ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2016	**PERIODO:**	PRIMER TÈRMINO
MATERIA:	Cálculo Integral	**PROFESORES:**	R. Díaz, J. Castro, N. Córdova, M. Pastuizaca, D. Pinzón, M. Ramos, S. Solís, X. Toledo, L. Vargas
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	Lunes 12 de septiembre del 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traido, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma *NÚMERO DE MATRÍCULA:*.. *PARALELO:*............

TEMA 1 (20 puntos)

Califique como Verdadera o Falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta formalmente.

a) El área de la región. $R = \{(x, y)\epsilon\Re^2 \ / \ 0 \leqslant y \leqslant e^{-x}, \ x \geqslant 0\}$ es 1.

CRITERIO	**VALOR**
Grafica la región de integración	1
Plantea una integral para calcular el área	1
Evalúa la integral usando límites	2
compara y especifica el valor de verdad, en este caso verdadero	1

b) El intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{n5^n}$ es $(0, 10)$.

CRITERIO	**VALOR**
Aplicando el criterio de la razón determina el intervalo de convergencia absoluta de la serie	3
Evalúa los extremos del intervalo de convergencia	1
Establece el intervalo de convergencia incluyendo uno de los extremos compara y especifica el valor de verdad, en este caso falso	1

c) Sea $n\epsilon N$, entonces $\int_0^n [\mid x \mid]\, dx = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

CRITERIO	**VALOR**
Grafica la región de integración	1
Plantea la integral definida como la serie aritmética $1+2+3+\cdots+(n-1)$	1
Determina el valor de la suma	2
Compara y especifica el valor de verdad, en este caso falso	1

d) $$\lim_{n\to\infty} \left[\sum_{i=1}^{n} sen^2 \left(\frac{\pi i}{n} \right) \frac{\pi}{n} \right] = \frac{\pi}{2}$$

CRITERIO	**VALOR**
Identifica los parámetros de la definición de la integral definida y expresar la sumatoria como una integral	2
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Compara y especifica el valor de verdad, en este caso verdadero	1

TEMA 2 (20 puntos)

Obtenga las siguientes antiderivadas o evalúe según corresponda:

a) $\int_{-1}^{2} (x [| x |] + 1) \, dx$.

CRITERIO	**VALOR**
Aplica propiedades de linealidad	1
Aplica la definición de la función entero mayor	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Expresa el resultado de forma correcta	1

b) $\int e^{2x+ln(x)} dx$

CRITERIO	**VALOR**
Reescribe la función del integrando utilizando propiedades de los logaritmos	1
Realiza una sustitución adecuada	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
expresa el resultado de forma correcta	1

$c)$ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$

CRITERIO	VALOR
Reescribe la integral impropia utilizando límites	1
Realiza una sustitución adecuada	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Toma el límite y expresa el resultado de forma correcta	1

$d)$ $\sum_{n=1}^{\infty} ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

CRITERIO	VALOR
Desarrolla el sumatorio	1
Mediante propiedades de logaritmos obtiene la suma de los n términos($S_n = ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$)	2
Plantea la suma de la serie infinita como el límite cuando n tiende a infinito de S_n	1
Toma el límite y expresa el resultado de forma correcta en este caso especificando que diverge	1

TEMA 3 (20 puntos)

Considere la región plana $R = \{(x, y)\epsilon\Re^2 \ / \ 0 \leqslant y \leqslant ln(x); \ 1 \leqslant x \leqslant e\}$.

Calcule:

a) El área de R

CRITERIO	**VALOR**
Grafica la región	2
Especifica el diferencial de área y expresa el área como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalúa la integral definida y especifica el valor del área	3

b) El volumen del sólido que se genera cuando R gira alrededor del eje $x = e$

CRITERIO	**VALOR**
Grafica el sólido de revolución	2
Especifica el diferencial de volumen y expresa el volumen como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalua la integral definida y especifica el valor del volumen	3

TEMA 4 (20 puntos)

Determine el área y el perímetro de la región común a las curvas:

$$r = 2cos(\theta),\ r = 2sen(\theta) \text{ y } r = 1$$

CRITERIO	**VALOR**
Grafica la región en el plano polar	2
Especifica el diferencial de área y expresar el área como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalúa la integral definida y especificar el valor del área	3
Escribe el perímetro como la suma de tres longitudes de arco de una curva.	1
Especifica el diferencial de la longitud de una curva y expresa la longitud de la curva como una integral definida para cada uno de los tramos identificados	3
Antideriva las integrales planteadas	3
Evalúa la integral definida y especificar el valor del perímetro	3

TEMA 5 (20 puntos)

Dada la función $f(x) = arctan(x)$:

a) Obtenga su representación en serie de potencias de Maclaurin.

CRITERIO	**VALOR**
Expresa la serie de Maclaurin de $\dfrac{1}{1-x}$	2
Realiza la composición para determinar la serie de $\dfrac{1}{1+x^2}$	2
Integra término a término el resultado anterior para obtener la serie de la función dada	2

b) Determine el intervalo de convergencia de la serie obtenida en el literal anterior.

CRITERIO	**VALOR**
Aplica el criterio de la razón	2
Determina el intervalo de convergencia absoluta	2
Analiza la serie en los extremos del intervalo	2
Expresa el intervalo de convergencia	1

c) Integrando término a término la serie del literal a), obtenga $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}$

CRITERIO	**VALOR**
Integra término a término la serie anterior	2
Especifica el punto donde evaluar	2
Evalúa y especifica el valor de la suma de la serie numérica	3