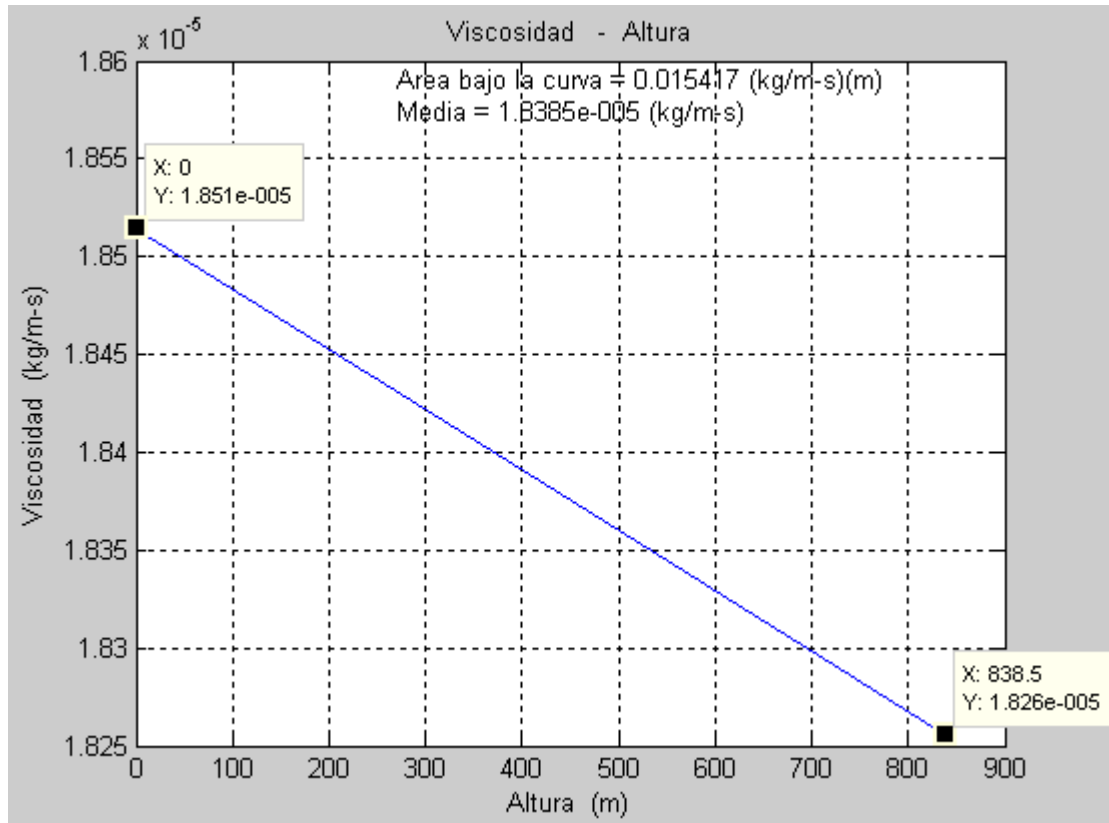
**Figura 6.45** Gráfica 'Temperatura vs. Altura' del aire.



**Figura 6.46 Gráfica 'Presión vs. Altura' del aire.**

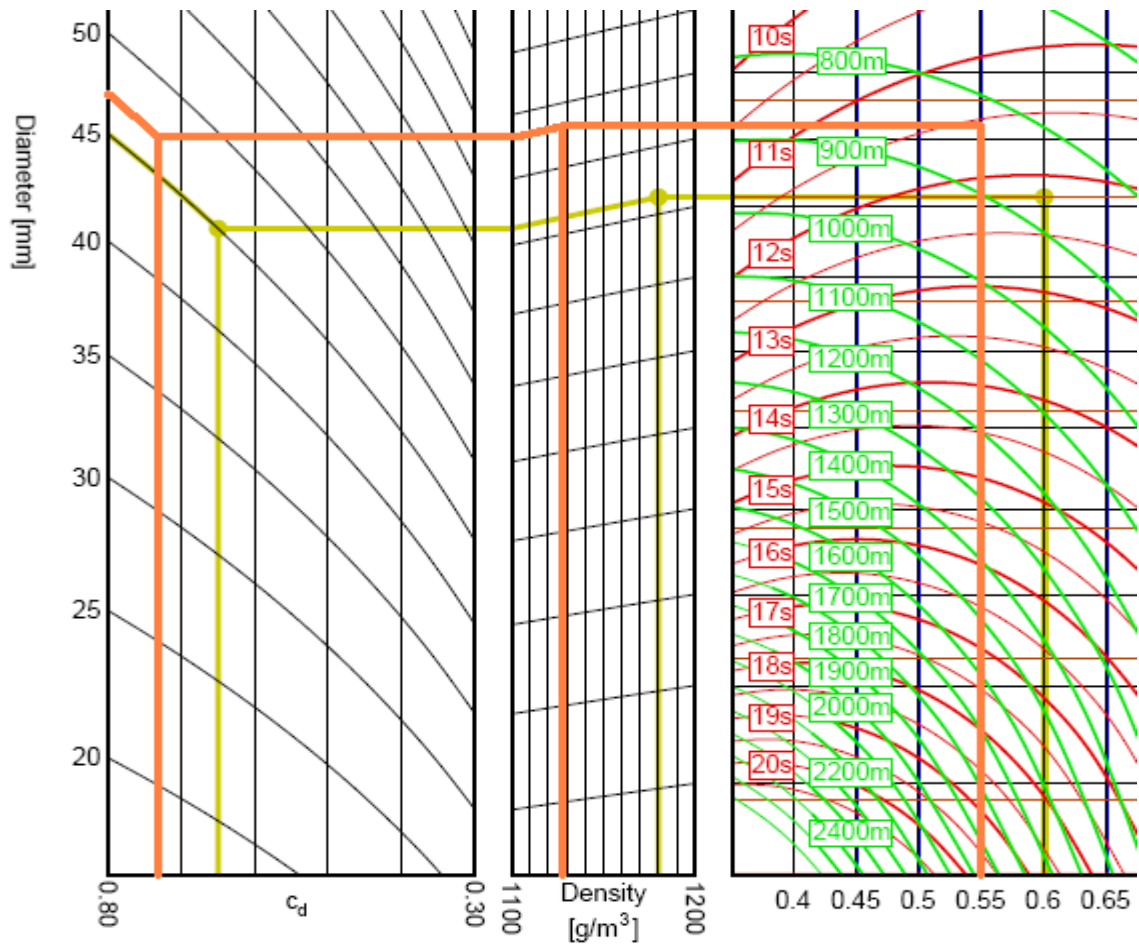


**Figura 6.47 Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.**



**Figura 6.48** Gráfica 'Viscosidad vs. Altura' del aire.

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la siguiente figura y se comparan los resultados en la tabla 6.9. Los valores del Coeficiente de arrastre medio y densidad media son obtenidos del programa como se observan en la figura 6.42 y 6.47.



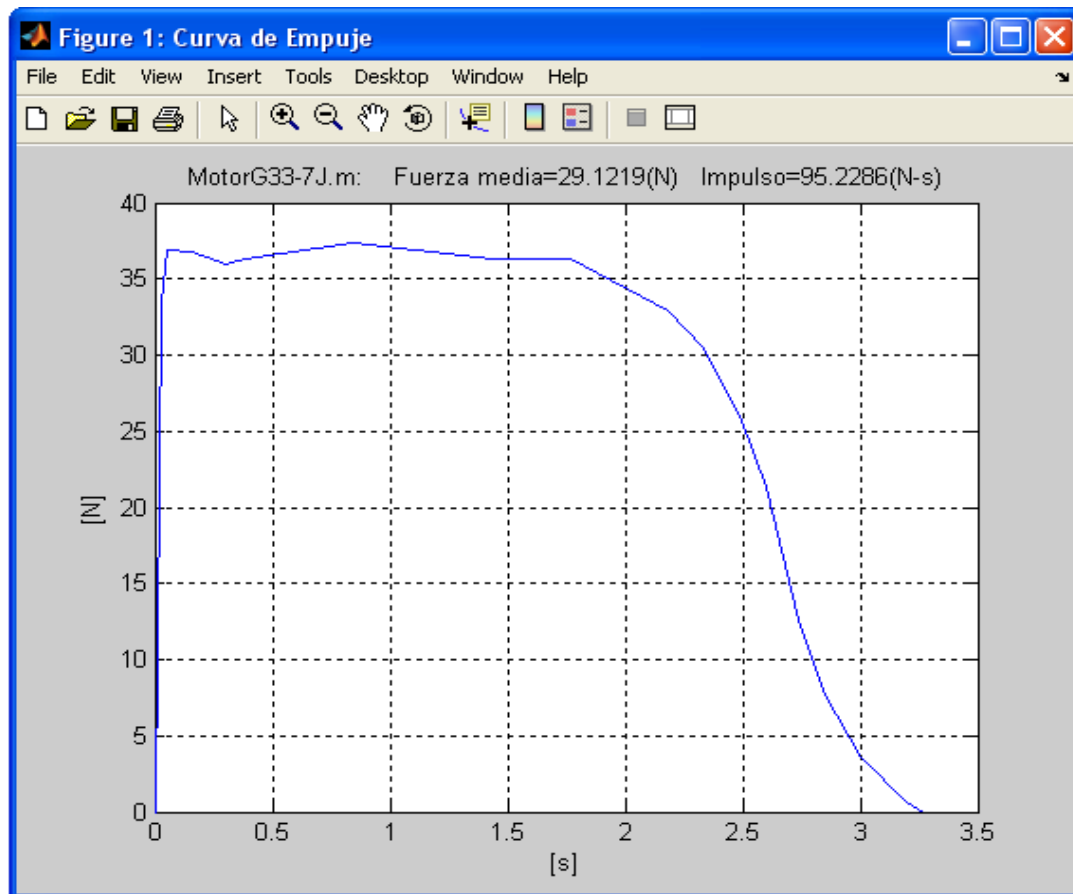
**Figura 6.49** Nomograma para el motor G64W.

**Tabla 6.9** Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor G64W.

Descripción	Nomograma	Programa	Error
Coeficiente de arrastre medio	0.73	0.73	-
Densidad media	1.1285 kg/m <sup>3</sup>	1.1285 kg/m <sup>3</sup>	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>830.0 m</b>	<b>838.5 m</b>	<b>1.24%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>11.56 s</b>	<b>11.79 s</b>	<b>1.99%</b>

## Motor G33J

La curva de empuje del motor G33J ingresada en el programa se muestra en la siguiente figura.



**Figura 6.50 Curva de Empuje del Motor G33J.**

De la curva de empuje anterior y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa en

que se puede concluir que la curva utilizada es correcta ya que los errores son pequeños.

**Tabla 6.10 Características Operativas del Motor G33J.**

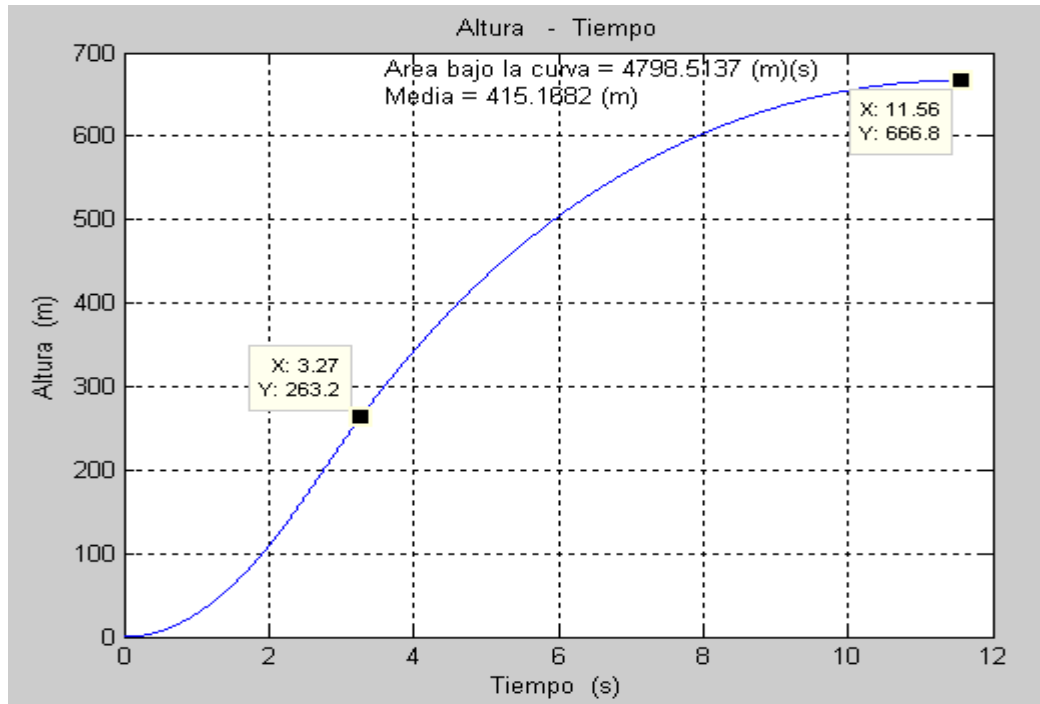
<b>Descripción</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Impulso del motor	98.40 N-s	95.23 N-s	3.22%
Fuerza de Empuje Media	30.10 N	29.12 N	3.26%
Tiempo de Combustión	3.27 s	3.27 s	0%

La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

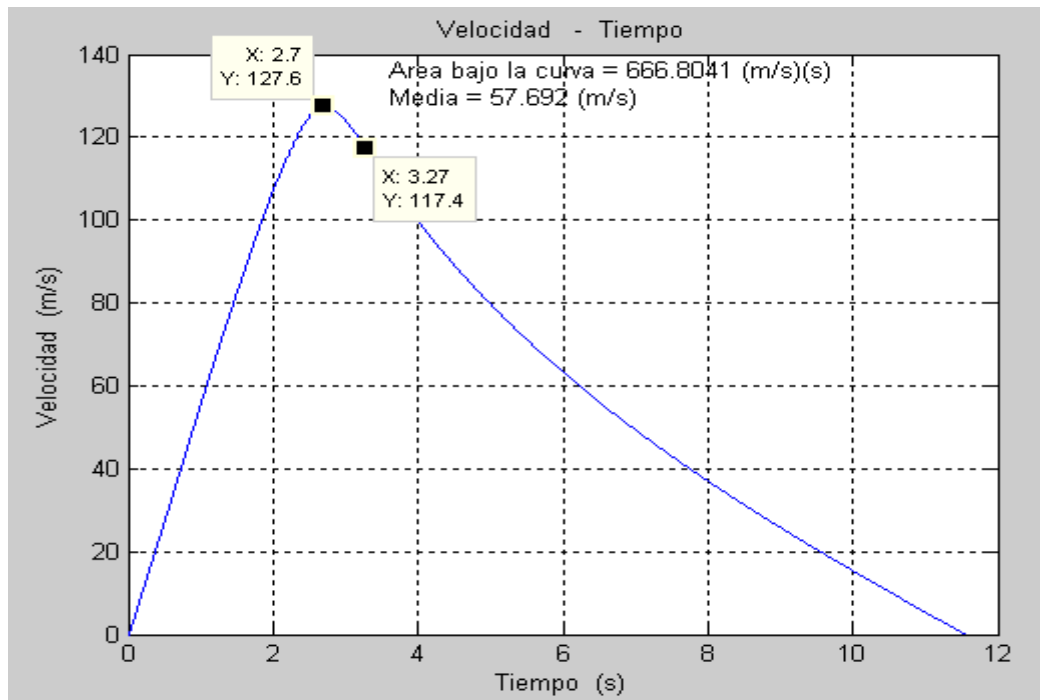
- Masa del combustible inicial = 0.0722 kg
- Masa total en el despegue = 0.5597 kg

Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.

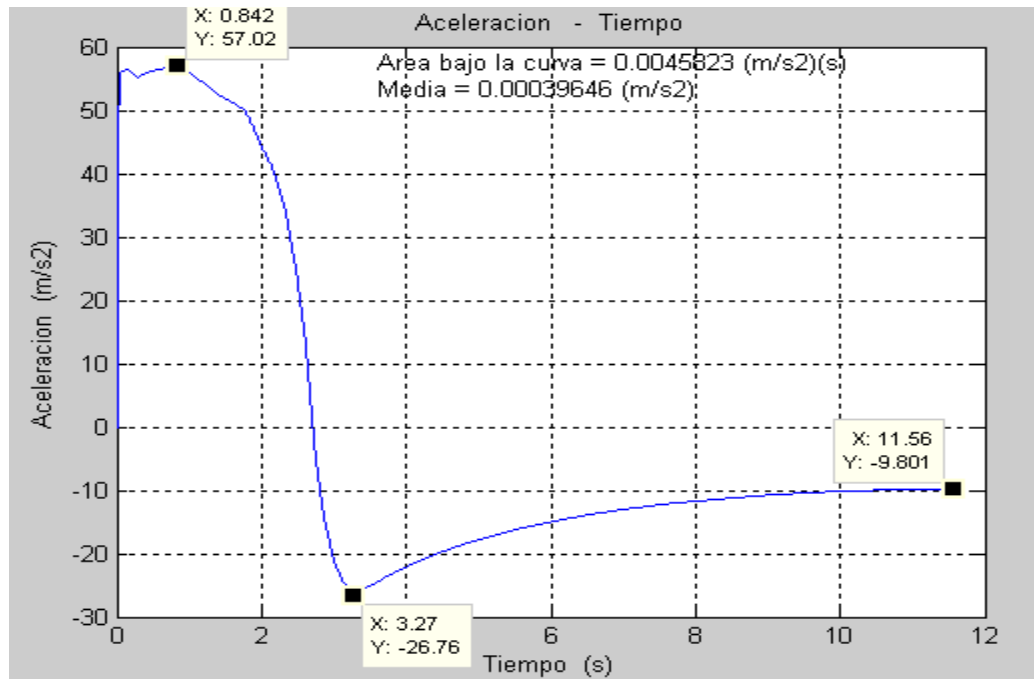




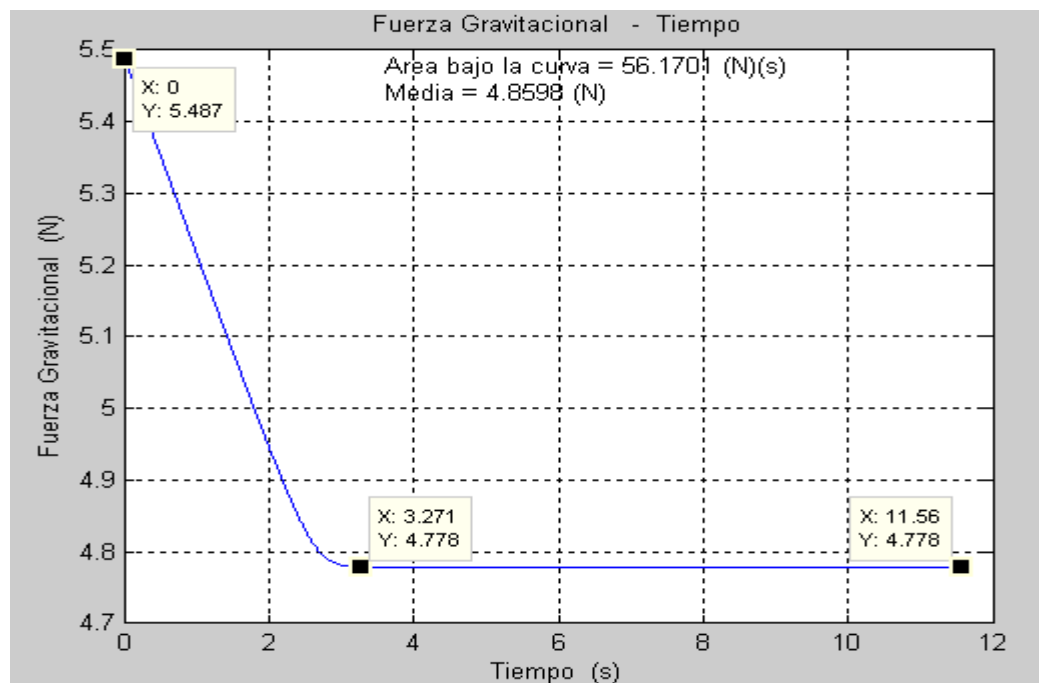
**Figura 6.51** Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.



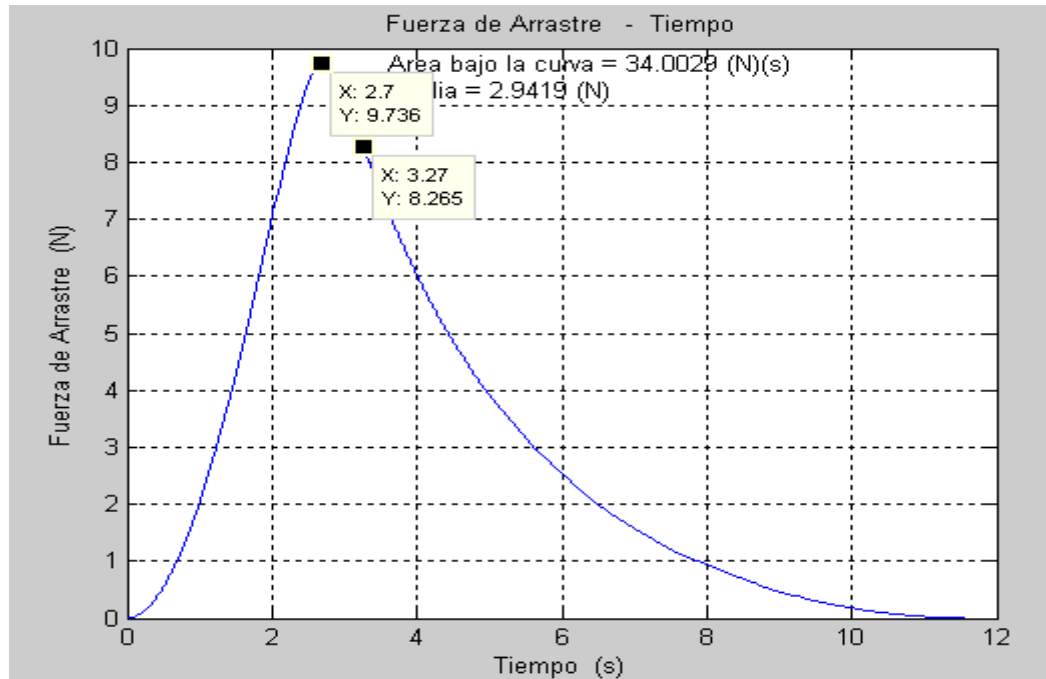
**Figura 6.52** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.



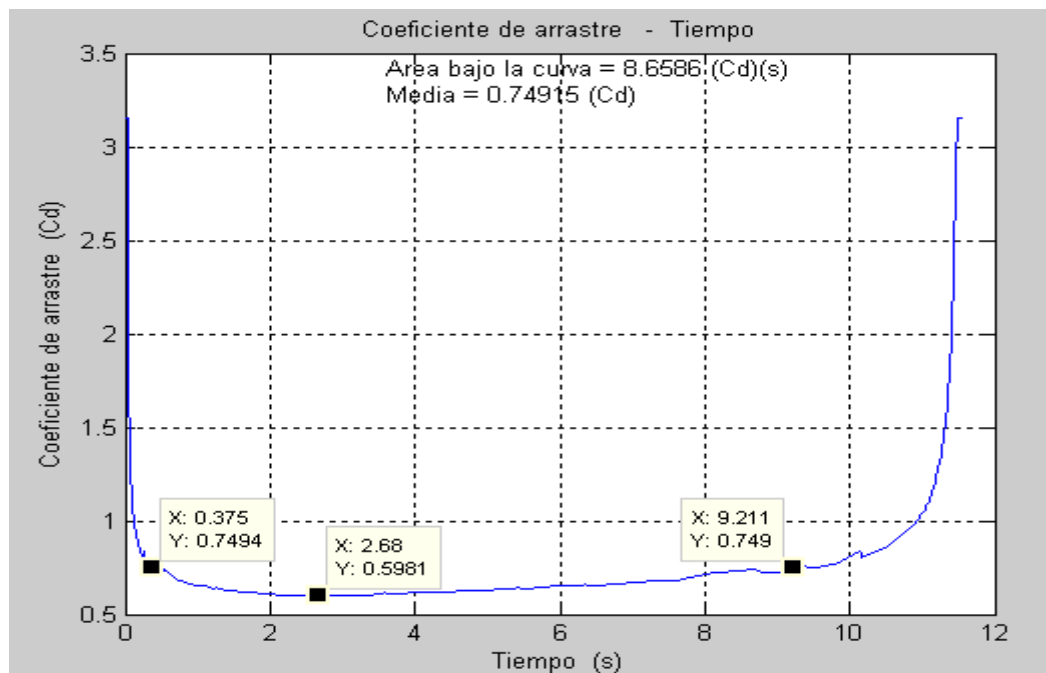
**Figura 6.53 Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.**



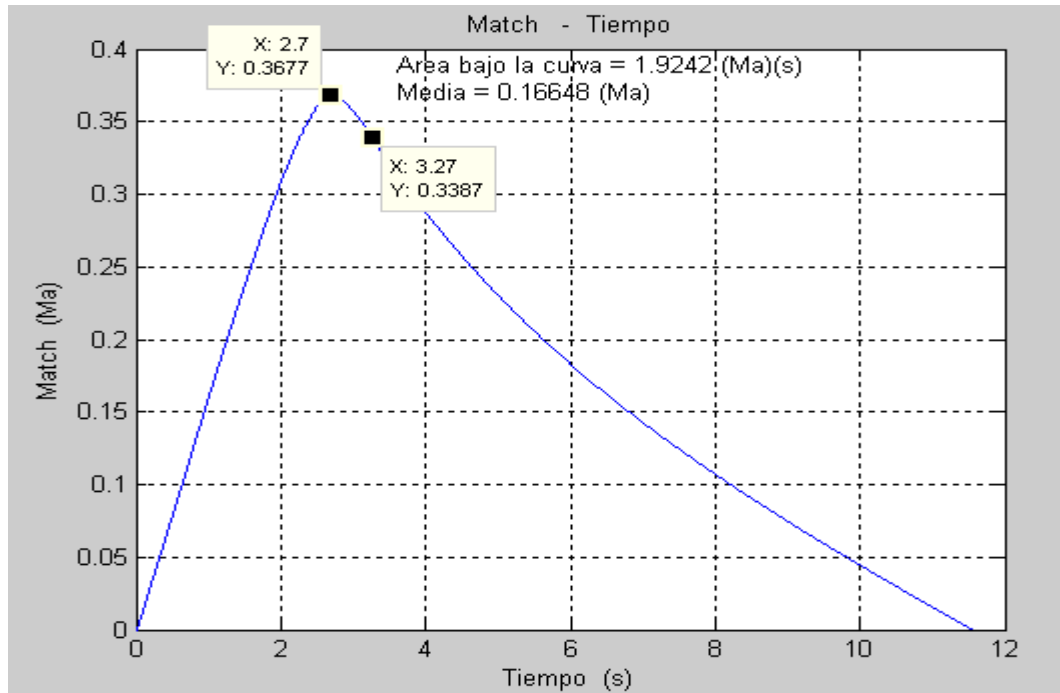
**Figura 6.54 Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.**



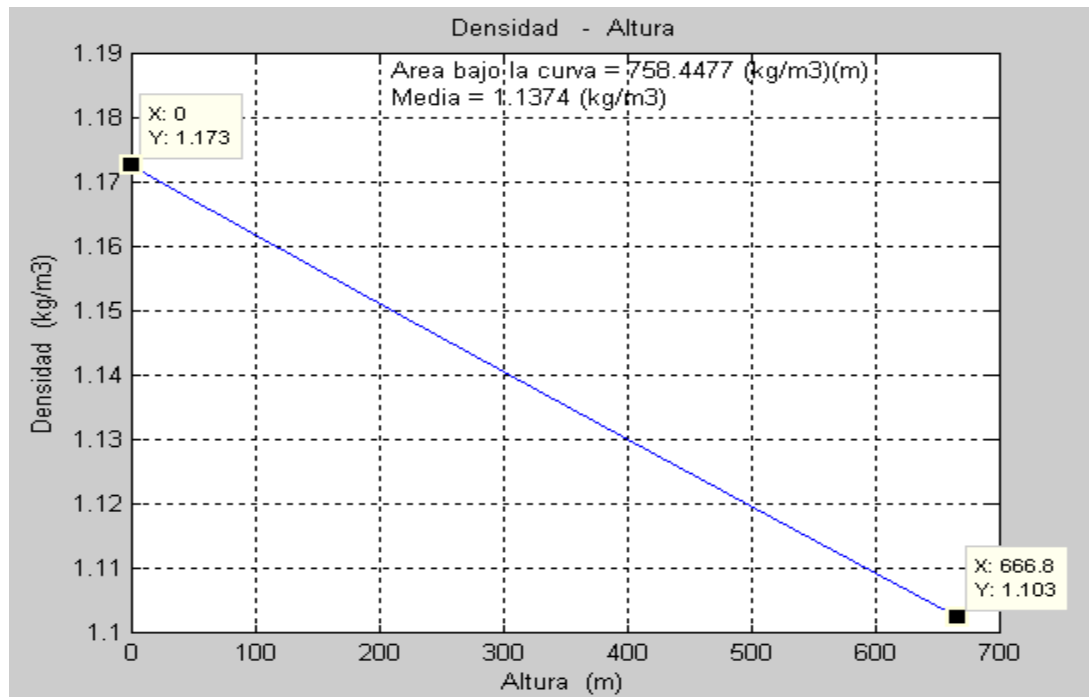
**Figura 6.55** Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.



**Figura 6.56** Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.

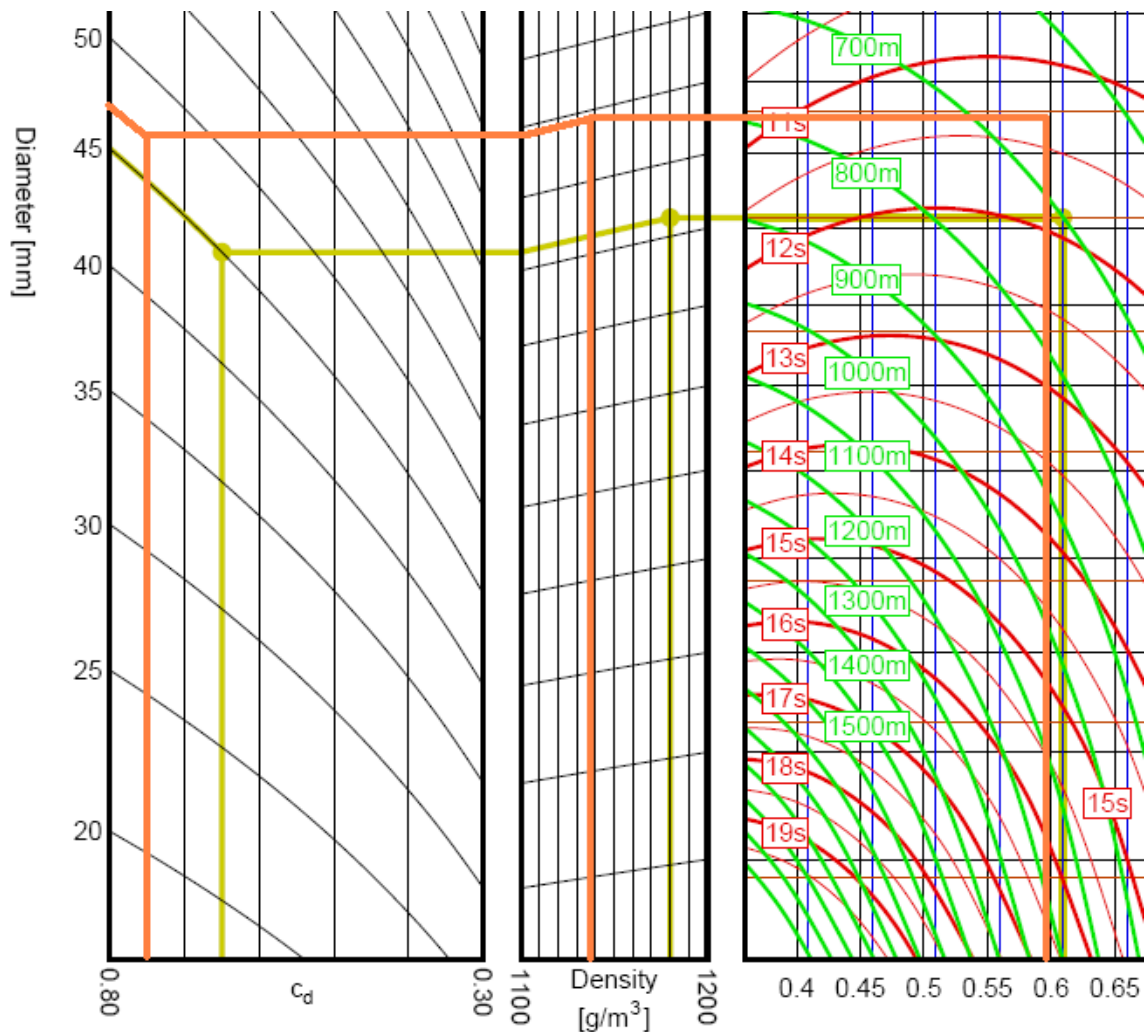


**Figura 6.57** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor G33J.



**Figura 6.58** Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la siguiente figura. Los valores del coeficiente de arrastre medio y densidad media son los obtenidos del programa.



**Figura 6.59** Nomograma para el motor G33J.

En la siguiente tabla se comparan los resultados obtenidos.

**Tabla 6.11 Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor G33J.**

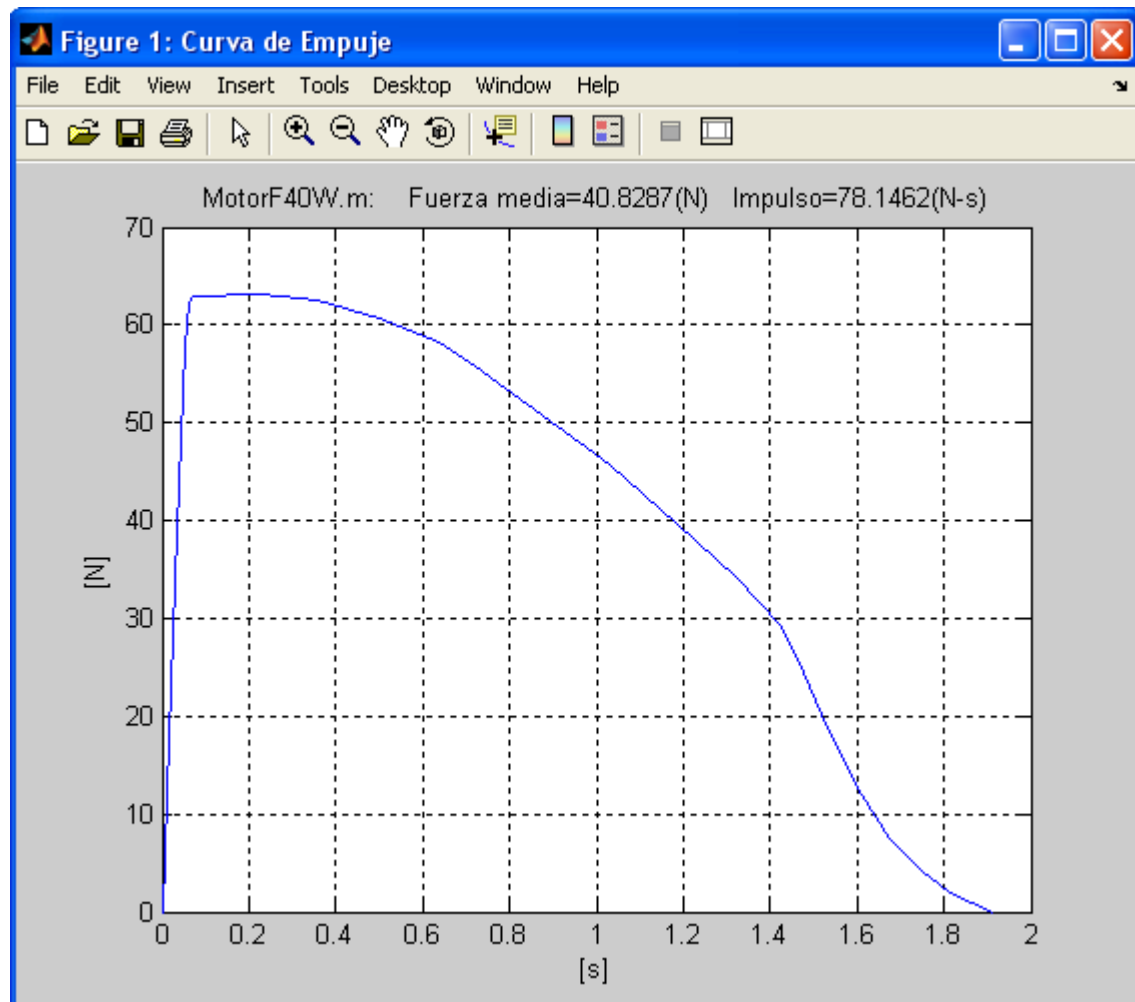
<b>Descripción</b>	<b>Nomograma</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Coeficiente de arrastre medio	0.75	0.75	-
Densidad media	1.1374 kg/m <sup>3</sup>	1.1374 kg/m <sup>3</sup>	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>655.0 m</b>	<b>666.8 m</b>	<b>1.80%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>11.33 s</b>	<b>11.56 s</b>	<b>2.03%</b>

### **Motor F40W**

De la curva de empuje del motor F40W ingresada en el programa (figura 6.60) y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa en que se puede concluir que la curva utilizada es correcta ya que los errores son pequeños.

**Tabla 6.12 Características Operativas del Motor F40W.**

<b>Descripción</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Impulso del motor	78.10 N-s	78.15 N-s	0.06%
Fuerza de Empuje Media	37.90 N	40.83 N	7.73%
Tiempo de Combustión	2.06 s	1.91 s	7.09%

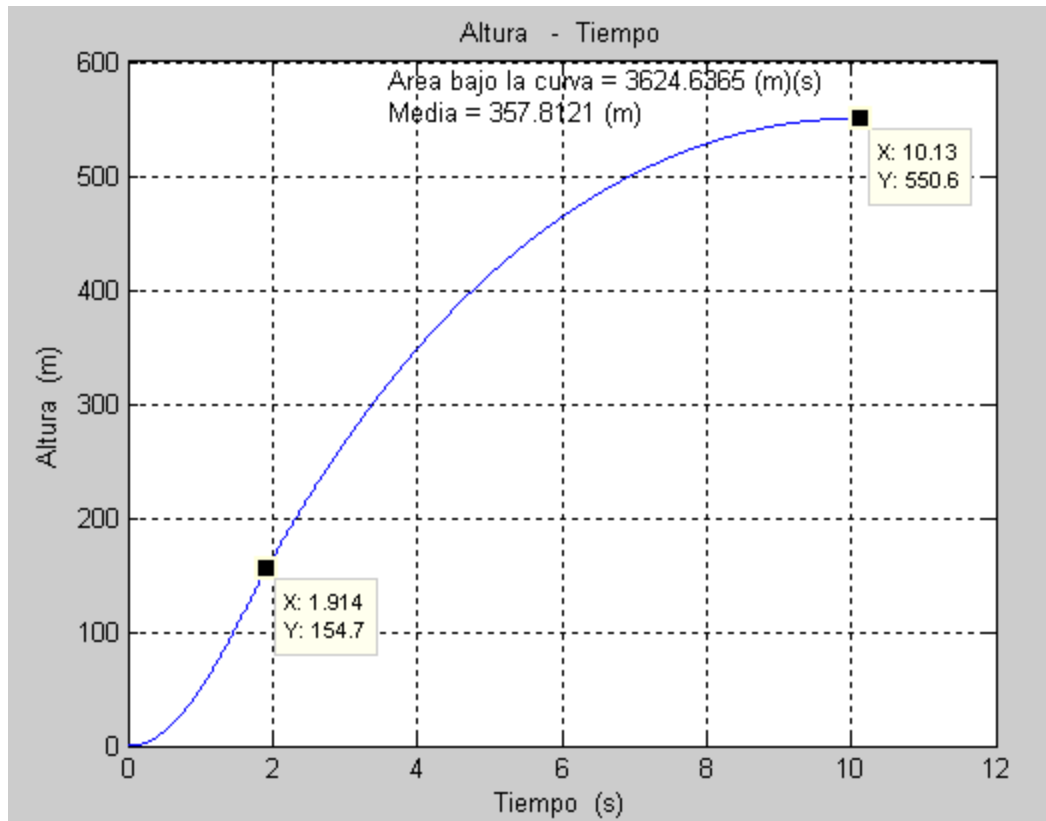


**Figura 6.60 Curva de Empuje del Motor F40W.**

La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

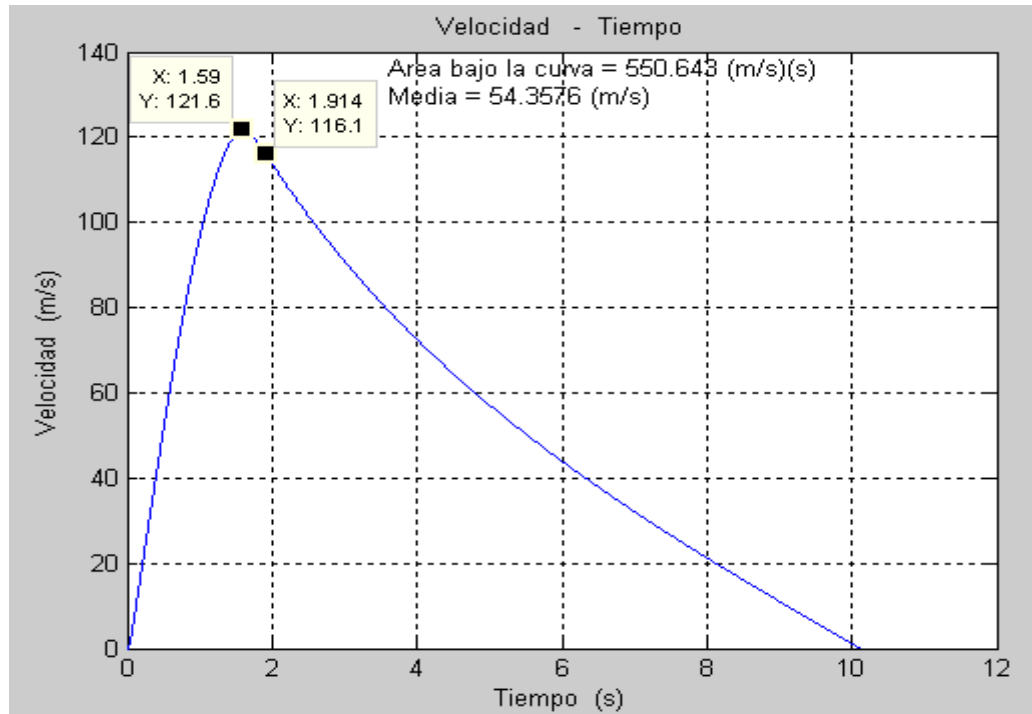
- Masa del combustible inicial = 0.040 kg
- Masa total en el despegue = 0.5275 kg

Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.

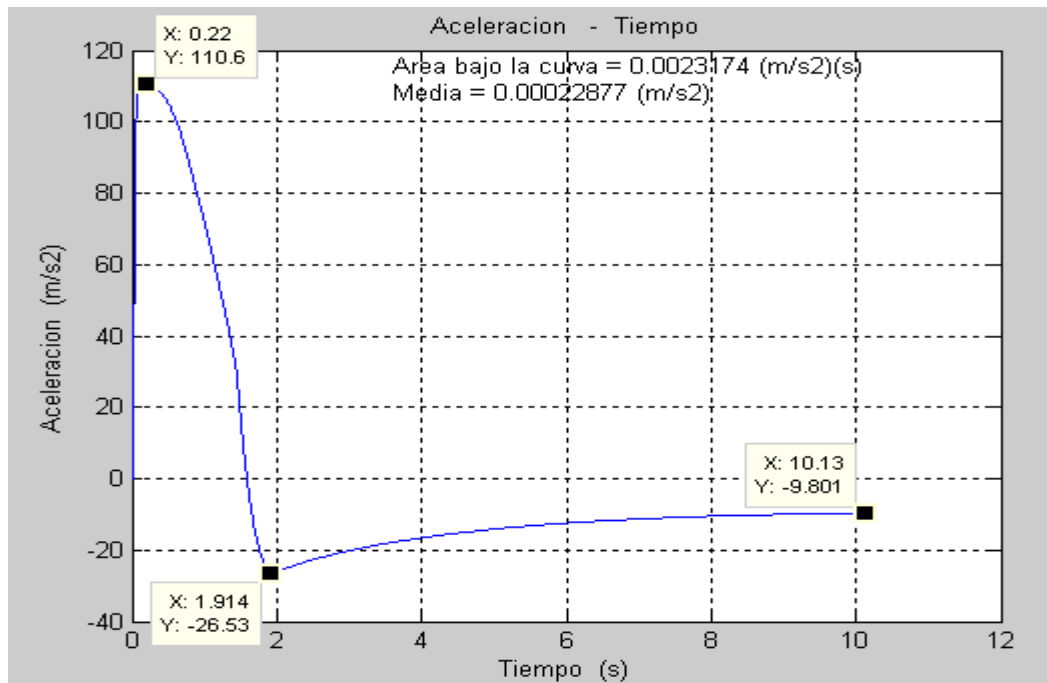


**Figura 6.61** Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.

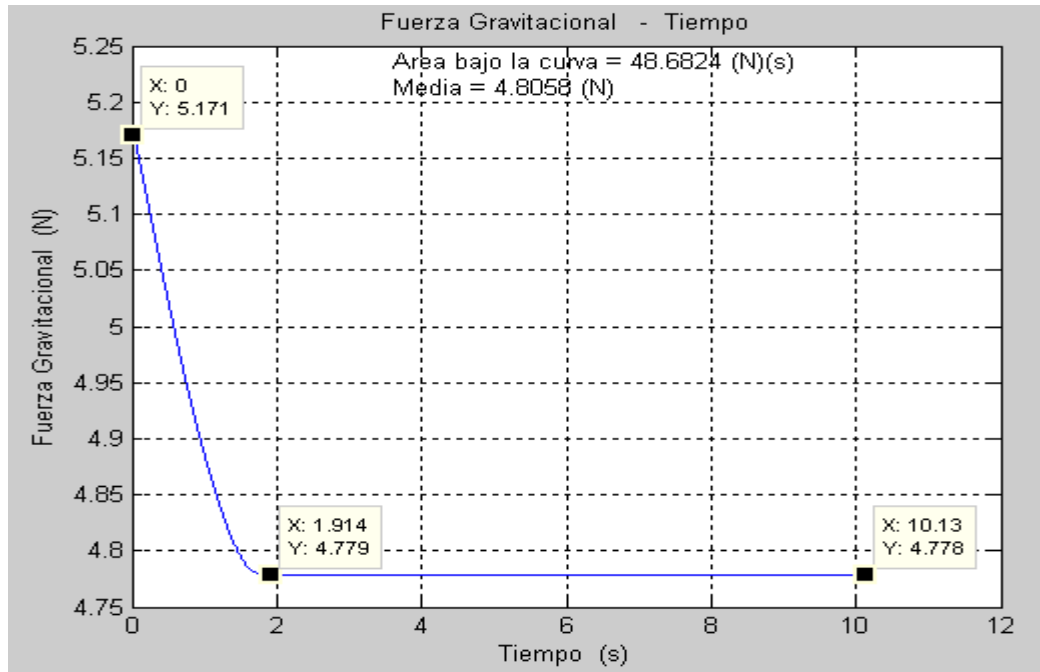




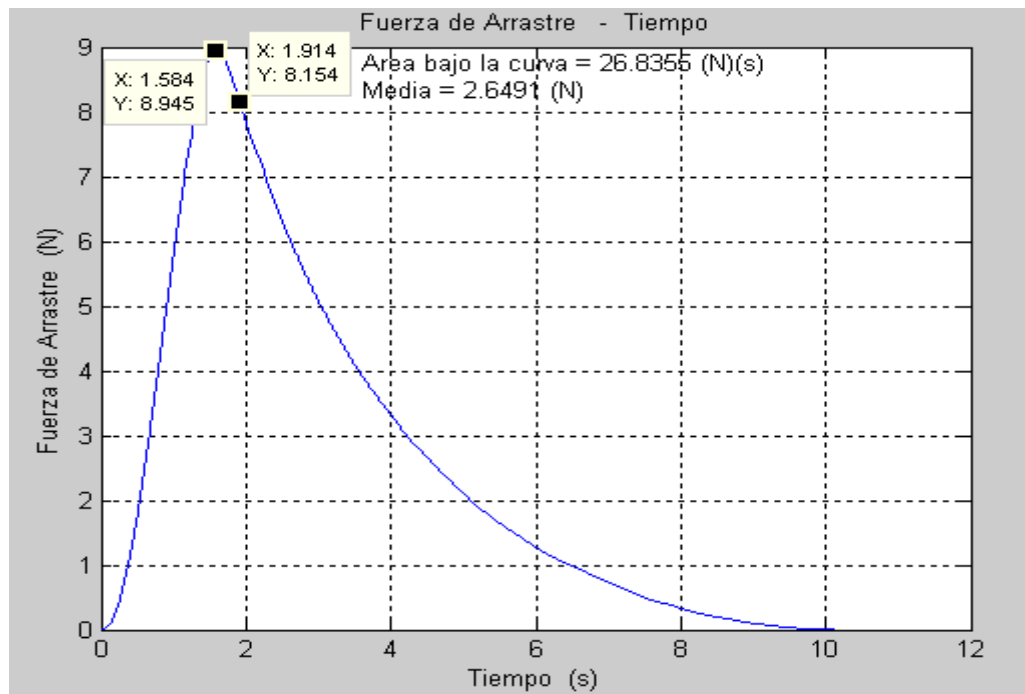
**Figura 6.62** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.



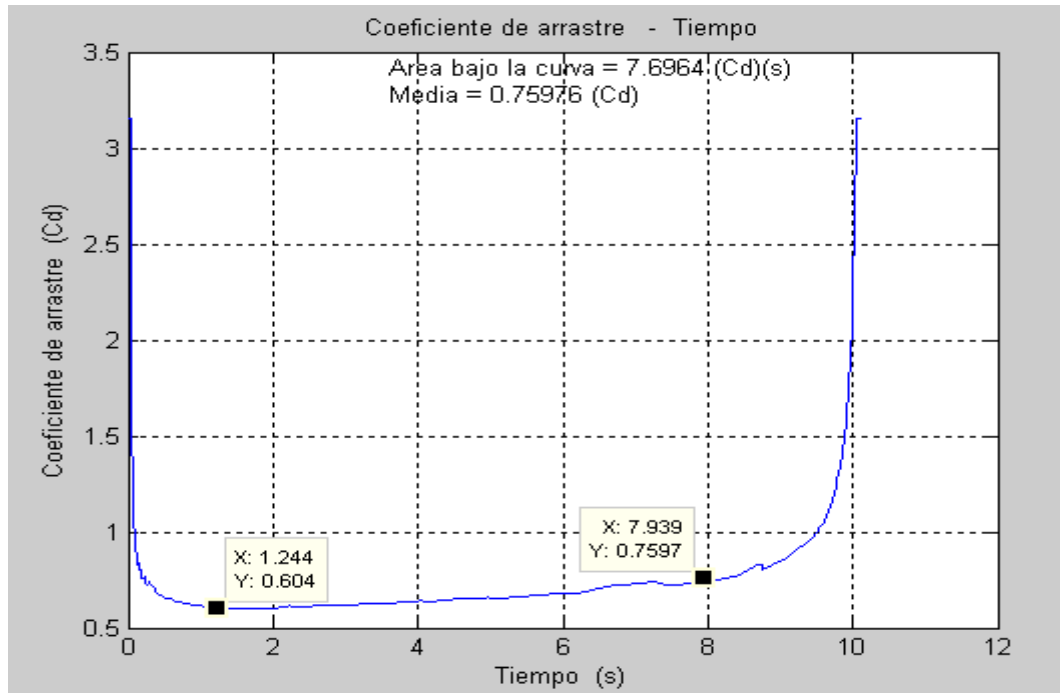
**Figura 6.63** Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.



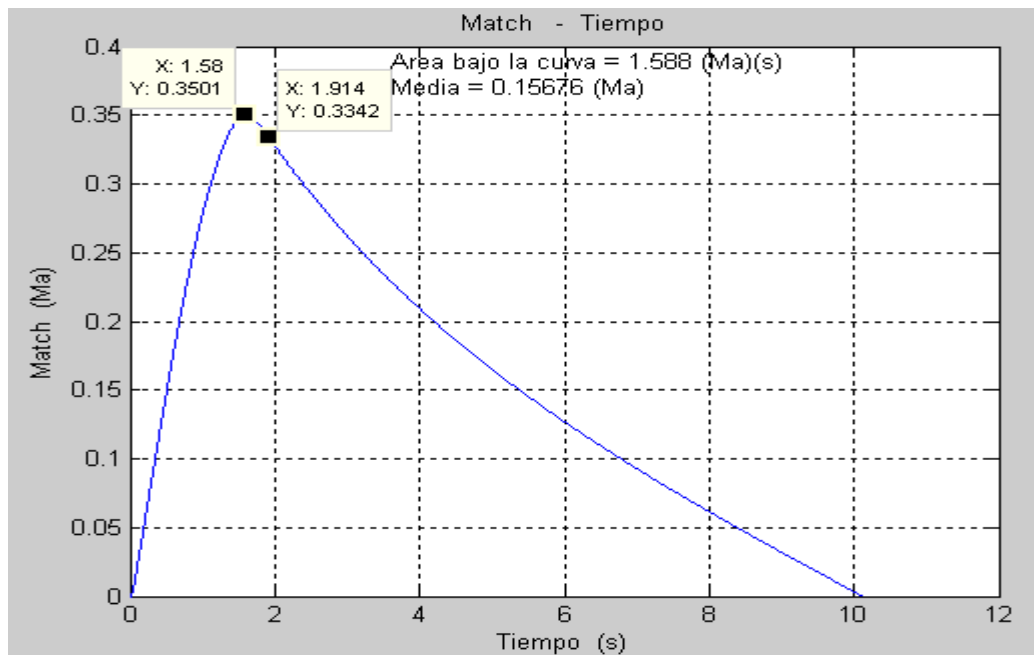
**Figura 6.64** Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.



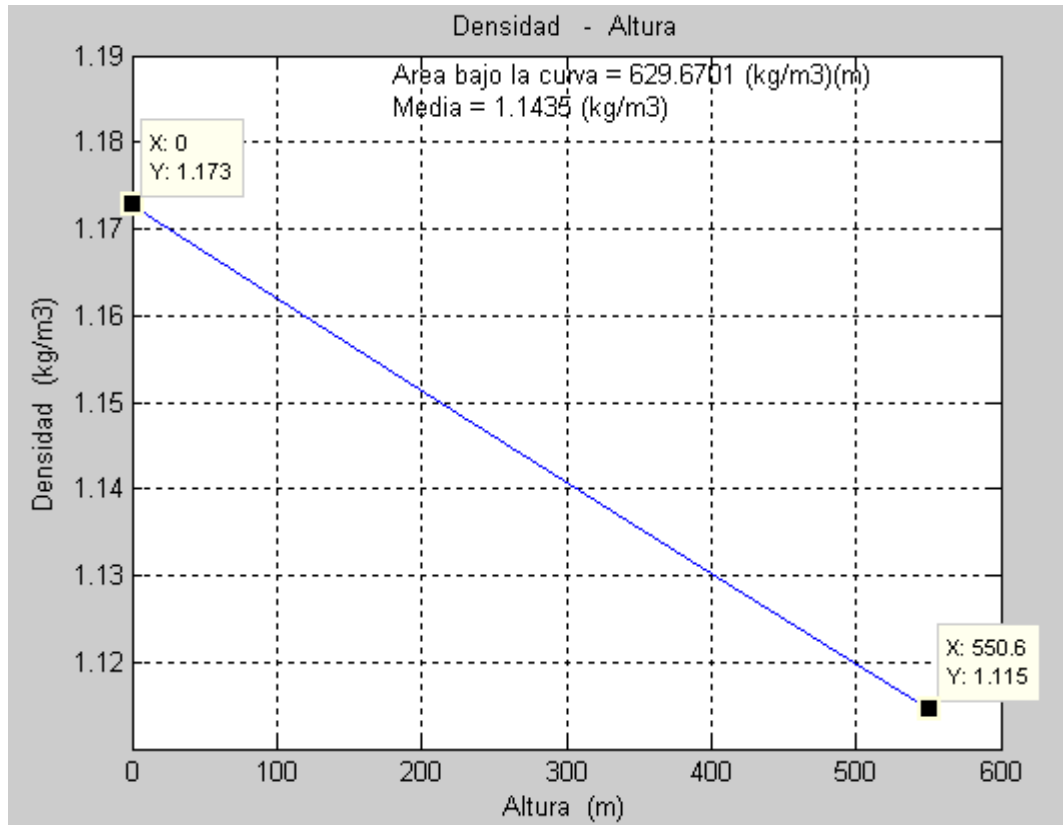
**Figura 6.65** Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.



**Figura 6.66** Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.

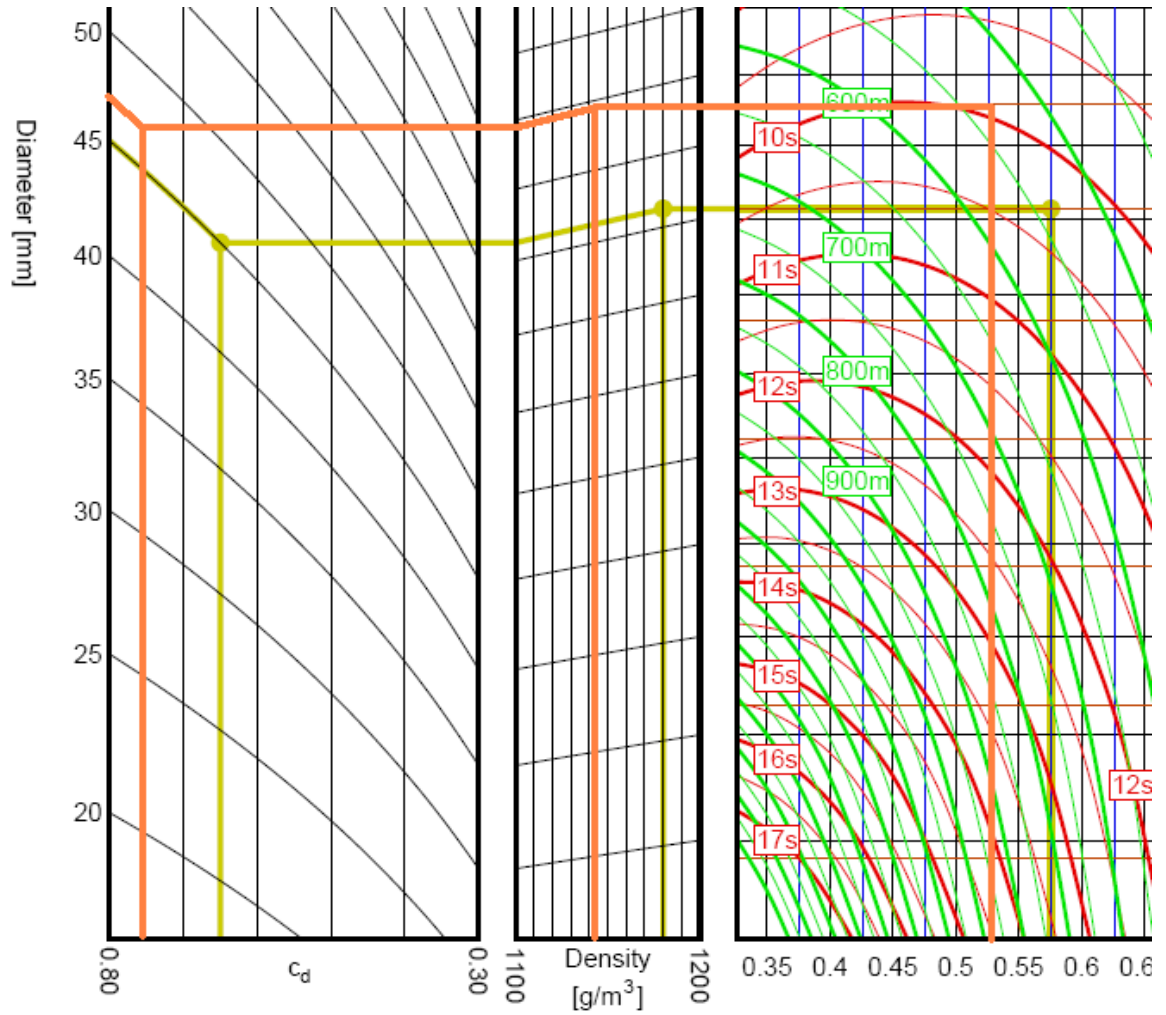


**Figura 6.67** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F40W.



**Figura 6.68** Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la siguiente figura. Los valores del coeficiente de arrastre medio y densidad media son los obtenidos del programa.



**Figura 6.69** Nomograma para el motor F40W.

En la siguiente tabla se comparan los resultados obtenidos.

**Tabla 6.13 Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F40W.**

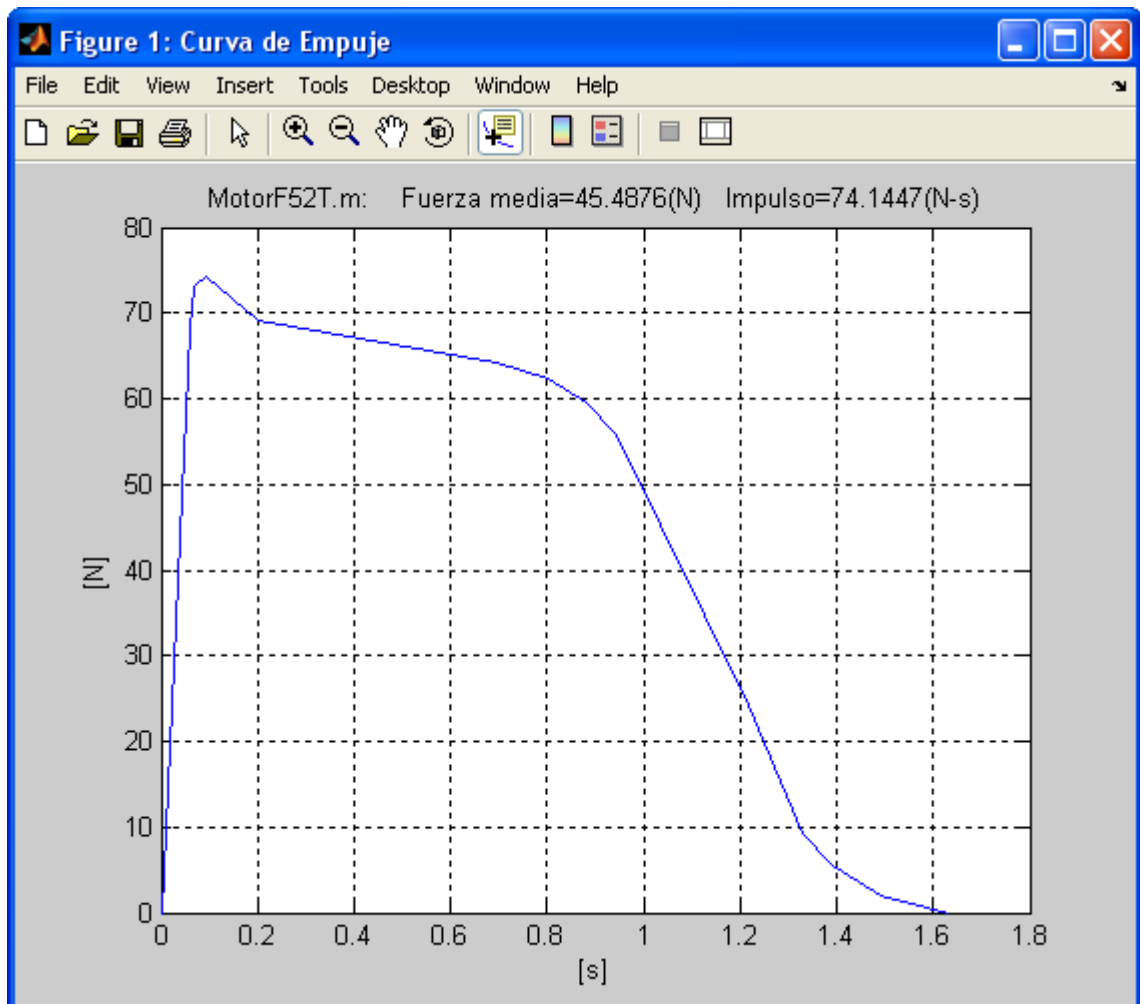
Descripción	Nomograma	Programa	Error
Coeficiente de arrastre medio	0.76	0.76	-
Densidad media	1.1435 kg/m <sup>3</sup>	1.1435 kg/m <sup>3</sup>	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>533.0 m</b>	<b>550.6 m</b>	<b>3.30%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>9.94 s</b>	<b>10.13 s</b>	<b>1.91%</b>

### Motor F52T

De la curva de empuje del motor F52T ingresada en el programa (figura 6.70) y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa. Los resultados de las trayectorias si se pueden comparar ya el error del *Impulso del motor* es pequeño (1.56%) aunque los de la fuerza de empuje media y el tiempo de combustión si son considerables (11.5% y 14.79% respectivamente).

**Tabla 6.14 Características Operativas del Motor F52T.**

Descripción	Fabricante	Programa	Error
Impulso del motor	73.00 N-s	74.14 N-s	1.56%
Fuerza de Empuje Media	51.40 N	45.49 N	11.50%
Tiempo de Combustión	1.42 s	1.63 s	14.79%

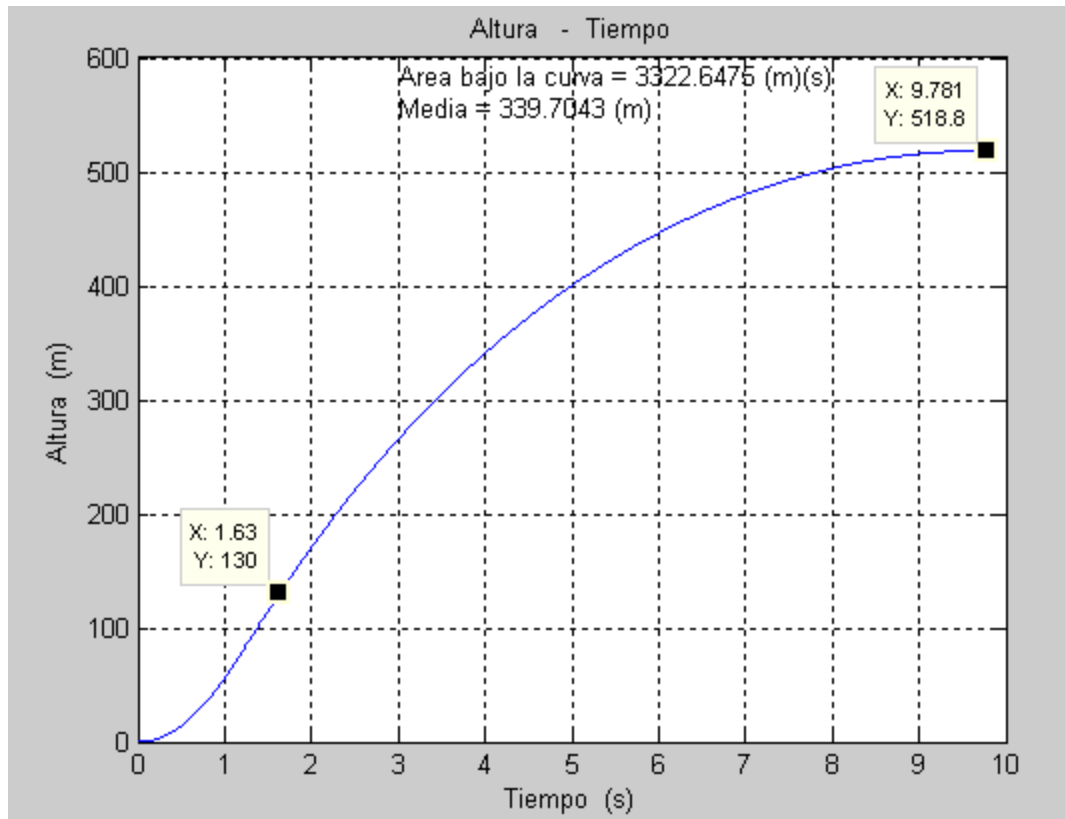


**Figura 6.70 Curva de Empuje del Motor F52T.**

La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

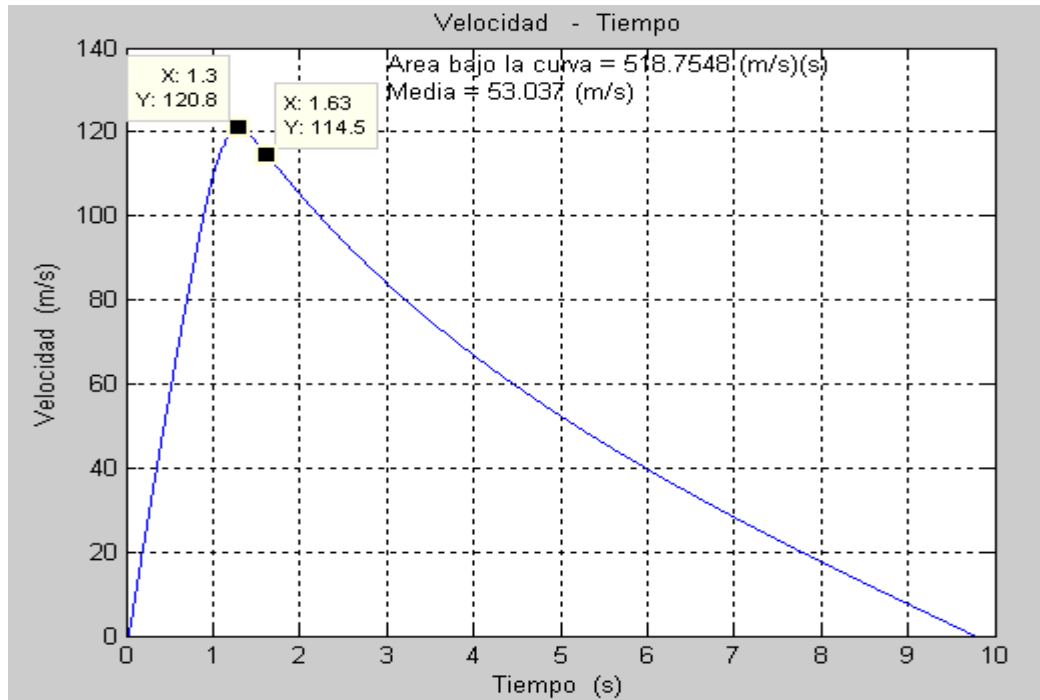
- Masa del combustible inicial = 0.0366 kg
- Masa total en el despegue = 0.5241 kg

Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.

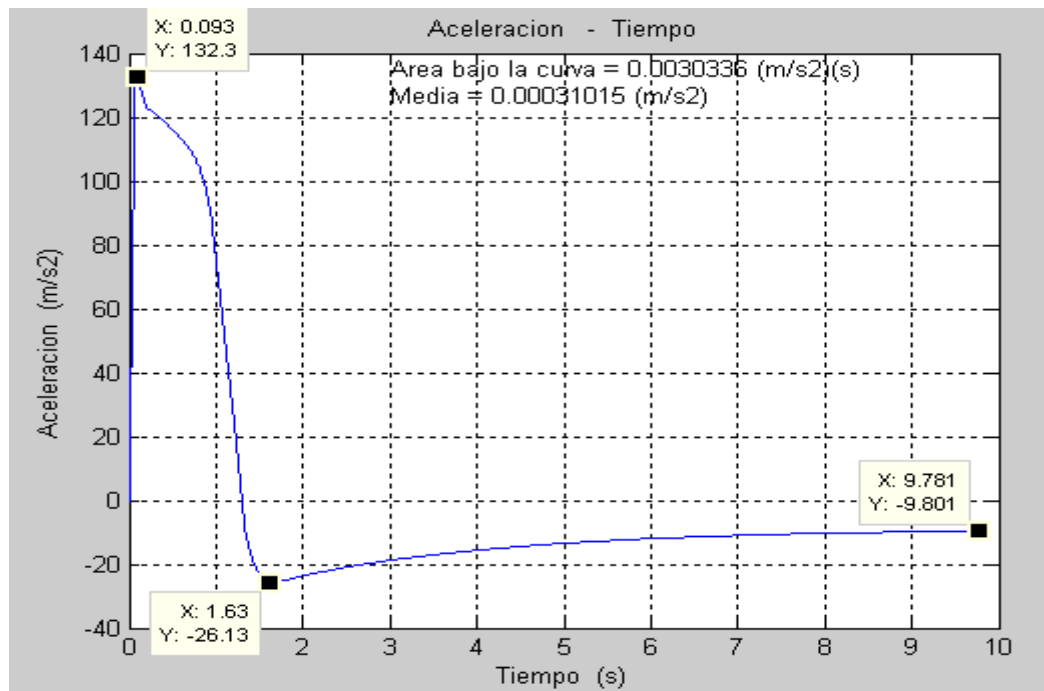


**Figura 6.71** Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.

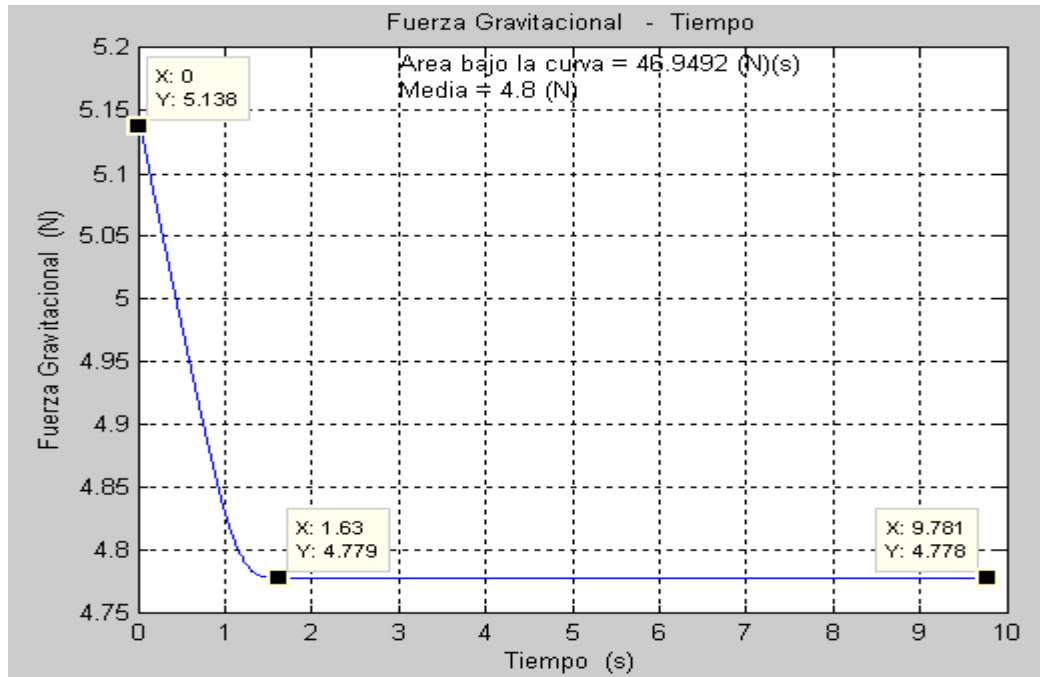




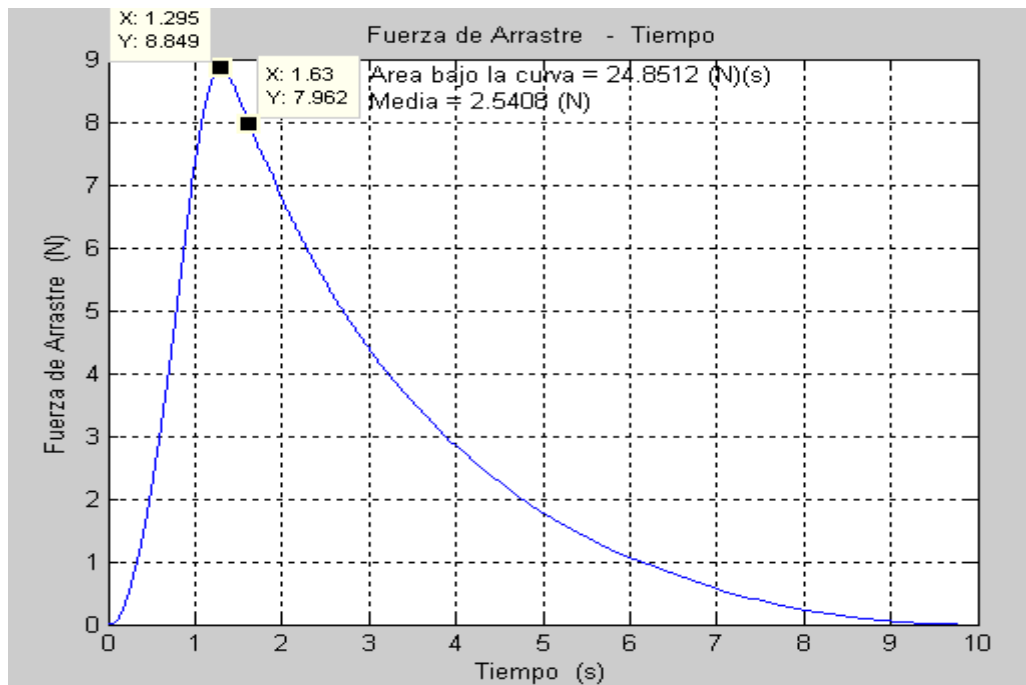
**Figura 6.72** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.



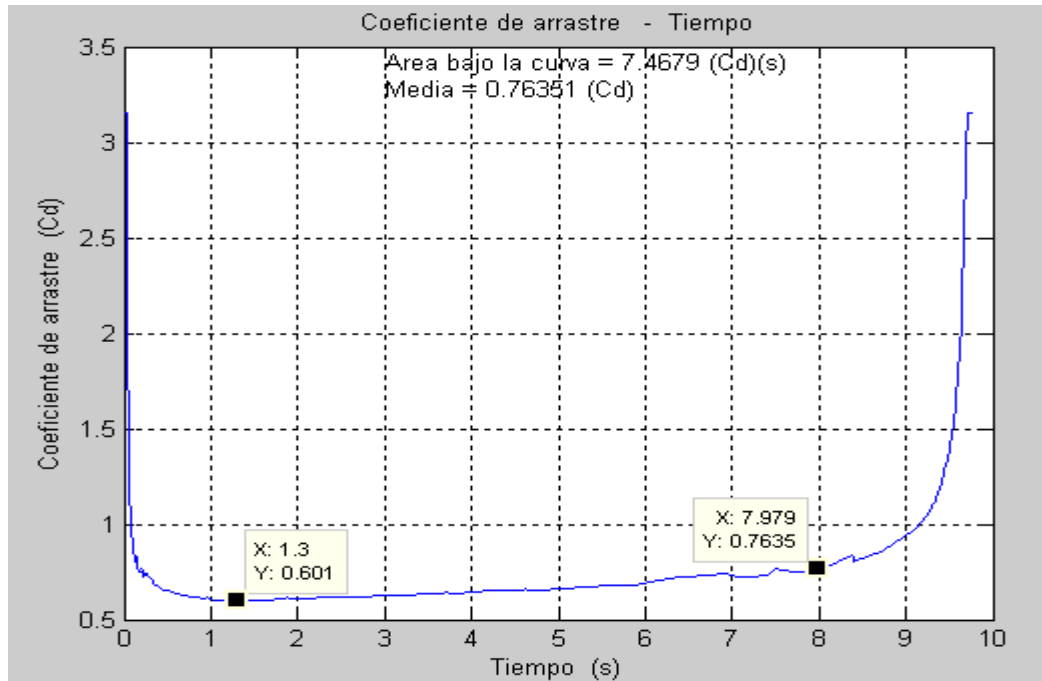
**Figura 6.73** Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.



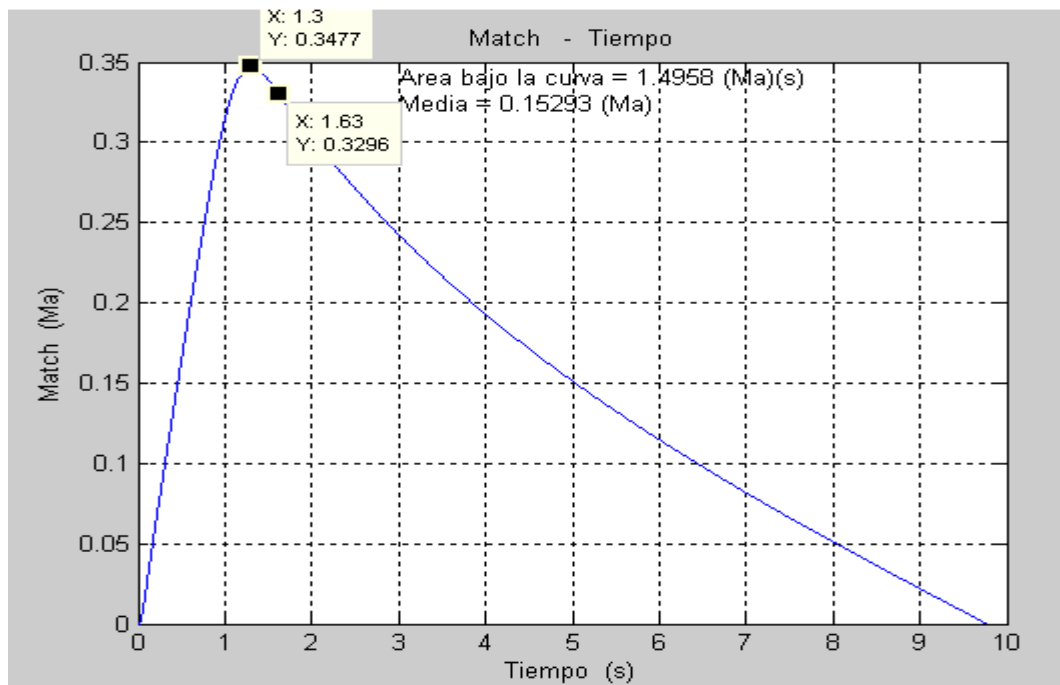
**Figura 6.74** Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.



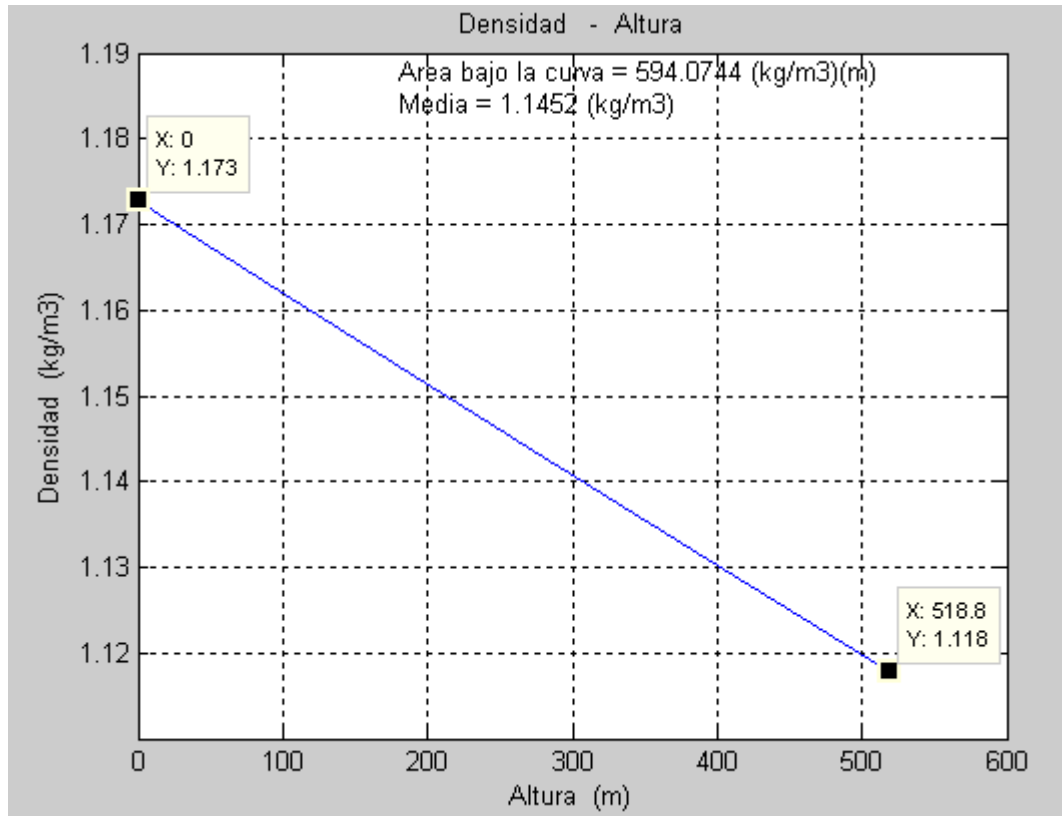
**Figura 6.75** Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.



**Figura 6.76** Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.

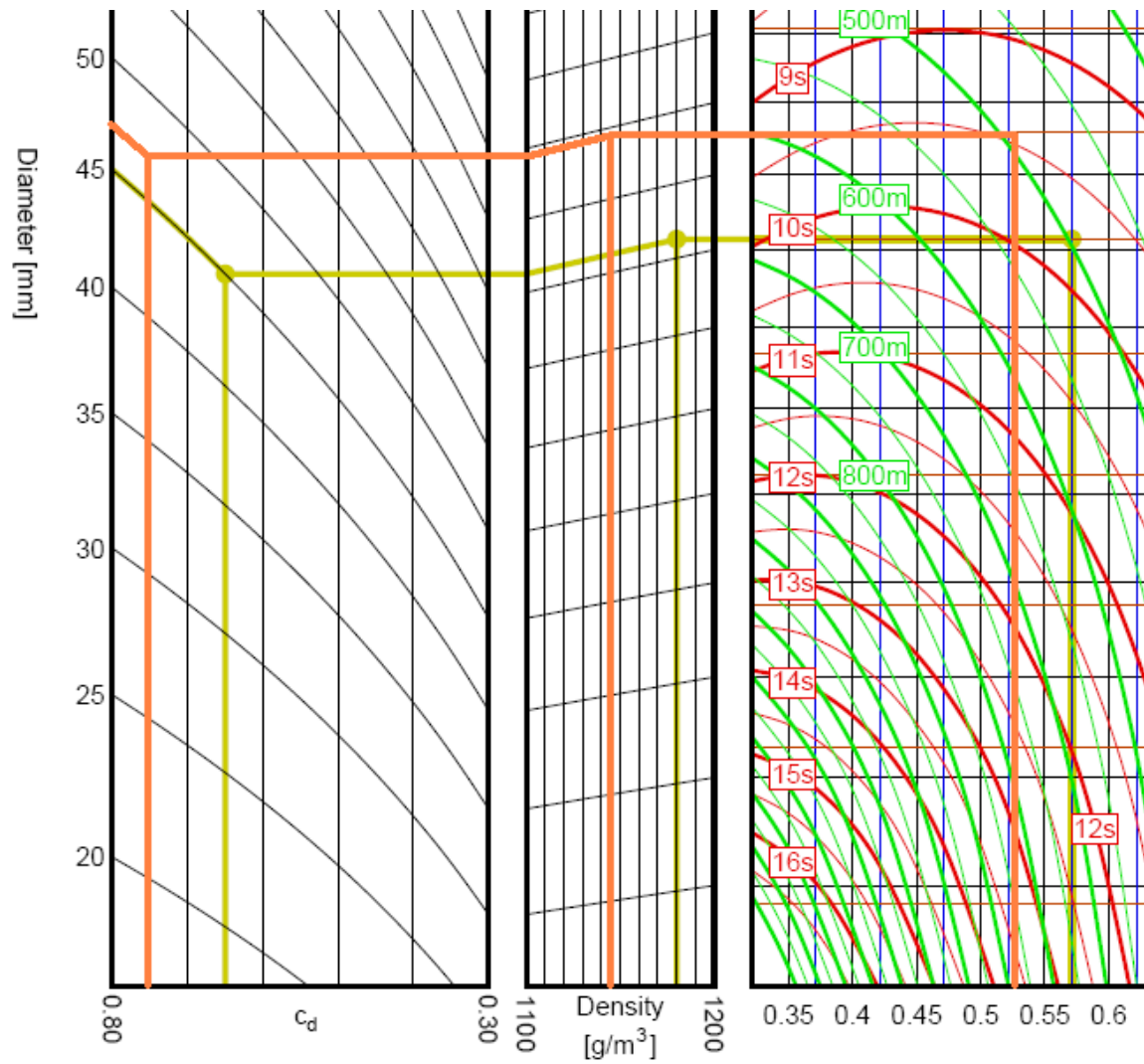


**Figura 6.77** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F52T.



**Figura 6.78 Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.**

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la siguiente figura.



**Figura 6.79** Nomograma para el motor F52T.

En la siguiente tabla se comparan los resultados obtenidos.

**Tabla 6.15 Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F52T.**

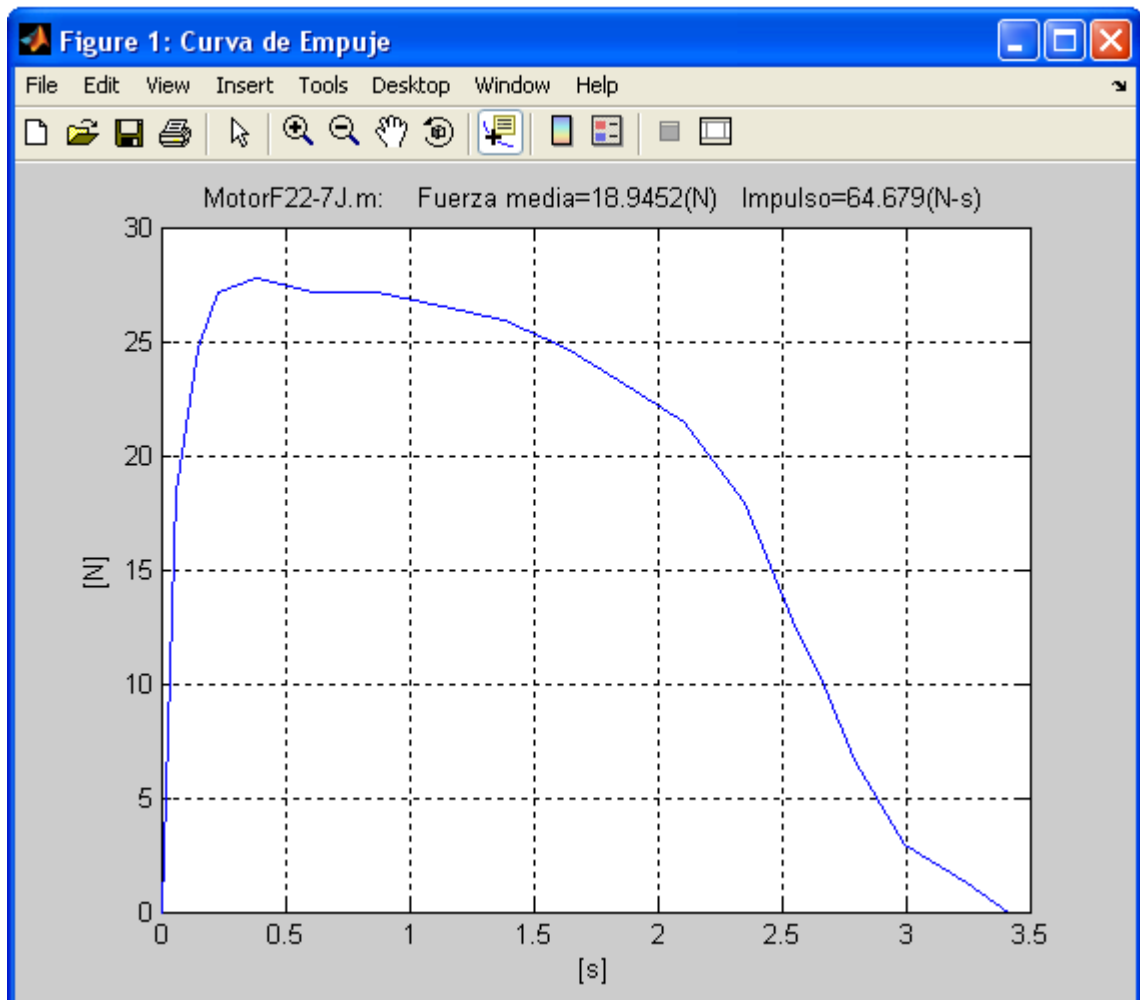
<b>Descripción</b>	<b>Nomograma</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Coeficiente de arrastre medio	0.76	0.76	-
Densidad media	1.1452 kg/m <sup>3</sup>	1.1452 kg/m <sup>3</sup>	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>492.0 m</b>	<b>518.8 m</b>	<b>5.45%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>9.46 s</b>	<b>9.78 s</b>	<b>3.50%</b>

### **Motor F22J**

De la curva de empuje del motor F22J ingresada en el programa (figura 6.80) y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa en que se puede concluir que la curva utilizada es correcta ya que los errores son pequeños.

**Tabla 6.16 Características Operativas del Motor F22J.**

<b>Descripción</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Impulso del motor	65.00 N-s	64.68 N-s	0.49%
Fuerza de Empuje Media	19.60 N	18.95 N	3.32%
Tiempo de Combustión	3.31 s	3.41 s	3.14%

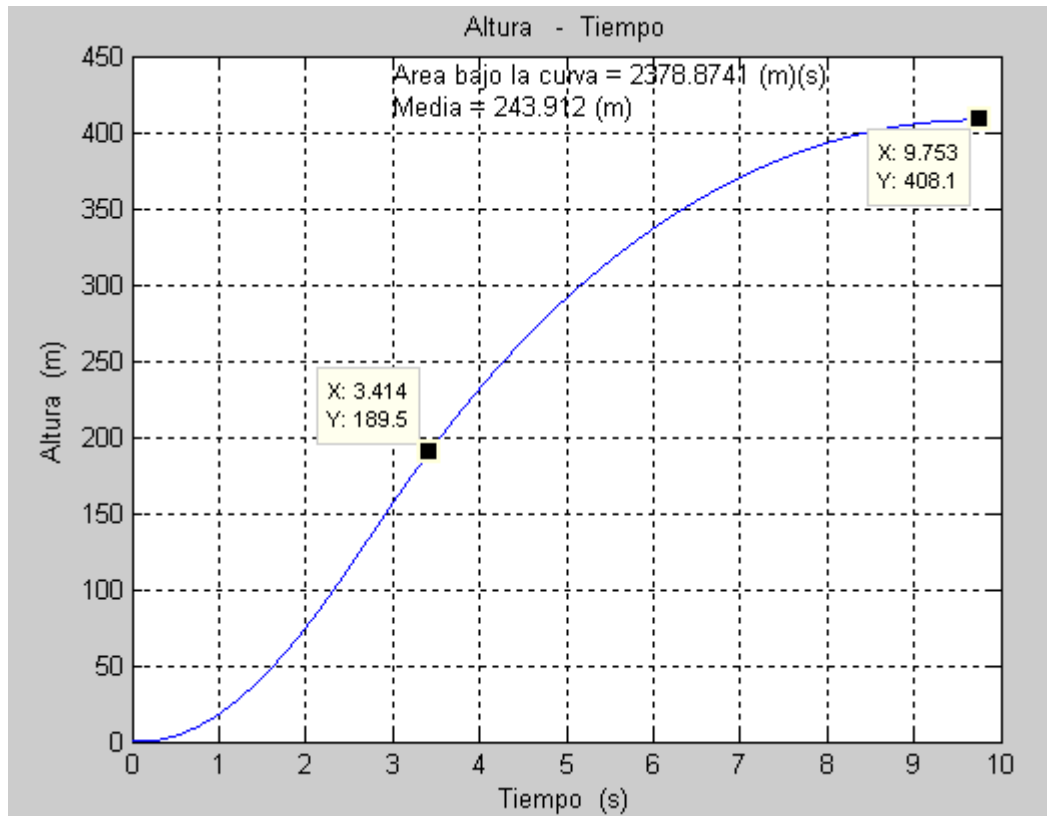


**Figura 6.80 Curva de Empuje del Motor F22J.**

La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

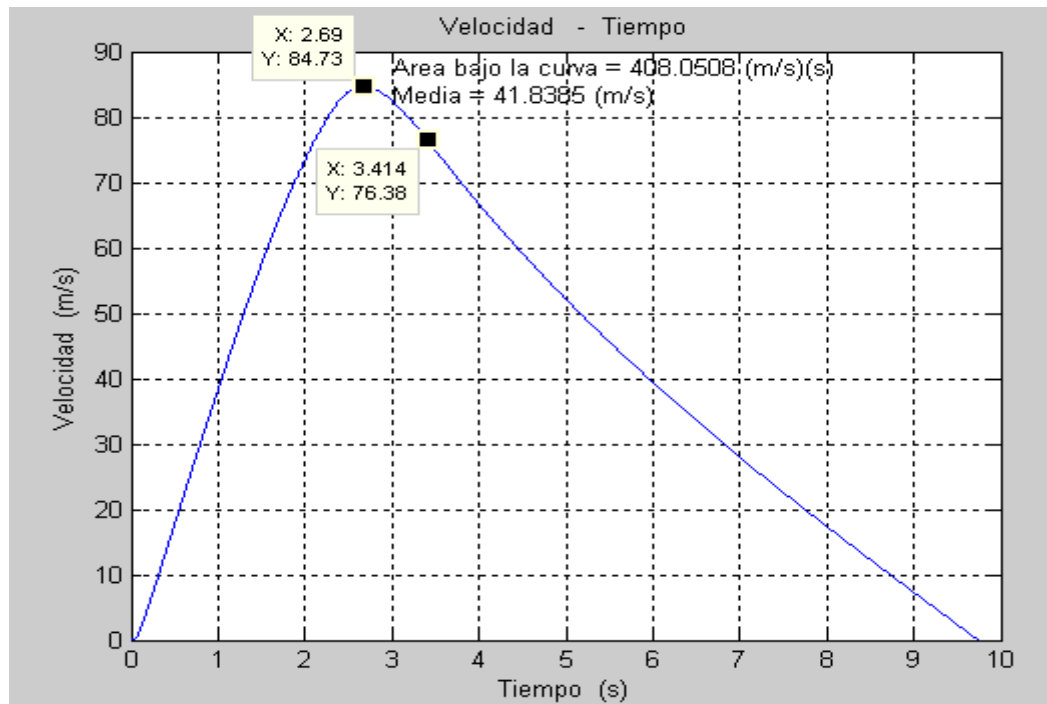
- Masa del combustible inicial = 0.0463 kg
- Masa total en el despegue = 0.5338 kg

Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.

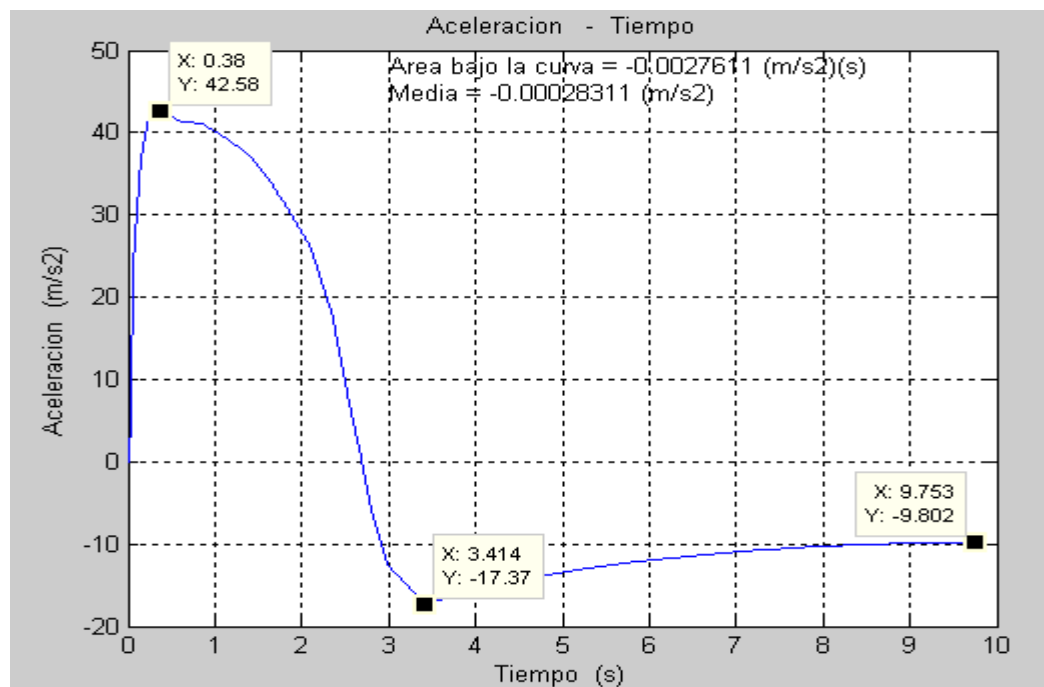


**Figura 6.81 Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.**

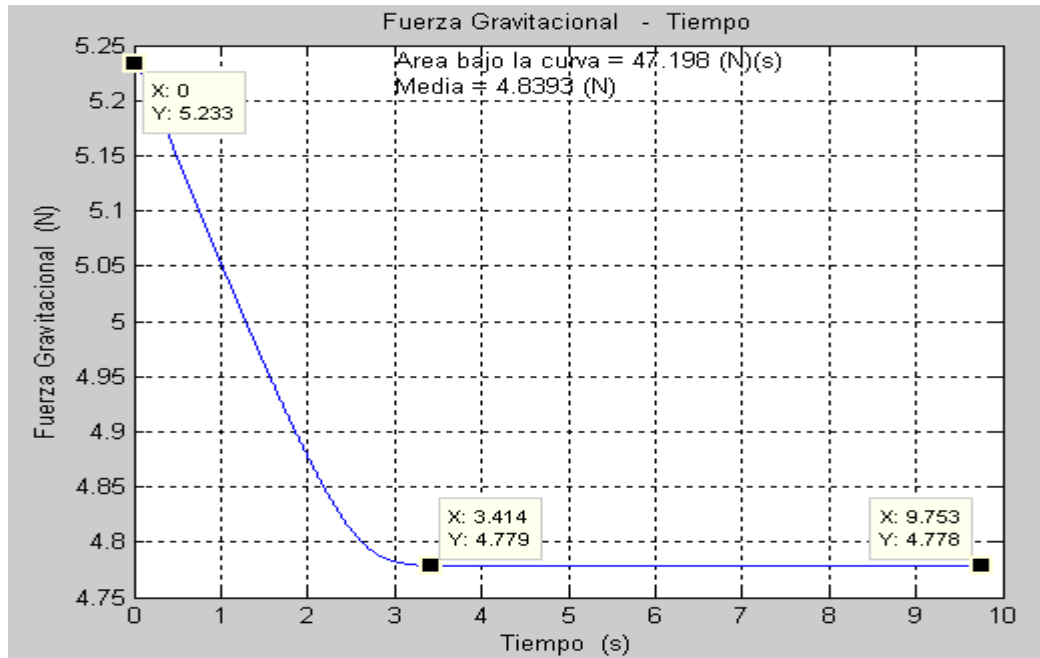




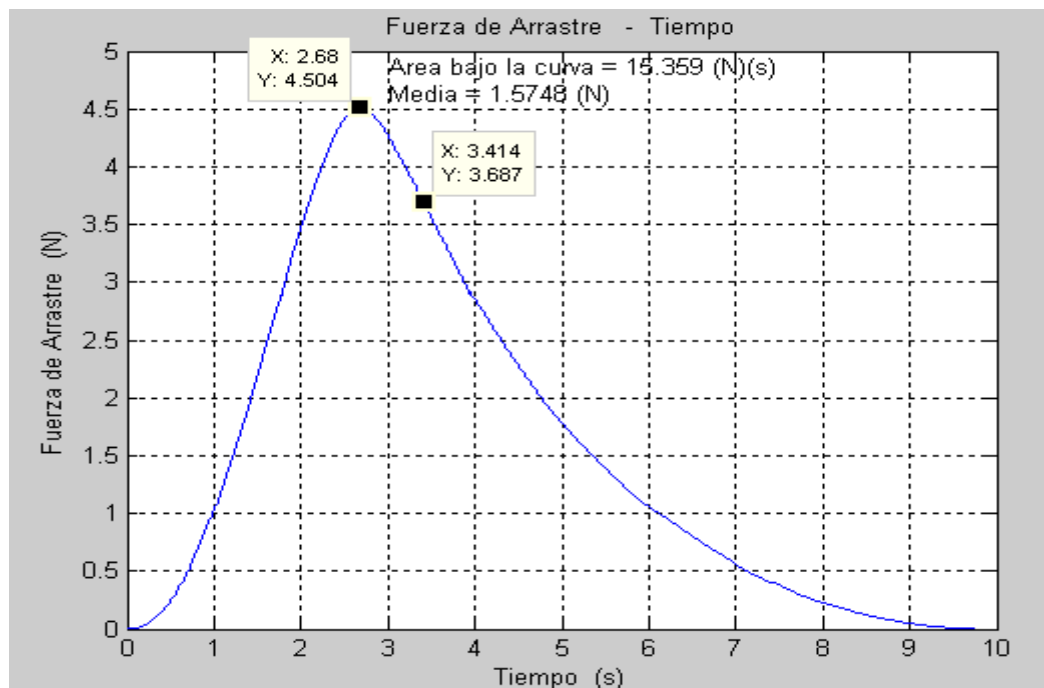
**Figura 6.82** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



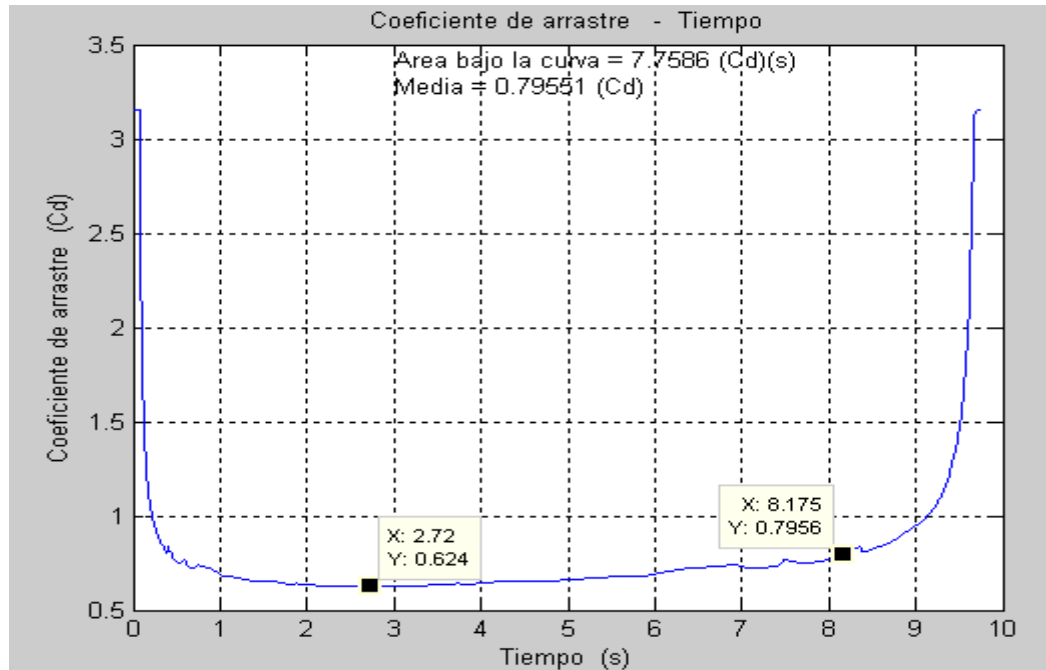
**Figura 6.83** Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



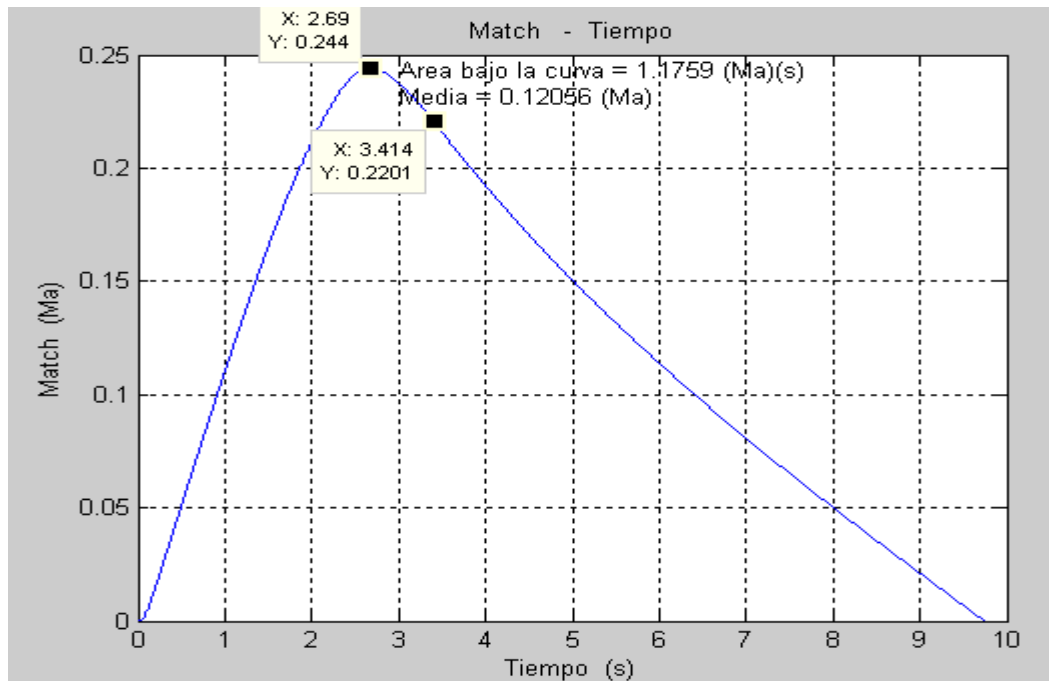
**Figura 6.84** Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



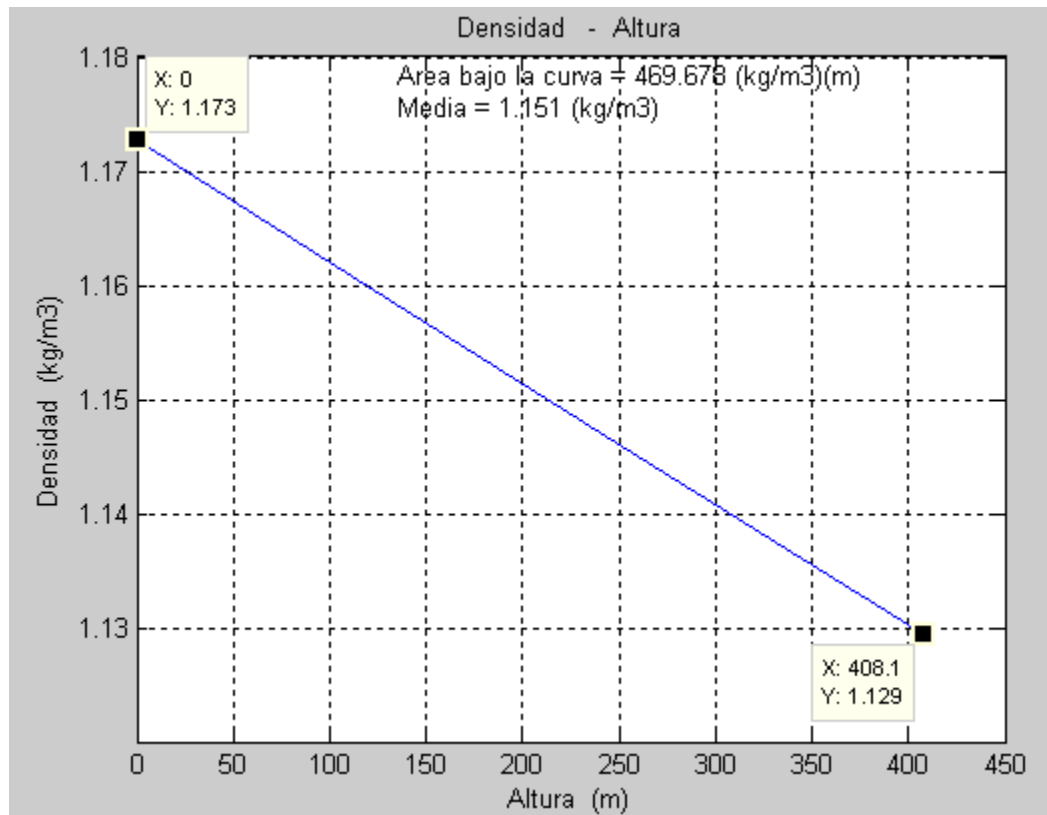
**Figura 6.85** Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



**Figura 6.86** Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



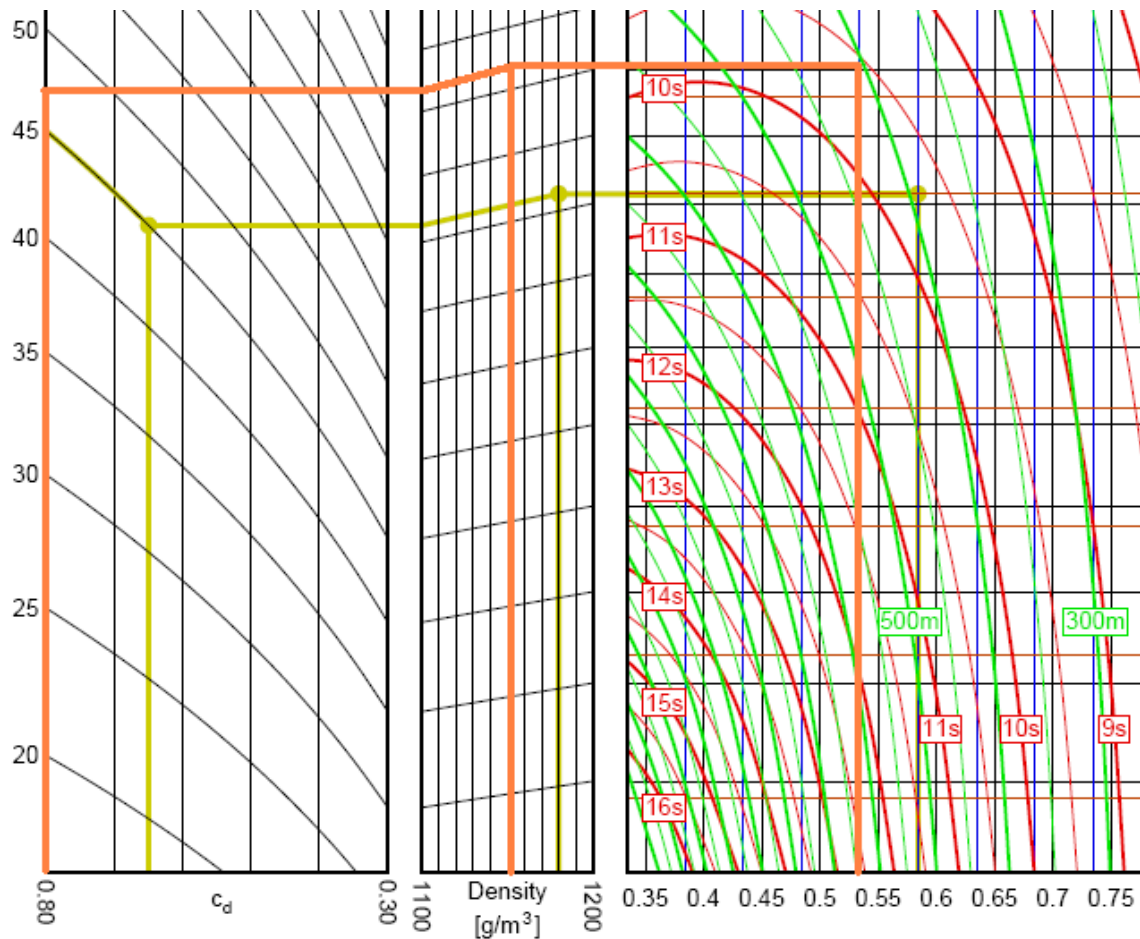
**Figura 6.87** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F22J.



**Figura 6.88 Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.**

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la figura 6.89. Los valores del coeficiente de arrastre medio y densidad media son los obtenidos del programa.

Los resultados obtenidos se comparan en la tabla 6.17.



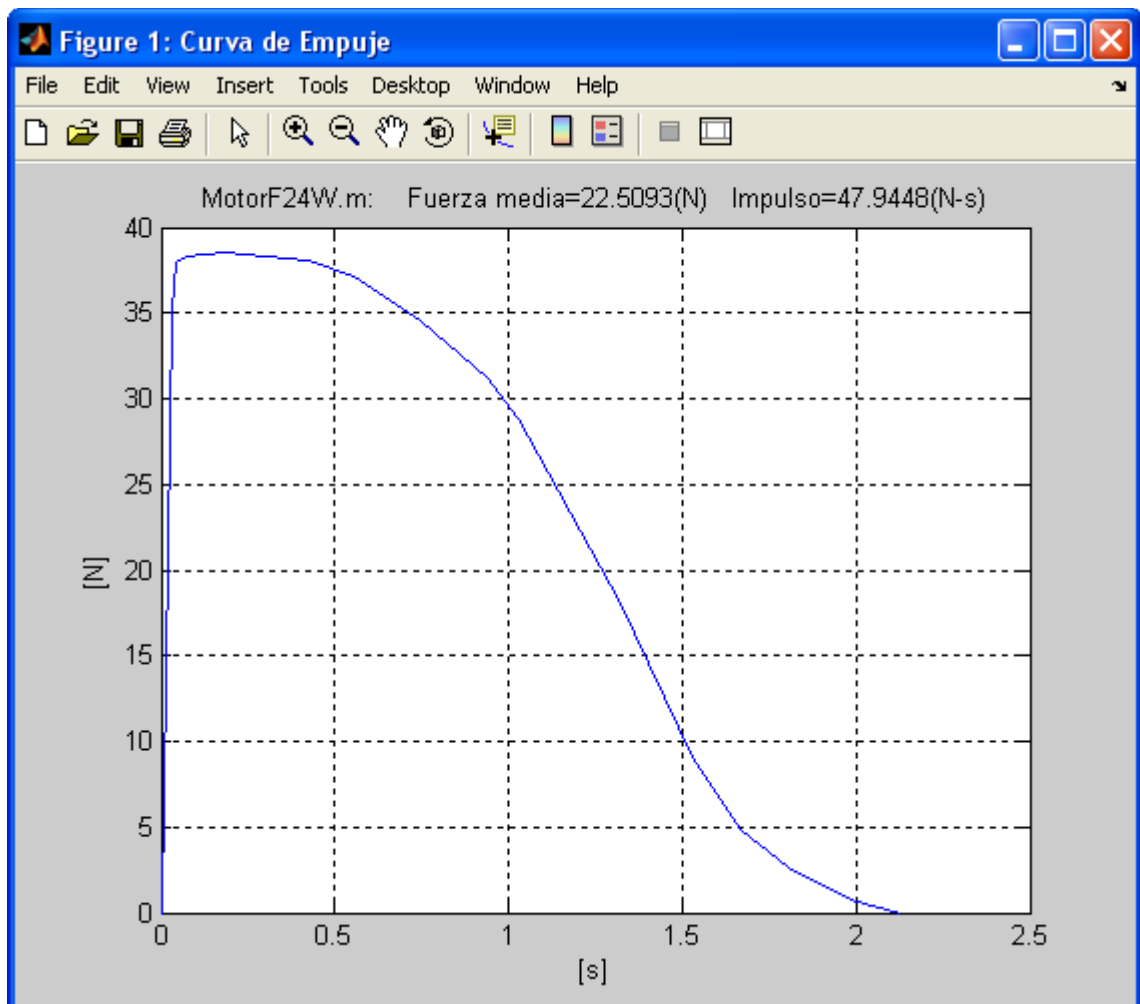
**Figura 6.89** Nomograma para el motor F22J.

**Tabla 6.17** Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F22J.

Descripción	Nomograma	Programa	Error
Coeficiente de arrastre medio	0.80	0.80	-
Densidad media	1.151 $\text{kg/m}^3$	1.151 $\text{kg/m}^3$	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>404.0 m</b>	<b>408.1 m</b>	<b>1.01%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>9.55 s</b>	<b>9.75 s</b>	<b>2.13%</b>

## Motor F24W

La curva de empuje del motor F52T ingresada en el programa se muestra en la siguiente figura.



**Figura 6.90** Curva de Empuje del Motor F24W.

De la curva de empuje anterior y con datos proporcionados por AeroTech se realizó la siguiente tabla comparativa en que se puede concluir que la curva utilizada es correcta ya que los errores son pequeños.

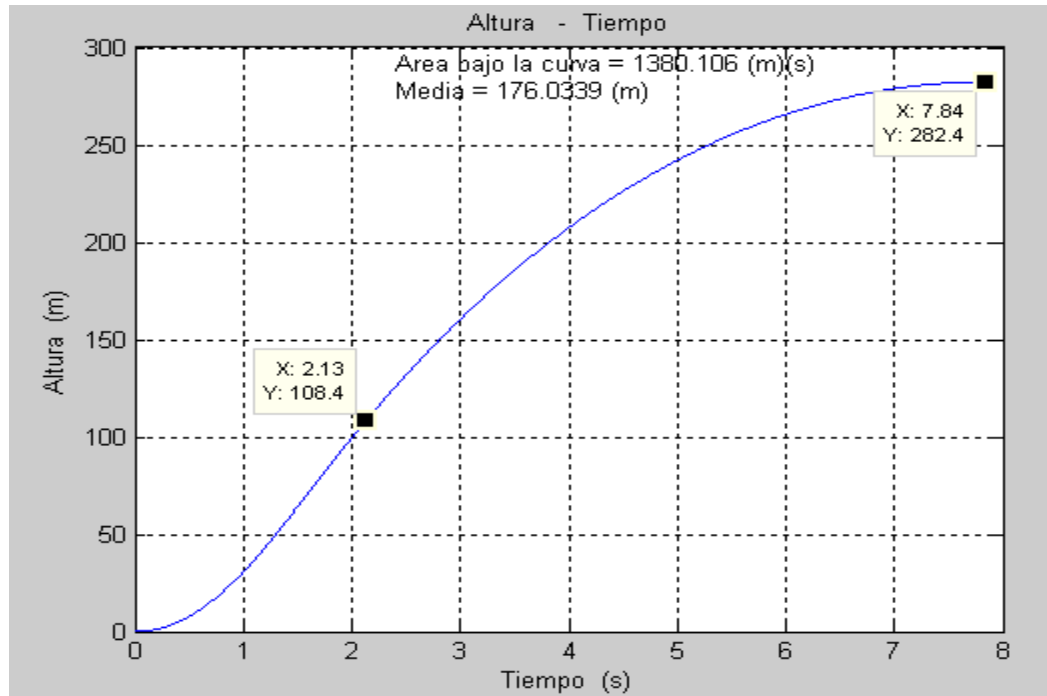
**Tabla 6.18 Características Operativas del Motor F24W.**

<b>Descripción</b>	<b>Fabricante</b>	<b>Programa</b>	<b>Error</b>
Impulso del motor	47.30 N-s	47.95 N-s	1.37%
Fuerza de Empuje Media	22.20 N	22.51 N	1.40%
Tiempo de Combustión	2.13 s	2.13 s	0%

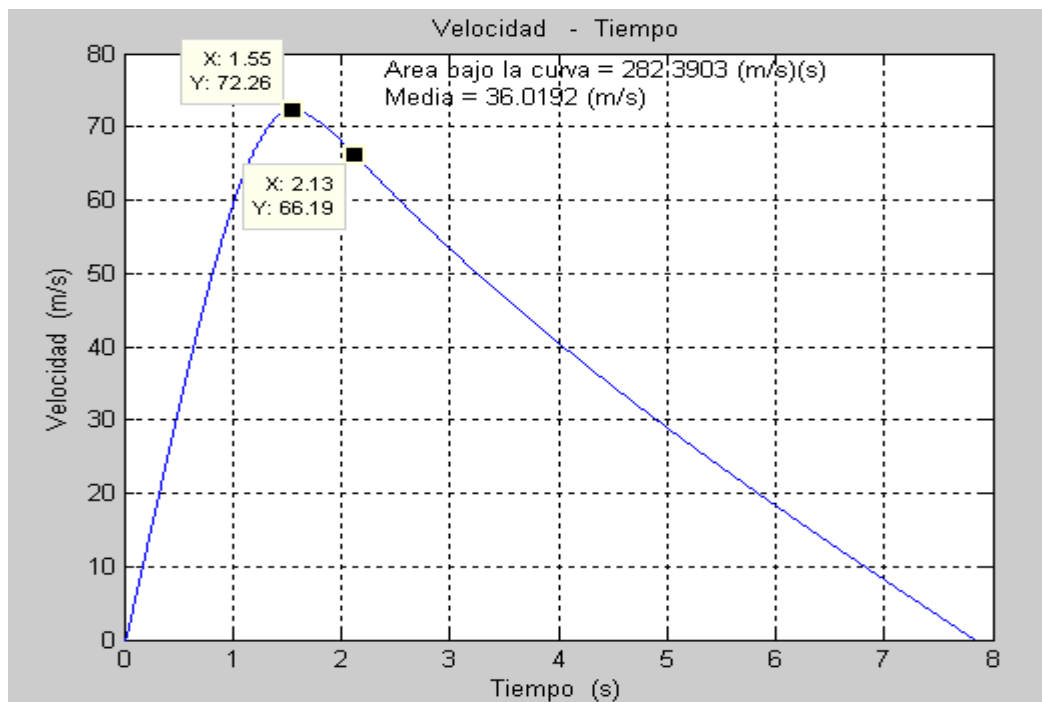
La masa del combustible inicial y la masa total en el despegue se tienen a continuación.

- Masa del combustible inicial = 0.0253 kg
- Masa total en el despegue = 0.5128 kg

Con estos datos se procedió a calcular la trayectoria de vuelo obteniéndose los siguientes resultados.

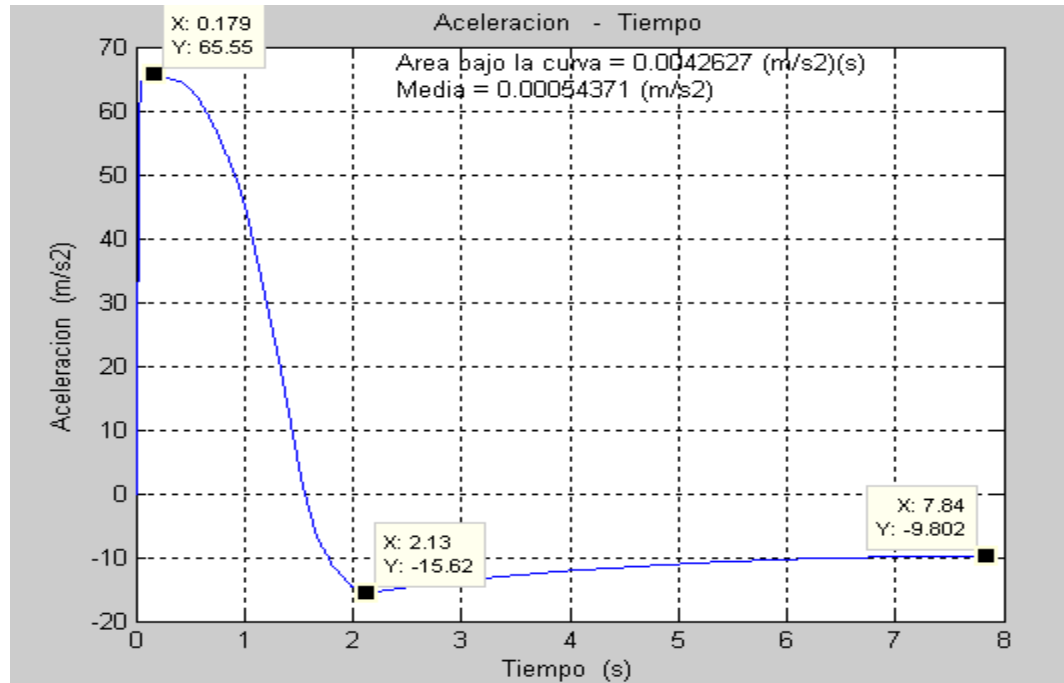


**Figura 6.91** Gráfica 'Altura vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.

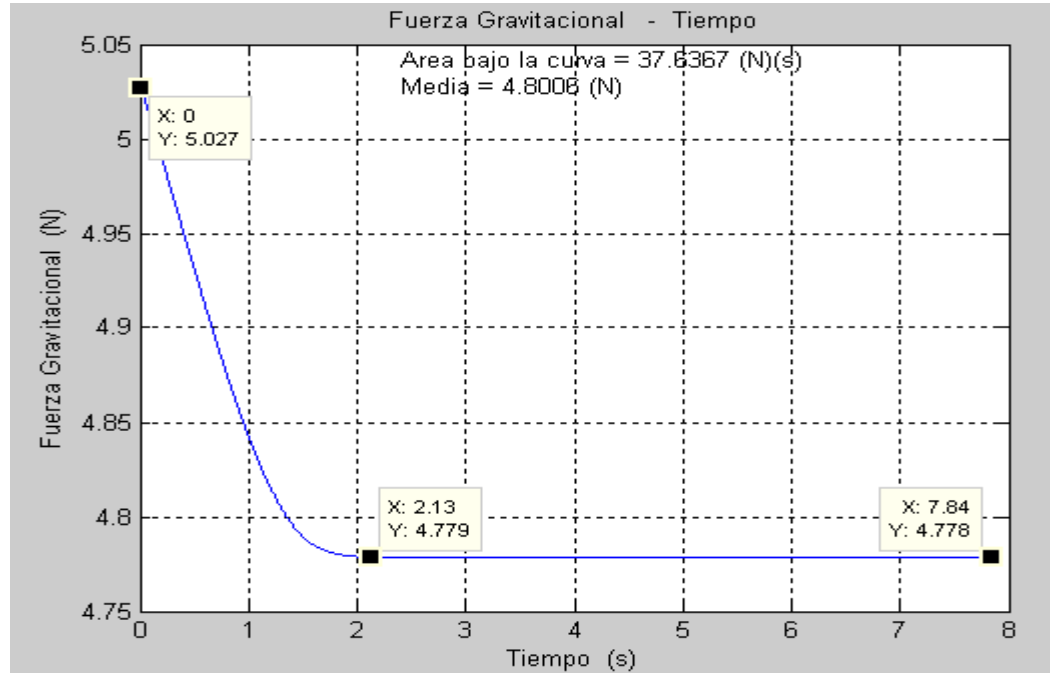


**Figura 6.92** Gráfica 'Velocidad vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.

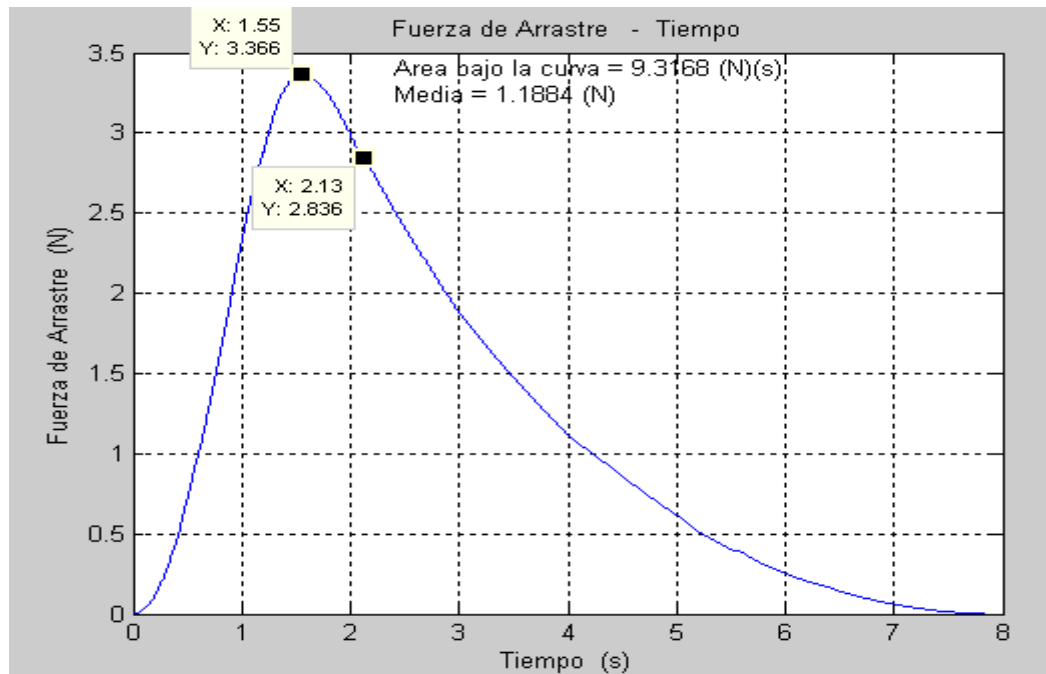




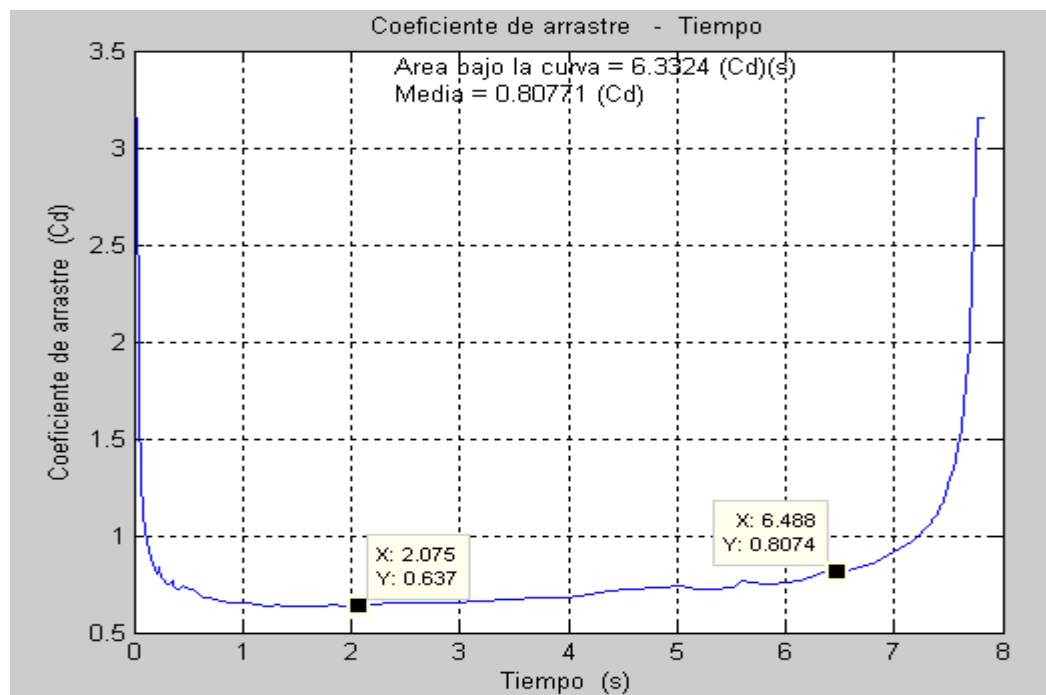
**Figura 6.93** Gráfica 'Aceleración vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.



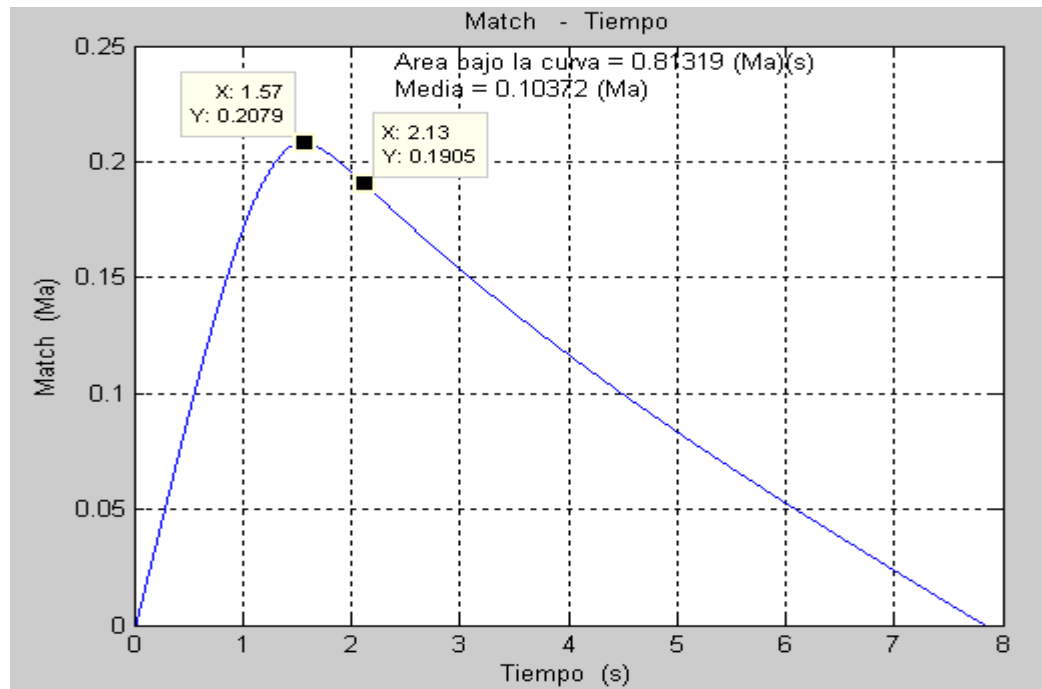
**Figura 6.94** Gráfica 'Fuerza Gravitacional vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.



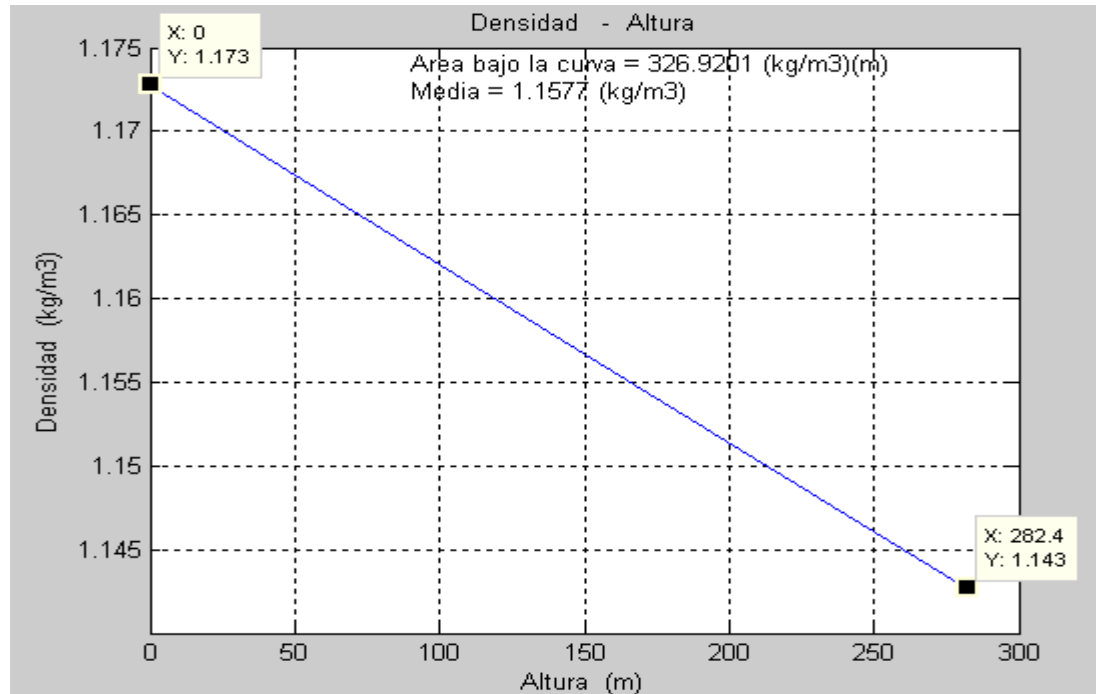
**Figura 6.95 Gráfica 'Fuerza Arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.**



**Figura 6.96 Gráfica 'Coeficiente de arrastre vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.**

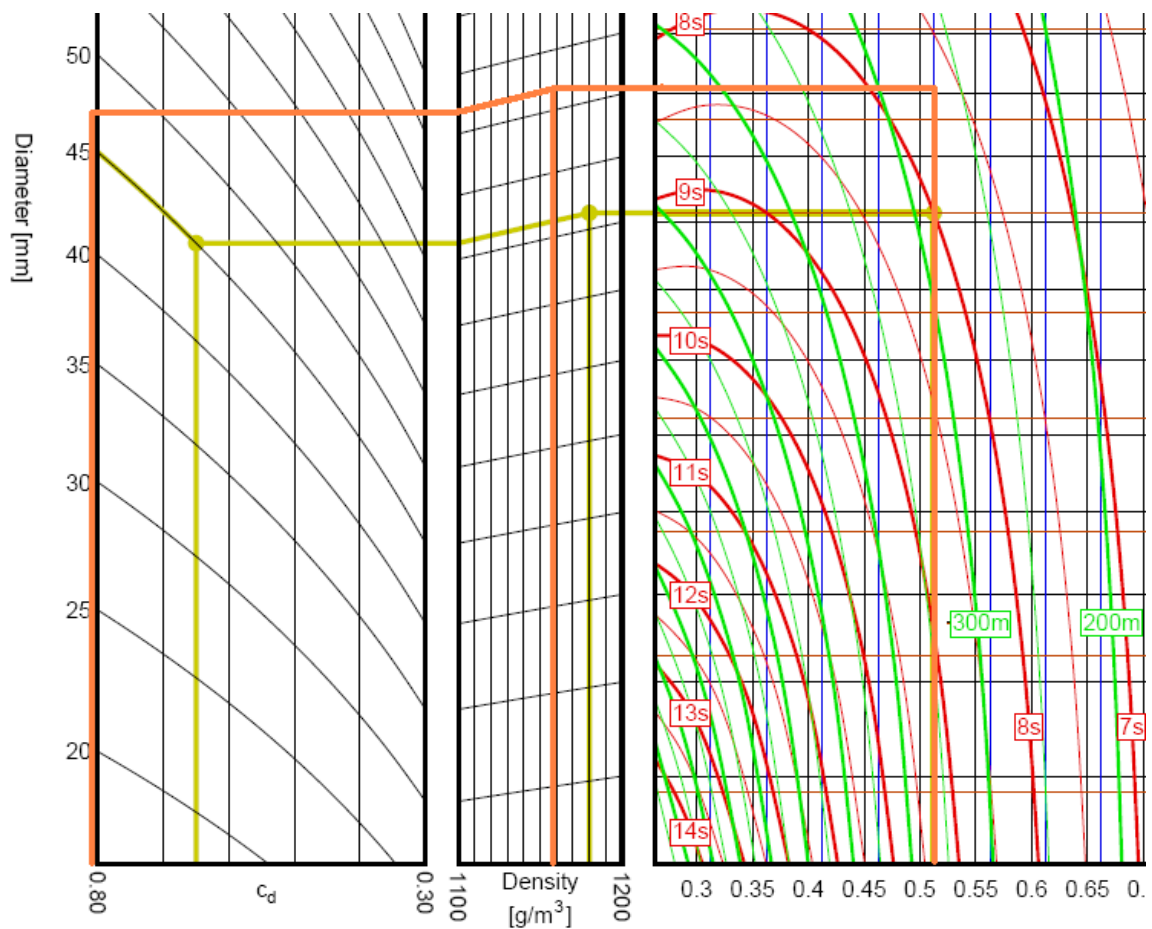


**Figura 6.97** Gráfica 'Match vs. Tiempo' del Arreaux, motor F24W.



**Figura 6.98** Gráfica 'Densidad vs. Altura' del aire.

Luego se calculó la trayectoria del cohete con la ayuda del nomograma como se observa en la siguiente figura. Los valores del coeficiente de arrastre medio y densidad media son los obtenidos del programa.



**Figura 6.99** Nomograma para el motor F24W.

En la siguiente tabla se comparan los resultados obtenidos.

**Tabla 6.19 Resultados de la Trayectoria del Arreaux, Motor F24W.**

Descripción	Nomograma	Programa	Error
Coeficiente de arrastre medio	0.81	0.81	-
Densidad media	1.1577 kg/m <sup>3</sup>	1.1577 kg/m <sup>3</sup>	-
<b>Altura Máxima</b>	<b>267.0 m</b>	<b>282.4 m</b>	<b>5.77%</b>
<b>Tiempo de Vuelo</b>	<b>7.65 s</b>	<b>7.84 s</b>	<b>2.48%</b>

### Resultados

Los resultados de las trayectorias de vuelo propulsados con los motores de AeroTech se resumen en la siguiente tabla.

**Tabla 6.20 Resultados del Programa.**

Motor	Tiempo de combustión	Altura al finalizar combustión	Velocidad al finalizar combustión	Tiempo de vuelo	Altura máxima
G64W	2.05 s	235.5 m	164.6 m/s	11.79 s	838.5 m
G33J	3.27 s	263.2 m	117.4 m/s	11.56 s	666.8 m
F40W	1.91 s	154.7 m	116.1 m/s	10.13 s	550.6 m
F52T	1.63 s	130.0 m	114.5 m/s	9.78 s	518.8 m
F22J	3.41 s	189.5 m	76.38 m/s	9.75 s	408.1 m
F24W	2.13 s	108.4 m	66.19 m/s	7.65 s	282.4 m

# CAPÍTULO 7

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1. Conclusiones

- Se desarrolló un programa de cómputo para predecir la trayectoria de vuelo de un cohete sonda bajo diferentes condiciones operativas. Las condiciones operativas que se pueden variar son las curvas del coeficiente de arrastre del cohete, la curva de empuje del motor, la masa del cohete, la masa de la carga útil a transportar, el flujo másico de combustible, y la altura sobre el nivel del mar, presión y temperatura atmosférica en el lugar del lanzamiento.
- Para predecir la trayectoria de vuelo fue necesario hacer algunas simplificaciones en el modelo al asumir que el cohete es

un cuerpo completamente rígido, viaja en dirección vertical y no se tomó en cuenta la presencia de vientos laterales.

- Se desarrolló un modelo CFD del vuelo del Arreaux para calcular el coeficiente de arrastre. El proceso de mallado fue exitoso ya que los gradientes de las propiedades físicas en las zonas alejadas de las paredes del Arreaux fueron prácticamente nulos. Se trabajó con dos modelos de turbulencia, para velocidades de vuelo subsónicas se usó el modelo de dos ecuaciones k-epsilon Realizable y para velocidades supersónicas se utilizó el modelo de una ecuación Spalart Allmaras. Con el modelo Spalart Allmaras el tiempo de convergencia de la solución fue menor porque es un modelo más sencillo que el modelo k-epsilon Realizable.
- Se determinó las ecuaciones que representan las fuerzas de arrastre, empuje y gravitacional sobre el cohete sonda.
- Se calculó la trayectoria de vuelo del Arreaux ingresando diferentes curvas de empuje de motores de AeroTech, los valores de la altura alcanzada y tiempo de vuelo fueron muy cercanos a los obtenidos por medio de nomogramas

proporcionados por AeroTech. Para este propósito el valor de la densidad del aire usada en el nomograma fue la densidad media a lo largo de la trayectoria de vuelo y el coeficiente de arrastre fue el valor medio durante el vuelo.

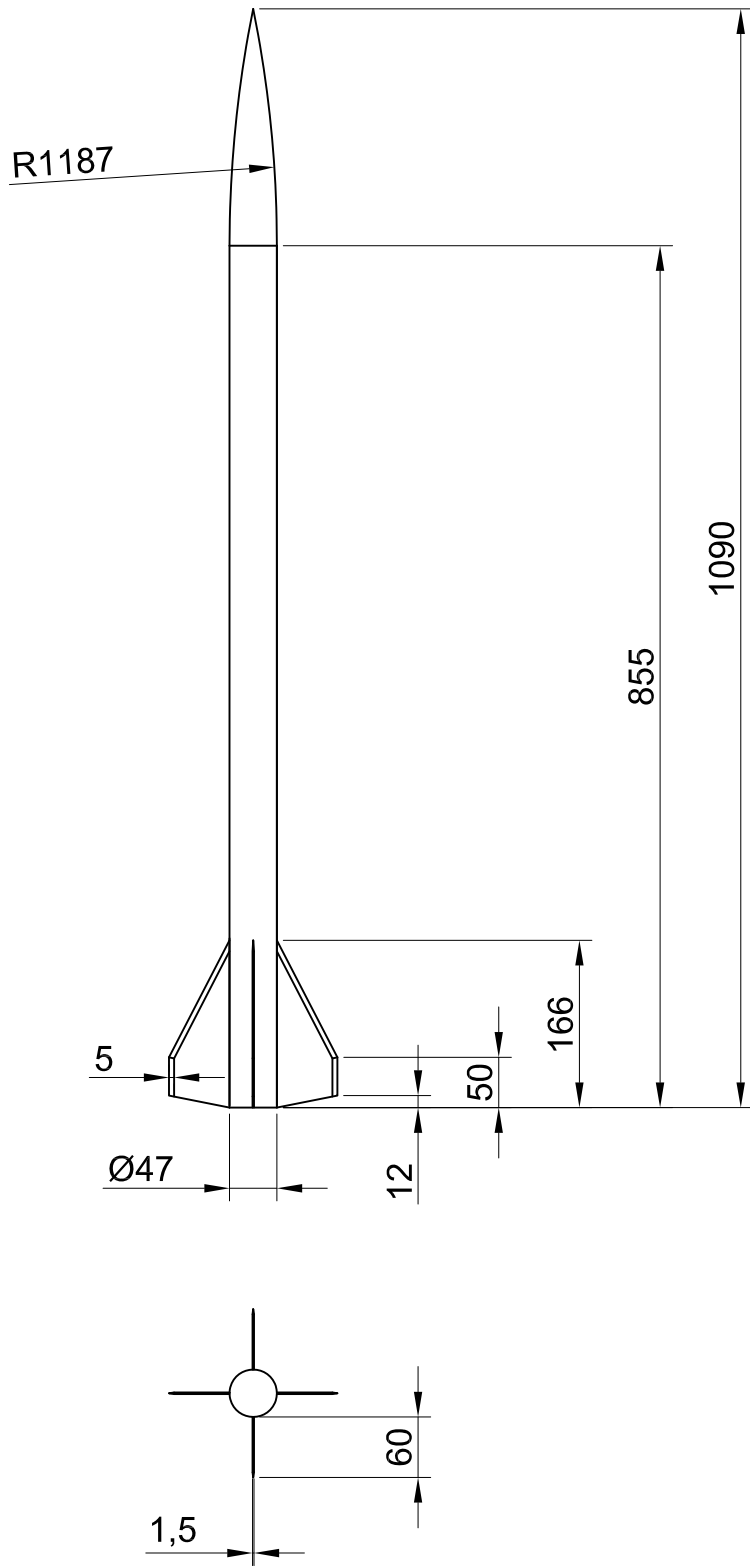
## 7.2. Recomendaciones

- En futuros trabajos se debe de analizar la estabilidad del cohete según su geometría, centro de presión y distribución de masas. Además, incluir la influencia en la trayectoria debido a vientos laterales y movimientos angulares de las superficies de control como aletas móviles.
- Tener en cuenta que puede existir un aumento considerable de la temperatura a altas velocidades sobre las superficies en contacto del cohete con el aire debido a la fricción.
- Elegir adecuadamente el tamaño del volumen de control y las condiciones de frontera para eliminar los gradientes de las propiedades físicas en las zonas alejadas de las paredes del cohete.



- Hacer el modelo lo más simple posible eliminando superficies pequeñas e innecesarias porque generan elementos de mala calidad del mallado. Estas áreas se presentan generalmente en los bordes de las aletas al tener muy poco espesor, y en la unión de las aletas con la base del cilindro.
  
- Lo más importante para el éxito general del proyecto es realizar pruebas experimentales propias para poder confirmar los resultados obtenidos teóricamente. Para este fin es necesario un mayor apoyo de la facultad y principalmente de la universidad.

## **APÉNDICES**



# FIMCP - ESPOL

	NOMBRE	FECHA
Dibujó:	Sergio Blum	09/01/09
Revisó:	Ing. Naranjo	10/01/09

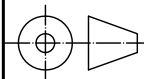
PROYECTO: **TRAYECTORIA DE VUELO**

PLANO No:

1/1

ESCALA: **1:7,5** CONTIENE: **Cohete de pruebas Arreaux de 4 aletas**

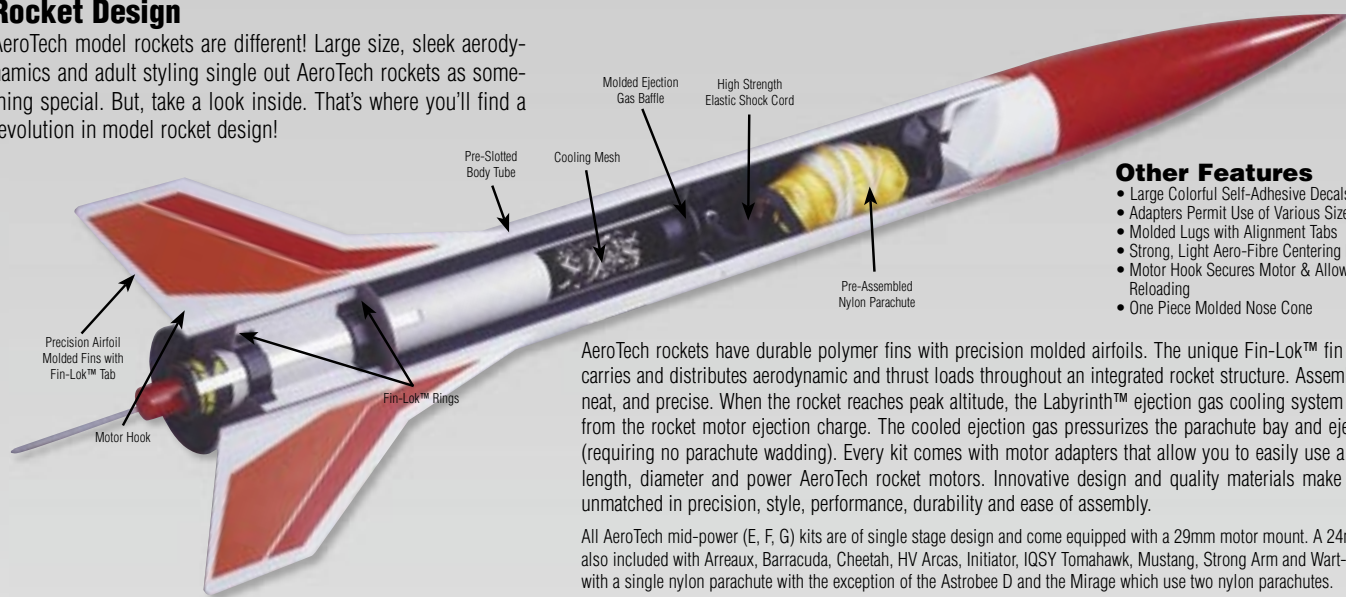
MASA (kg):  
**0.340**



# ROCKET KITS

## Rocket Design

AeroTech model rockets are different! Large size, sleek aerodynamics and adult styling single out AeroTech rockets as something special. But, take a look inside. That's where you'll find a revolution in model rocket design!



### Other Features

- Large Colorful Self-Adhesive Decals
- Adapters Permit Use of Various Size AeroTech Motors
- Molded Lugs with Alignment Tabs
- Strong, Light Aero-Fibre Centering Rings
- Motor Hook Secures Motor & Allows for Quick Reloading
- One Piece Molded Nose Cone

AeroTech rockets have durable polymer fins with precision molded airfoils. The unique Fin-Lok™ fin mounting system carries and distributes aerodynamic and thrust loads throughout an integrated rocket structure. Assembly is quick, easy, neat, and precise. When the rocket reaches peak altitude, the Labyrinth™ ejection gas cooling system cools the hot gas from the rocket motor ejection charge. The cooled ejection gas pressurizes the parachute bay and ejects the parachute (requiring no parachute wadding). Every kit comes with motor adapters that allow you to easily use a range of different length, diameter and power AeroTech rocket motors. Innovative design and quality materials make AeroTech rockets unmatched in precision, style, performance, durability and ease of assembly.

All AeroTech mid-power (E, F, G) kits are of single stage design and come equipped with a 29mm motor mount. A 24mm motor adapter is also included with Arreaux, Barracuda, Cheetah, HV Arcas, Initiator, IQSY Tomahawk, Mustang, Strong Arm and Wart-Hog. All kits recover with a single nylon parachute with the exception of the Astrobee D and the Mirage which use two nylon parachutes.

## Initiator™

Itching to fly F and G motors? The Initiator is simply the best big rocket to build first. It features molded fins, beautiful color coordinated decals, and no-wadding ejection system. An impressive 3 feet tall, the Initiator is one gorgeous rocket.

### Specifications:

Length: 39"/99 cm  
Diameter: 2.6"/6.7 cm  
Weight (without motor): 14oz/400gms  
Fins: 3  
Product No. 89011

### Recommended RMS Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
E18-4W	600 / 180
E11-3J	450 / 140
E28-4T	650 / 200
F24-4W	700 / 210
F12-3J	600 / 180
F39-6T	850 / 260
E16-4W	550 / 170
E23-5T	500 / 150
F40-7W	1400 / 430
F22-5J	1050 / 320
F52-8T	1300 / 400
G33-7J	1650 / 500
G64-7W	2000 / 600

### Recommended SU Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
E15-4W	370 / 110
E30-4T	440 / 130
F20-4W*	870 / 270
F23-4FJ*	690 / 210
F25-6W	1120 / 340
F26-6FJ	880 / 270
F42-4T*	770 / 230
F50-6T	1100 / 340
G38-7FJ	1460 / 450
G40-7W	1770 / 540
G80-7T	1790 / 550

\*Econojet Motor



## Mustang™

3,000 foot flights, striking self-adhesive graphics, molded fins, and a durable nylon parachute give the Mustang performance and value that can't be equaled in any other mid-power rocket kit.

### Specifications:

Length: 32"/81 cm  
Diameter: 1.9"/4.7 cm  
Weight (without motor): 11oz/310gms  
Fins: 4  
Product No. 89010

### Recommended RMS Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
D15-4T	350 / 100
E18-7W	1000 / 300
E11-5J	750 / 230
E28-7T	1050 / 320
F24-7W	1200 / 360
F12-5J	1050 / 320
F39-6T	1450 / 440
E16-7W	950 / 290
E23-5T	800 / 240
F40-10W	2250 / 680
F22-7J	1700 / 520
F52-8T	2100 / 640
G33-7J	2650 / 800
G64-10W	3200 / 980

### Recommended SU Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
E15-7W	800 / 240
E30-7T	850 / 260
F20-7W*	1480 / 450
F23-7FJ*	1230 / 380
F25-9W	1760 / 540
F26-9FJ	1490 / 450
F42-8T*	1350 / 410
F50-9T	1710 / 520
G38-7FJ	2140 / 650
G40-10W	2460 / 750
G80-10T	2460 / 750

\*Econojet Motor



## Arreaux™

Our trademark rocket. Pronounced "aero," the Arreaux's payload section makes it perfect for lofting altimeters, accelerometers, and other experimental projects. With "G" powered flights approaching 3000 feet, this rocket cranks!

### Specifications:

Length: 43"/109 cm  
Diameter: 1.9"/4.7 cm  
Weight (without motor): 12oz/340gms  
Fins: 3  
Product No. 89013

### Recommended RMS Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
D15-4T	300 / 90
E18-4W	900 / 270
E11-5J	700 / 210
E28-7T	950 / 290
F24-7W	1100 / 330
F12-5J	900 / 270
F39-6T	1350 / 410
E16-7W	850 / 260
E23-5T	750 / 230
F40-10W	2100 / 640
F22-7J	1600 / 480
F52-8T	2050 / 620
G33-7J	2550 / 770
G64-10W	3150 / 950

### Recommended SU Motors:

Motor	Proj. Altitude (ft/m)
E15-7W	1060 / 320
E30-7T	1080 / 330
F20-7W*	1760 / 540
F23-7FJ*	1500 / 460
F25-9W	2050 / 630
F26-9FJ	1780 / 540
F42-8T*	1610 / 490
F50-9T	1970 / 600
G38-7FJ	2410 / 730
G40-10W	2730 / 830
G80-10T	2700 / 820

\*Econojet Motor



# HOBBY LINE RMS RELOAD KITS

## Hobby Line RMS™ Motors

### RMS-18 Hobby Line Reload Kit Data

Hardware	Reload	Total Impulse	Prop. Wt.	Loaded Wt.	Delay Times
RMS-18/20	D13W (3 pak)	20 N-sec	9.8 g	33 g	4, 7, 10
RMS-18/20	D24T (3 pak)	20 N-sec	8.7 g	31 g	4, 7, 10

Ejection charge included with all 18mm reload kits.

### RMS-24 Hobby Line Reload Kit Data

Hardware	Reload	Total Impulse	Prop. Wt.	Loaded Wt.	Delay Times
RMS-24/40	D9W (3 pak)	20 N-sec	10.1 g	45 g	4, 7
RMS-24/40	D15T (3 pak)	20 N-sec	8.9 g	44 g	4, 7
RMS-24/40	E11J (3 pak)	35 N-sec	25 g	61 g	3
RMS-24/40	E18W (3 pak)	40 N-sec	20.7 g	57 g	4, 7
RMS-24/40	E28T (3 pak)	40 N-sec	18.4 g	55 g	4, 7
RMS-24/40	F12J (3 pak)	43 N-sec	30.3 g	67 g	3, 5
RMS-24/40	F24W (3 pak)	50 N-sec	25.3 g	62 g	4, 7
RMS-24/40	F39T (3 pak)	50 N-sec	22.7 g	59 g	6, 9

Ejection charge included with all 24mm reload kits.

### RMS-29 Hobby Line Reload Kit Data

Hardware	Reload	Total Impulse	Prop. Wt.	Loaded Wt.	Delay Times
RMS-29/40-120	E16W	40 N-sec	19 g	107 g	4, 7
RMS-29/40-120	E23T	40 N-sec	17.4 g	104 g	5, 8
RMS-29/40-120	F22J	65 N-sec	46.3 g	133 g	5, 7
RMS-29/40-120	F40W	80 N-sec	40 g	126 g	4, 7, 10
RMS-29/40-120	F52T	80 N-sec	36.6 g	123 g	5, 8, 11
RMS-29/40-120	G33J	100 N-sec	72.2 g	159 g	5, 7
RMS-29/40-120	G64W	120 N-sec	62.5 g	151 g	4, 7, 10

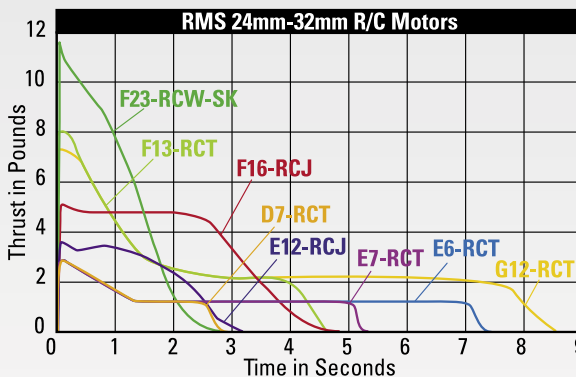
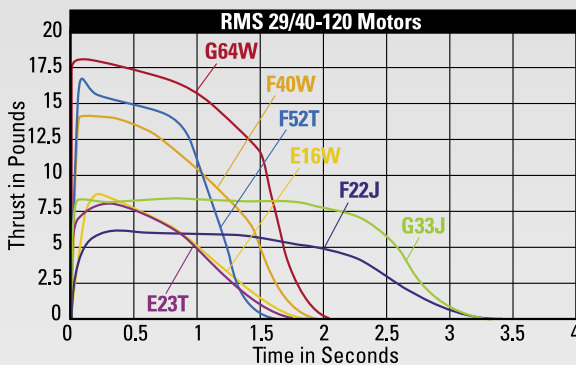
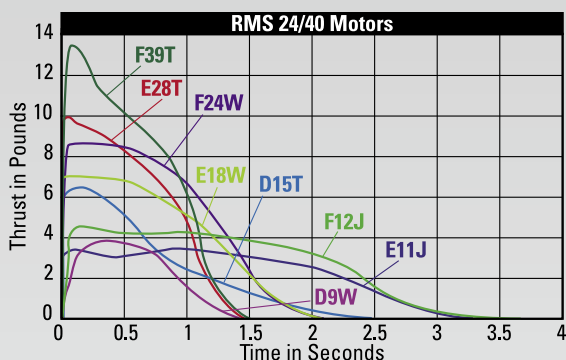
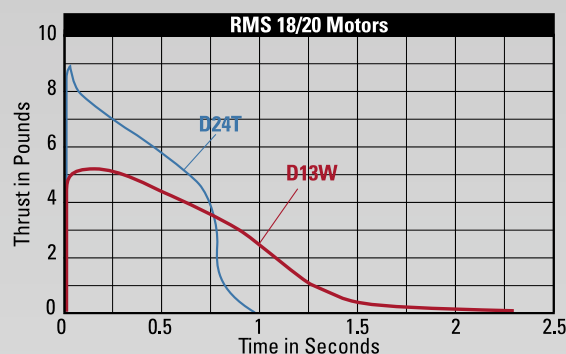
Ejection charge included with all 29mm reload kits.

### RMS-24 R/C Hobby Line Rocket Glider Reload Kit Data

Hardware	Reload	Total Impulse	Prop. Wt.	Loaded Wt.	Delay Times
RMS-R/C 24/20-40	D7-RCT (3 pak)	20 N-sec	10.5 g	41.3 g	plugged
RMS-R/C 24/20-40	E7-RCT (3 pak)	30 N-sec	17.1 g	46.4 g	plugged
RMS-R/C 24/20-40	E6-RCT (3 pak)	40 N-sec	21.5 g	52 g	plugged
RMS-R/C 24/20-40	E12-RCJ (3 pak)	36 N-sec	28.3 g	58.8 g	plugged

### RMS-32 R/C Hobby Line Rocket Glider Reload Kit Data

Hardware	Reload	Total Impulse	Prop. Wt.	Loaded Wt.	Delay Times
RMS-R/C 32/60-100	F13-RCT (2 pak)	60 N-sec	31.2 g	105 g	plugged
RMS-R/C 32/60-100	F16-RCJ (2 pak)	80 N-sec	57.1 g	137 g	plugged
RMS-R/C 32/60-100	F23-RCW-SK (2 pak)	70 N-sec	35.2 g	127 g	plugged
RMS-R/C 32/60-100	G12-RCT (2 pak)	100 N-sec	51.1 g	126 g	plugged



Phoenix Missile Rocket at LDPS 21, Kansas (photo McNeely)



## BIBLIOGRAFÍA

1. BRUCE R. MUNSON - DONALD F. YOUNG - THEODORE H. OKIISHI, *Fundamentos de Mecánica de Fluidos*. Editorial Limusa S.A., México, 1999.
2. *Aerotech Consumer Aerospace Division: Product Catalog 2006 y 2008*. Cedar City, Estados Unidos.
3. SALVAT, *Diccionario Enciclopédico Salvat*. Salvat Editores S.A., Volumen 3, Barcelona, España, 1987.
4. D. C. GRIERSMITH, *A Review of Atmospheric Characteristics: General Principles*. <http://ceos.cnes.fr:8100/cdrom-98/ceos1/science/dg/dgcon.htm>, Julio 2008.
5. CALERA B. ALFONSO - ANTONIO J. BARBERO, *Interacción de la Atmósfera y la Superficie del Planeta*. UCLM, España. [www.google.com.ec](http://www.google.com.ec), [www.uclm.es/profesorado/ajbarbero/Teoria/FA0708%20Tema02%20Atmosfera%20v1.pdf](http://www.uclm.es/profesorado/ajbarbero/Teoria/FA0708%20Tema02%20Atmosfera%20v1.pdf).

6. GIL O. MANUEL, *El Ozono Estratosférico*. INTA, España, Marzo 2006.  
www.google.com.ec, [www.divulgameteo.es/uploads/Ozono-estratosférico.pdf](http://www.divulgameteo.es/uploads/Ozono-estratosférico.pdf).
7. IDEAM, *Atmósfera*. Colombia. [www.google.com.ec](http://www.google.com.ec),  
<http://www.ideam.gov.co:8080/sectores/ozono/atmosfera.htm>.
8. CHARLES O'NEILL, *Aerospace Engineering Laboratory: Solid Rocket Motor Performance*. MAE, Estados Unidos, Febrero 2001. [www.google.com.ec](http://www.google.com.ec),  
[www.caselab.okstate.edu/ocharle/projects/rocketmotor.pdf](http://www.caselab.okstate.edu/ocharle/projects/rocketmotor.pdf).
9. E. BRIZUELA, Dr. Ing. – J. C. LOZA, Ing., *Combustión*. UBA, Buenos Aires, Argentina, 2003.
10. JOHN D. ANDERSON Jr., *Computational Fluid Dynamics*. McGraw Hill, Estados Unidos, 1995.
11. ESPINOZA R. HÉCTOR, *Tesis de Grado: Elaboración de un Modelo CFD de un Generador Eólico y Validación Experimental*. ESPOL, Guayaquil, 2008.
12. FLUENT INC., *Fluent 6.3 User's Guide*. New Hampshire, Estados Unidos, Septiembre 2006.

13. FLUENT INC., *Fluent 6.3 Tutorial Guide*. Volumen 1, New Hampshire, Estados Unidos, Septiembre 2006.
14. FLUENT INC., *Gambit 2.3 User's Guide*. New Hampshire, Estados Unidos, Marzo 2006.
15. FLUENT INC., *Gambit 2.3 Modeling Guide*. Volúmenes 1 y 2, New Hampshire, Estados Unidos, Marzo 2006.
16. FLUENT INC., *Gambit 2.3 Tutorial Guide*. New Hampshire, Estados Unidos, Marzo 2006.
17. TIBOR SANDOR BALINT, *Assessment of Commercial Off the Shelf Computational Fluid Dynamics (COTS-CFD) Tools to Enhance the Concurrent Design Environment at NASA-JPL*. Pasadena, Estados Unidos, Mayo 2002. [www.google.com.ec](http://www.google.com.ec), [http://mss02.isunet.edu/Students/Balint/JPL\\_Placement\\_Rev3.pdf](http://mss02.isunet.edu/Students/Balint/JPL_Placement_Rev3.pdf).
18. RODRÍGUEZ C. LARA - CEBRIÀ S. XAVIER, *Estudio Fluido-dinámico y Optimización de la Aleta de una Embarcación Planeadora de Vela*. UPC, Barcelona, 2002. [www.google.com.ec](http://www.google.com.ec), <https://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/3667/1/31233-1.pdf>.



19. MATLAB, *MATLAB Help*.
20. ATENCIA JAVIER – NESTAR RAÚL, *Aprenda Matlab 6.0 como si estuviera en Primero*. TECNUM, Navarra, España, Julio 2001.
21. BARRAGÁN G. DIEGO, *Manual de Interfaz Gráfica de Usuario en Matlab 7*. UTPL, Loja.
22. *Propulsion Lab 2 - Solid Rocket Flight Test*. MAE, Estados Unidos.
23. MÜLLER ANDREAS, *AeroTech: Rocket Trajectory Nomograms*. Estados Unidos, 2007.