ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Año: **2016**	Período: Primer Término
Materia: **Física A**	Profesor:
Evaluación: **Tercera**	Fecha: 14 de septiembre de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……….……………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:…………………. PARALELO:…………***

Todas las respuestas escogidas correctamente en las preguntas de opciones múltiples, valen 6 puntos cada una.

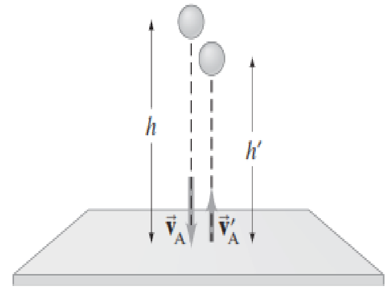
1. En un sistema de dos partículas, cuyas fuerzas externas son nulas, se puede afirmar que:

A. $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const.$
B. $m_1 {v_1}^2 + m_2 {v_2}^2 = const.$
C. $m_1 v_1 + m_2 v_2 = const.$
D. $K_1 + K_2 = const.$
E. $E_1 + E_2 = const.$

Solución: Solo A. En base a la segunda ley de Newton, si las fuerzas externas a un sistema se anulan, entonces se conserva la cantidad de movimiento del sistema.

2. Una medida de la inelasticidad en una colisión frontal de dos cuerpos es el coeficiente de restitución e, definido como

$$e = \frac{v'_A - v'_B}{v_B - v_A},$$



Donde $v'_A - v'_B$ es la velocidad relativa de los dos objetos después de la colisión, y $v_B - v_A$ es su velocidad relativa antes del choque. Para medir el coeficiente de restitución de un cuerpo que entra en colisión con una superficie muy dura como el acero, un procedimiento sencillo consiste en dejar caer el objeto sobre una placa de acero, como se muestra en la figura. Determine una fórmula para e en términos de la altura original h y de la altura máxima h’ alcanzada después de la colisión.

A. h/h'

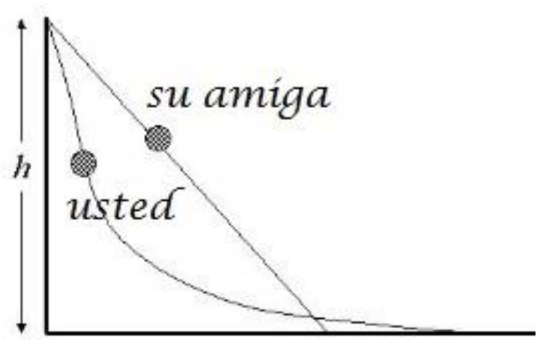
B. $\sqrt{h/h'}$

C. h'/h

D. $\sqrt{h'/h}$

E. $(h/h')^2$

3. Dos resbaladeras sin fricción tienen diferente forma, pero, tienen la misma altura h y terminan al mismo nivel como se muestra. Usted y su amiga que tiene el mismo peso que usted, se deslizan por diferentes resbaladeras desde la parte superior y a partir del reposo. ¿Cuál de las siguientes declaraciones describe mejor quién tiene mayor rapidez al final del recorrido?



A. Usted, porque inicialmente encontró una mayor pendiente, así que hay, mayor oportunidad para acelerar.

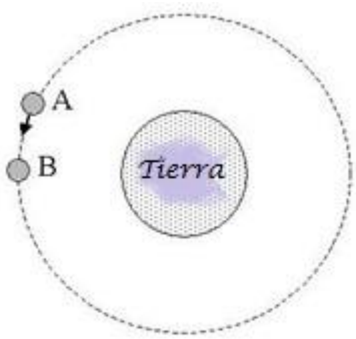
B. Usted, porque viaja mayor distancia, así que hay, mayor oportunidad para acelerar.

C. Su amiga, porque su resbaladera tiene una pendiente constante, así que, ella tiene mayor oportunidad para acelerar.

D. Su amiga, porque viaja una distancia más corta, así que ella puede conservar mejor su energía cinética.

E. Ambos tienen la misma rapidez.

4. Un satélite se mueve alrededor de la Tierra en una órbita circular a una rapidez constante (ver figura). La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitacional de la Tierra que apunta directamente hacia el centro de la Tierra. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera cuando el satélite se mueve desde el punto A al punto B en la órbita?



(A) La energía potencial gravitatoria del satélite disminuye a medida que se mueve de A a B.

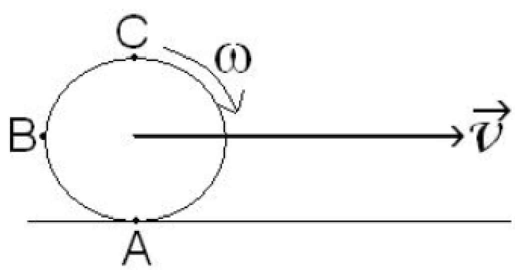
(B) El trabajo realizado sobre el satélite por la fuerza gravitacional es negativa para el movimiento de A a B.

(C) El trabajo realizado sobre el satélite por la fuerza gravitacional es cero para el movimiento de A a B.

(D) La velocidad del satélite se mantiene sin cambios cuando se mueve desde A a B.

(E) Ninguna de las anteriores.

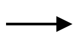
5. Un disco rígido de radio R, rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, la velocidad lineal del centro del disco con respecto al suelo es $\vec{v}$ y la rapidez angular es ω



La dirección de la velocidad instantánea en el punto B con respecto al suelo aproximadamente es

A. 

B. 

C. 

D. 

E. No hay dirección dado que la rapidez en el punto B es cero con respecto al suelo.

Explicación

La rodadura del disco puede analizarse como la combinación de dos movimientos, uno es puramente traslacional en la cual todos los puntos del disco se mueven con la misma velocidad del centro de masa y ésta tiene dirección horizontal, el segundo es puramente rotacional alrededor del centro del disco y la dirección en el punto B es tangencial al disco. Por lo tanto, la suma vectorial de estos dos vectores da la dirección de la velocidad con respecto al suelo en B, como lo muestra la **opción B**.

Problema 1 (10 puntos)

Determinar el momento angular de la Tierra respecto al centro del Sol, despreciando el movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma y considerando a la órbita de la Tierra como circular.
Masa de la Tierra=$6x10^{24}$ kg, Radio de orbita=$1.5x10^{8}$ km

La velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol es:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^8}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 30 \text{ km/s}$$

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times m \cdot \vec{v}| = r \cdot m \cdot v \cdot \sin 90° = 1{,}5 \cdot 10^{11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 3 \cdot 10^{4} = 2{,}7 \cdot 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{ s}$$

Problema 2 (15 puntos)

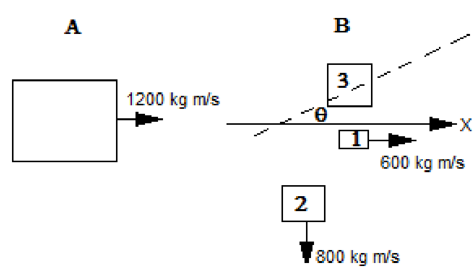
En el espacio exterior (en ausencia de interacciones gravitacionales) un objeto que se desplazaba con una velocidad constante explota en tres fragmentos. Los dos primeros adquieren momentos lineales $p_1 = 600\ \hat{\imath}$ kg m/s y $p_2 = -\ 800\ \hat{\jmath}$ kg m/s A) Si el momento lineal del objeto antes de explotar era de $1200\ \hat{\imath}$ kg m/s, calcule la dirección que tomara el tercer pedazo después de explotar. B) Si las masas de los fragmentos fueron de m_1=10 kg, m_2=20 kg, m_3= 70 kg, determine el incremento de energía por la explosión del objeto.

$$A)\ En\ ausencia\ de\ fuerzas\ externas\ \vec{P} = const$$

$$En\ la\ direccion\ X\ \ y\ en\ la\ direccion\ Y:$$

$$1200 = p_3 cos\theta + 600 \qquad 0 = p_3 sin\theta - 800$$

$$La\ solucion\ del\ sistema: \begin{cases} p_3 cos\theta = 600\ (1) \\ p_3 sin\theta = 800\ \ (2) \end{cases}$$



Dividiendo (2) para (1): $tan\theta = \frac{4}{3} \rightarrow \theta = 53.13° \quad Dirección\ del\ tercer\ fragmento.$ (7p)

Elevando al cuadrado y luego sumando (1) y (2): ${p_3}^2 = 600^2 + 800^2 \rightarrow p_3 = 1000\ kg\ m/s$

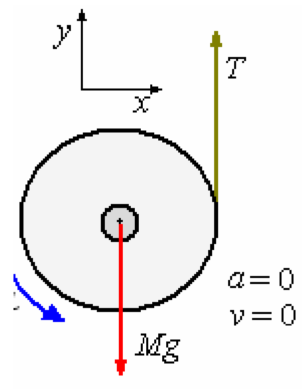
$$B)\ \ K_A = \frac{P^2}{2M} = \frac{1200^2}{2(10+20+70)} = 7200\ J$$

$$K_B = \frac{{p_1}^2}{2m_1} + \frac{{p_2}^2}{2m_2} + \frac{{p_3}^2}{2m_3} = \frac{600^2}{2(10)} + \frac{800^2}{2(20)} + \frac{1000^2}{2(70)} = 18000 + 16000 + 7143 = 41143 \text{ J}$$

$$\Delta K = 41143 - 7200 = 33943\ J \quad \text{(8p)}$$

Problema 3 (15 puntos)

Un carrete de hilo delgado tiene radio R y masa M. Si se jala el hilo de tal modo que el centro de masa del carrete permanezca suspendido en el mismo lugar. ¿Cuánto trabajo se habrá realizado cuando el carrete alcanza una velocidad angular ω?



Primera forma de resolver.

Aplicando el teorema de trabajo y energía

$$W = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$W = \frac{1}{2} I_{CM}\omega^2 \rightarrow W = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2 \rightarrow W = 0.25MR^2\omega^2$$

Otra forma de obtener el trabajo

Como el trabajo realizado es:

$W = \tau\Delta\theta$ (1), **donde** $\tau = RT \rightarrow \tau = RMg$ (2)

Siendo α constante ⇒ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\,\Delta\theta$

Si $\omega_0 = 0$ ⇒ $\omega^2 = 2\alpha\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha}$ (3)

$$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2 \ (4) \rightarrow \tau_{CM} = I_{CM}\alpha \ (5)$$

Reemplazando (2) y (4) en (5) $\rightarrow MgR = \frac{1}{2}MR^2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{2g}{R}$ (6)

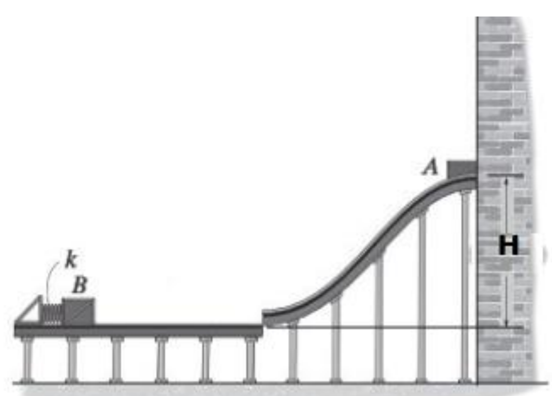
Reemplazando (6) en (3) $\Delta\theta = 0.25\frac{R\omega^2}{g}$ (7)

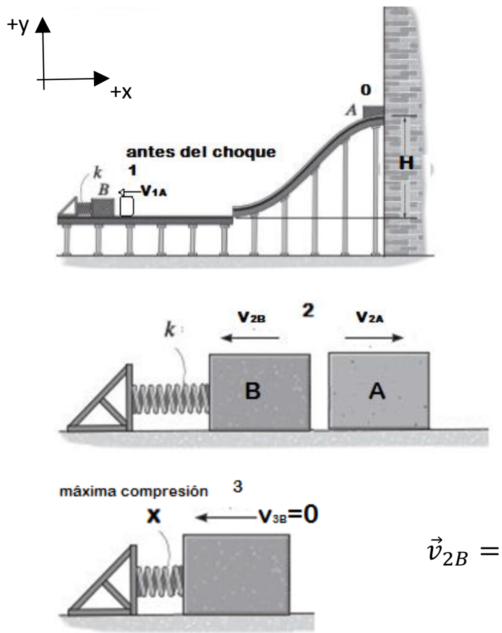
Reemplazando (2) y (7) en (1) $W = (RMg)\left(0.25\frac{R\omega^2}{g}\right) \rightarrow W = 0.25MR^2\omega^2$

Problema 4 (16 puntos)

El embalaje A de 45.4 kg se suelta desde el reposo sobre una rampa lisa desde 3.66 m desde la rampa horizontal, después de resbalar cuesta abajo choca con el embalaje B de 90.7 kg apoyado contra un resorte de rigidez K=8.7 (KN/m). Si el coeficiente de restitución entre los embalajes es de e=0.5. Determine:

(a) La velocidad de cada uno luego del impacto
(b) El cambio de energía cinética justo después del impacto
(c) La compresión máxima del resorte. Considerando que inicialmente tenía su longitud natural.





a) Durante la bajada del paquete

$$Eo = E1 \rightarrow \ Uo = K1 \rightarrow \ \ mgH = 1/2mv_{1A}^2$$

$$2gH = v_{1A}^2 \rightarrow v_{1A} = \sqrt{2gH} \quad \vec{v}_{1A} = -8.46\hat{\imath}\, m/s$$

Durante la colisión

$$P_1 = P_2 \rightarrow p_{1A} + p_{1B} = p_{2A} + p_{2B} \rightarrow -m_A v_{1A} = m_A v_{2A} - m_B v_{2B} \ \ (1)$$

$$e = \frac{(\vec{v}_{2B} - \vec{v}_{2A})}{(\vec{v}_{1A} - \vec{v}_{1B})} \rightarrow \ (-v_{1A})e = (-v_{2B} - v_{2A}) \ (2)$$

Despejando v_{2A} de (2) $\quad v_{2A} = ev_{1A} - v_{2B}$ (3)

Reemplazando (3) en (1)

$$-m_A v_{1A} = m_A(ev_{1A} - v_{2B}) - m_B v_{2B}$$

$$-(e+1)m_A v_{1A} = -(m_B + m_A)v_{2B}$$

$$(e+1)v_{1A} = \left(\frac{m_B}{m_A} + 1\right)v_{2B} \rightarrow \ v_{2B} = \frac{(e+1)}{\left(\frac{m_B}{m_A}+1\right)} v_{1A}$$

$$\vec{v}_{2B} = \frac{(0.5+1)(-8.47\hat{\imath})}{\left(\frac{90.7}{45.4}+1\right)} \rightarrow \boldsymbol{\vec{v}_{2B} = -4.23\hat{\imath}\frac{m}{s}}; \ \ \boldsymbol{v_{2A} = 0\ m/s} \ \textbf{(8p)}$$

b) $\quad K_1 = \frac{1}{2}(45.4)(8.46)^2 \rightarrow K_1 = 1625\, J$

$$K_2 = \frac{1}{2}(90.7)(4.23)^2 \rightarrow K_2 = 811\, J$$

$\Delta K = K_2 - K_1 \rightarrow \Delta K = -814\, J$ **Existe una pérdida de energía de 814 J (4p)**

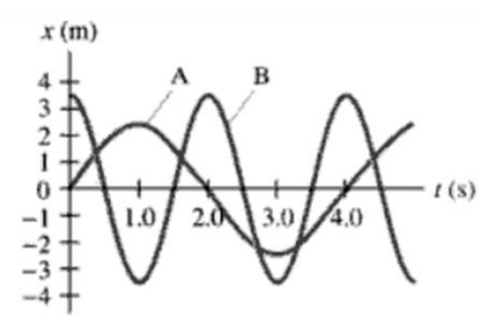
c) En el instante de la máxima compresión

$$E2 = E3 \rightarrow \ K2 = U3 \rightarrow \ \ \frac{1}{2}m_B v_{2B}^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{m_B}{k}v_{2B}^2 = x^2 \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 0.432\ m} \ \textbf{(4p)}$$

Problema 5 (14 puntos)

La figura muestra dos ejemplos de MAS designados como A y B para cada uno. Escribir la función de la aceleración en la forma de coseno y en términos de $\boldsymbol{\pi}$.



Solución

$x_A = 2.5cos\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right]$ $\qquad$ $x_B = 3.5cos(\pi t)$ (4p)

$v_A = \frac{dx_A}{dt} \rightarrow v_A = -\frac{5\pi}{4}sen\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right]m/s$ $\qquad$ $v_B = \frac{dx_B}{dt} \rightarrow v_B = -3.5\pi sen(\pi t)m/s$ (6p)

$a_A = \frac{dv_A}{dt} \rightarrow a_A = -\frac{5\pi^2}{8}cos\left[\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right]m/s^2$ $\qquad$ $a_B = \frac{dv_B}{dt} \rightarrow a_B = -3.5\pi^2 cos(\pi t)m/s^2$ (4p)