ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2016	**PERIODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	ESTADÍSTICA ING.	**PROFESORES:**	Lissethy Cevallos
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	30 de junio de 2016

Tema 1.-Durante un curso nivelatorio para bachilleres, se tomó una prueba piloto a 141 de ellos y aprobaron la misma 85 de ellos, que se distribuyen por género y aprobación como se muestra en la siguiente tabla.
(10 puntos)

	Masculino	Femenino	Resultado
Aprueba	51	34	85
No aprueba	27	29	56
Género	78	63	141

a. ¿Cuál es la probabilidad que una estudiante apruebe y sea mujer?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dado que es hombre?
c. ¿Puede afirmarse que el género del bachiller no influye en el resultado?
d.

Tema 2.- Un doctor dispone de tres equipos electrónicos para realizar ecosonogramas. El uso que le da a cada equipo es de 25% al primero, 35% el segundo y 40% el tercero. Se sabe que los aparatos tienen probabilidades de error de 1%, 2% y 3% respectivamente. Un paciente busca el resultado de una ecografía y observa que tiene un error. Determine la probabilidad de que se ha usado el primer aparato. **(20 puntos)**

Tema 3.- Las alturas de los jugadores de un equipo de básquet están dadas según la siguiente tabla:

Altura	[1.70,1.75)	[1.75,1.80)	[1.80,1.85)	[1.85,1.90)	[1.90,1.95)	[1.95,2.00)
No. De jugadores	1	3	4	8	5	2

Determine la altura promedio del equipo y la mediana. **(15 puntos)**

Tema 4.- Un representante de ventas debe visitar seis ciudades durante un viaje. Si hay diez ciudades en el área geográfica que va a visitar, de las cuales seis son mercados primarios para el producto en cuestión, mientras que las otras cuatro son mercados secundarios. Si el vendedor elige al azar las seis ciudades que va a visitar, ¿Cuál es la probabilidad de que todas las ciudades visitadas por el vendedor sean del mercado primario? ¿Cuál es el número esperado de visitas en el mercado primario? . **(15 puntos)**

Tema 5.- Un individuo lanza un dardo a una diana. La distancia (d) entre el punto central de la diana y el punto obtenido en el lanzamiento del dardo se distribuye como una exponencial con media 10. Si el individuo consigue la puntuación máxima cuando la distancia d es menor que 8. **(20 puntos)**

a) Calcular la probabilidad de que en 50 lanzamientos obtenga la puntuación máxima al menos una vez.
b) Calcular la probabilidad de que obtenga la primera puntuación máxima en el segundo lanzamiento.

c) Calcular la probabilidad de que obtenga la primera puntuación máxima en el segundo lanzamiento.
d) Calcular la probabilidad de que se necesiten 10 lanzamientos para obtener tres puntuaciones máximas.

Tema 6. Para cierta población humana, el índice cefálico I, el cual se calcula como la relación entre la anchura máxima del cráneo y su longitud máxima por 100; es una variable aleatoria con distribución N (μ ; σ2). Se ha determinado que hay un 58% de individuos con $I \leq 75$, un 38% con $75 < I \leq 80$ y un 4% con $I \geq 80$. **(20 puntos)**

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

RÚBRICA

AÑO:	2016	**PERIODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	ESTADÍSTICA ING.	**PROFESORES:**	Lissethy Cevallos
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	30 de junio de 2016

Tema 1.-Durante un curso nivelatorio para bachilleres, se tomó una prueba piloto a 141 de ellos y aprobaron la misma 85 de ellos, que se distribuyen por género y aprobación como se muestra en la siguiente tabla.
(10 puntos)

	Masculino	Femenino	Resultado
Aprueba	51	34	85
No aprueba	27	29	56
Género	78	63	141

e. ¿Cuál es la probabilidad que una estudiante apruebe y sea mujer?

$$P(A \cap F) = 34/141 = 0{,}2411$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Solamente identifica los eventos.	Reconoce la probabilidad de intersección.	Calcula correctamente la probabilidad de la intersección.
Puntos	0	0	1	2

f. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dado que es hombre?

$$P(A/M) = P(A \cap M)/P(M) = (51/141)/(78/141) = 0{,}6584$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Plantea correctamente la probabilidad condicional.	Realiza el cálculo de la probabilidad condicional pero no encuentra la respuesta correcta.	Calcula correctamente la probabilidad condicional.
Puntos	0	2	2 – 3	4

g. ¿Puede afirmarse que el género del bachiller no influye en el resultado?
Se requiere verificar si el género es independiente del resultado, en este caso se verificará si el género Masculino es independiente del resultado Aprueba.
Si los eventos fueran independientes se debería cumplir que $P(A \cap M) = P(A)P(M)$

$$P(A \cap M) = P(A)P(M)$$
$$51/141 = (78/141)(85/141)$$
$$0{,}36 \neq 0{,}33$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Reconoce que solicitan la demostración que los eventos son independientes.	Realiza el cálculo de las probabilidades de eventos independientes pero no encuentra la respuesta correcta.	Calcula correctamente las probabilidades y determina que no son independientes.
Puntos	0	2	2 – 3	4

Tema 2.- Un doctor dispone de tres equipos electrónicos para realizar ecosonogramas. El uso que le da a cada equipo es de 25% al primero, 35% el segundo y 40% el tercero. Se sabe que los aparatos tienen probabilidades de error de 1%, 2% y 3% respectivamente. Un paciente busca el resultado de una ecografía y observa que tiene un error. Determine la probabilidad de que se ha usado el primer aparato. **(20 puntos)**

SOLUCIÓN
Se pide determinar la probabilidad de que el resultado de una ecografía con error sea del primer aparato, es decir, previamente ocurrió el error. Por lo tanto, se debe aplicar el *Teorema de Bayes*.
Además, es necesario obtener la probabilidad de que el resultado de la ecografía tiene error, aplicando *Probabilidad Total*.

Se definen los eventos:

E_1: El Doctor usa el primer equipo electrónico
E_2: El Doctor usa el segundo equipo electrónico
E_3: El Doctor usa el tercer equipo electrónico
A: El resultado de la ecografía tiene error

Probabilidades

$P(E_1)=0{,}25$ $\quad P(E_2)=0{,}35$ $\quad P(E_3)=0{,}40$

$P(A/E_1)=0{,}01$ $\quad P(A/E_2)=0{,}02$ $\quad P(A/E_3)=0{,}03$

Aplicando Probabilidad Total

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A|E_i)P(E_i)$$
$$P(A) = P(A|E_1)P(E_1) + P(A|E_2)P(E_2) + P(A|E_3)P(E_3)$$
$$P(A) = 0{,}01 \times 0{,}25 + 0{,}02 \times 0{,}35 + 0{,}03 \times 0{,}40 = 0{,}0215$$

Aplicando Teorema de Bayes

$$P(E_1|A) = \frac{P(A|E_1)P(E_1)}{P(A)}$$
$$P(E_1|A) = \frac{0{,}01 \times 0{,}25}{0{,}0215} = \frac{0{,}0025}{0{,}0215} = 0{,}1162$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente

Criterios	No realiza cálculo alguno.	Identifica la aplicación del Teorema de Bayes, define correctamente los eventos e identifica las probabilidades proporcionadas.	Calcula correctamente la Probabilidad Total	Calcula correctamente la respuesta aplicando el Teorema de Bayes.
Puntos	0	2 - 6	6 - 12	20

Tema 3.- Las alturas de los jugadores de un equipo de básquet están dadas según la siguiente tabla:

Altura	[1.70,1.75)	[1.75,1.80)	[1.80,1.85)	[1.85,1.90)	[1.90,1.95)	[1.95,2.00)
No. De jugadores	1	3	4	8	5	2

Determine la altura promedio del equipo y la mediana. **(15 puntos)**

Media Aritmética de datos agrupados: $\overline{X} = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i Y_i}{n}$

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Determina las marcas de clase	Plantea correctamente el cálculo de la Media Aritmética de Datos Agrupados.	Calcula correctamente el promedio del equipo igual a la Media Aritmética.
Puntos	0	2	1 - 3	5

Mediana: Puede obtenerla reconstruyendo la muestra con las marcas de clase o estimarla por medio de una Ojiva usando el segundo cuartil.

$Q_2 = X_{(12)} = 1{,}875$

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Identifica que la Mediana es Q_2 ó $X_{(12)}$	Determina que la Mediana es Q2 ó $X_{(12)}$ pero se equivoca en el resultado.	Calcula o estima correctamente la Mediana.
Puntos	0	2	2 - 3	5

Interpretación: La media aritmética utiliza todas las observaciones para el cálculo, por lo tanto, es sensible a valores aberrantes, mientras que, la mediana al tomar únicamente las observaciones centrales, no es sensible a valores aberrantes; en promedio la altura del equipo es 1,865, siendo este valor menor que la Mediana 1,875, lo cual implica que la distribución de los datos está sesgada hacia la derecha del observador.

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**

Criterios	No responde interpretación alguna.	Interpreta la Media vs. la Mediana.	Interpreta correctamente los resultados.	Interpreta todos los resultados incluido el sesgo.
Puntos	0	1 - 3	3 - 4	5

Tema 4.- Un representante de ventas debe visitar seis ciudades durante un viaje. Si hay diez ciudades en el área geográfica que va a visitar, de las cuales seis son mercados primarios para el producto en cuestión, mientras que las otras cuatro son mercados secundarios. Si el vendedor elige al azar las seis ciudades que va a visitar, ¿Cuál es la probabilidad de que todas las ciudades visitadas por el vendedor sean del mercado primario? ¿Cuál es el número esperado de visitas en el mercado primario?
(15 puntos)

Variable Aleatoria Hipergeométrica, N=10, a=6, n=6

$$P(X=x)=f(x)=\frac{\binom{a}{x}\binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}};\ para\ todo\ x\in S;\ S=\{0,1,\ldots,k\};k=\min\{a;n\}$$

$$P(X=6)=\frac{\binom{6}{6}\binom{10-6}{6-6}}{\binom{10}{6}}=0{,}0047$$

Número esperado de visitas en el mercado primario

μ= an/N= (6x6)/10 = 3,6

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Definición correcta de la Variable Aleatoria Hipergeométrica, incluyendo el planteamiento correcto de la probabilidad.	Calcula correctamente la probabilidad P(X=6).	Calcula correctamente el número esperado de visitas como la media de la V. A. Hipergeométrica.
Puntos	0	1 - 4	4 - 10	15

Tema 5.- Un individuo lanza un dardo a una diana. La distancia (d) entre el punto central de la diana y el punto obtenido en el lanzamiento del dardo se distribuye como una exponencial con media 10. Si el individuo consigue la puntuación máxima cuando la distancia d es menor que 8. **(20 puntos)**

Cálculo de probabilidad de éxito.

d es una Variable Aleatoria Exponencial con β=10.

$F(x)=P(X\leq x)=1-e^{-x/\beta}$

Probabilidad de éxito $p = P(d < 8) = 1 - e^{-\frac{8}{10}} = 0{,}55$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Plantea correctamente la probabilidad de éxito usando la V. A. Exponencial.	Calcula la probabilidad de éxito pero se equivoca en la respuesta.	Calcula correctamente la probabilidad de éxito.
Puntos	0	1 - 2	2 - 3	4

e) Calcular la probabilidad de que en 50 lanzamientos obtenga la puntuación máxima al menos una vez.

Variable Aleatoria Binomial, n=50, p=0,55

$$P(X = x) = f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x};\ para\ todo\ x \in S;\ S = \{0, 1, 2, ..., n\}$$

$$\boldsymbol{P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left[\binom{50}{0} 0{,}55^0 (1 - 0{,}55)^{50-0}\right] = 1}$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Identifica correctamente la variable aleatoria.	Plantea de forma correcta la probabilidad pero comete errores en los cálculos.	Calcula correctamente la probabilidad.
Puntos	0	2	2-3	4

f) Calcular la probabilidad de que obtenga la primera puntuación máxima en el segundo lanzamiento.

Variable Aleatoria Geométrica, X=2, p=0,55

$$P(X = x) = f(x) = p\ (1-p)^{x-1};\ para\ todo\ x \in S$$

$$\boldsymbol{P(X = 2) = 0{,}55(1 - 0{,}55)^{2-1} = 0{,}247}$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Identifica correctamente la variable aleatoria.	Plantea de forma correcta la probabilidad pero comete errores en los cálculos.	Calcula correctamente la probabilidad.
Puntos	0	2	2-3	4

g) Calcular la probabilidad de que se necesiten 10 lanzamientos para obtener tres puntuaciones máximas.

Variable Aleatoria Binomial Negativa, X=10, r=3, p=0,55

$$P(X = x) = f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r};\ para\ todo\ x \in S;\ S = \{r, r+1, ...\}$$

$$\boldsymbol{P(X=10)=\binom{10-1}{3-1}0,55^{3}(1-0,55)^{10-3}=0,022}$$

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Identifica correctamente la variable aleatoria.	Plantea de forma correcta la probabilidad pero comete errores en los cálculos.	Calcula correctamente la probabilidad.
Puntos	0	2	2-3	4

h) Calcular el número medio de lanzamientos para obtener tres puntuaciones máximas.

μ= r/p= 3/0,55 = 5,45

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Plantea una media que no es correcta	Plantea bien la media, pero con errores en los cálculos.	Calcula el valor esperado de manera correcta.
Puntos	0	1-2	2-3	4

Tema 6. Para cierta población humana, el índice cefálico I, el cual se calcula como la relación entre la anchura máxima del cráneo y su longitud máxima por 100; es una variable aleatoria con distribución N (μ ; σ2). Se ha determinado que hay un 58% de individuos con I ≤ 75, un 38% con 75 < I ≤ 80 y un 4% con I ≥ 80. **(20 puntos)**

a) Determine los parámetros de la distribución de I

P (I ≤ 75) = 0,58; estandarizando y verificando el Z respectivo nos queda

75 – μ = 0,21 σ

P (I ≥ 80) = 0,04; esto es equivalente a P(I ≤ 80) = 0,96; estandarizando y verificando el Z respectivo nos queda

80 – μ = 1,76 σ

Se resuelve el sistema de ecuaciones y se obtiene:

μ = 74,33

σ = 3,22

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Estandariza correctamente la variable I.	Determina correctamente los valores de Z en la Tabla Normal.	Calcula correctamente la media y la varianza de I.
Puntos	0	2 - 4	4 - 8	12

b) Calcule P (78 ≤ I ≤ 82)

P (78 ≤ I ≤ 82); estandarizando nos queda

P (1,14 ≤ Z ≤ 2,38) = P (Z < 2,38) – P (Z < 1,14) = 0,9913 – 0,8729 = 0,1184

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**

Criterios	No realiza cálculo alguno.	Estandariza correctamente la variable I.	Determina correctamente las probabilidades a partir de la Tabla Normal.	Calcula correctamente la probabilidad
Puntos	0	2	2 - 4	8