ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROYECTO DE GRADUACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN
CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA”

TEMA

“DISEÑO, CONSTRUCCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE MATERIAL CONCRETO COMO RECURSO DE APOYO PARA POTENCIAR LA INTELIGENCIA ESPACIAL DE ESTUDIANTES PREUNIVERSITARIOS”

AUTORA

FABIOLA BURBANO GARCÍA

GUAYAQUIL-ECUADOR

AÑO

2017

DEDICATORIA

Para aquellas personas que tienen fe en un aprendizaje diverso…

Para los que se atreven a creer que estudiar Geometría,

puede ser dinámico y divertido…

Para todos los que se arriesgan a enseñar de una forma diferente…

…y también es para ustedes *Danna* y *Santiago*.

AGRADECIMIENTO

A ***DIOS****,* por siempre hacerme sentir que su bendición y amor están presentes en cada uno de los pasos que doy.

A mis ***PADRES,*** muy especialmente a mi querida ***MADRE*** por su infinita confianza en mí, motivándome y alentándome incansablemente, en el desafío por conseguir mis metas.

A mi ***FAMILIA***, muy especialmente a mis ***HIJOS***, por su comprensión, cariño y apoyo en la constante demanda que generó el desarrollo de esta Maestría.

A todos los docentes del programa de post-grado, esencialmente a mi respetada ***MAESTRA***, *Miriam Ramos Barberán,* por compartir conmigo, sus conocimientos y experiencias enriquecedoras.

A mis ***COMPAÑEROS*** y ***AMIGOS*** de ESPOL con los que compartí y aprendí, no solo contenidos formales, sino lindas experiencias de vida que surgieron en este camino de formación.

¡De todo corazón, a todos ustedes... un millón de gracias!

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Mg. JENNY VENEGAS GALLO
PRESIDENTA DEL TRIBUNAL

MPC. MIRIAM RAMOS BARBERÁN
DIRECTORA DEL PROYECTO

SORAYA SOLÍS GARCÍA, M. Cs.
VOCAL DEL TRIBUNAL

AUTORA

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA....ii
AGRADECIMIENTO....iii
DECLARACIÓN EXPRESA....iv
TRIBUNAL DE GRADUACIÓN....v
AUTORA....vi
OBJETIVOS....xiii
OBJETIVO GENERAL....xiii
OBJETIVOS ESPECÍFICOS....xiii
INTRODUCCIÓN....xiv
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA....xv
HIPÓTESIS....xvi
CAPÍTULO I....1
ESTADO DEL ARTE....1
1.1 Inicios en el uso de material concreto....1
1.2 Estudio comparativo de los efectos del uso de software dinámico de Geometría y manipulables físicos en las habilidades de visualización espacial para profesores de Matemáticas en formación....3
1.3 Los recursos didácticos en el aprendizaje de la Geometría....4
1.4 Un meta análisis de la eficacia de la enseñanza de las Matemáticas con material concreto....6
CAPÍTULO II....8
MARCO TEÓRICO....8
2.1 Fundamentos Pedagógicos....8
2.2 Fundamentos Didácticos....11
2.2.1 Geoplano....11
2.2.2 Geoespacio....12
2.3 Fundamentos Estadísticos....13
2.3.1 Conceptos relevantes....13
2.3.2 Gráficos y Diagramas....17
2.3.3 Diseño Experimental....18
CAPÍTULO III....25

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL VISUALIZADOR GEOMÉTRICO 25
3.1 Diseño del Visualizador Geométrico 27
3.2 Construcción del Visualizador Geométrico 28
3.3 Presupuesto de Gastos 31
3.4 Elaboración y aplicación de Taller y Pruebas 32
CAPÍTULO IV 34
RESULTADOS 34
4.1 Contexto Estadístico 34
4.1.1 Consideraciones del Diseño Experimental 34
4.1.2 Desarrollo del Diseño Experimental 35
4.1.3 Análisis Complementarios 42
4.2 Contexto Estudiantil 44
CAPÍTULO V 46
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 46
5.1 Conclusiones 46
5.2 Recomendaciones 47
BIBLIOGRAFÍA 48
ANEXOS 49
Anexo 1 50
Anexo 2 56
Anexo 3 57
Anexo 4 61
Anexo 5 64
Anexo 6 66
Anexo 7 69

CONTENIDO DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Pirámide del Aprendizaje 11
Ilustración 2. Tipos de Geoplanos 12
Ilustración 3. Geoespacio 13
Ilustración 4. Modelo General de un proceso 19
Ilustración 5. Primer prototipo de Visualizador 29
Ilustración 6. Construcción del VisGeo 30
Ilustración 7. Panel de Ensamble 30
Ilustración 8. Visualizador Geométrico -VisGeo- 31

CONTENIDO DE TABLAS

Tabla 1. Datos de un experimento con un solo factor 21
Tabla 2. ANOVA con un factor 21
Tabla 3. Programa detallado de Matemáticas 27
Tabla 4. Resumen de Gastos 32
Tabla 5. Cálculo de tamaño de muestra para ANOVA de un factor 36
Tabla 6. Resultados ANOVA 38
Tabla 7. Intervalos de confianza 39
Tabla 8. Prueba de Kruskal Wallis 41
Tabla 9. Calificaciones Grupo de Control 42
Tabla 10. Calificaciones Grupo Experimental 43

CONTENIDO DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Calificaciones Cursos de Nivelación........25
Gráfico 2. Diagramas de caja de calificaciones........37
Gráfico 3. Histograma de residuales........40
Gráfico 4. Gráfico de Normalidad para errores........41

CONTENIDO DE ABREVIATURAS O SIGLAS

IES:	Institución de Educación Superior.
VisGeo:	Visualizador Geométrico.
ANOVA:	ANalysis Of VAriance

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Potenciar la inteligencia espacial de estudiantes preuniversitarios en una Institución de Educación Superior del país, mejorando el aprendizaje de contenidos básicos de Geometría en dos y tres dimensiones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar y construir un recurso didáctico que contribuya a mejorar la visualización, manipulación, representación y comprensión de contenidos elementales de Geometría Plana y del Espacio.

- Implementar el uso del recurso didáctico denominado Visualizador Geométrico (VisGeo) a través de actividades guiadas para mejorar la comprensión de contenidos básicos en Geometría Plana y del Espacio.

- Diseñar un experimento para evaluar los resultados de la utilización del recurso didáctico construido.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, a los estudiantes de nivel secundario de las Unidades Educativas de nuestro país, les resulta complicado aprender Geometría, pues siendo esta una de las asignaturas más intuitivas y ligadas a la realidad, en la práctica no sucede lo mismo, pues lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje significativo, (*utilizando en el aula materiales limitados como una pizarra, un juego geométrico y un marcador)*, constituye un objetivo difícil de alcanzar que no solo frustra las aspiraciones de los estudiantes, sino de los propios profesores.

Con este bajo nivel de aprendizaje, la mayoría de los estudiantes del nivel secundario culminan esta fase de estudios, llegando luego a los diferentes cursos preuniversitarios en las Universidades de nuestro país con muchas deficiencias, anhelando que éstas sean superadas; sin embargo, las experiencias referidas por ellos mismos, indican que no siempre en esta etapa generan el conocimiento necesario para ingresar a las diferentes carreras a las que postularon.

La presente investigación tiene como propósito poner a consideración de docentes y estudiantes un recurso didáctico (Visualizador Geométrico -VisGeo-) que les permita obtener mayores ventajas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos básicos en Geometría, tales como: figuras planas, ángulos, polígonos cóncavos o convexos, perímetros, áreas, ángulos diedros, ángulos triedros, ángulos poliedros, prismas, pirámides, etc.; y lo más importante, que experimenten con material concreto, preciso y diseñado adecuadamente con el propósito de que los aprendientes mejoren su interpretación espacial, aptitud fundamental para el desarrollo de habilidades del pensamiento como: observar, describir, argumentar, clasificar, inferir, sintetizar o generalizar, en base a las cuales será posible generar nuevos conocimientos en asignaturas de niveles superiores que requieran el dominio de la Geometría básica en dos y tres dimensiones.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La problemática, a nivel de estudiantes preuniversitarios inmersos en el proceso de nivelación en una IES de nuestro país y cuyas consecuencias se pretenden mitigar con el desarrollo del presente trabajo de graduación, se centra en las siguientes evidencias:

- Registros de bajo rendimiento académico en el aprendizaje de la Geometría plana y del espacio.

- Dificultad en la visualización geométrica en dos y tres dimensiones.

- Carencia de material didáctico adecuado como soporte fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

- Complicaciones en el aprendizaje de contenidos en asignaturas de nivel superior que se fundamentan en el dominio geométrico.

HIPÓTESIS

El uso del Visualizador Geométrico como recurso didáctico de apoyo que potencia la inteligencia espacial permite mejorar, en los estudiantes preuniversitarios pertenecientes a la IES objeto de estudio, sus niveles de comprensión de la Geometría, dotándolos de bases sólidas para el aprendizaje de asignaturas de nivel superior.

CAPÍTULO I

ESTADO DEL ARTE

En el presente capítulo se han recogido opiniones y estudios de investigadores que han confiado en el uso de material concreto como herramienta para un mejor aprendizaje de la Geometría. A continuación, se resumen algunos de ellos.

1.1 Inicios en el uso de material concreto

La intención de aprender Geometría apoyándose en materiales que se puedan manipular no es nueva, pues apareció a inicios del siglo pasado al concluir la II guerra mundial.

Una de las grandes propulsoras de este método fue Emma Castelnuovo quien nació en Italia en 1913, en medio de un ambiente hogareño en el que resaltaba la pasión por las ciencias exactas, pues su padre fue geómetra y su tío matemático; y, ambos tuvieron gran influencia en la carrera profesional de la profesora Castelnuovo (Ortiz & Ramírez, 2014).

Su didáctica revolucionó la forma de enseñar Matemáticas pues fue una convencida de que el estudiante debía aprender haciendo, partiendo de lo concreto a lo abstracto, de lo particular a lo general. Su método consistía en dos corrientes de aprendizaje bien definidas: ***Activa***, la cual consiste en que el estudiante es protagonista de su propio conocimiento; y ***Continua***, que se fundamenta en aprender, partiendo de experiencias previas. Además, Emma sostenía que era muy importante conocer la sicología de los estudiantes (Furinghetti & Menghini, 2014; Ortiz & Ramírez, 2014).

Como profesora, Emma Castelnuovo dictó la cátedra de Matemáticas a niños de entre 11-14 años, en la escuela intermedia de su país y escribió varias publicaciones acerca de cómo enseñar Geometría, entre ellas sus libros: Geometría Intuitiva (1948), Didáctica de la Matemática Moderna (1963), De viaje con la matemática: imaginación y razonamiento matemático (1993). Otros de sus libros Documenti di un'esposizione matemática (1972) y Matematica nella realtà (con Mario Barra, 1976) tratan de exposiciones de sus alumnos (Ortiz & Ramírez, 2014).

La profesora Castelnuovo tenía un fuerte compromiso con los aspectos sociales de la enseñanza lo que le permitió entender que la situación no era solamente actualizar contenidos, sino identificar métodos de enseñanza que empujen hacia el nuevo fenómeno "escuela para todos", pues luego de poner en práctica esta metodología en Nigeria, África y de la cual tuvo excelentes resultados, estaba convencida de que las Matemáticas son *"una parte integrante de la emancipación humana"* (Furinghetti & Menghini, 2014; Ortiz & Ramírez, 2014).

En 1945 un anuario del National Council of Teachers of Mathematics -NCTM- reportó mediciones de instrumentos de dibujo y creación de modelos físicos tridimensionales, orientados a la enseñanza de las Matemáticas. Caleb Gattegno, conocido matemático e inventor de varios manipulables como el Geoplano; y, el Matemático y Sicólogo Zoltan Dienes (propulsor de los bloques de Dienes) apoyaron también firmemente el uso de manipulables en la enseñanza matemática de esa época (Furinghetti & Menghini, 2014).

La experiencia de Caleb Gattegno le permitió llegar a reflexiones como la que se cita a continuación:

"Manejar material, ver por sí mismos cómo se forman y organizan las relaciones, corregir sus propios errores, escribir solo lo que se ha constatado y se ha

tomado conciencia de ello, vale más evidentemente, que repetir sonidos simplemente oídos y no ligados a nuestra experiencia"

Emma Castelnuovo también se dio cuenta que la construcción de una figura con una regla y una brújula limita la libertad de pensamiento, pues el dibujo es Estática pura y no estimula la observación ni conduce a nuevos descubrimientos; en cambio, construir figuras con material que se pueda manipular, armar, desarmar, etc., fomenta exploraciones, la producción de suposiciones, presunciones, y en consecuencia se estimula la imaginación, dando paso al surgimiento de un espíritu crítico como componente del pensamiento lógico (Furinghetti & Menghini, 2014).

1.2 Estudio comparativo de los efectos del uso de software dinámico de Geometría y manipulables físicos en las habilidades de visualización espacial para profesores de Matemáticas en formación

El objetivo de este estudio fue investigar los efectos del uso del software geométrico dinámico (DGS) y el uso de manipulables físicos en el mejoramiento de la visualización espacial. Los participantes fueron estudiantes en el primer año de formación para profesores de Matemáticas.

Este estudio desarrollado en Fatih Faculty of Education de Turquía, con características cuasi-experimentales, se llevó a cabo con pre y post test, empleándose una prueba de visualización espacial (Purdue Spatial Visualisation Test, PSVT) para la cuantificación de datos (Baki, Kosa, & Guven, 2011).

En el desarrollo, se escogieron tres grupos para el estudio. El primero con una muestra de 34 estudiantes que utilizaron Software Geométrico Dinámico: Cabri 3D; el segundo con 32 estudiantes utilizó material concreto; y, finalmente el grupo de control de 30 estudiantes utilizó la metodología tradicional (Baki et al., 2011).

Los resultados del estudio mostraron que a través del Software Geométrico Dinámico los estudiantes mejoraron sus promedios de 18.26 a 23.06; mientras que en la utilización de material concreto, se evidenció una mejora de 18.03 a 21.53, en contraste con los estudiantes que mantuvieron la metodología tradicional, para los cuales sus promedios variaron únicamente de 18.70 a 19.37 (Baki et al., 2011).

1.3 Los recursos didácticos en el aprendizaje de la Geometría

Aprender Geometría desde la época escolar ha resultado difícil, especialmente en las últimas décadas, pues su interiorización se complica debido a la falta de materiales que el niño pueda manejar y manipular. Esta ausencia de tradición matemática ha provocado una brecha de modo que la Geometría se ha ido desplazando hacia el final de los libros en primaria, para luego desaparecer en la secundaria (Mora, 1995).

Los currículos educativos actuales proponen un amplio margen de libertad para las instituciones y los docentes en cuanto a la estrategia de enseñanza aprendizaje, siempre y cuando se cuente con los recursos y materiales disponibles y adecuados. De no ser así, condenamos a que lo pretendido con el currículo y la práctica en el aula estén distantes, dejando como única opción para el docente, el libro de texto (Mora, 1995).

De acuerdo a lo mencionado por (Papert, 1980) y lo recopilado por (Mora, 1995) los recursos en el aprendizaje son importantes porque:

- Sirven como modelos a los cuales las ideas Matemáticas pueden asociarse; es decir, que el material concreto se puede ajustar a la realidad del estudiante, incluso el mismo Papert se pone de ejemplo al indicar que aprendió las tablas de multiplicar a través de ruedas dentadas y engranajes.

- Contribuyen a dotar a las Matemáticas de una tonalidad afectiva y positiva, pues se crean ambientes en los que los modelos intelectuales cobran sentido.

- Vinculan el conocimiento formal de las Matemáticas con el conocimiento corporal, a través de los esquemas sensorio-motores de los estudiantes.

Otro argumento que apoya el uso de materiales didácticos, es que las Matemáticas resultan difíciles pues por regla general, para comprender los conceptos se necesitan varias aproximaciones y enfocarlos desde diversas perspectivas, para luego utilizarlos con confianza y poder generar nuevos conocimientos a partir de ellos.

Además, el uso de los recursos, por su limitación en número para trabajar individualmente con cada estudiante, obliga a que se trabaje en grupo, lo cual fortalece el trabajo en equipo y permite compartir experiencias enriquecedoras intercambiando ideas no solo entre estudiantes, sino también con el docente, convirtiéndose este tipo de actividades en un factor que influye positivamente en el aprendizaje de los estudiantes (Mora, 1995).

1.4 Un meta análisis de la eficacia de la enseñanza de las Matemáticas con material concreto

Este estudio presenta la eficacia de enseñar Matemáticas con material concreto frente a la instrucción matemática basada en símbolos abstractos. Para el efecto, se han recogido estudios que presentan evidencia empírica y que han sido publicados en las seis bases de datos principales en ciencias sociales como son: Education Resources Information Center, Education Research Complete, PsycARTICLES, PyscINFO, JSTOR y ProQuest Digital Dissertations. Esta búsqueda se realizó entre agosto del 2010 y marzo del 2011 y la muestra de estudios incluía estudiantes desde el kindergarten hasta el nivel secundario (N = 7 237) (Carbonneau, Marley, & Selig, 2013).

El propósito del estudio fue determinar la eficacia de usar material concreto para enseñar Matemáticas cuando se comparan con la instrucción que incorpora solo símbolos matemáticos abstractos. Se establecieron cuatro condiciones para restringir los estudios a aquellos que examinaron empíricamente la eficacia de los manipulables en la enseñanza matemática, las cuales se presentan a continuación:

1. Comparar la técnica de instrucción que utilizaba material concreto con un grupo de comparación que enseñaba Matemáticas solo con símbolos abstractos, tomándose en cuenta los siguientes atributos:

a) No estaban presentes materiales manipulables.
b) A todos los estudiantes se les enseñó el mismo concepto matemático.
c) Ninguna representación icónica estuvo presente (por ejemplo, imágenes de bloques de base 10 o manipuladores virtuales).

2. Que los tratamientos examinados proporcionen alguna forma de instrucción en la cual los estudiantes hayan podido aprender de los manipulables.

3. Que se definan manipulables, pues trabajar únicamente con reglas, escalas y calculadoras no bastaba, ya que estos elementos son considerados como herramientas en lugar de manipulables.

4. Que los estudios analizados suministren información cuantitativa suficiente para realizar estimaciones efectivas.

Tomando en cuenta estos criterios, resultaron un total de 55 estudios en los que se realizaron procedimientos meta analíticos (Carbonneau et al., 2013).

Los resultados indicaron que el uso de material concreto en la enseñanza de las Matemáticas produce un efecto de pequeño a mediano en el aprendizaje, sobre la instrucción que utiliza solo símbolos abstractos (Carbonneau et al., 2013).

De hecho, la instrucción que utiliza manipulables produjo un efecto de moderado a grande cuando se midió la retención de los estudiantes; mientras que se dieron pequeños efectos cuando fueron considerados factores como: transferencia, justificación y resolución de problemas. Además, los resultados revelaron que el simple uso del material concreto puede no ser suficiente para aumentar el rendimiento estudiantil en Matemáticas, pues este efecto es dependiente de otras variables de instrucción, tales como: la riqueza perceptiva del objeto, el nivel de orientación que se imparte a los estudiantes durante el proceso de aprendizaje; y, el estado de desarrollo del alumno. Por lo tanto, estas variables contextuales deben considerarse al planificar la instrucción (Carbonneau et al., 2013).

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

Para la ejecución del proyecto se tomaron como referencia los siguientes fundamentos: Pedagógicos, Didácticos; y, Estadísticos.

2.1 Fundamentos Pedagógicos

Para este aspecto vamos a citar a la Teoría del Constructivismo dentro de su enfoque pedagógico, el cual impulsa a que el estudiante construya su propio conocimiento a partir de su misma forma de ser, pensar e interpretar su información. Sus principales exponentes fueron Lev Vigotsky, Jean Piaget, David Ausubel y Jerome Bruner, siendo los dos últimos con su propuesta de aprendizaje significativo y por descubrimiento, respectivamente, los tipos de aprendizajes que se ajustan a las intenciones del presente proyecto. El aprendizaje por descubrimiento de Bruner exhorta a que los aprendices revelen su propio conocimiento con la ayuda de herramientas y material de apoyo necesario que el docente proporcionará. La finalidad es que el estudiante descubra de un modo personal y autónomo lo que desea aprender. Aquí el maestro no tiene un papel central, sino que interviene como guía o mediador en la adquisición del nuevo conocimiento (Bruner, 1960).

Por otro lado, según la perspectiva del Dr. David Ausubel, el aprendizaje significativo es el proceso en el que se relaciona un nuevo conocimiento o información con la información previa que el aprendiz posee. Si esta información se encuentra lo suficientemente clara en la mente del individuo, el nuevo conocimiento adquiere significado, lográndose de este modo que la nueva información pase a formar parte de un conjunto de conocimientos previos, ahora más robusto (Rodríguez, 2004).

Pero aquí no termina el proceso, pues el aprendizaje significativo se preocupa también por el producto final, ya que estos conocimientos adquiridos son los que servirán de base para posteriores aprendizajes (Rodríguez, 2004).

Complementariamente, el Doctor Ausubel menciona que para que exista un verdadero aprendizaje significativo, se deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- **Actitud favorable del alumno**, la cual puntualiza que no basta que el alumno pueda aprender, sino que es necesario que quiera aprender, quedando claro que el aprendizaje no puede darse si el alumno no está dispuesto a aprender, pues el aprendiente es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales en las que el maestro solo puede influir a través de la motivación (Ausubel, 1983).

- **Significatividad lógica del material**, es decir que el material presentado tenga una estructura interna organizada, a partir de la cual se construyan significados de manera lógica y ordenada (Ausubel, 1983).

- **Significatividad sicológica del material**, se refiere a la posibilidad de que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los conocimientos previos, asegurando de este modo la mayor comprensión de los contenidos por parte de los alumnos (Ausubel, 1983).

Como complemento a lo anteriormente expuesto, hay que mencionar la importancia de trabajar con material concreto y en general con material didáctico, pues los beneficios que produce esta práctica son varios, entre ellos favorecer el trabajo en equipo, ya que al interior de los grupos, los estudiantes se encuentran al mismo nivel y se sienten cómodos al discutir, proponer, argumentar o defender sus ideas, rompiendo con el esquema de una clase tradicional en la que el profesor es el principal protagonista (Mora, 1995).

En este entorno de aprendizaje, el rol del docente no se centra en que sea él mismo quien resuelve los problemas planteados; por el contrario, son los estudiantes quienes como resultado de la interacción entre ellos, participan activamente, proponen soluciones; y, organizan de manera adecuada sus pensamientos, adquiriendo de esta forma conocimientos para toda la vida (Mora, 1995).

Bajo esta perspectiva, el docente actúa como facilitador en el proceso de aprendizaje llevando al estudiante desde el Saber Conocer, pasando por el Saber Hacer hasta llegar al Saber Ser (Mora, 1995).

En relación directa con los tipos de aprendizaje antes referidos, se ha considerado también la Pirámide del Aprendizaje, compuesta por siete niveles o actividades que el estudiante realiza al momento de aprender. Para cada actividad se indica el respectivo porcentaje de retención que el aprendiente obtiene al cabo de veinticuatro horas de haber adquirido el conocimiento.

Esta pirámide ofrece pautas al docente sobre las actividades que se pueden escoger al momento de enseñar, tal como lo muestra la Ilustración 1.

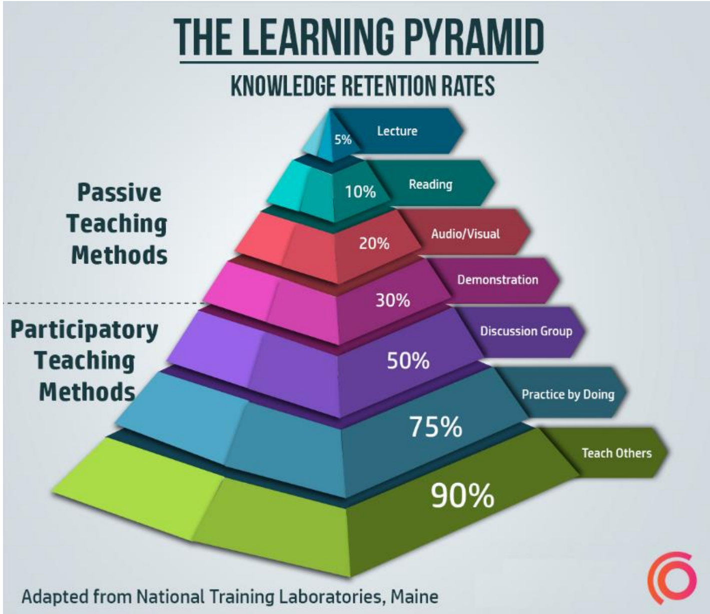


Ilustración 1. Pirámide del Aprendizaje
Fuente: National Training Laboratories Institute

2.2 Fundamentos Didácticos

Con la finalidad de mejorar el método de enseñanza y combinar algunas técnicas en el proceso de aprendizaje de la Geometría, se han considerado como referencia dos ejemplos de recursos didácticos ya existentes que han permitido una mejor visualización de las figuras en dos y tres dimensiones. Dichos recursos son el Geoplano y el Geoespacio.

2.2.1 Geoplano

Fue creado en 1921 por el Doctor egipcio Caleb Gattegno, este recurso consistía en una tabla cuadrada o rectangular de tamaño variable en la que se hace una red de cuadrados, en cuyos vértices se clavan puntas-alfileres de cabeza pequeña con ligas de colores para realizar figuras en dos dimensiones (Vara, 2002).

En la actualidad, existen 3 tipos de Geoplanos: Cuadrado, Isométrico y Circular, mostrados en la Ilustración 2 (Cáceres & Barreto, 2011).

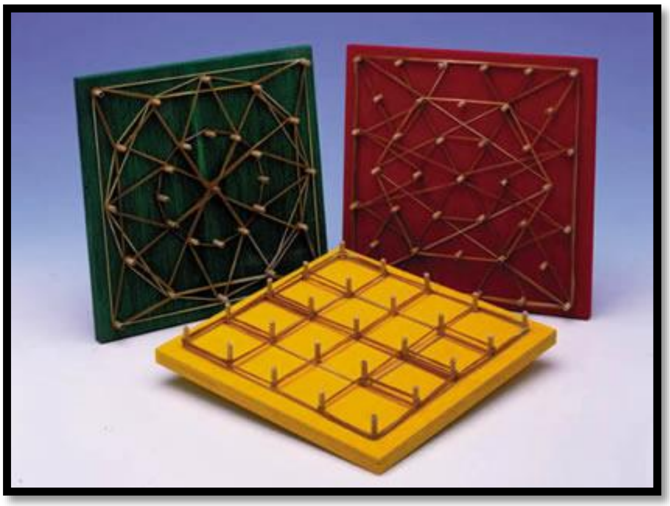


Ilustración 2. Tipos de Geoplanos

2.2.2 Geoespacio

En 1958, Puig Adam presentó una modificación del Geoplano para hacer posible el estudio del espacio en tres dimensiones. Se conforma de tres paredes de tela metálica fina formando un triedro, adicionalmente posee ganchos o alambres que materializan las figuras en el espacio, particularmente las poliédricas (Puig Adam, 1958).

Con el pasar del tiempo el Geoespacio ha evolucionado, sobre todo en su material de construcción, pues actualmente podemos encontrarlo confeccionado en madera, metal o plástico, tal como se muestra en la Ilustración 3.

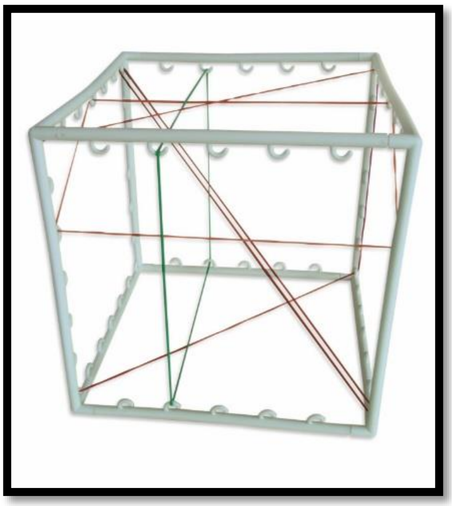


Ilustración 3. Geoespacio

2.3 Fundamentos Estadísticos

2.3.1 Conceptos relevantes

Población Objetivo. Conjunto bien definido de entes, algunas de cuyas características nos proponemos investigar (Zurita, 2010).

Muestra. Subconjunto de observaciones efectuadas a igual número de unidades de investigación tomadas de la población objetivo (Zurita, 2010).

Media aritmética de una muestra. Si x representa una medida cuantitativa de una población, a partir de la cual se toma una muestra de tamaño n, la media aritmética es el promedio de los n datos $(x_1, x_2, x_3, \dots x_n)$ obtenidos de dicha muestra. Se la denota con $\bar{x}$ y se calcula de la siguiente manera (Zurita, 2010):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \textbf{(Ec. 1)}$$

Mediana de una muestra. A partir de un conjunto ordenado de datos relativo a la medida de una población, de la cual se ha tomado una muestra, la mediana es aquella que divide al conjunto de datos en dos subconjuntos, cada uno de ellos con igual número de elementos. Para denotar simbólicamente la mediana, se utiliza el símbolo $\tilde{x}$.

Si se tienen n datos de este conjunto, debe considerarse lo siguiente para el cálculo de la mediana:

1. Si la cantidad de datos de la muestra es impar, entonces la mediana es el valor central; es decir:

$$\tilde{x} = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \quad \textbf{(Ec. 2)}$$

2. Si la cantidad de datos de la muestra es par, entonces la mediana es el promedio de los dos valores centrales, es decir:

$$\tilde{x} = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \quad \textbf{(Ec. 3)}$$

Moda de una muestra. La moda de una muestra es el valor de la variable con mayor frecuencia absoluta. Se la denota por Mo. En general, puede haber más de una moda, situación que genera comportamientos bimodales o polimodales (Zurita, 2010).

Varianza muestral. Es una medida de dispersión de una variable x con respecto a su media aritmética y que es igual a:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \textbf{(Ec. 4)}$$

Este valor no puede ser negativo y será cero cuando y solo cuando todas las observaciones adopten el mismo valor (Zurita, 2010).

Desviación Estándar o Típica. La desviación estándar o desviación típica de una muestra es una medida de dispersión que se la denota por $\boldsymbol{s}$ y se la calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza (Zurita, 2010).

$$\boldsymbol{s} = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad \textbf{(Ec. 5)}$$

Rango de una muestra. Se define como la diferencia entre el máximo y el mínimo valor observado de un conjunto de datos numéricos (Zurita, 2010).

Cuartiles. Son los tres valores que particionan un conjunto de datos ordenados en cuatro tramos, concentrando cada uno de ellos aproximadamente el 25% de los datos. Los cuartiles son denotados por Q_1, Q_2 y Q_3 representando al primero, segundo y tercero, respectivamente (Zurita, 2010).

En base a lo indicado, el primer cuartil es un valor tal que no más del 25% de las observaciones en la muestra ordenada, en forma creciente toman valores menores o iguales que Q_1; adicionalmente el segundo cuartil es aquel valor que no más del 50% toman valores menores o iguales que Q_2; finalmente el tercer cuartil sirve de referencia para establecer que no más del 75% de los datos toman valores menores o iguales que Q_3 (Zurita, 2010).

La posición de los cuartiles, según el caso se calcula en base a la siguiente expresión:

$$L_{Q_k} = k\left(\frac{n+1}{4}\right) \qquad \textbf{(Ec. 6)}$$

donde k representa el número del cuartil y n el número de observaciones.

Percentiles. Son los noventa y nueve valores que distribuyen el conjunto de datos ordenados de forma creciente en cien tramos, concentrando cada tramo aproximadamente el 1% de los datos (Zurita, 2010).

Los percentiles son identificados como $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$ entendiéndose que el 1% de los elementos de la muestra toman valores menores o iguales que P_1, el 2% toman valores menores o iguales que P_2, así hasta el 99% de los elementos que toman valores menores o iguales que P_{99}.

La posición de los percentiles, según el caso, se calcula en base a la siguiente expresión:

$$L_{P_i} = i\left(\frac{n+1}{100}\right) \qquad \textbf{(Ec. 7)}$$

donde i representa el número del percentil y n el número de observaciones.

Tanto los cuartiles como los percentiles, son conocidos como cuantiles. En general, el procedimiento para calcular el valor de los cuantiles, se resume a continuación:

1. Ordenar los datos en forma creciente
2. Identificar la posición del cuantil.
3. Buscar el dato que corresponde a la posición obtenida. Si las posiciones de los cuantiles L_{Q_k} y L_{P_i} son números racionales con parte decimal de la forma $e.d$ (siendo e la parte entera y d la parte decimal), el valor del cuantil se calcula como:

$$x_{(e.d)} = x_{(e)} + (0.d)\left(x_{(e+1)} - x_{(e)}\right) \qquad \textbf{(Ec. 8)}$$

2.3.2 Gráficos y Diagramas

Histograma. Es un gráfico formado por rectángulos contiguos, cuya base está dada por la amplitud de cada intervalo y cuyas alturas corresponden a las frecuencias (frecuencias absolutas o relativas) alcanzadas por dichos intervalos (Zurita, 2010).

Diagrama de caja. Este tipo de diagrama llamado también de Bigote constituye una representación gráfica de un conjunto de datos en el cual se presentan características relevantes como dispersión, desviación de la simetría y la identificación de la presencia de valores atípicos o extremos, es decir valores mucho más grandes o más pequeños que el común de los datos (Zurita, 2010).

Para construir este diagrama se localizan los tres cuartiles, así como los valores máximos $x_{(n)}$ y mínimo $x_{(1)}$; luego se construye un rectángulo o caja cuyo ancho es la diferencia entre el Tercer y Primer Cuartil, lo que se conoce como rango intercuartílico RI, localizándose en su interior el 50% de las observaciones. La línea en el interior de la caja corresponde al valor de la Mediana o Segundo Cuartil Q_2; y, los bigotes se extienden desde cada extremo de la caja (Zurita, 2010).

La identificación de los valores atípicos puede hacerse a través del criterio del Rango Intercuartílico, en el cual todas aquellas observaciones menores que $Q_1 - 1.5RI$ o mayores que $Q_3 + 1.5RI$ se consideran valores extremos o atípicos (Zurita, 2010).

2.3.3 Diseño Experimental

Consiste en una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios intencionales en las variables de entrada de un proceso para poder observar e interpretar los cambios correspondientes en la salida (Montgomery, 2004).

Uno de los principales objetivos del diseño experimental consiste en identificar factores que afectan la variable de respuesta en cuanto a su magnitud y en cuanto a su variabilidad (Montgomery, 2004).

En un diseño experimental se destacan los siguientes elementos:

Variable de respuesta. Es la característica cuyo valor se desea analizar mediante el diseño del experimento (Montgomery, 2004).

Unidad experimental. Son los entes a los cuales se va a evaluar la variable de respuesta (Montgomery, 2004).

Factor. Cambio controlable al que se expone la variable de respuesta dentro del experimento (Montgomery, 2004).

Nivel o tratamiento: Es cada uno de los diferentes valores que se asignan a cada factor (Montgomery, 2004).

Ruido. Cambio que no es controlado por el experimentador y que afectan la variable de respuesta (Montgomery, 2004).

Réplica. Número de unidades experimentales por cada nivel de factor o combinación de niveles del factor (Montgomery, 2004).

Bloque. Artificio en el diseño que permite aislar el efecto del ruido (Montgomery, 2004).

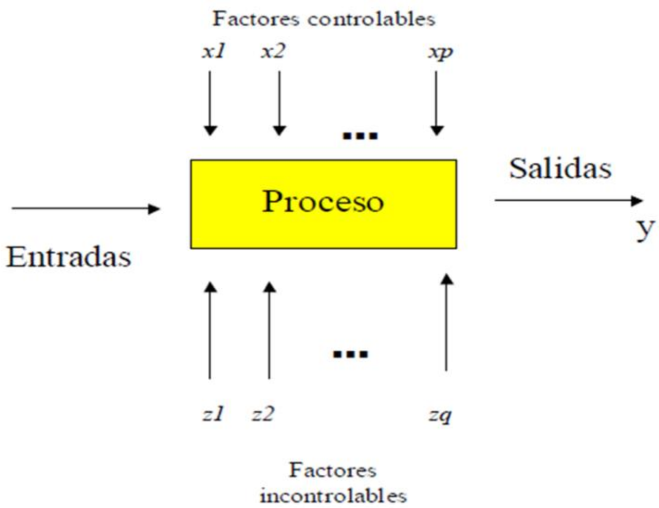


Ilustración 4. Modelo General de un proceso
Fuente: Diseño Experimental, Montgomery D. (2004)

Según (Montgomery, 2004) al momento de diseñar un experimento, se sugiere seguir los pasos que se describen a continuación:

1. Identificación y enunciación del problema
2. Elección de los factores y niveles
3. Selección de la variable a ser investigada o variable de respuesta
4. Elección del método a utilizar
5. Ejecución del experimento
6. Análisis de datos
7. Declaración de conclusiones y recomendaciones

Los métodos de diseño experimental están asociados a modelos matemáticos que utilizan la técnica del Análisis de Varianza (ANOVA) como medio primario para el análisis estadístico de los datos (Montgomery, 2004).

El tipo de diseño depende del número de factores de diseño y ruido que se deseen analizar, así como de los niveles de cada factor, destacándose entre los más importantes el diseño factorial con uno o dos factores.

Para los propósitos del presente proyecto se analizará el desarrollo del diseño experimental balanceado, considerando un solo factor.

Diseño factorial balanceado con un solo factor

En este tipo de diseño interviene un factor con a niveles o tratamientos, con el mismo número n de réplicas para cada nivel; y, su modelo matemático está dado por:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \;\; ; \;\; \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,n \end{cases} \qquad \textbf{(Ec. 9)}$$

siendo:

μ la media global o elevación natural

τ_i la media del i-ésimo nivel del factor

y_{ij} la observación j-ésima del i-ésimo nivel del factor

μ_i la media del nivel de factor o tratamiento i-ésimo

ε_{ij} el error aleatorio con distribución $N \sim (0, \sigma^2)$ independiente

La respuesta observada de cada uno de los a tratamientos es una variable aleatoria. Los datos típicos de un experimento con un solo factor se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Datos de un experimento con un solo factor

Tratamientos	Observaciones				Totales	Promedios
1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a	y_{a1}	y_{a2}	$\cdots$	y_{an}	$y_{a.}$	$\frac{\bar{y}_{a.}}{\bar{y}_{..}}$

Fuente: Diseño Experimental, Montgomery D. (2004)

La tabla ANOVA para el modelo anteriormente mencionado se presenta a continuación:

Tabla 2. ANOVA con un factor

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	F
FACTOR	$a-1$	$SCF = n\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2$	$MCF = \frac{SCF}{GLF}$	$\frac{MCF}{MCE}$
ERROR	$a(n-1) = N-a$	$SCE = SCT - SCF$	$MCE = \frac{SCE}{GLE}$	
TOTAL	$N-1$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2$		

Fuente: Diseño Experimental, Montgomery D. (2004)

$\bar{y}_{..}$: media de todas las observaciones

$\bar{y}_{i.}$: media del i-ésimo nivel del factor

$N = na$

Las expresiones utilizadas en el cálculo de las medias indicadas en la Tabla 2 son:

$$y_{i.} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \qquad \textbf{(Ec. 10)}$$

$$\bar{y}_{i.} = \frac{y_{i.}}{n} \qquad \textbf{(Ec. 11)}$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \qquad \textbf{(Ec. 12)}$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N} \qquad \textbf{(Ec. 13)}$$

En cada una de las expresiones anteriores, el subíndice punto implica la operación suma sobre el subíndice que se reemplaza.

Es importante anotar que la fuente de variación proporcionada por el factor responde a la originada entre los tratamientos; mientras que la fuente de variación correspondiente al error refiere a la que se origina al interior de los tratamientos.

El concepto de Análisis de Varianza proviene de la partición de la variabilidad total en sus partes componentes. La suma de cuadrados total (SCT) se utiliza como una medida de la variabilidad global de los datos y esta se puede descomponer en la suma de los cuadrados de las diferencias entre los promedios de los tratamientos y el gran promedio (SCF), más una suma de cuadrados de las diferencias de las observaciones dentro de los tratamientos y el promedio de los tratamientos (SCE).

Siendo así, la diferencia entre los promedios de los tratamientos observados y el gran promedio es una medida de las diferencias entre las medias de los tratamientos; mientras que las diferencias de las observaciones dentro de un tratamiento y el promedio del tratamiento, pueden deberse únicamente al error aleatorio.

La idea central del ANOVA es que el cuadrado medio del error (MCE) estime a la varianza de los datos; y, en caso de no haber diferencias en las medias de los tratamientos, el cuadrado medio de los tratamientos (MCF) también estimaría la antes referida varianza de los datos.

La prueba de hipótesis que se plantea en este tipo de diseños incluye el siguiente contraste:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_a$$

vs

H_1 : Al menos una de las medias es distinta

Se define el estadístico de prueba como:

$$\mathrm{F} = \frac{MCF}{MCE} \sim F_{a-1,N-a}$$

Con $(1-\alpha)100\%$ de confianza se rechaza H_0 a favor de H_1 si se cumple que:

$$\mathrm{F} > F_{\alpha,a-1,N-a}$$

es decir, si el valor del estadístico de prueba alcanza un valor mayor que el percentil α de la distribución F Fischer con $a-1$ y $N-a$ grados de libertad en el numerador y denominador, respectivamente.

Esta conclusión también corrobora que el cuadrado medio entre los tratamientos es varias veces mayor que el cuadro medio dentro de ellos, también conocido como el cuadrado medio del error.

CAPÍTULO III

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL VISUALIZADOR GEOMÉTRICO

El análisis de las calificaciones obtenidas por los estudiantes de los diferentes Cursos de Nivelación que se han venido dictando en la Institución objeto de estudio, evidencia en general bajos niveles de rendimiento en los diferentes temas, alcanzando puntuaciones críticas en Geometría Plana y del Espacio.

En el Gráfico 1 se pueden observar las calificaciones que en promedio, sobre un total de 10 puntos, alcanzaron los estudiantes en actividades formativas y sumativas relacionadas con lecciones individuales y talleres grupales desarrollados desde el Segundo Curso de Nivelación del año 2014 hasta el Segundo Curso de Nivelación del año 2015.

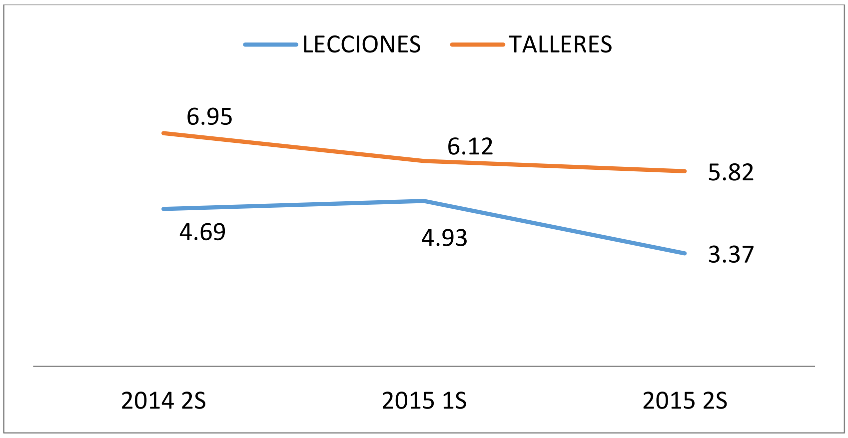


Gráfico 1. Calificaciones Cursos de Nivelación
Fuente: Coordinador de Matemáticas Curso de Nivelación
Elaborado por: La Autora

A partir del Gráfico 1 se evidencia la tendencia decreciente en las calificaciones, registrándose en el transcurso de un año la reducción de 1.13 y 1.32 puntos en Talleres y Lecciones, respectivamente.

Es importante destacar la brecha entre ambas líneas de calificaciones, lo cual responde a la ventaja del trabajo colaborativo, que en el caso de los talleres permite a los tres estudiantes que generalmente conforman cada uno de los grupos aportar activamente en la resolución de los problemas propuestos; mientras que las lecciones exigen un desarrollo netamente individual.

Partiendo de la realidad antes expuesta, se consideró conveniente crear un recurso didáctico que brinde un significativo aporte a la interiorización de contenidos en Geometría, cuidando que el mismo permita mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el Curso de Nivelación de la IES objeto de estudio.

Con la finalidad de definir los temas que el recurso didáctico contribuiría a mejorar, se revisó el programa de Matemáticas para Ingenierías vigente en el Curso de Nivelación que sirvió de escenario para el desarrollo del presente proyecto, en su componente correspondiente a los contenidos de Geometría Plana y del Espacio, los cuales se detallan en la Tabla 3.

Tomando como referencia los contenidos descritos en la Tabla 3, se estableció que el recurso didáctico por crearse, se centrará en la profundización de los temas geométricos correspondientes a Polígonos y Poliedros, sus principales elementos y relaciones.

Tabla 3. Programa detallado de Matemáticas

Geometría Plana	Geometría del Espacio
Figuras geométricas	Figuras en el espacio
Rectas en el plano	Rectas y planos en el espacio
Ángulos	Cuerpos geométricos
Poligonales y polígonos	Prismas
Triángulos	Pirámides
Cuadriláteros	Área de poliedros
Semejanza y congruencia	
Resolución de Triángulos	
Perímetro y Área de un polígono	
Circunferencia y círculo	
Polígonos y circunferencia	
Figuras Circulares	

Fuente: Contenidos de Matemáticas, Curso de Nivelación de IES, 2015
Elaborada por: Coordinador de Matemáticas

3.1 Diseño del Visualizador Geométrico

Una vez analizado el respectivo programa de contenidos y con los aportes de Emma Castelnuovo, Caleb Gattegno y otros importantes docentes dedicados a la enseñanza de las Matemáticas, se plantea el diseño de un manipulable que ayude a mejorar la visualización espacial en Geometría para los estudiantes del curso de nivelación de la IES objeto de análisis.

La idea esencial es construir un recurso de apoyo que mejore la comprensión de conceptos o definiciones de contenidos geométricos en dos dimensiones y que, a partir de ellos, se logre una mejor interpretación de las construcciones espaciales en tres dimensiones. Junto con estas características, se adicionaron los requerimientos físicos de dicho recurso, pues además de cumplir con el objetivo propuesto, debía ser resistente, liviano, portátil y de fácil manipulación.

Para ello se contó con diseños preliminares basados en materiales concretos existentes; sin embargo, estos manipulables satisfacían requerimientos para representaciones tridimensionales, no así para construcciones en dos dimensiones.

Partiendo de estas necesidades, se empezó a investigar y diseñar la mejor alternativa de construcción para integrar los requisitos tanto para Geometría Plana y del Espacio en un solo instrumento. Luego de varios diseños preliminares y prototipos, se llegó al modelo definitivo de lo que denominamos Visualizador Geométrico –VisGeo-.

EL Visualizador Geométrico está inspirado en la fusión de dos materiales concretos ya existentes: el Geoplano de tipo circular y el Geoespacio.

Los planos incluyendo el diseño final del VisGeo se presentan en el Anexo 1.

3.2 Construcción del Visualizador Geométrico

Antes de llegar a concretar el diseño final del VisGeo, se realizó un primer prototipo que fue construido como una estructura cúbica elaborada en tubo cuadrado de hierro con ganchos tipo cáncamos atornillados en sus aristas, que permitieran la incorporación de ligas para la construcción de figuras planas o cuerpos geométricos.

Este prototipo debió corregirse casi inmediatamente pues uno de los inconvenientes fue el peso, que, al aproximarse a 5 libras (2.268 gramos), dificultaba su manipulación, sin contar con el agravante de que su manejo inadecuado, podría inclusive llegar a provocar alguna lesión para el usuario.

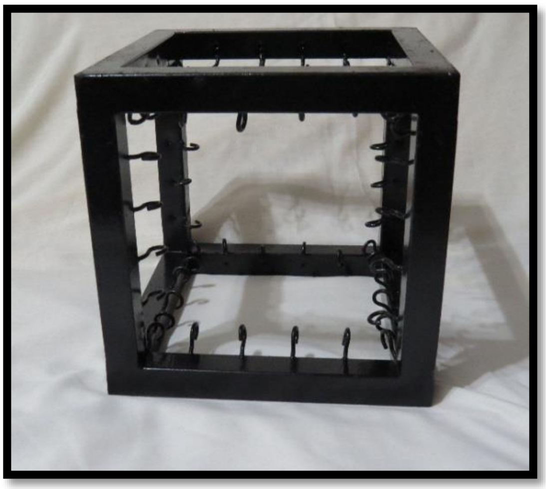


Ilustración 5. Primer prototipo de Visualizador
Elaborada por: La Autora

Pero el peso no fue la única limitante encontrada, pues la idea de este manipulable era que permita trasladar construcciones y observaciones en dos dimensiones como base para modelos tridimensionales; y, este prototipo no garantizaba precisión al momento de construir figuras planas.

Siendo el peso una de las principales limitantes, se forjó la idea de que la estructura cúbica sea elaborada en aluminio que es un material resistente y bastante liviano para el propósito. Una vez elaborado en este material, se evidenció que el peso bajó considerablemente (aproximadamente 680 gramos) pero apareció como nueva limitante el costo, ya que este material resultó ser quince veces más caro que el hierro y para el propósito de este proyecto se requería construir varias unidades; sin embargo, luego de varios intentos, se contó con el apoyo de una empresa que entendiendo el fin didáctico de estas construcciones, fijó un precio simbólico por las mismas acorde a la disponibilidad económica de la autora, lo cual permitió construir un total de 10 unidades. La referida empresa no solamente brindó las facilidades económicas, sino que además, al ser especializada en la elaboración de estructuras metálicas y otros componentes de ingeniería civil, disponía de personal experto en conceptos geométricos.

Ilustración 6. Construcción del VisGeo
Elaborada por: La Autora

El problema de la imprecisión en la construcción de las figuras planas, se superó al incorporar dos paneles de ensamble, a partir de Geoplanos circulares. Estos paneles de ensamble fueron construidos en plywood, material que se ajustaba a las necesidades de levedad y costo, tal como lo muestra la Ilustración 7.

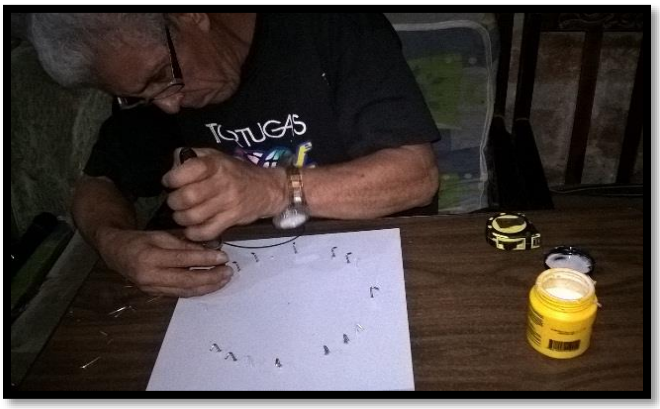


Ilustración 7. Panel de Ensamble
Elaborada por: La Autora

Con estas particularidades, el Visualizador Geométrico –VisGeo- quedó constituido por las siguientes partes:

- 1 estructura de aluminio o armazón en forma de cubo; y,
- 2 paneles de ensamble en plywood, con ganchos.

Adicionalmente a las partes indicadas y con el propósito de complementar el uso del VisGeo se agregaron ligas de colores, tal como se muestra en la Ilustración 8.

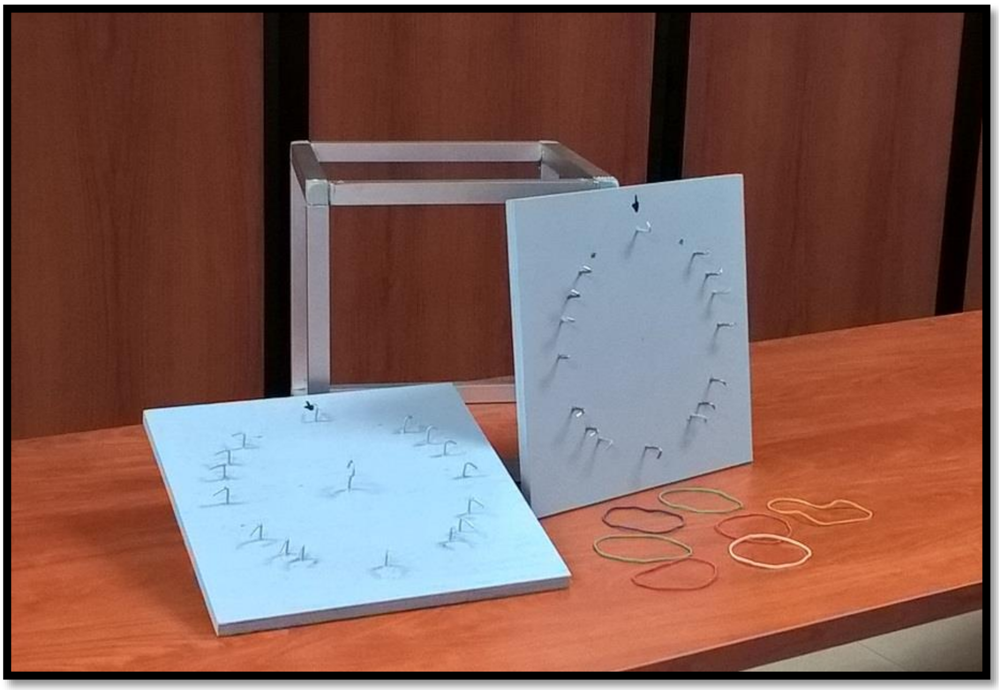


Ilustración 8. Visualizador Geométrico -VisGeo-
Elaborada por: La Autora

El diagrama de Gantt incluyendo las fases de diseño y construcción de los visualizadores preliminares, así como del VisGeo constan en el Anexo 2.

3.3 Presupuesto de Gastos

Para llegar a la construcción de los 10 VisGeo se incurrieron en los gastos que se resumen en la Tabla 4.

Tabla 4. Resumen de Gastos

Detalle	Precio en USD
Diseño y construcción de prototipo de hierro	26,00
Diseño y elaboración de planos de los prototipos de prueba y final de VisGeo	100,00
Construcción de prototipos de prueba y 10 VisGeo	247,80
TOTAL	**373,80**

Elaborada por: La Autora

3.4 Elaboración y aplicación de Taller y Pruebas

Una vez construido el VisGeo y con el propósito de implementar el uso de este recurso didáctico a través de actividades guiadas para mejorar la comprensión de contenidos básicos en Geometría Plana y del Espacio, así como de diseñar un experimento para medir los resultados de la utilización del recurso didáctico construido, se elaboró una prueba de diagnóstico con siete temas relacionados con Geometría Plana y del Espacio, la cual constó de preguntas de complementación, opción múltiple y desarrollo, en las que se evaluaron contenidos como: construcción e identificación de polígonos; definición de triángulos; determinación de diagonales a partir de un vértice; paralelismo y perpendicularidad entre rectas; aplicación del Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas; reconocimiento de ángulos diedros y triedros; identificación de alturas y diagonales en poliedros rectos; entre otros, tal como se muestra en el Anexo 3.

Luego de la prueba de diagnóstico se prepararon cuatro prácticas en las que los estudiantes utilizaron el Visualizador Geométrico -VisGeo-, estructurándose así lo que se denominó *Taller de Visualización en Dos y Tres Dimensiones*, cuyos objetivos generales planteados fueron: construir figuras en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$; identificar los principales elementos de polígonos y poliedros; y, relacionar las dimensiones de los elementos en polígonos y poliedros, conforme lo detalla el Anexo 4.

De manera complementaria a esta actividad, se registraron los logros alcanzados por cada uno de los grupos de estudiantes de acuerdo a los objetivos de aprendizaje propuestos, relacionados con los objetivos generales planteados, los cuales se encuentran especificados en el Anexo 5.

En días posteriores a la aplicación del Taller, se evaluaron los contenidos aprendidos con una prueba final de características similares a la prueba diagnóstico, conforme lo detalla el Anexo 6.

CAPÍTULO IV
RESULTADOS

Para evaluar la utilización del recurso didáctico construido VisGeo, se diseñó un experimento factorial cuyos resultados se analizarán en el presente capítulo en dos contextos. El primero de ellos de índole estadística y el segundo relacionado con la percepción de los estudiantes al utilizar el visualizador geométrico como recurso de apoyo en el aprendizaje de Geometría Plana y del Espacio.

4.1 Contexto Estadístico

4.1.1 Consideraciones del Diseño Experimental

A partir de la evidente necesidad de mejorar en el aprendizaje de la Geometría Plana y del Espacio; y, una vez construido el visualizador geométrico VisGeo, se estructuró un experimento con las siguientes consideraciones:

a. Tomando como referencia la población objetivo conformada por los estudiantes pertenecientes al Primer Curso de Nivelación del año 2016 para carreras de Ingeniería en la asignatura de Matemáticas, se seleccionaron aleatoriamente dos muestras de estudiantes, una correspondiente al grupo de control y otra al grupo experimental. Ambos grupos estuvieron conformados por 40 estudiantes.

   Para estructurar el grupo de control se tomó como punto de partida un total de 53 estudiantes pertenecientes a un paralelo de Matemáticas del Curso de Nivelación, de los cuales aleatoriamente se obtuvieron 40. Por su parte, el grupo experimental estuvo conformado por 40 estudiantes obtenidos de forma aleatoria de un total de 50, pertenecientes a otro paralelo de Matemáticas del Curso de Nivelación. Es importante anotar que ambos paralelos pertenecieron al mismo profesor y rindieron pruebas de diagnóstico y final.

b. Tanto el grupo de control como el experimental recibieron las clases de Geometría Plana y del Espacio empleando la metodología tradicional; y, el grupo experimental recibió adicionalmente entrenamiento en visualización geométrica en dos o tres dimensiones utilizando VisGeo.

c. Para el grupo de control, se estructuraron y aplicaron pruebas antes de iniciar las clases de Geometría, y luego de impartidos estos contenidos; por otra parte, se aplicaron las mismas pruebas para el grupo experimental antes de iniciar las clases de Geometría y luego de culminarlas, llevando a cabo adicionalmente, entre ambas pruebas, las prácticas con el recurso VisGeo. Estas pruebas se calificaron sobre quince puntos.

4.1.2 Desarrollo del Diseño Experimental

En base a lo antes expuesto, se tomó la decisión de diseñar un experimento balanceado cuya variable de respuesta fue la calificación obtenida por los estudiantes en la prueba final, tanto en el grupo de control como en el experimental.

Los estudiantes constituyeron las unidades experimentales, considerándose como único factor el uso del visualizador geométrico VisGeo para potenciar la inteligencia espacial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Plana y del Espacio.

Se determinaron dos niveles o tratamientos, el primero de ellos correspondiente al grupo de control que no utilizó VisGeo; y, el segundo constituido por el grupo experimental que sí utilizó VisGeo en su formación académica relacionada con temas geométricos.

El tamaño de las muestras con 40 estudiantes se obtuvo a partir de las calificaciones de la prueba final obtenidas por los estudiantes en ambos paralelos con el apoyo del software estadístico R, considerando una potencia mayor que 0.9; dos grupos; varianza entre grupos de 5.3 considerando la dispersión de las medias de los grupos con respecto a la media de los 103 estudiantes evaluados; varianza al interior de los grupos de 2.5, tomando en cuenta la dispersión de las calificaciones de cada grupo con respecto a sus correspondientes medias; y, nivel de significancia de 0.05.

La salida del software R se evidencia en la Tabla 5.

Tabla 5. Cálculo de tamaño de muestra para ANOVA de un factor

```
Balanced one-way analysis of variance power calculation

         groups = 2
              n = 39.16709
    between.var = 5.3
     within.var = 2.5
      sig.level = 0.05
          power = 1
```

Elaborada por: La Autora

Para tener una idea del comportamiento de las calificaciones de la prueba final y antes de realizar el Análisis de Varianza, se construyeron diagramas de caja tanto para el grupo de control como para el experimental, mismos que se muestran en el Gráfico 2.

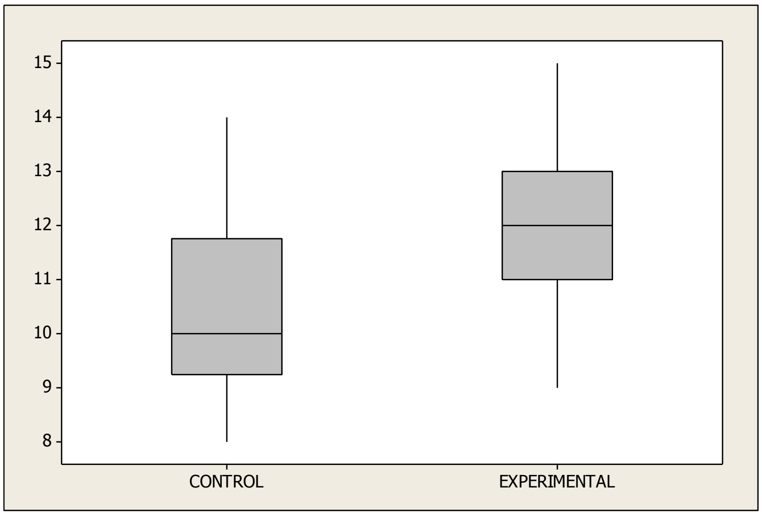


Gráfico 2. Diagramas de caja de calificaciones
Elaborado por: La Autora

En el Gráfico 2 se puede observar que el rango de las calificaciones de la prueba final en ambos grupos es similar, presentándose una distribución más simétrica en el grupo experimental.

Así mismo, se observan diferencias en las medianas de ambos grupos. Adicionalmente, en ambos grupos no se registran valores atípicos. Finalmente, el rango intercuartílico es menor en el grupo experimental.

Con este análisis previo, se presume que existen diferencias en las calificaciones de la prueba final de ambos grupos, lo cual se va a verificar con el desarrollo del ANOVA.

Siendo así, el modelo matemático que rige este diseño factorial es:

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \;\; ; \;\; \begin{cases} i = 1,2 \\ j = 1,2,\ldots,40 \end{cases}$$

El contraste planteado queda expresado por:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

vs

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Una vez ingresados y procesados los datos con el apoyo del software estadístico Minitab, los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 6.

Tabla 6. Resultados ANOVA

Fuente	GL	SC	MC	F	P
USO VISGEO	1	52.81	52.81	22.02	0.000
Error	78	187.07	2.40		
Total	79	239.89			

Elaborada por: La Autora

A partir de estos resultados, se observa que el valor del estadístico de prueba F es 22.02, el cual es mayor que el valor del percentil 95 de la distribución F Fischer con 1 grado de libertad en el numerador y 78 grados de libertad en el denominador, que corresponde a 3.96. Así mismo y con el 95% de confianza, el valor p de la prueba es 0.000, valor menor que 0.05.

Siendo así, se puede concluir que existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula H_0 en favor de la alterna H_1; es decir, que sí existen diferencias significativas en las calificaciones de la prueba final para ambos grupos, con lo cual se determina que el uso de VisGeo sí potencializa la inteligencia espacial en los estudiantes, lográndose una mejora en el aprendizaje de la Geometría Plana y del Espacio.

La salida del ANOVA también muestra los intervalos de confianza para ambos niveles del factor considerado, siendo el nivel o tratamiento 1 el grupo de control; y, el nivel 2 el grupo experimental, mismos que se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7. Intervalos de confianza

```
Nivel   N   Media  Desv.Est.  -------+---------+---------+---------+--
1      40  10.525      1.536  (------*------)
2      40  12.150      1.562                         (------*------)
                              -------+---------+---------+---------+--
                                 10.50     11.20     11.90     12.60
```

Elaborada por: La Autora

Tal como se aprecia en la Tabla 7, la media de las calificaciones en la prueba final es menor en el grupo de control que en el experimental. Adicionalmente, la diferencia entre ambas desviaciones estándar es de 0.026.

La interpretación de los intervalos de confianza establecidos se centra en que si, en muestreos aleatorios repetidos se construye un gran número de estos intervalos, 95% de ellos contendrán los verdaderos valores de las medias para ambos tratamientos.

Adicionalmente, el Gráfico 3 presenta el histograma de los residuales, estimadores de los errores ε_{ij} debidos a las desviaciones de cada uno de los datos respecto a la media del nivel del factor al que pertenecen.

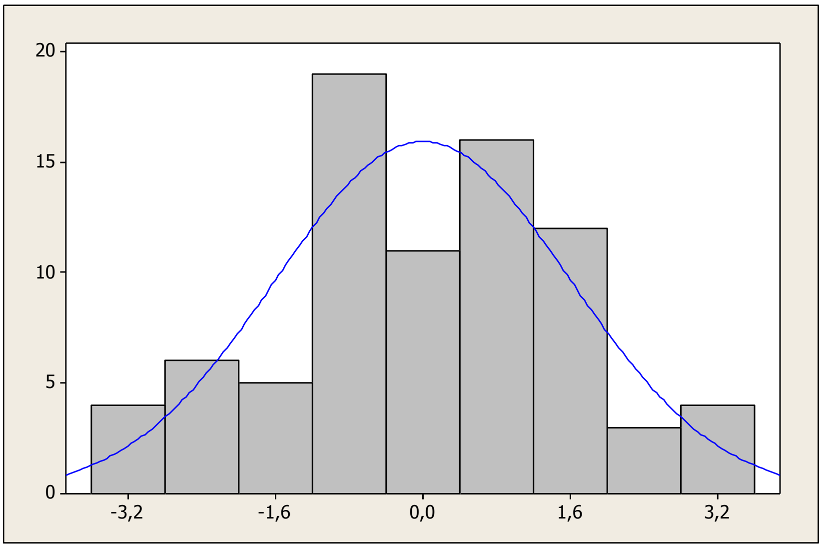


Gráfico 3. Histograma de residuales
Elaborado por: La Autora

Como se puede apreciar los residuales definen una distribución centrada en cero y con la variabilidad esperada, según el supuesto considerado en el modelo.

Adicionalmente, se ha considerado oportuno comprobar la normalidad de estos errores, obteniéndose el Gráfico 4, también denominado gráfico de probabilidad normal que permite comparar la distribución empírica de los datos con la distribución normal.

Este gráfico presenta además el valor p obtenido de la prueba de Kolmogorov-Smirnov para verificar el supuesto de normalidad de los errores, considerando el 95% de confianza.

El contraste de hipótesis considerado en la prueba de Kolmogorov-Smirnov se presenta a continuación:

$$H_0 : Los\ residuales\ siguen\ una\ distribución\ normal$$

vs

$$H_1 : Los\ residuales\ no\ siguen\ una\ distribución\ normal$$

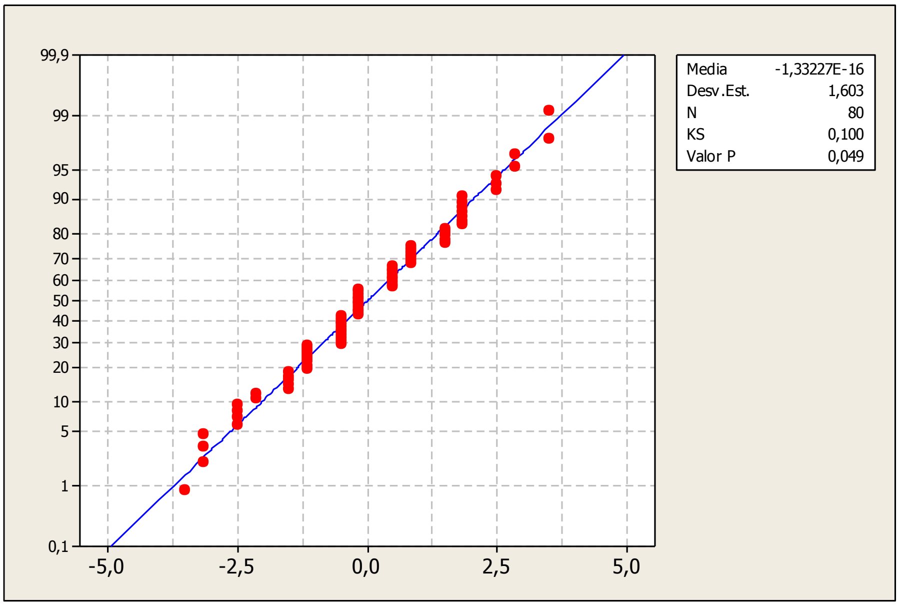


Gráfico 4. Gráfico de Normalidad para errores
Elaborado por: La Autora

En base al valor p muy cercano a 0.05, se consideró procedente confirmar que existen diferencias significativas entre los grupos, utilizando la prueba no paramétrica de Kruskal Wallis, que a diferencia del ANOVA, se basa en las medianas y no en los promedios, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 8 que permiten concluir que efectivamente, existen diferencias significativas entre las calificaciones de ambos grupos.

Tabla 8. Prueba de Kruskal Wallis

USO VISGEO	N	Mediana	del promedio	Z
1	40	10.00	29.8	-4.13
2	40	12.00	51.2	4.13
General	80		40.5	

```
H = 17.04  GL = 1  P = 0.000
H = 17.51  GL = 1  P = 0.000  (ajustados para los vínculos)
```

Elaborada por: La Autora

4.1.3 Análisis Complementarios

A más de los análisis realizados, se ha considerado pertinente revisar el comportamiento de las calificaciones alcanzadas por el grupo de control tanto en la prueba de diagnóstico como en la final, calculando para ello estadísticos descriptivos básicos, obtenidos con el apoyo del software SPSS, como se muestra en la Tabla 9.

Tabla 9. Calificaciones Grupo de Control

		CALIFICACIONES PRUEBA DIAGNÓSTICO	CALIFICACIONES PRUEBA FINAL
N	Válidos	40	40
	Perdidos	0	0
Media		11.8500	10.5250
Mediana		12.0000	10.0000
Moda		12.00	10.00
Desviación típica		2.17857	1.53569
Varianza		4.746	2.358
Rango		11.00	6.00
Mínimo		4.00	8.00
Máximo		15.00	14.00
Percentiles	25	11.0000	9.2500
	50	12.0000	10.0000
	75	13.0000	11.7500

Elaborada por: La Autora

Se puede notar que las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la prueba de diagnóstico, antes de recibir las clases de Geometría planificadas en el Curso de Nivelación, experimentan una disminución en su media, mediana, moda, desviación típica y varianza, así como en el primero, segundo y tercer cuartiles, con respecto a las que alcanzaron en la prueba final, luego de recibir sus clases de Geometría, lo cual definitivamente amerita una investigación exhaustiva, ya que en condiciones normales, debió haberse evidenciado una mejora en el rendimiento académico de los estudiantes.

A más del análisis anterior, también se compararon las calificaciones obtenidas por los estudiantes pertenecientes al grupo experimental, tanto en la prueba de diagnóstico como en la final, cuyos resultados se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10. Calificaciones Grupo Experimental

		CALIFICACIONES PRUEBA DIAGNÓSTICO	CALIFICACIONES PRUEBA FINAL
N	Válidos	40	40
	Perdidos	0	0
Media		11.3500	12.1500
Mediana		11.0000	12.0000
Moda		11.00	12.00
Desviación típica		2.06993	1.56156
Varianza		4.285	2.438
Rango		9.00	6.00
Mínimo		6.00	9.00
Máximo		15.00	15.00
Percentiles	25	10.0000	11.0000
	50	11.0000	12.0000
	75	13.0000	13.0000

Elaborada por: La Autora

En este caso, tanto la media, mediana, moda, como el primero y segundo cuartiles evidencian un incremento, lo cual se sustenta en el efecto del VisGeo como recurso didáctico de enseñanza-aprendizaje.

Adicionalmente, resulta interesante comentar que los estudiantes que conformaron el grupo experimental registraron promedios de calificaciones de lecciones y talleres relativos a los temas de Geometría Plana y del Espacio de 4.31 y 6.83, respectivamente, los cuales superan al promedio registrado en el segundo Curso de Nivelación del año 2015.

4.2 Contexto Estudiantil

Al finalizar la actividad del taller en dos y tres dimensiones en la que se utilizó el VisGeo, se solicitó al grupo de estudiantes que escribieran sus impresiones acerca del empleo de este recurso didáctico.

De manera general, ellos expresaron su satisfacción al mejorar la comprensión de definiciones y conceptos, especialmente sobre figuras, ángulos y alturas de poliedros. A otros estudiantes les pareció interesante utilizar el VisGeo porque lograron reforzar lo que aprendieron de forma conceptual, realizando la práctica de forma sencilla e interactiva; y, desarrollando su creatividad e imaginación.

Hubo estudiantes que resaltaron el hecho de que la práctica con el visualizador fue una actividad diferente y divertida, catalogándola incluso como una alternativa muy efectiva para su aprendizaje.

Foto 1. Satisfacción de estudiantes al usar VisGeo

Adicionalmente, es importante mencionar que esta actividad les llamó tanto la atención que luego de haber terminado las prácticas establecidas, solicitaron más tiempo para continuar manipulando el VisGeo, construyendo libremente otras figuras en el espacio, tal como se evidencia en el Anexo 7.

Foto 2. Construcciones adicionales con el VisGeo

Foto 3. Construcciones adicionales con el VisGeo

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

A partir del desarrollo del presente proyecto, se puede concluir lo siguiente:

- Cuidando los requerimientos de significatividad lógica y sicológica, se diseñó y construyó el visualizador geométrico VisGeo como recurso didáctico para mejorar la comprensión de la Geometría Plana y del Espacio.

- Se estructuraron y desarrollaron actividades guiadas que permitieron la implementación del uso del VisGeo como recurso didáctico para complementar la enseñanza tradicional de la Geometría en la IES objeto de estudio.

- Se diseñó un experimento balanceado considerando como único factor el uso del VisGeo, estableciéndose dos niveles, uno para el grupo de control y otro para el experimental, conformando aleatoriamente muestras representativas a partir de la población de los estudiantes de la asignatura de Matemáticas pertenecientes al Curso de Nivelación de la IES.

- Con una potencia mayor que 0.9, a través de los resultados obtenidos del Análisis de Varianza y de la prueba no paramétrica de Kruskal Wallis, se pudo establecer en base al valor p que sí existieron diferencias entre las calificaciones alcanzadas en la prueba final por ambos grupos.

- El grupo experimental que utilizó el VisGeo como recurso didáctico, evidenció un incremento en el promedio de sus calificaciones de la prueba final con respecto a la prueba de diagnóstico, pasando de 11.35 a 12.15 sobre un total de 15 puntos. Por otra parte, el grupo de control evidenció un decremento en el promedio de sus calificaciones de la prueba final con respecto a la prueba de diagnóstico, pasando de 11.85 a 10.52 del total de 15 puntos.

5.2 Recomendaciones

La experiencia adquirida con el desarrollo del presente proyecto, permite proponer las siguientes recomendaciones:

- Concienciar a los directivos de las IES del país en relación al gran beneficio obtenido por el uso de recursos didácticos como el VisGeo en aras de buscar opciones para solventar los costos asociados.

- Incorporar el VisGeo como recurso didáctico de apoyo en el dictado de las clases de Geometría para la población estudiantil que conforman los cursos de nivelación que imparten las diferentes IES del país.

- Promover la utilización del VisGeo en el aprendizaje de la Geometría Plana y del Espacio en la secundaria, desde el nivel básico superior hasta el bachillerato, con el propósito de desarrollar la inteligencia espacial de los aprendientes.

- Motivar a los docentes de nivel secundario y de los cursos nivelatorios en el diseño, construcción e innovación de recursos didácticos que sustenten de forma eficiente el desarrollo de los tres saberes en el proceso educativo.

- Sugerir la recepción de pruebas antes de empezar cada tema y después de finalizarlo para cuantificar el aprendizaje real de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

Ausubel, D. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Segunda Ed). México: Editorial Trillas.

Baki, A., Kosa, T., & Guven, B. (2011). A comparative study of the effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on the spatial visualization skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology*, *42*(2), 291-310.

Bruner, J. S. (1960). *The Process of education*. Cambridge, Massachusets: Harvard University Press.

Cáceres, L., & Barreto, C. (2011). El Geoplano como herramienta didáctica para la enseñanza de la Geometría. Universidad de Puerto Rico, Recinto Universitario de Mayaguez. Recuperado a partir de http://afamac.uprm.edu/Geoplano.pdf

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A Meta-Analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics With Concrete Manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 380-400. https://doi.org/10.1037/a0031084

Furinghetti, F., & Menghini, M. (2014). The role of concrete materials in Emma Castelnuovo' s view of mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *87*(1), 1-6. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9569-8

Montgomery, D. (2004). *Diseño y Análisis de Experimentos* (Segunda Ed). México D. F., México: Limusa Wiley.

Mora, J. (1995). Los Recursos Didácticos en el aprendizaje de la Geometría. *Revista de didáctica de las Matemáticas*, *3*, 101-115.

Ortiz, I., & Ramírez, M. (2014). Emma Castelnuovo, las Matemáticas de lo cotidiano. *Boletín de la Titulación de Matemáticas de la Universidad de Almería*, *VII*(3), 11-13.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. Nueva York, USA: Basic Books Co.

Puig Adam, P. (1958). El material didáctico matemático actual. En *XI Reunión de la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza Matemática y I Exposición Internacional de Material Didáctico Matemático*. Madrid, España: Ministerio de Educación Nacional.

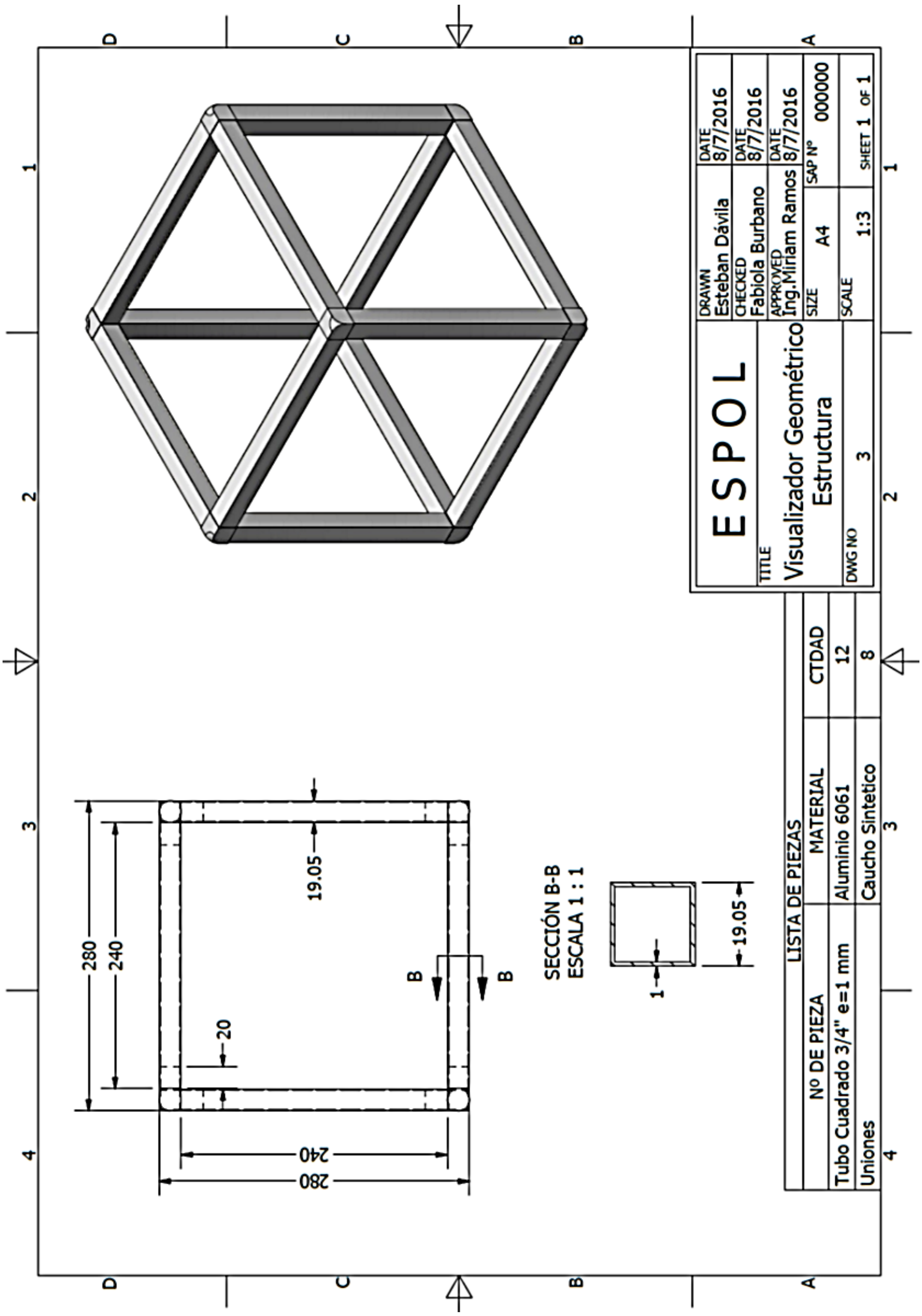
Rodríguez, L. (2004). La Teoría del Aprendizaje Significativo. En *First International Conference on Concept Mapping*. Pamplona, España: Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.).

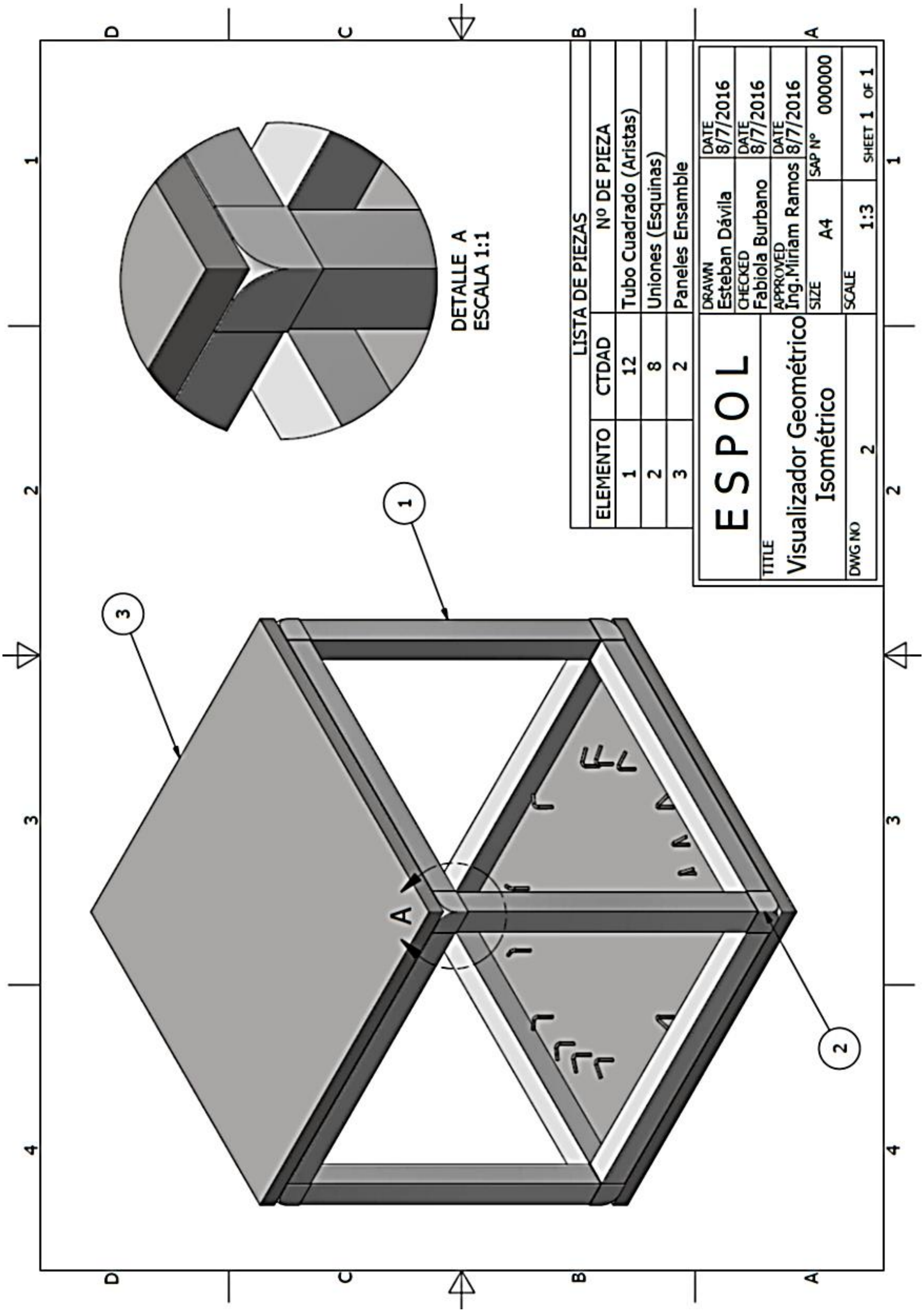
Vara, M. (2002). El geoespacio como recurso didáctico en la enseñanza de la Geometría. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *16*(2), 445-449.

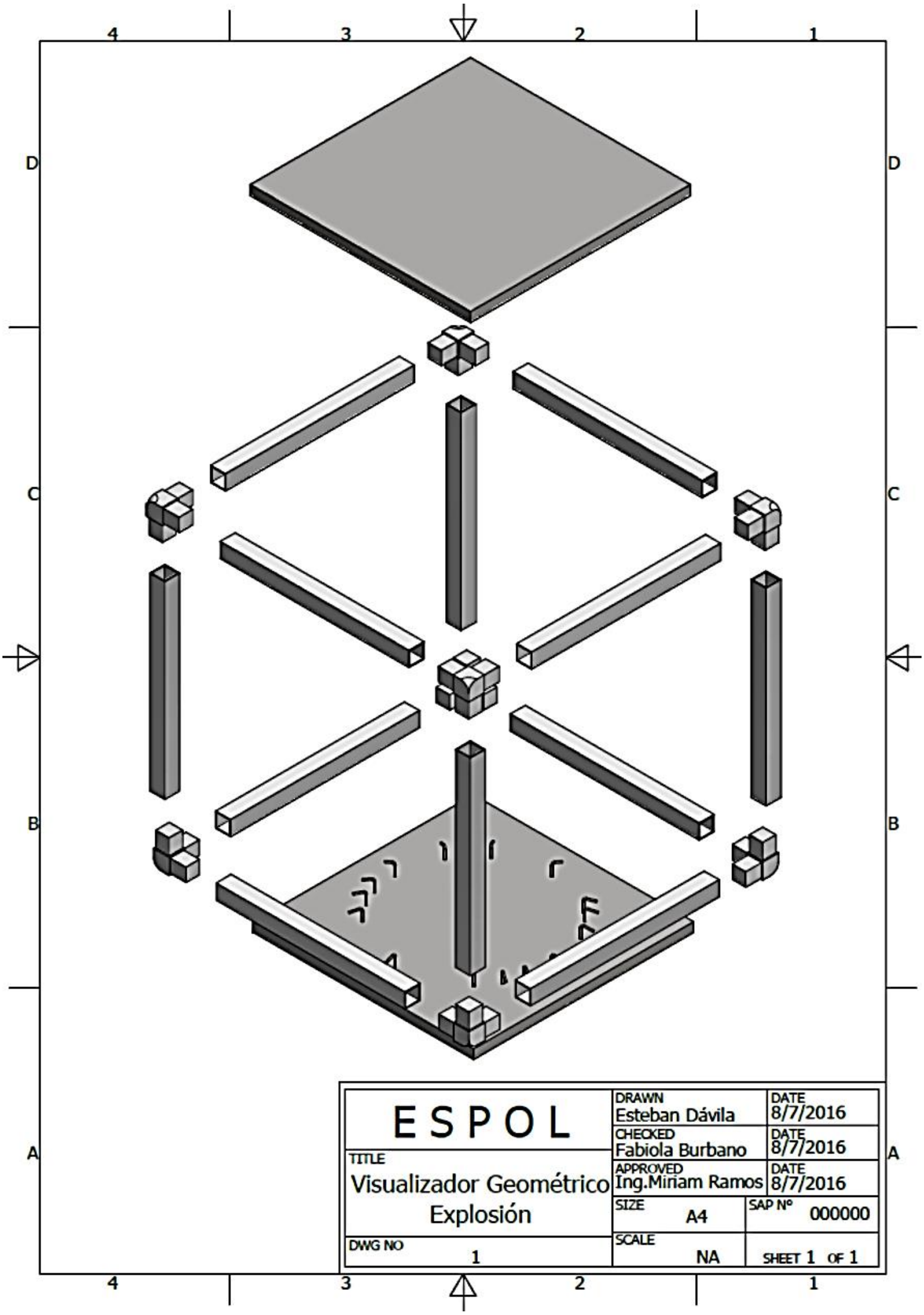
Zurita, G. (2010). *Probabilidad y Estadística: Fundamentos y Aplicaciones*. Guayaquil, Ecuador: ESPOL, Escuela Superior Politécnica del Litoral.

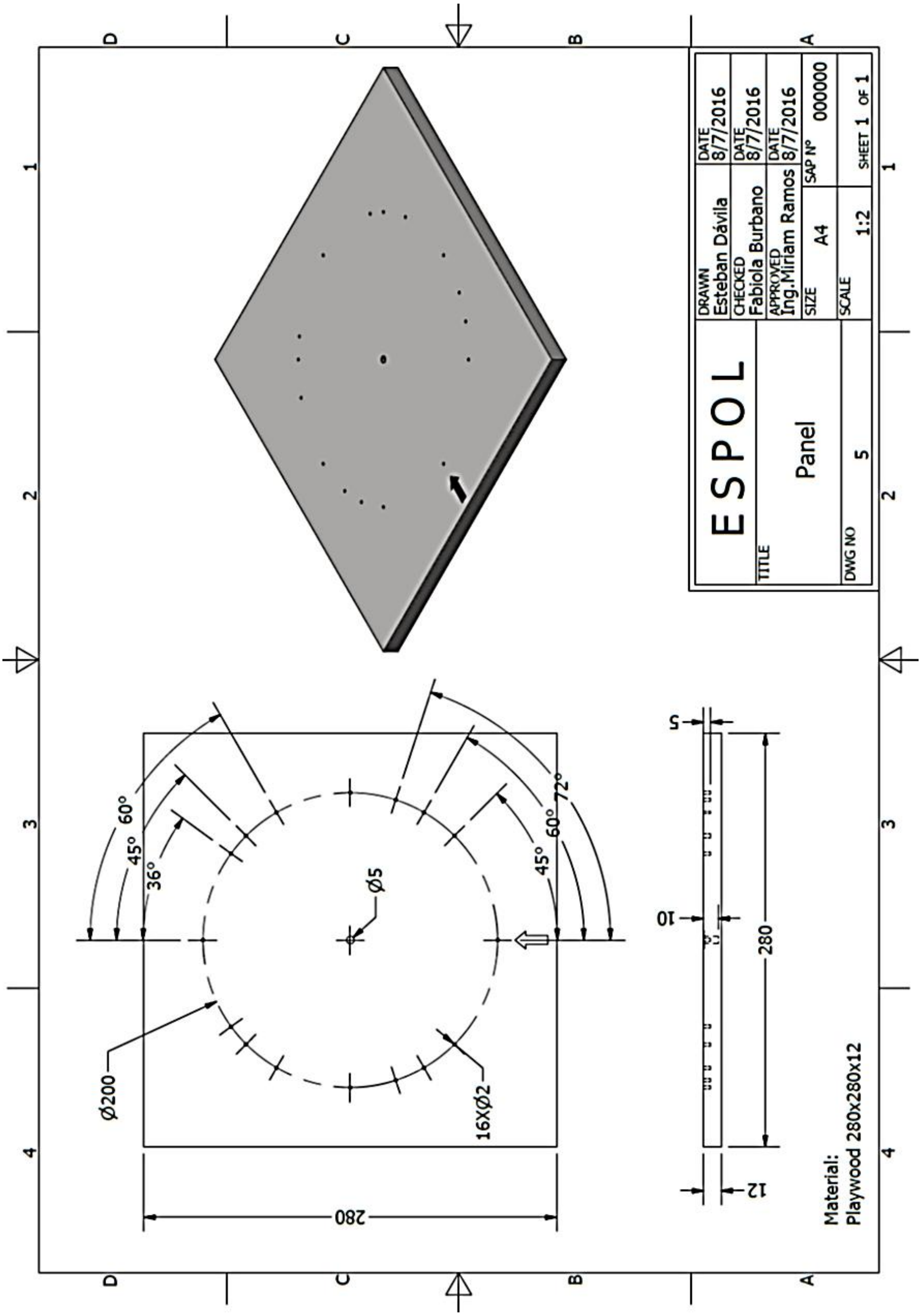
ANEXOS

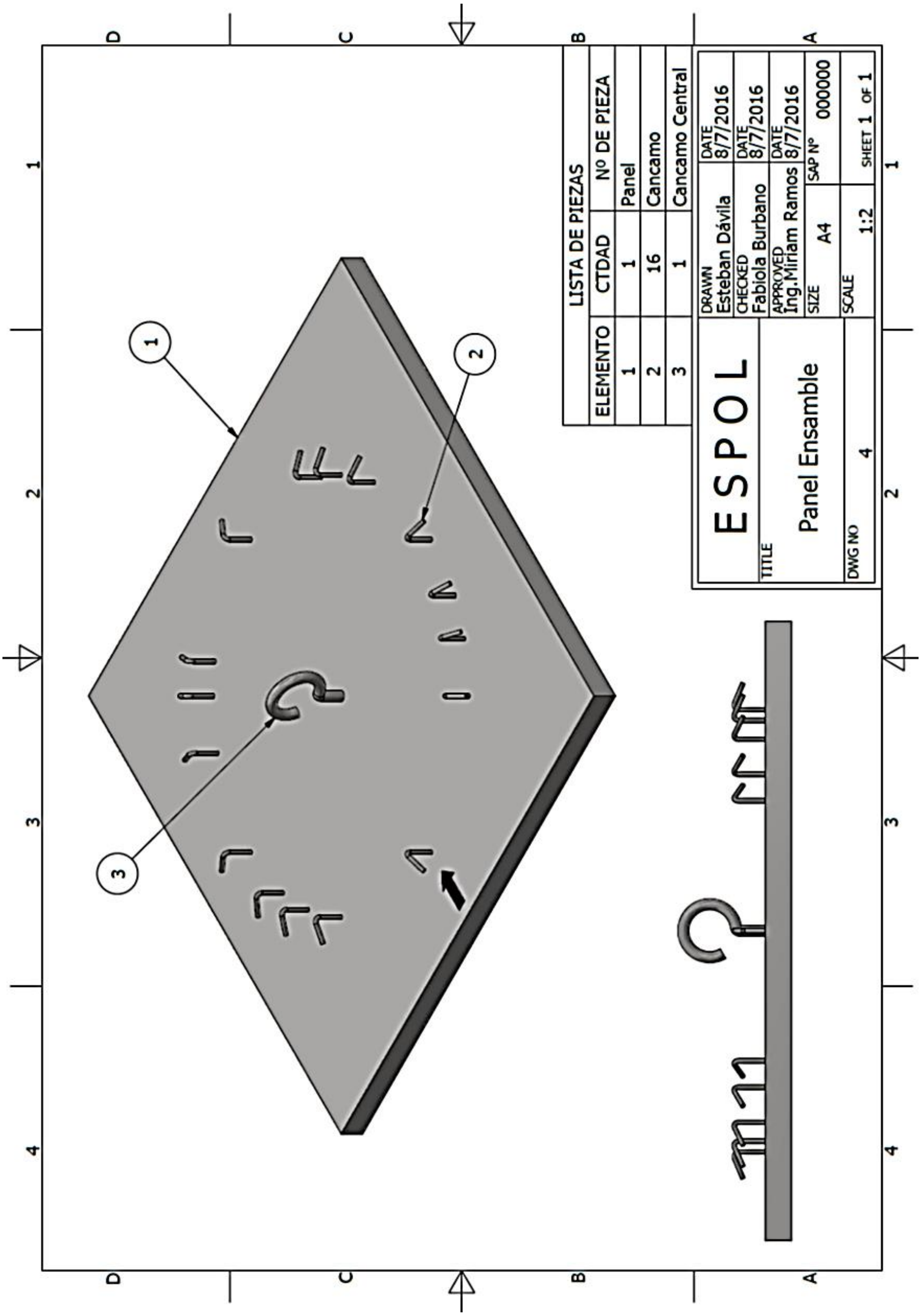
Anexo 1

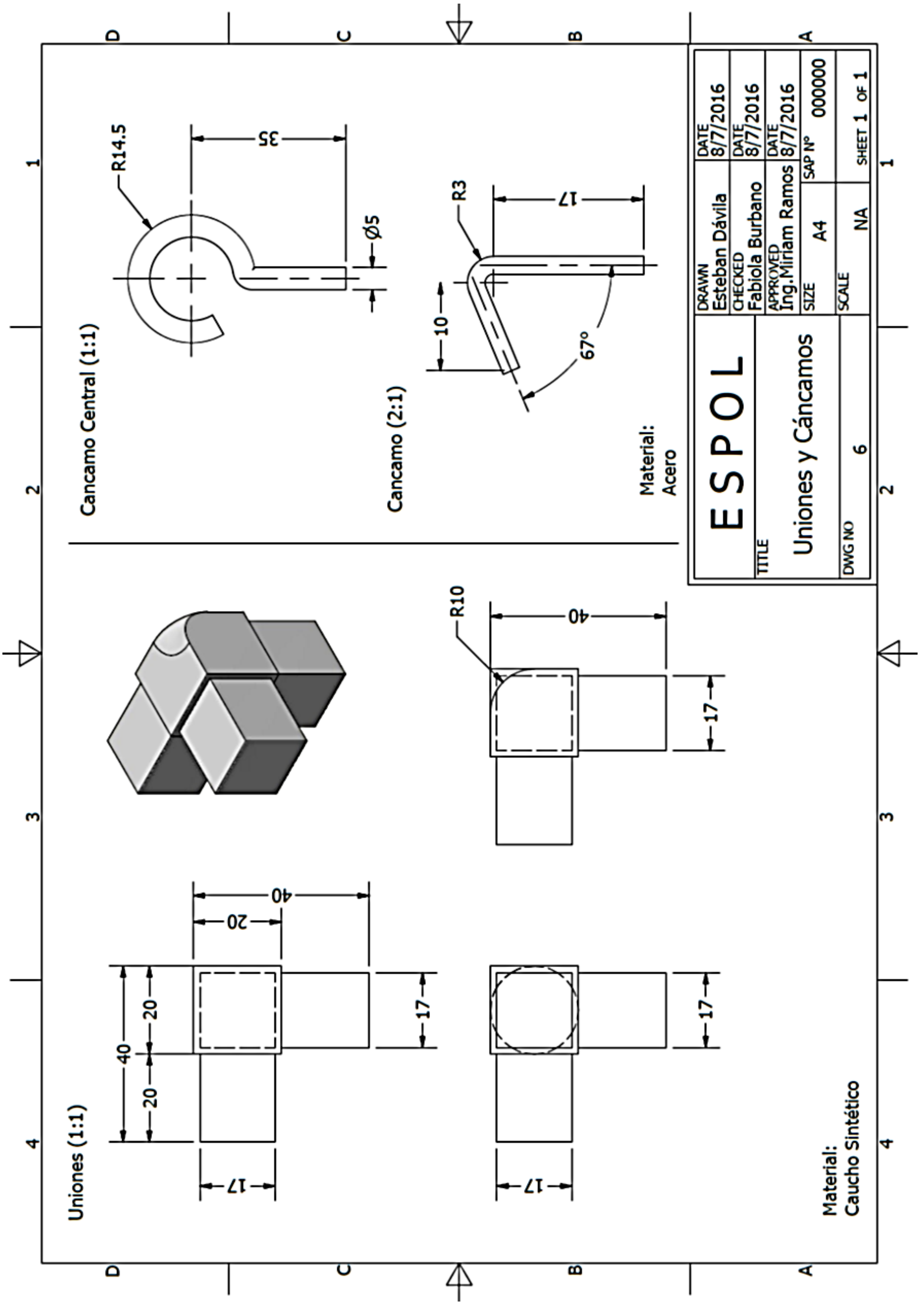

ESPOL
TITLE
Visualizador Geométrico
Estructura
DRAWN
Esteban Dávila
DATE
8/7/2016
CHECKED
Fabiola Burbano
DATE
8/7/2016
APPROVED
Ing.Miriam Ramos
DATE
8/7/2016
SIZE
A4
SAP Nº
000000
SCALE
1:3
SHEET 1 OF 1
DWG NO
3
LISTA DE PIEZAS
Nº DE PIEZA
MATERIAL
CTDAD
Tubo Cuadrado 3/4" e=1 mm
Aluminio 6061
12
Uniones
Caucho Sintetico
8
SECCIÓN B-B
ESCALA 1 : 1
19.05
1
280
240
20
B
B


DETALLE A
ESCALA 1:1
A
LISTA DE PIEZAS
ELEMENTO | CTDAD | Nº DE PIEZA
1 | 12 | Tubo Cuadrado (Aristas)
2 | 8 | Uniones (Esquinas)
3 | 2 | Paneles Ensamble
ESPOL
DRAWN Esteban Dávila DATE 8/7/2016
CHECKED Fabiola Burbano DATE 8/7/2016
APPROVED Ing.Miriam Ramos DATE 8/7/2016
TITLE
Visualizador Geométrico
Isométrico
SIZE A4
SAP Nº 000000
DWG NO 2
SCALE 1:3
SHEET 1 OF 1


4
3
2
1
D
C
B
A
ESPOL
DRAWN
Esteban Dávila
DATE
8/7/2016
CHECKED
Fabiola Burbano
DATE
8/7/2016
TITLE
Visualizador Geométrico
Explosión
APPROVED
Ing.Miriam Ramos
DATE
8/7/2016
SIZE
A4
SAP N°
000000
DWG NO
1
SCALE
NA
SHEET 1 OF 1

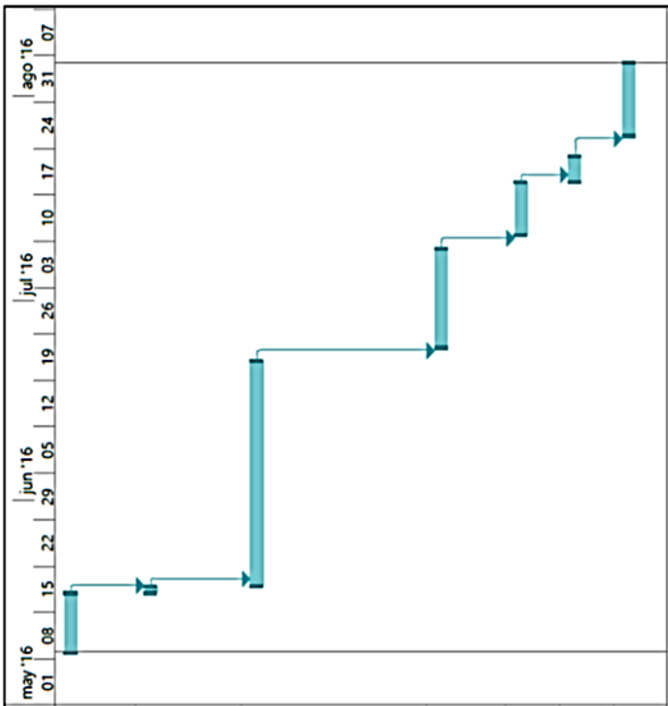

ESPOL
DRAWN
Esteban Dávila
DATE
8/7/2016
CHECKED
Fabiola Burbano
DATE
8/7/2016
APPROVED
Ing.Miriam Ramos
DATE
8/7/2016
TITLE
Panel
SIZE
A4
SAP Nº
000000
DWG NO
5
SCALE
1:2
SHEET 1 OF 1
Ø5
Ø200
16XØ2
36°
45°
60°
72°
280
10
5
12
Material:
Playwood 280x280x12


LISTA DE PIEZAS
ELEMENTO
CTDAD
Nº DE PIEZA
1
1
Panel
2
16
Cancamo
3
1
Cancamo Central
E S P O L
TITLE
Panel Ensamble
DRAWN
Esteban Dávila
DATE
8/7/2016
CHECKED
Fabiola Burbano
DATE
8/7/2016
APPROVED
Ing.Miriam Ramos
DATE
8/7/2016
SIZE
A4
SAP Nº
000000
DWG NO
4
SCALE
1:2
SHEET 1 OF 1


Cancamo Central (1:1)
R14.5
35
Ø5
Cancamo (2:1)
R3
17
10
67°
Material: Acero
ESPOL
TITLE
Uniones y Cáncamos
DWG NO 6
DRAWN Esteban Dávila DATE 8/7/2016
CHECKED Fabiola Burbano DATE 8/7/2016
APPROVED Ing.Miriam Ramos DATE 8/7/2016
SIZE A4
SAP Nº 000000
SCALE NA
SHEET 1 OF 1
Uniones (1:1)
R10
40
20
17
Material: Caucho Sintético

Anexo 2

Id	Nombre de tarea	Duración	Comienzo	Fin	Predecesoras
1	Elaboración del primer prototipo de visualizador (hierro)	7 días	lun 09/05/16	mar 17/05/16	
2	Presentación del primer prototipo para análisis y ajustes	1 día	mié 18/05/16	mié 18/05/16	1
3	Diseños preliminares y elaboración de prototipos de prueba de visualizador (aluminio)	24 días	jue 19/05/16	mar 21/06/16	2
4	Diseño y Elaboración de planos del VisGeo	11 días	vie 24/06/16	vie 08/07/16	3
5	Construcción del primer VisGeo	6 días	lun 11/07/16	lun 18/07/16	4
6	Revisión y Prueba de VisGeo	4 días	mar 19/07/16	vie 22/07/16	5
7	Construcción de 9 VisGeo adicionales	9 días	mar 26/07/16	vie 05/08/16	6



Proyecto: VisGeo Gantt
Fecha: mar 17/01/17

Tarea
División
Hito
Resumen
Resumen del proyecto
Tarea inactiva
Hito inactivo
Resumen inactivo
Tarea manual
solo duración
Informe de resumen manual
Resumen manual
solo el comienzo
solo fin
Tareas externas
Hito externo
Fecha límite
Progreso
Progreso manual

Página 1

Anexo 3

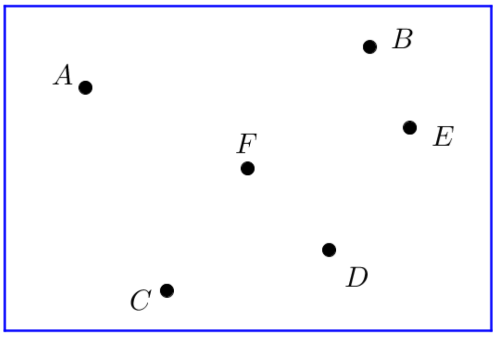
PRUEBA DE DIAGNÓSTICO
GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO
CURSO NIVELACIÓN 2016 (IS)
MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS

Nombre:…………………………………………………… **Paralelo:**…………..

La presente prueba está diseñada para ser resuelta en un tiempo máximo de 40 minutos. Considere que **NO TODAS** las figuras están a escala.

1) Complete los siguientes enunciados con las palabras del recuadro utilizando cada palabra, una sola vez.

convexo	triángulos	polígono
cuadriláteros	pentágono	



a) $\overline{AB} \cup \overline{BF} \cup \overline{AF}$ y $\overline{CE} \cup \overline{CD} \cup \overline{ED}$ forman ________________.

b) $\overline{AB} \cup \overline{BE} \cup \overline{AC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DE}$ forman un______________que además es un polígono .

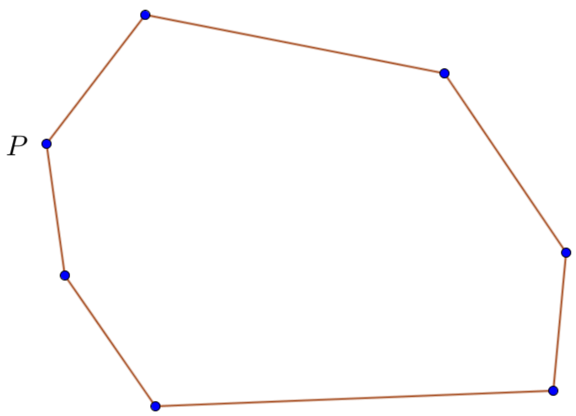
c) $\overline{AE} \cup \overline{FE} \cup \overline{CF} \cup \overline{AC}$ es un_______________no convexo.

d) $ABDC$ y $ABEC$ son_______________.

2) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas.

PROPOSICIÓN	VALOR DE VERDAD
Todo triángulo tiene una y sólo una altura.	
Tres segmentos de recta cuyas longitudes son $a,\ b,\ c$ tales que $a \geq b \geq c > 0$ forman un triángulo si $a < b + c$.	
Todo cuadrilátero es también un rectángulo.	
Todo rectángulo es también un cuadrilátero.	

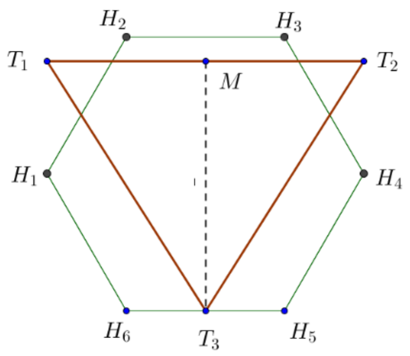
3) En el siguiente polígono, trace todas las posibles diagonales que puedan generarse desde el vértice P



4) Subraye la opción correcta para cada literal:

a) En el siguiente gráfico, ambas figuras son polígonos regulares. Entonces la proposición "Si $\overline{T_1T_2} \parallel \overline{H_5H_6}$ y M es punto medio del segmento $\overline{T_1T_2}$, entonces $\overline{T_2T_3} \parallel \overline{H_4H_5}$ " es una proposición:

Verdadera

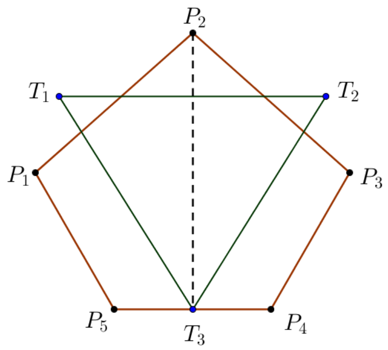


Falsa

b) En el siguiente gráfico, ambas figuras son polígonos regulares. La proposición "Si $\overline{P_4P_5} \perp \overline{P_2T_3}$ entonces $\overline{T_2T_3} \parallel \overline{P_4P_5}$", entonces $\overline{T_2T_3} \parallel \overline{P_3P_4}$" es una proposición:

Verdadera

Falsa

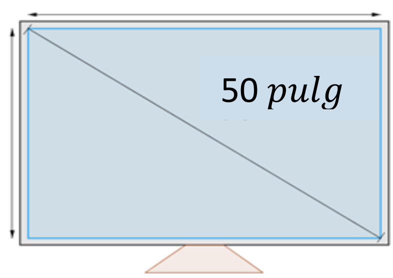


5) La pantalla de un televisor plasma de $50\,pulg$ tiene una relación de aspecto (largo: ancho) de $4:3$. Conociendo que $1\,pulg = 2.54\,cm$, se puede afirmar que las longitudes en centímetros de su ancho y alto son respectivamente:

largo

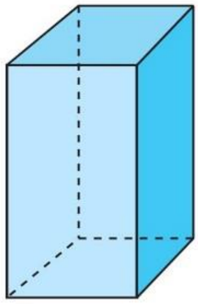
a) 40 y 50
b) 50 y 40
c) 101,60 y 76,2
d) 120,40 y 90,30

ancho

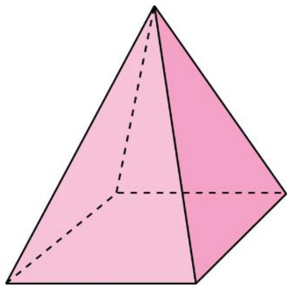


6) En relación al siguiente prisma recto, se puede afirmar que posee:

a) 12 ángulos diedros y 8 triedros
b) 8 ángulos diedros y 8 triedros
c) 2 ángulos diedros y 3 triedros
d) 10 ángulos diedros y 6 triedros.



7) Grafique la altura de la siguiente pirámide recta.



Anexo 4

TALLER DE VISUALIZACIÓN EN DOS Y TRES DIMENSIONES
PARA EL FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA
POLÍGONOS Y POLIEDROS
CURSO DE NIVELACIÓN 2016 (IS)

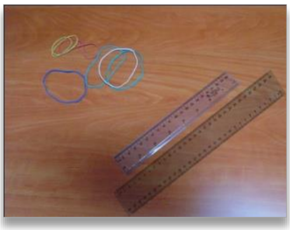
OBJETIVOS

Al finalizar el presente taller, con la ayuda del **VISUALIZADOR GEOMÉTRICO**, el estudiante estará en capacidad de:

- Construir figuras geométricas en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$
- Identificar los principales elementos de polígonos y poliedros
- Relacionar dimensiones de los elementos en polígonos y poliedros

MATERIALES

- Visualizador geométrico conteniendo la estructura o armazón y dos paneles de ensamble
- Ligas elásticas de colores
- Reglas de 20 y 30 cm
- Calculadora
- Lápiz y Borrador

		
Estructura y paneles	Panel en posición inicial	Ligas y reglas

PRÁCTICA # 1

Los estudiantes en sus respectivos grupos construirán, con la ayuda de un panel dispuesto en su posición inicial y de las ligas necesarias, lo siguiente:

- Poligonal cerrada y Poligonal abierta.
- Polígonos regulares: Triángulo, Cuadrado, Pentágono, Hexágono, Octágono.
- Polígonos irregulares: Triángulo, Cuadrilátero, Decágono.
- Polígono convexo y polígono no convexo.

PRÁCTICA # 2

Los estudiantes en sus respectivos grupos construirán, con la ayuda de un panel dispuesto en su posición inicial y de las ligas necesarias, lo siguiente:

- Cuadrado y sus respectivas diagonales.
- Triángulo equilátero y sus respectivas bisectrices.
- Triángulo isósceles y sus respectivas alturas.
- Triángulo rectángulo y sus respectivas mediatrices.
- Pentágono regular y sus respectivas diagonales.

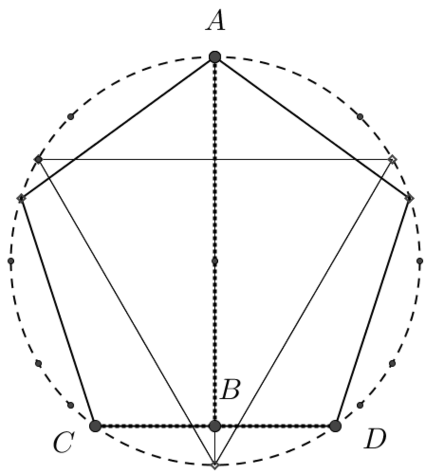
PRÁCTICA # 3

Los estudiantes en sus respectivos grupos construirán y verificarán, con la ayuda de un panel dispuesto en su posición inicial; y, las ligas necesarias, lo siguiente:

- Triángulo escaleno en el que se compruebe que la longitud de cualquiera de sus lados es menor que la suma de las longitudes de los lados restantes.

- Triángulo rectángulo en el que se compruebe el Teorema de Pitágoras, al medir las longitudes de su hipotenusa y sus dos catetos.

- Triángulo y pentágono, ambos regulares, según la figura detallada en el que se compruebe, realizando las mediciones respectivas, que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} \approx 1.5388$.



PRÁCTICA # 4

Los estudiantes en sus respectivos grupos construirán, con la ayuda del armazón, paneles dispuestos en la parte superior e inferior del armazón, de manera tal que las posiciones iniciales estén alineadas; y, las ligas necesarias, lo siguiente:

- Prisma recto de base triangular en el que identifiquen sus ángulos diedros y triedros, determinando la cantidad de cada clase.
- Prisma recto de base cuadrada, junto con la diagonal del poliedro, la diagonal de una cara lateral y la de su base.
- Tetraedro en el que se midan sus aristas laterales y de su base.
- Pirámide recta de base pentagonal y su respectiva altura.
- Pirámide oblicua y su respectiva altura.

IMPORTANTE: EL PROFESOR SUPERVISOR DEL TALLER REGISTRARÁ, PARA CADA GRUPO, EL CUMPLIMIENTO DE CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS EN LAS DIFERENTES PRÁCTICAS.

Anexo 5

REGISTRO DE LOGROS PARA EL TALLER DE VISUALIZACIÓN EN DOS Y TRES DIMENSIONES

FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA: POLÍGONOS Y POLIEDROS

CURSO DE NIVELACIÓN 2016 (IS)

Grupo No. ___________

PRÁCTICA No. 1				
INDICADOR	**DESEMPEÑO**			
	NO SATISFACTORIO	***POCO SATISFACTORIO***	***SATISFACTORIO***	***MUY SATISFACTORIO***
Construye e identifica poligonales cerradas				
Construye e identifica poligonales abiertas				
Construye e identifica polígonos regulares				
Construye e identifica polígonos irregulares				
Menciona la diferencia entre los polígonos regulares e irregulares				
Construye e identifica un polígono convexo.				
Construye e identifica un polígono no convexo.				
Cita la diferencia entre polígono convexo y no convexo.				
PRÁCTICA No. 2				
INDICADOR	**DESEMPEÑO**			
	NO SATISFACTORIO	***POCO SATISFACTORIO***	***SATISFACTORIO***	***MUY SATISFACTORIO***
Construye e identifica un cuadrado y sus diagonales				
Construye e identifica un triángulo equilátero y sus respectivas bisectrices obteniendo el incentro				
Construye e identifica un triángulo isósceles y sus respectivas alturas, obteniendo el ortocentro				
Construye e identifica un triángulo rectángulo y sus respectivas mediatrices, obteniendo el circuncentro				
Construye e identifica un pentágono regular con sus respectivas diagonales desde un mismo vértice o totales				

PRÁCTICA No. 3				
INDICADOR	**DESEMPEÑO**			
	NO SATISFACTORIO	***POCO SATISFACTORIO***	***SATISFACTORIO***	***MUY SATISFACTORIO***
Construye e identifica un triángulo escaleno, mide la longitud de sus lados y comprueba la desigualdad triangular				
Construye e identifica un triángulo rectángulo y comprueba el Teorema de Pitágoras				
Realiza la construcción empleando un triángulo y pentágono regulares y comprueba la razón indicada				

PRÁCTICA No. 4				
INDICADOR	**DESEMPEÑO**			
	NO SATISFACTORIO	***POCO SATISFACTORIO***	***SATISFACTORIO***	***MUY SATISFACTORIO***
Construye el prisma recto de base triangular e identifica los ÁNGULOS DIEDROS, especificando su cantidad				
Construye el prisma recto de base triangular e identifica los ÁNGULOS TRIEDROS especificando su cantidad				
Construye el prisma recto de base cuadrada e identifica la diagonal del poliedro.				
Construye el prisma recto de base cuadrada e identifica la diagonal de una de sus caras laterales y de una de sus bases				
Construye un tetraedro, identificando y midiendo sus aristas laterales y de su base				
Construye e identifica una pirámide recta de base pentagonal, así como su respectiva altura				
Construye e identifica una pirámide oblicua, así como su respectiva altura				

Anexo 6

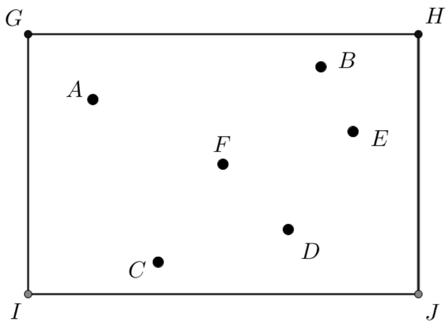
PRUEBA FINAL
GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO
CURSO DE NIVELACIÓN 2016 (IS)
MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS

Nombre: ……………………………………… **Paralelo:** …………

La presente prueba está diseñada para ser resuelta en un tiempo máximo de 40 minutos. Considere que **NO TODAS** las figuras están a escala.

1) Complete los siguientes enunciados con las palabras del recuadro utilizando cada palabra, una sola vez.

convexo triángulos polígono cuadriláteros pentágono



a) $\overline{AB} \cup \overline{BF} \cup \overline{AF}$ y $\overline{CE} \cup \overline{CD} \cup \overline{ED}$ forman ____________________ .

b) $\overline{AB} \cup \overline{BE} \cup \overline{AC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DE}$ forman un __________________ que además es un polígono .

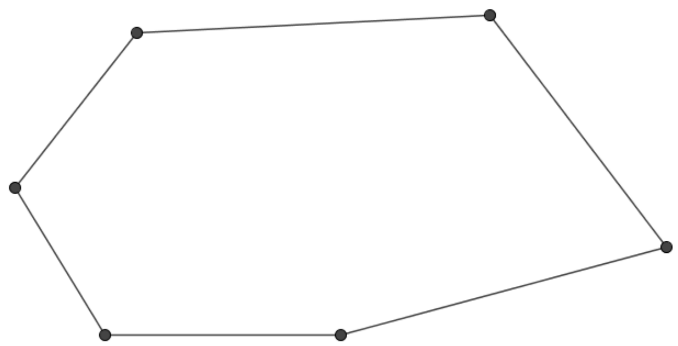
c) $\overline{AE} \cup \overline{FE} \cup \overline{CF} \cup \overline{AC}$ es un ______________________ no convexo.

d) $ABDC$ y $ABEC$ son _______________________ .

2) Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas.

PROPOSICIÓN	VALOR DE VERDAD
Dependiendo de la base de referencia, en un triángulo pueden trazarse hasta 3 alturas.	
Tres segmentos de recta cuyas longitudes son a, b, c tales que $a \geq b \geq c > 0$ forman un triángulo si $a < b + c$.	
Existe al menos un polígono regular cuyos lados no son congruentes.	
En toda pirámide, una recta que contenga a la altura de la misma, siempre interseca a la base	

3) En el siguiente polígono, trace todas las posibles diagonales que puedan generarse. Luego, escriba el número de diagonales trazadas.

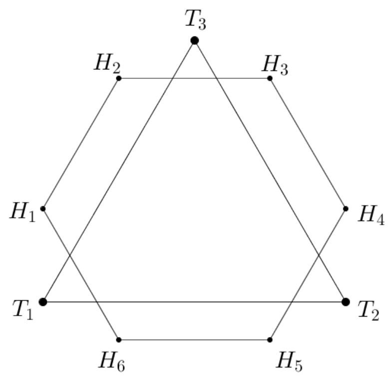


Número de diagonales: ______________ .

4) Subraye la opción correcta para cada literal:

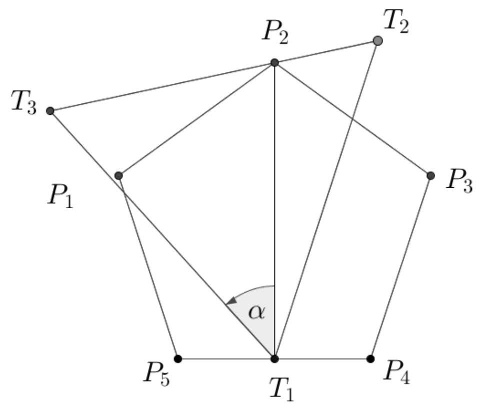
a) En el siguiente gráfico, ambas figuras son polígonos regulares. Entonces la proposición " Si $\overline{T_1T_2} \parallel \overline{H_5H_6}$, entonces $\overline{T_2T_3} \parallel \overline{H_4H_5}$ y $m\measuredangle H_1H_2H_3 = 150°$ " es una proposición:

Verdadera Falsa



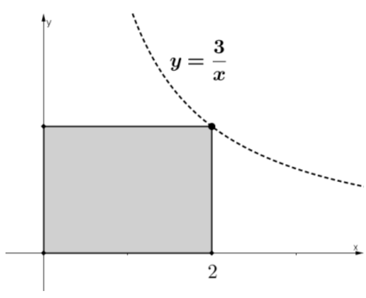
b) En el siguiente gráfico, ambas figuras son polígonos regulares. La proposición "Si $\overline{T_1T_2} \parallel \overline{P_3P_4}$, entonces $m\measuredangle P_2T_1T_3 = 42°$ " es una proposición:

Verdadera Falsa



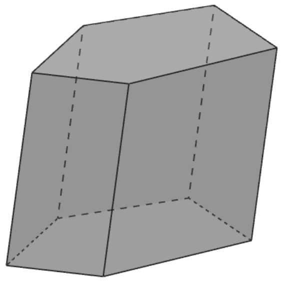
5) Determine la longitud de la diagonal del cubo cuya cara tiene un área igual al área de la superficie del rectángulo mostrado a continuación:

a) $\sqrt{3}$
b) 3
c) $3\sqrt{3}$
d) 9

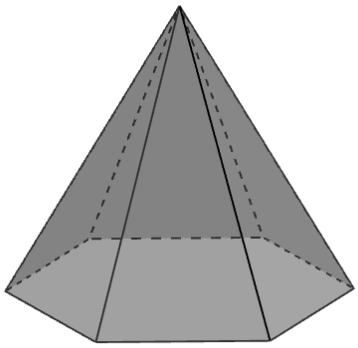


6) En relación al siguiente prisma de base pentagonal, se puede afirmar que posee:

a) 12 ángulos diedros y 16 triedros
b) 13 ángulos diedros y 14 triedros
c) 14 ángulos diedros y 12 triedros
d) 15 ángulos diedros y 10 triedros

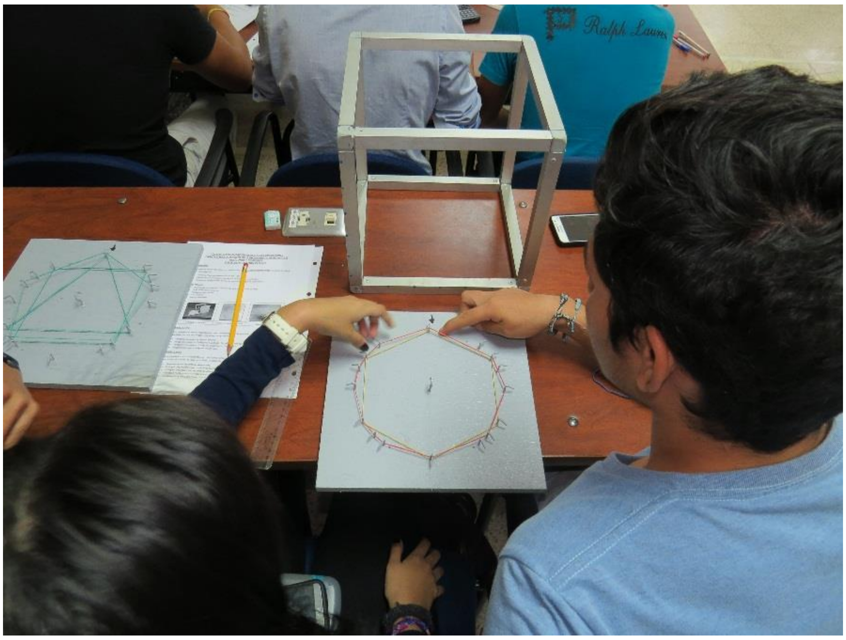


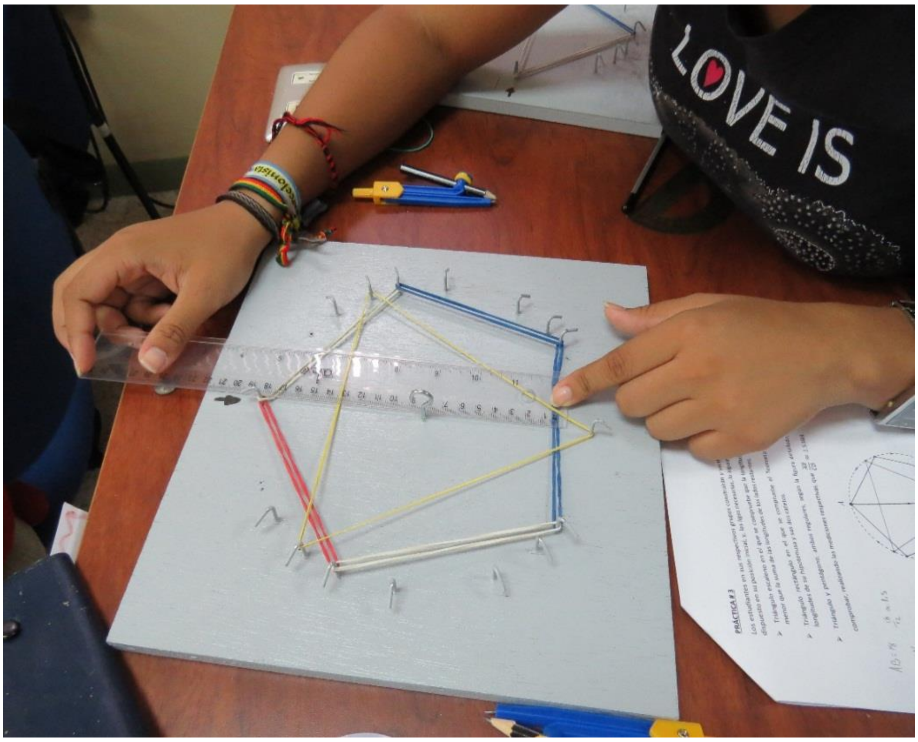
7) Grafique la altura de la siguiente pirámide recta hexagonal regular.



Anexo 7

FOTOGRAFÍAS DEL USO DEL VISUALIZADOR GEOMÉTRICO




LOVE IS


4