

Rúbrica del examen



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Año: 2016-2017	Período: Primer Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Wilfredo Angulo, Roberto Cascante, Jorge Medina, Juan Carlos Osorio, María Nela Pastuizaca, John Ramírez, Heydi Roa, Aníbal Suárez, Soraya Solís, Xavier Toledo.
Evaluación: Tercera	Fecha: 15 de septiembre de 2016

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, .....al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

1. (20 p.) Dada la función  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2y - y^3}{x^2 + y^2} & ; x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & ; x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ . Determine:

a) Si  $f$  es continua en  $(0, 0)$ .

- Plantear criterio de continuidad.....2 p.
- Evaluar límite en  $(0, 0)$ .....2 p.
- Identificar imagen en el punto  $(0, 0)$ .....1 p.
- Comparar y concluir que es continua.....1 p.

b) Si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .

- Plantear condición de diferenciability.....2 p.
- Evaluar derivadas en  $(0, 0)$  (3 p. c/u).....6 p.
- Evaluar y concluir que no es diferenciable en  $(0, 0)$ .....2 p.

c) Si es posible concluir que  $f$  es ó no es de clase  $C^1$  en  $(0, 0)$ , con el resultado obtenido en el literal b).

Argumenta correctamente con los teoremas estudiados.....4 p.

---

2. (20 p.) Sea  $f$  una función diferenciable y sea  $S$  la superficie dada por  $z - xf(xy^{-1}) = 0$ ;  $y \neq 0$ . Sea  $P_0(x_0, y_0, z_0) \in S$ . Determine el término independiente de la ecuación del plano tangente a  $S$  en el punto  $P_0$ .

- Plantea expresión general del vector normal a utilizar.....1 p.
- Calcula correctamente la primera componente en  $P_0$ .....4 p.
- Calcula correctamente la segunda componente en  $P_0$ .....4 p.
- Calcula correctamente la tercera componente en  $P_0$ .....1 p.
- Plantea ecuación general del plano con vector normal hallado.....4 p.
- Reemplaza  $P_0$  para hallar término independiente.....2 p.
- Simplifica correctamente y concluye el valor requerido.....4 p.

3. (20 p.) Considere la trayectoria  $C$  dada por  $r(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ ;  $0 \leq t \leq 2$ . Determine de ser posible, la curvatura de  $C$  en el punto donde la recta tangente es normal al plano  $y + z = 0$ .

- Expresa un vector tangente a  $C$  en función de  $t$ .....2 p.
- Identifica vector normal del plano.....2 p.
- Plantea condición de paralelismo entre ambos vectores.....4 p.
- Resuelve el sistema y obtiene  $t$ .....2 p.
- Plantea expresión de curvatura en función de  $t$ .....2 p.
- Evalúa los datos requeridos en la expresión.....4 p.
- Reemplaza y calcula correctamente la curvatura requerida.....4 p.

---

4. (20 p.) Calcular el volumen del sólido comprendido en el interior del cilindro  $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ , acotado por  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ ;  $a > 0$ , ubicado en el Primer Octante.

- Realiza un bosquejo gráfico de las superficies.....2 p.
- Identifica el sólido definido.....2 p.
- Plantea una expresión general para el cálculo del volumen.....2 p.
- Escoge un plano adecuado de proyección e identifica región.....4 p.
- Coloca límites en la integral planteada.....4 p.
- Evalúa la integral utilizando un sistema adecuado.....4 p.
- Expresa la respuesta en forma clara y simplificada.....2 p.

5. (20 p.) Considere el campo de fuerzas  $\mathbf{F}(x, y) = (\text{sen}(x) - y^2)\mathbf{i} + (ye^y + x^2)\mathbf{j}$ ;  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Calcule el trabajo que realiza  $\mathbf{F}$  al mover un objeto a lo largo del camino  $C$  definido por: el eje  $X$  de  $(-2, 0)$  a  $(-1, 0)$ , la semicircunferencia  $y = \sqrt{1 - x^2}$ , el eje  $X$  de  $(1, 0)$  a  $(2, 0)$ , la semicircunferencia  $y = \sqrt{4 - x^2}$ , orientado en contra de las manecillas del reloj.

- Realiza un bosquejo de  $C$   
Tramos rectos (1 p. c/u).....2 p.  
Tramos circulares (2 p. c/u).....4 p.
- Plantea Teorema de Green y enuncia condiciones.....4 p.
- Coloca límites en la integral doble planteada.....4 p.
- Evalúa la integral utilizando un sistema adecuado.....4 p.
- Expresa la respuesta en forma clara y simplificada.....2 p.