T
519.536
CAS

ESPOL 1958 ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

"Determinación del nivel de conocimientos en matemáticas y lenguaje de los estudiantes del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil. Un análisis estadístico"

TESIS DE GRADO

Previa a la obtención del Título de:

INGENIERO EN ESTADISTICA INFORMATICA

PRESENTADA POR:

José Alfredo Castro Carrasco

D-26731
CIB

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO 2001

AGRADECIMIENTO

A Dios, a mi familia, a mis amigos y a todos quienes colaboraron para la realización de la presente investigación.

DEDICATORIA

A mis padres, que desde el cielo y la tierra siempre me han apoyado.

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Ing. Félix Ramírez
Director del ICM

Ing. Gaudencio Zurita
Director de Tesis

Ing. Eduardo Molina
Vocal

Ing. Néstor Alejandro
Vocal

DECLARACION EXPRESA

"La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

José A. Castro Carrasco

RESUMEN

El presente trabajo es un estudio estadístico para determinar el nivel de conocimientos en matemática y lenguaje de los alumnos de los sextos cursos de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil. El trabajo consta de cuatro capítulos.

En el primer capítulo se presenta las particularidades del ambiente en que se ha desarrollado la educación en el Ecuador y la importancia de la educación en el desarrollo de un país. En el segundo capítulo se determinan las características de los estudiantes del sexto curso de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil que van a ser estudiadas.

En el tercer y cuarto capítulo se presenta un análisis univariado y multivariado de los datos a través de técnicas estadísticas y descriptivas. En la parte final del presente trabajo se indican resultados importantes obtenidos a través del presente estudio.

INDICE GENERAL

Conclusiones y recomendaciones

Apéndices

Bibliografía

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE TABLAS

INDICE DE ANEXOS

INTRODUCCION

El siguiente trabajo es un estudio estadístico del nivel de conocimiento de matemáticas y lenguaje de los alumnos del sexto curso de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil. Este estudio pretende convertirse en un aporte para la educación del país, porque además de determinar el nivel de conocimiento, se quiere identificar causas que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes como calidad de los maestros, también estamos interesados en determinar si los alumnos realizan alguna actividad laboral, y es importante saber si existe o no ayuda del gobierno a los establecimientos.

Para nuestro estudio, hemos considerado sectores rurales del cantón Guayaquil a: Chongón, Puná, Juan Gómez Rendón, Posorja y Tenguel, donde según datos de la dirección provincial de educación existe un total de seis colegios fiscales rurales.

CAPITULO 1

1. LA EDUCACIÓN COMO FUENTE DE DESARROLLO DE UN PAIS

1.1 Educación y desarrollo

Cuando nosotros hablamos del desarrollo de un país, en cualquier ámbito, ya sea cultural, tecnológico, social, deportivo, etc., encontramos que la única forma de alcanzarlo es calificando los recursos humanos e invirtiendo en la educación, indispensable para mejorar la calidad de vida de la gente, así como la calidad del desarrollo de un país. La educación de un pueblo, es pilar fundamental para alcanzar la independencia política y económica, así lo confirma la frase del ex presidente de la república de Tanzania, Julius Nyerere: “La educación no es la manera de escapar de la pobreza del país. Es una forma de luchar contra ella”.

Este sistema educativo debe considerar como lo más importante a los niños, inspirado en principios éticos, pluralistas, democráticos, humanistas y científicos, con la participación activa de todos quienes conforman la comunidad educativa, donde existan espacios educativos para que el estudiante pueda desarrollarse, administrado mediante un ministerio ágil, eficiente y descentralizado. Sin embargo, tal parece que nosotros nos empeñamos en hacer todo lo contrario, lo que es causa fundamental para que la pobreza aumente, ya que no se aprende lo que se debe saber, lo que hace que no se desarrollen a plenitud nuestras habilidades, y todo esto desemboca en un pobre desempeño laboral.

Cuando invertimos en educación de calidad, estamos creando las bases fundamentales para la construcción de una nación, porque ampliamos las metas de los habitantes, creamos una amplia participación social, tendremos un cambio radical en la calidad de vida, contaremos con recurso humano capacitado eficiente y eficaz, y así lograr liberarnos de la dependencia tecnológica cultural en la que habitamos.

1.2 Visión de la educación ecuatoriana

Bajo la batuta de un ministerio ágil, eficiente y despolitizado, que aliente la toma de decisiones locales, asesora las propuestas pedagógicas y favorece el vínculo con la comunidad debemos construir un sistema educativo donde los más importante sean los niños, ayudados por una correcta infraestructura donde las niñas, niños y jóvenes desarrollan sus potencialidades, adquieren conocimientos y destrezas para comprender la realidad, creatividad para actuar sobre ella, y autoestima y valores para el ejercicio de la ciudadanía, respeto a la diversidad y equidad de género, y con la seguridad de contar con unidades educativas que toman decisiones de acuerdo a sus características culturales propias, e impulsan el desarrollo local y nacional.

Es importante la masiva y correcta participación de una comunidad educativa, la cual debe trabajar coordinadamente y apoyando la educación, donde los padres de familia junto a los maestros participan de las decisiones educativas y velan porque sus hijos aprendan y sean respetados.

1.3 La Educación rural e indígena.

La educación es para el hombre del campo una suerte de aprendizaje de su dependencia, porque sólo es tomado como objeto de la enseñanza y no como sujeto activo de ella, ya que para las personas del campo, las destreza o conocimientos adquiridos guardan poca o ninguna relación con la vida cotidiana. El acceso a la escuela es muy difícil para ellos, no sólo porque el padre sea reacio a mandar a sus hijos, sino porque cada familia, para lograr su presupuesto de supervivencia, necesita del trabajo de todos sus miembros, incluidos los hijos de edad escolar, ya que si uno de ellos va a la escuela, pierde una mano de obra vital, llegando a poner en peligro la vida misma del núcleo familiar. La manera como la sociedad rural se relaciona con la educación urbana, está determinada por la concepción que tiene la sociedad dominante sobre la población indígena a lo largo de toda la historia nacional, donde desde época de la colonia no se reconoce el derecho de que ellos accedan a la educación, ya que les convenía a las personas que ejercían algún poder, en su mayoría extranjeros y gente pudiente, mantenerlos en condiciones de inferioridad por razones de control social, llegando hasta a mediados del siglo XX que es cuando se empieza a hablar de la educación indígena en lugar de la educación de los indios como había sido lo tradicional.

La educación rural en el país, se desarrolla en base a dos corrientes: la oficial que está dentro de la estructura establecida por el Ministerio de Educación, que en algunos casos se encuentra influenciada por organismos internacionales y que responde a fines como la unificación de la nación, o la modernización, o porque desconoce la realidad de heterogeneidad cultural y lingüística del país, y la privada, que propone innovaciones fuera del sistema y se relaciona con estructuras más complicadas. Debemos considerar que la población ecuatoriana está formada, además del sector de habla hispana, por nueve etnias con lengua y cultura específica que aproximadamente conforman un 20 por ciento de la población nacional.

En el área rural, las causas de la mala calidad se acentúan ya sea por los profesores de mala calidad que junto con una infraestructura y material didáctico inapropiado en algunos casos e inexistente en otros, nos brindan números que son indicadores de que no estamos haciendo las cosas bien, tales como (ver tabla I): El promedio de años de escolarización de la población es de 7.1 años, esto quiere decir que en promedio los alumnos estudian hasta el séptimo año, mientras que el de la población rural es de 4.8 y entre los grupos indígenas se acentúan a 3.7; en la zona rural un 20 por ciento de niños que deberían asistir a la escuela, no lo hacen, y de cada 100 niños que ingresan a la escuela, tan solo 36 egresan habiendo terminado el ciclo; la deserción en el campo es del 34 por ciento, un porcentaje de repetición del 15.2 por ciento. Estos datos corresponden al Sistema Nacional de Estadísticas del Ecuador (SINEC) del año 1997-1998

TABLA I
Tasa bruta y neta de escolaridad global a nivel nacional y por área

Años	94	95	98	99
Nacional				
Tasa bruta global	79.6%	85.1%	87.9%	88.1%
Tasa neta global	64.1%	69.8%	71.0%	72.4%
Urbano				
Tasa bruta global	91.4%	94.8%	97.6%	97.6%
Tasa neta global	75.0%	78.7%	80.4%	81.6%
Rural				
Tasa bruta global	65.9%	73.2%	76.2%	76.1%
Tasa neta global	51.5%	58.9%	59.8%	60.7%

Fuente INEC: Encuesta de condiciones de vida.
SECAP 1994; INEC: 1995 - 1999

1.4 Enfoque histórico de la matemática

Para presentar un enfoque histórico de la matemática, vamos a tomar las cuatro grandes etapas según la periodicidad establecida por Andrei Kolmogorov (1903-1987), uno de los más grandes matemáticos en la historia.

La primera etapa de la matemática corresponde al nacimiento de la matemática, este periodo se prolonga hasta los siglos VI-V A.C. cuando las matemáticas se convierten en una ciencia independiente con objeto y metodología propios. También podría denominarse matemáticas antiguas o prehelénicas y en ella se suelen englobar las matemáticas de las antiguas civilizaciones de Egipto, Mesopotamia, China e India. Luego viene la segunda etapa de la matemática, correspondiente al periodo de las matemáticas elementales, que se prolonga desde los siglos VI-V A.C. hasta finales del siglo XVI. Durante este periodo se obtuvieron grandes logros en el estudio de las matemáticas constantes, comenzando a desarrollarse la geometría analítica y el análisis infinitesimal. La tercera etapa corresponde al período de formación de las matemáticas de magnitudes variables, donde su inicio está representado por la introducción de las magnitudes variables en la geometría analítica de Descartes y la creación del cálculo diferencial e integral en los trabajos de I. Newton y G.V. Leibniz. En el transcurso de este periodo se formaron casi todas las disciplinas conocidas actualmente, así como los fundamentos clásicos de las matemáticas contemporáneas. Este periodo se extendería aproximadamente hasta mediados del siglo XIX; y finalmente el período de las matemáticas contemporáneas, en proceso de creación desde mediados del siglo XIX. En este periodo el volumen de las formas espaciales y relaciones cuantitativas abarcadas por los métodos de las matemáticas han aumentado espectacularmente, e incluso podríamos decir exponencialmente desde la llegada del computador.

1.5 Enfoque histórico del lenguaje español.

Primitivamente, España estuvo poblada por los iberos, los celtas y celtíberos que hablaban sus propios idiomas. Más tarde arribaron los fenicios que contribuyeron al desarrollo del comercio, con sus conocimientos de navegación. Luego fueron llegando sucesivamente en plan de colonización los griegos y los cartagineses. Los dialectos autóctonos hablados en España, recibieron el aporte lingüístico de los pueblos conquistadores y dio como resultado el nacimiento de nuevas lenguas.

Los romanos hacen su arribo a la península Ibérica en el siglo III A. C., e imponen su idioma, el latín, pero no es el latín clásico o literario hablado por la gente culta o “sermo urbanus”, sino el latín vulgar o “sermo rusticus” utilizado por los plebeyos, mercaderes y soldados. Este latín, con el pasar del tiempo, dio lugar al nacimiento de las llamadas lenguas neolatinas o romances, en la península Ibérica el catalán, aragonés, castellano, leonés, gallego, etc. mientras en otras regiones se formaban el italiano, provenzal, portugués, francés, y rumano. Luego, en el siglo V los árabes invaden la

Península y durante su permanencia, dejaron marcadas huellas de su influencia idiomática en los dialectos existentes en la región.

Como podemos observar, el Castellano es una de las lenguas neolatinas que se hablaba en Castilla, que por existir allí muchos castillos era llamada anteriormente Castiella. En el siglo XII el idioma castellano aparece casi formado. El primer monumento literario conocido de esa época es el poema de Mio Cid, escrito hacia el año de 1.140 en Medinaceli, al este de Castilla; el original que ha logrado salvarse y que ha servido para su conocimiento y divulgación, corresponde a una copia hecha por un monje llamado Per Abbat, hacia el año de 1.307, es decir casi dos siglos después de su primera aparición, pero se desconoce el nombre de su autor. En el siglo XIII el rey Alfonso X el Sabio, constribuyó al afianzamiento del castellano al adoptarlo como lengua oficial de su reino, y desplazar así el latín. El castellano va diferenciándose marcadamente de otras lenguas hispanas por haber desarrollado una literatura más importante y por absorber a los dialectos principales (el leonés, y el navarro-aragonés), declarándose lengua oficial de España en 1479 por los reyes católicos, Fernando de Aragón e Isabel de Castilla.

1.6 Inicios de la educación pública en el Ecuador.

Con la desaparición de la colonia por el año de 1820, se empezó a construir un orden socio-económico y cultural en el cual se rompían usos, costumbres y modos de pensar de la sociedad, donde los mayores inconvenientes se presentaron alrededor de las reformas de la iglesia que en la colonia eran componentes importantes del poder, además de bastión ideológico del feudalismo y única responsable del sistema educativo y cultural, lo que convirtió al clero en opositor al naciente gobierno republicano; más tarde, en 1821, en busca de una solución general, el estado procedió a sustituir el “patronato regio”, ejercido por los reyes de España, con un patronato estatal, sometiendo así a la iglesia a la autoridad legítima de la república.

La idea reformista estaba enmarcada en el pensamiento de la “ilustración”, que nace en Europa en el siglo XVIII, cuando nuestros líderes de la independencia (Bolívar, Sucre, San Martín, entre otros) formados con ideales libertarios de inspiración masónica desean llevar una amplia reforma, desde la organización política del Estado hasta los métodos educativos mediante la creación de nuevas logias masónicas en los territorios liberados.

La masonería es una sociedad secreta esparcida por diferentes partes del mundo, cuyo origen se debe a una cofradía de constructores del siglo VIII, es decir una asociación de personas familiarizadas con la construcción, de ahí sus emblemas: mandil, compás y escuadra; sus grados: primero, aprendiz, segundo, compañero y del tercero al 33, maestro; se reunían en talleres o logias. Esta asociación era de ayuda mutua en sus orígenes, pero luego persiguió fines políticos en la Gran Bretaña, Francia, Alemania, España y otros países de América. En Ecuador actualmente la logia de mayor importancia se encuentra en Cuenca, es la logia de San Juan. Dentro de los masones ecuatorianos más reconocidos, tenemos al Dr. José Peralta (1855 – 1937), científico, escritor, político y poeta, ideólogo del liberalismo ecuatoriano, rector de la Universidad de Cuenca, ministro de estado, fundó varios periódicos, su pensamiento ha quedado grabado para la historia en sus obras literarias en que fundamentalmente transmite: "la profesión de todo masón"; y, al general Eloy Alfaro (1842 – 1912), liberal de ideología, presidente de la república, introdujo reformas al estado ecuatoriano, valiente y temperamental, luchador infatigable por la libertades del hombre. Se le conoce como el "Viejo Luchador"; iniciador de la más grande obra de ingeniería de la época, el ferrocarril Guayaquil-Quito.

1.7 Orígenes de la educación Republicana

Debido a la resistencia ideológica de la clerecía y la jerarquía eclesiástica al pensamiento liberal-masónico, desde inicios de la república fue la educación uno de los campos de mayor oposición, pero, desde 1821 en adelante, la Iglesia poseedora de un monopolio educativo, debió resignarse a la pérdida del mismo, por las iniciativas de los estados republicanos. En el caso de la república de Colombia, ésta poseía unas cuantas escuelas confesionales, las que en su mayoría estaban destinadas a la educación de familias acomodadas, porque a ellos les interesaba la formación de los hijos de la elite nobiliaria, y no podían aceptar la necesidad de una base de opinión ciudadana fundamentada en un moderno y amplio sistema público de educación que abarcase a la mayor parte de niños y jóvenes del país; donde además de los principios religiosos, se inculcaron nuevas ideas, desde los

"Derechos del Hombre y del Ciudadano" proclamados por la Revolución Francesa, hasta los nuevos conocimientos científicos-técnicos generados por la Revolución Industrial.

Luego de la reforma a los establecimientos de enseñanza religiosa, se dio la primera acción trascendental del poder republicano en el campo de la educación, mediante la promulgación del Decreto-Ley del 2 de agosto de 1821 (ver anexo 1), dictado por el Congreso General.

Con la consagración de estos principios, la educación dejaba de ser un privilegio para las elites, convirtiéndose en una responsabilidad social compartida por el poder público y de la ciudadanía, y que en síntesis debía poseer las siguientes características: ser público, es decir que estuviera organizado y dirigido por el estado; ser masivo, de modo que pudiera atender a todos los niños del país que estuviesen en condiciones de concurrir a las aulas; ser gratuito, para que pudieran acercarse a él los niños de escasos recursos; y ser innovador respecto del sistema en uso, tanto en métodos pedagógicos como en contenidos culturales. Para la consecución de estos principios, el ejecutivo tenía que crear por lo menos una escuela de primeras letras en todas las ciudades, villas, parroquias y pueblos que tuvieran cien o más habitantes, incluidos los pueblos indígenas, donde el nombramiento de los maestros de dichas escuelas era otorgado por los gobernadores de la provincia a base de ternas preparadas por los cabildos municipales tras examinar a los candidatos; además, se debía crear en cada una de las provincias de Colombia un colegio o casa de educación, con niveles primario, secundario, y que tuviera cátedras universitarias útiles para obtener grados en las universidades nacionales. Se fomentó el estudio de la agricultura, el comercio, la minería, y la milicia; el congreso liberó de impuestos a la importación de libros, mapas, cartas geográficas, instrumentos de laboratorio, instrumentos o equipos de cualquier profesor de arte liberal o mecánica que llegase a establecerse en el país, y todo lo relacionado con maquinaria de imprenta.

El gobierno se preocupó mucho de la educación femenina y la educación indígena; para las primeras, se dictó el 28 de julio de 1821 un decreto-ley que mandaba a establecer escuelas o casas de educación para las niñas y para las jóvenes en todos los conventos de religiosas; y respecto a la educación indígena se destacaba la importancia que tenía para el país el sacar a los indígenas de Colombia del estado de abatimiento e ignorancia en que se hallan, disponiendo que en cada colegio seminario se admitan indígenas en calidad de becarios, y además se le entregó a cada uno 120 pesos anuales para su vestimenta y útiles.

Obviamente, no era fácil resolver todos estos problemas para un país naciente, con un sistema fiscal casi inexistente y cuyo gobierno se hallaba enfrentando aún el tremendo esfuerzo social y económico de la guerra de la independencia, pero estaba claro que el recurso más idóneo para consolidar la opinión nacional y afianzar a la República era la creación de un sistema educativo público, general y gratuito.

La única solución que en ese tiempo se encontró a mano, fue la adopción del llamado sistema lancasteriano, difundido por toda Europa industrial, cuyo creación estuvo a cargo del pedagogo inglés Joseph Lancaster (1778 – 1838) y había alcanzado la fama de ser eficiente, innovador y práctico; este método se basaba en la educación mutua que consistía en que los alumnos más aventajados controlaban e instruían a sus compañeros más atrasados, haciendo las veces de maestros los de los cursos superiores sobre los más pequeños, bajo la vigilancia de un inspector. Para promover la formación de maestros nacionales, se crearon escuelas normales de método lancasteriano en las principales ciudades del país: Bogotá, Caracas y Quito (luego de que se halle libre).

Desde 1820, el gobierno de Colombia inició la contratación de profesores para la instalación de escuelas "lancasterianas", siendo el primero el franciscano quiteño fray Sebastián Mora Bermeo, quien tras recuperar su libertad por haber sido un activo propagador de las ideas de Independencia volvió a Colombia para ofrecer sus servicios al gobierno nacional, e instalar escuelas públicas de enseñanza mutua, siendo el director de la primera escuela normal del país; más tarde, en 1824, fray Sebastián Mora, volvió a su recién liberado país natal, llamado ahora Distrito Sur de Colombia para establecer escuelas lancasterianas.

Este esfuerzo tan grande, y efectuado en circunstancias adversas hallo muchas dificultades, pero las más importantes fueron: la falta de maestros, que a pesar de las escuelas normales lancasterianas, no fue tarea fácil ni los maestros resultantes eran los mejores, y si existía el maestro, muchas veces no se lo podía retener porque no había fondos para pagarle; la falta de textos escolares, que a pesar de la importación de libros, éstos no eran los más adecuados a las necesidades de un país republicano e hispanohablante; otra gran dificultad fue la resistencia de ciertos sectores eclesiásticos a colaborar con el empeño educativo oficial.

A pesar de todas las dificultades, se continuó con el proyecto de educación pública, dando como resultado que para 1823 ya habían sido establecidas numerosas escuelas primarias, igual que varios colegios públicos, entre ellos los de San Gil y Tunja (Boyacá), San Simón (Ibagué), Medellín (Antioquia), Cali y Loja que se unieron a los ya existentes y controlados por el gobierno: dos de Quito a cargo de los frailes dominicos, otro en Caracas y otro en Mérida que eran públicos. Luego en marzo de 1826 entró en vigencia la ley de estudios, colegios y universidades, donde se aprobaba el nuevo plan nacional de estudios y se autorizaba al ejecutivo su aplicación. Un año más tarde, en 1827, los logros educativos del gobierno colombiano eran extraordinarios, existían en Colombia 52 escuelas de enseñanza mutua y 434 del antiguo método, 10 casa de educación primaria y secundaria, 7 nuevos colegios (Pasto, Valencia, Trujillo, El Tocuyo, Mompós, Guayaquil y

Guanare), 7 colegios dotados de cátedras universitarias y 4 universidades nacionales; todos ellos en pleno funcionamiento, donde los de antiguo cuño habían sido reformados debidamente por el Estado, y se regían por un buen y moderno plan de estudios.

1.8 La Educación en el Distrito Sur de Colombia

El Distrito colombiano del Sur se benefició positivamente de la gran reforma educativa gubernamental. Ello se vio en la multiplicación de las escuelas públicas, en la reorganización de los antiguos colegios coloniales y la creación de otros nuevos en varias ciudades, en la fundación de la afamada escuela náutica de Guayaquil y en una reforma universitaria.

En el Distrito Sur de Colombia, integrado según la ley de división territorial colombiana por los departamentos del Ecuador, Azuay y Guayaquil, la acción administrativa nace a mediados de 1822, luego del triunfo de Pichincha, que consagró la totalmente la Independencia de la antigua Audiencia de Quito, y es así, como en 1825 ya se alcanzaron algunos resultados en la educación pública: 57 escuelas públicas en el Departamento de Ecuador (en las provincias de Pichincha, Imbabura, Chimborazo, Ambato y Guaranda) a las que asistían 1573 alumnos; 65 escuelas públicas en el Departamento del Azuay (en las provincias de Cuenca, Loja, Jaén y Mainas, estos dos últimos hoy pertenecen a Perú) a las que asistían 1860 estudiantes; en el Departamento de Guayaquil, tenemos poca información, ya que se conoce sólo de las escuelas públicas creadas en cinco cantones (Guayaquil, Daule, Babahoyo, Machala y Santa Elena) donde asistían unos 1830 niños; esta información la obtuvimos del libro "Historia de la educación: Inicios de la educación pública en el Ecuador" escrito por Jorge Núñez Sánchez.

En lo que comprende con la educación secundaria, surgieron nuevos colegios en las provincias del sur colombiano y desaparecieron otros. Para mediados de 1825, los establecimientos mas notables eran el colegio guayaquileño de San Ignacio, el Colegio de Cuenca, el reformado Colegio Seminario de San Luis, de Quito; el primero ya desapareció debido a que conservaba las viejas costumbres coloniales, mientras que los otros dos mostraban un cambio total desde el pénsum, aquí se dictaban clases de lógica, metafísica, aritmética, geometría, principios generales de física, de mecánica, la clase de gramática incluía gramática castellana, las ciencias naturales estaban desplazando en importancia a las antiguas especulaciones teológicas.

La educación republicana también abarca a la universidad, la cual pasó una notable reforma, abriendo sus puertas a todos los jóvenes aptos, aboliendo la ilegitimidad del nacimiento como impedimento para cursar una carrera y recibir grados académicos, e introducir nuevas cátedras.

En 1823 se estableció la escuela náutica de Guayaquil, la cual poseía un pénsum académico moderno y esencialmente tecnológico, obteniéndose resultados como el invento de uno de los primeros submarinos del mundo llamado “Hipopótamo”, el mismo que estuvo a cargo de José Rodríguez Labandera alumno distinguido de la escuela náutica, el cual dedicó gran parte de su tiempo a la construcción de diversos productos de su inventiva, como fue la construcción de una máquina especial para la fundición de imprenta, la que presentada a las autoridades municipales fue objeto de muchos elogios por parte de la comisión formada para examinarla, otorgándosele la administración de la imprenta municipal, pero no duro más de 10 días en ese cargo, puesto que el 12 de enero de 1832 el gobierno y el municipio decidieron fusionar sus respectivas imprentas, quedándose así Rodríguez sin trabajo. Disgustado por este proceder se fue a residir a Lima, en donde el 7 de julio de 1837 presento al gobierno del Perú el proyecto de construcción de una nave sumergible, el mismo que había sido concebido y desarrollado años antes en su ciudad natal Guayaquil. Tal proyecto recibió la debida autorización, pero nunca recibió ayuda económica, lo que hizo que emprendiera su regreso a Guayaquil, donde sin ayuda, sólo con sus escasos recursos económicos, se dedicara a construir una pequeña nave sumergible, la que fue lanzada al agua el 18 de julio de 1838 y en septiembre del mismo año estaba lista para probarla. Lo narrado por el Calm. (r) Carlos Monteverde Granados en su obra titulada “Historia marítima del Ecuador” indica que los resultados causaron la admiración de todo el público guayaquileño presente, quienes luego de varias horas presenciaron el arribo del buque sumergible que partió desde la ribera opuesta y que llevaba consigo al inventor del “Hipopótamo” José Rodríguez Labandera y un acompañante llamado José Quevedo. No se ha encontrado algún documento relativo al destino que tuvo esta invención, y aunque se conoce que se hicieron otras pruebas por el mes de diciembre, se desconocen sus resultados, por lo que el autor Monteverde concluye que por la falta de estímulo y apoyo económico para perfeccionar su invento, Rodríguez Labandera desistió del mismo.

Al darse la Independencia, existía en Quito la Real Universidad de Santo Tomás de Aquino, la cual atravesaba un pésimo momento tanto académico como económico, ante esto, los principales impuestos recaudados, así como las rentas eclesiásticas serían destinados para la universidad. Un años más adelante (1827) se creó la Universidad Central de Quito, la cual contenía las cátedras a ser dictadas en las carreras de literatura y bellas artes, filosofía y ciencias naturales, medicina, jurisprudencia, y teología según Decreto Ejecutivo creado por el Libertador-Presidente.

El mejor resultado de ese gran esfuerzo nacional de desarrollo educativo fue la formación de una notable generación de ciudadanos, quienes después brillaron en la vida pública del Ecuador, entre ellos Pedro Moncayo, Roberto Ascásubi, José María Urbina.

1.9 La dominación Garciana

El doctor Gabriel García Moreno logró implantar su autoridad a nivel nacional desde septiembre de 1860 por un período de quince años de absoluta dominación en el Ecuador, basándose en principios conservadores y antiliberales. Las características de su mandato fueron: Gobierno popular, representativo, electivo, alternativo y responsable; la religión católica era única, con obligaciones de los poderes públicos de protegerla y hacerla respetar, esto lo llevó a firmar con la santa Sede el concordato de 1862, que establecía la religión católica como única religión en el país.

No podemos hablar de la época Garciana, sin mencionar la “carta negra”, este documento se origina a raíz del término de la presidencia de don Javier Espinoza en el año de 1869. Al término de la presidencia se veía al liberal Francisco Javier Aguirre como futuro presidente, lo que asustó a García Moreno, quien luego de negar en primera instancia la propuesta de ser presidente finalmente aceptó, pero llegó aún más allá, puesto que sabiendo que su derrota en las urnas era segura, García Moreno dio un golpe de estado, apoyado por su amigo el general Julio Sáenz. Este golpe, se lo trató de justificar afirmando por parte de los dictadores que el presidente Espinoza había sido benevolente con los enemigos de la patria, además de haber entregado puestos importantes del poder a los liberales. Una vez dado el golpe, el dictador se pronunció así: “En prueba de la sinceridad de mis intenciones, prometo ante Dios y ante el pueblo, por mi palabra de honor jamás violada que, una vez asegurado el orden y reformadas las instituciones, me separaré del mando y lo entregaré al que sea designado por lo libre voluntas del pueblo, sin aceptarlo para mi aunque fuera elegido”, luego el dictador renunció a la presidencia interina y asumió el poder de la presidencia su cuñado Miguel Ascázubi. Siendo ministro de hacienda y general en jefe del ejército, preparó una asamblea que únicamente buscaba el beneficio personal del dictador, creando una carta política, denominada "carta negra". Finalizada su labor como ministro, la asamblea lo nombró presidente, tal nombramiento fue aceptado por García Moreno violando así su promesa ante "Dios y ante el pueblo".

Una de las mayores preocupaciones de su gobierno fue difundir y renovar la cultura ecuatoriana, para llevar a cabo este ideal contrató sabios alemanes e italianos para fundar la Escuela Politécnica Nacional. Entregó el equipo necesario a los laboratorios de química y física a colegios y universidades. Introdujo reformas a la enseñanza universitaria en la facultad de medicina, y la facultad de jurisprudencia. Preocupado por el problema cultural indígena, creó la escuela normal indigenista. García Moreno aumentó el sueldo al magisterio, implantó la supervisión docente, dotó de todos los materiales necesarios para la enseñanza y obligó a los padres de familia enviar a sus hijos a las escuelas, entregó becas fiscales para que las personas más pobres puedan estudiar, con todo esto convirtió a la educación como obligatoria. Preocupado por la enseñanza de artes y oficios y el desarrollo de la cultura creó una escuela de artes y oficios, creó el conservatorio nacional de música y creó una escuela de pintura y escultura.

1.10 El Herbartismo y el Liberalismo.

La pedagogía herbartiana ya es conocida en Ecuador cuando se da la Revolución Liberal de 1895. Al tomarse Eloy Alfaro con al ayuda de los agro-exportadores de la costa el poder, comienza para el país un período de reformas económicas, ideológicas y políticas, que tiene como opositores a la aristocracia de los andes o conservadores, quienes deseaban mantener el sistema económico y social de la colonia.

El filósofo alemán Juan Federico Herbart (1776 – 1841), fue un universitario que aunque poco trabajó con niños, formuló una metodología que toma en cuenta el desarrollo progresivo del niño, donde se cultivan las emociones, la voluntad y el carácter del niño, pues estos elementos afectivos influyen en lo intelectual. Herbart se basa en la teoría de los Estados de Conciencia, donde se definen dos zonas fundamentales en el espíritu humano: lo consciente, que abarca los fenómenos mentales y las representaciones, y lo subconsciente, que la desarrolla el individuo al contacto de todas sus experiencias, estas dos zonas crean la percepción que genera ideas y asocia ideas.

El objetivo principal de los liberales, es modernizar el Ecuador para su mayor prosperidad y felicidad, basados en el laicismo que promoverá el progreso y modernización del país, el cual dentro de sus principales elementos constitutivos tenía la soberanía de un pueblo, promover una sociedad igualitaria, la separación de la Iglesia y del Estado, y así, este último, impulse actividades económicas.

La educación representa en este proyecto de construcción nacional liberal un eje fundamental, como lo afirma Eloy Alfaro: “La educación es el fundamento de la prosperidad del Ecuador (...). Atended a la ilustración de la masa y tendréis una república libre, grande y feliz”.

El liberalismo a través de la reforma de la educación crea un ciudadano nuevo, formado en base a una moral laica orientada ya no hacia los valores católicos que definen al hombre por su relación con Dios. Para crear este ciudadano nuevo, los liberales realizan acciones, crean leyes y decretos, para formar una administración educativa secular, y ya no clerical. Al tiempo que van creando una administración nueva, se reforma totalmente el contenido de programas educativos, donde se promueven más las ciencias, las técnicas y las actividades deportivas, se les da mayor importancia a las matemáticas, la física, la biología, se incluye la geografía nacional, la historia nacional, las clases de cívica, y para formar pedagogos seculares, se crean escuelas normales, Juan Montalvo que es masculina, y Manuela Cañizares que es femenina, ambas en Quito.

El herbartismo, que es un fracaso como instrumento de poder ideológico, acaba con la enseñanza tradicional, significa en el campo pedagógico unos avances enormes, no sólo porque el alumno está en el centro de la enseñanza, sino porque a raíz del herbartismo nacen en todo el país debates alrededor de la necesaria modernización pedagógica, logrando la profesionalización del cuerpo docente. De todas las reformas educativas, la pedagogía herbatiana es la que más repercusión tiene.

1.11 La evolución de la educación superior

La universidad fue gestada en la Europa feudal en el marco de específicas condiciones económico–sociales, políticas e ideológicas. El nombre de universidad es originario de UNIVERSITAS, que significa, Versus unam, aquello que trata sobre el Uno. Universitas, significa universalidad, totalidad, pero totalidad de personas que orientaban sus esfuerzos hacia la consecución de determinados fines u objetivos. Universitas quería decir, en consecuencia la totalidad de las personas, que por la división del trabajo ejercían determinado oficio. Con el transcurrir del tiempo, el sentido de la palabra Universitas da origen al término Universidad que fue otorgado exclusivamente al campo del trabajo intelectual, como la comunidad de docentes y alumnos, de maestros y discípulos.

En 1573, diez años después de la fundación de la Real Audiencia de Quito, el Obispo Solís solicitó al Rey de España la fundación de una universidad en la Real Audiencia, con la finalidad de que los ingenios se cultivasen estimulados por la noble ambición de honra literaria. Años más tarde en 1586 se erigió la primera universidad en Quito, era la de San Fulgencio en el convento de los Agustinos, esta universidad podía conferir los grados de bachiller, licenciado, doctor en teología y en derecho económico. Más tarde en 1622, los Jesuitas constituyen la universidad de San Gregorio, y en 1686 los dominicanos la universidad de Santo Tomás de Aquino. La universidad de Santo Tomás continuó su labor, aún cuando la Guerra de la Independencia interrumpía en sus labores, ya que la asistencia a clases era bastante irregular. La llegada de la independencia dio lugar a que muchos jóvenes universitarios accedan a nuevas ideas, y se incorporen a las logias masónicas, a la sociedad de amigos del país, y a otras sociedades filosóficas, literarias y de otra índole. El plan de estudio para estas universidades constaba de las siguientes cátedras: Gramática y retórica latina y castellana, filosofía con los agregados de geografía, geometría y álgebra, historia sagrada, cátedras de derecho público, cátedra de política personal y gubernativa y de economía pública, cátedra de medicina. A comienzos del siglo XXI, tenemos 49 universidades, como lo mostramos en la tabla II y tabla III, junto con el año de fundación de la universidad y la sede de la universidad.

TABLA II
Listado de universidades desde 1826 hasta 1990

UNIVERSIDADES O ESCUELAS POLITÉCNICAS	SEDE	FUNDACIÓN
Universidad Central del Ecuador	Quito	1826
Universidad de Guayaquil	Guayaquil	1867
Universidad de Cuenca	Cuenca	1868

Escuela Politécnica Nacional	Quito	1869
Universidad Nacional de Loja	Loja	1943
Pontificia Universidad Católica del Ecuador	Quito	1946
Universidad Técnica de Manabí	Portoviejo	1952
Universidad Superior Politécnica del Litoral	Guayaquil	1958
Universidad Católica Santiago de Guayaquil	Guayaquil	1962
Universidad Laica Vicente Rocafuerte de Guayaquil	Guayaquil	1966
Universidad Técnica de Machala	Machala	1969
Universidad Técnica de Ambato	Ambato	1969
Universidad Católica de Cuenca	Cuenca	1970
Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas	Esmeraldas	1970
Universidad Técnica de Loja	Loja	1971
Universidad Técnica de Babahoyo	Babahoyo	1971
Escuela Superior Politécnica del Chimborazo	Riobamba	1973
Escuela Politécnica del Ejército	Sangolquí	1982
Escuela Politécnica Javeriana del Ecuador	Quito	1983
Universidad Técnica Estatal de Quevedo	Quevedo	1985
Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí	Manta	1985
Universidad Tecnológica Equinoccial	Quito	1986
Universidad Técnica del Norte	Ibarra	1986
Universidad Estatal de Bolívar	Guaranda	1989
Universidad del Azuay	Cuenca	1990

Fuente: Diario El Universo. 28 de enero del 2001

TABLA III
Listado de universidades desde 1991 hasta 2000

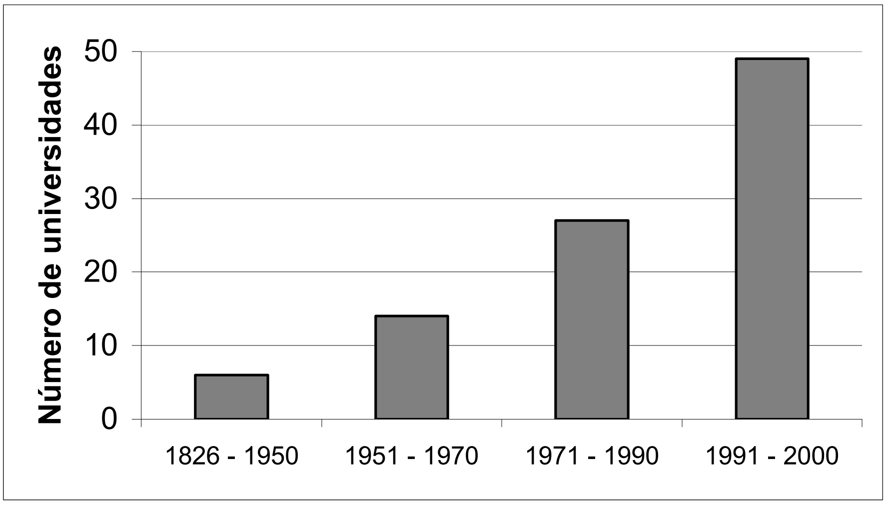
UNIVERSIDADES O ESCUELAS POLITÉCNICAS	SEDE	FUNDACIÓN
Universidad Agraria del Ecuador	Guayaquil	1992
Universidad Internacional SEK	Quito	1992
Universidad de las Américas	Quito	1994
Universidad Nacional de Chimborazo	Riobamba	1995
Universidad Internacional del Ecuador	Quito	1996
Universidad Politécnica Salesiana	Cuenca	1996
Universidad Tecnológica América	Quito	1997
Universidad Tecnológica Israel	Quito	1997
Universidad Técnica de Cotopaxi	Latacunga	1997
Escuela Superior Politécnica Ecológica Amazónica	Tena	1997
Universidad del Pacífico Escuela de Negocios	Quito	1997
Universidad Politécnica Agropecuaria de Manabí	Calceta	1997

Universidad Estatal Península de Santa Elena	La Libertad	1998
Universidad San Francisco de Quito	Quito	1998
Universidad Tecnológica Indoamérica	Ambato	1998
Universidad Regional Autónoma de los Andes	Ambato	1998
Universidad Internacional Jefferson	Guayaquil	1998
Universidad Autónoma de Quito	Quito	1999
Universidad Casa Grande	Guayaquil	1999
Universidad de Especialidad Turísticas	Quito	1999
Universidad Cristiana Latinoamericana	Quito	1999
Universidad Tecnológica Empresarial de Guayaquil	Guayaquil	1999
Universidad Tecnológica San Antonio de Machala	Machala	1999
Universidad Metropolitana	Guayaquil	2000

Fuente: Diario El Universo. 28 de enero del 2001

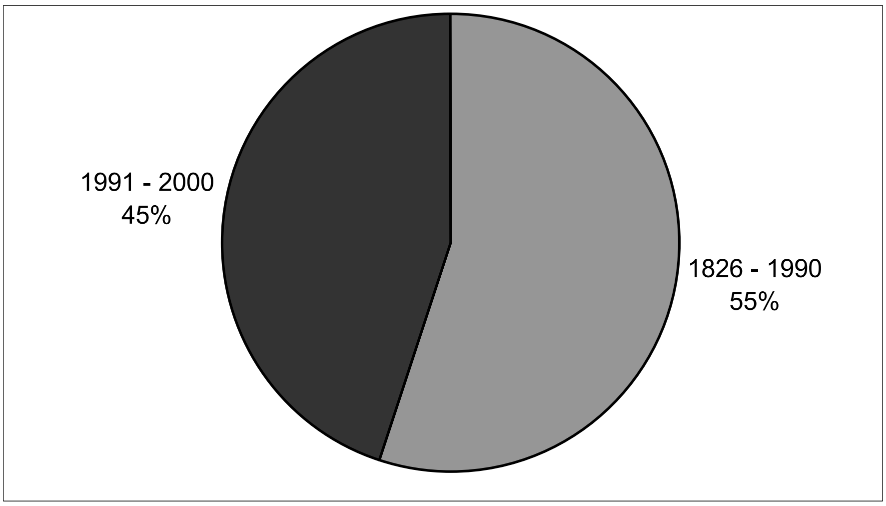
En la figura 1.1 podemos observar que el número de universidades ha ido incrementando con el pasar de los años, donde a comienzos del siglo XXI el Ecuador cuenta con 49 universidades; además es importante señalar un incremento de 22 universidades en la última década del siglo XX, es decir aproximadamente la mitad de las universidades que existen a la presente fecha, esto es 44.89%, fueron creadas en los últimos diez años.

FIGURA 1.1
NÚMERO DE UNIVERSIDADES EN EL ECUADOR (1826 -- 2000)



Fuente: Diario El Universo. 28 de enero del 2001

FIGURA 1.2
PORCENTAJE DE UNIVERSIDADES CREADAS EN LA ULTIMA DECADA DEL SIGLO XX



Fuente: Diario El Universo. 28 de enero del 2001

1.12 La educación en el siglo XX

Somos conscientes y decimos tantas veces, que la única forma de que un país se desarrolle, es preparando los recursos humanos, pero tal parece que nuestros gobernantes no lo entienden, parecen ser poseedores de una mentalidad poco futurista, preocupados sólo de remediar los actuales problemas, sin hacer caso a las principales propuestas en cuanto a educación y trabajo, mantenemos un sistema educativo obsoleto y debilitado en gran medida, el cual ha sido conformista y de baja calidad.

Utilizando la información de un documentado titulado ECUADOR: DESARROLLO EDUCATIVO, PROBLEMAS Y PRIORIDADES, obtenemos que desde 1940 el crecimiento del sistema educativo (ver tabla III) se ha dado en términos cuantitativos, no obstante de acuerdo al V censo de población y vivienda en 1990, la población de seis años y más fue de 8.134.595 (100%) de la cual su nivel de instrucción (ver tabla IV) en promedio está en el orden de los 5.6 grados de escolaridad para el año 1990 y además nos indica que en promedio los ecuatorianos no estamos terminando ni siquiera la instrucción primaria.

En el campo económico financiero, donde de los años ochenta a noventa se dio una notoria disminución en el porcentaje del presupuesto destinado a la educación, se ha notado un manejo ineficiente de recursos, un incorrecto manejo de proyectos internacionales, una baja en el crecimiento de planteles fiscales, se ha desarrollado la corrupción a todo nivel, todo esto ha contribuido, a la inasistencia de los niños a la escuela y a la secundaria (ver tabla V), así como la incredulidad de la sociedad al sistema educativo.

TABLA IV
Crecimiento cuantitativo del sistema educativo

Niveles educativos	Planteles	Profesores	Alumnos
	1940	**1941**	
Pre-primario	41	145	4413
Primario	3.150	6.558	273.938
Medio	50	720	11.196
Superior	70	258	2.031
Total nacional	3.248	7.681	291.623
	1950	**1951**	
Pre-primario	66	185	7.463
Primario	3.419	8.205	341.729
Medio	169	2.983	29.806
Superior	6	512	4.122
Total nacional	3.660	11.885	383.120
	1960	**1961**	
Pre-primario	102	297	11.371
Primario	5.518	15.344	596.019
Medio	326	6.056	69.087
Superior	12	1.135	9.361
Total nacional	5.958	22.832	685.538
	1970	**1971**	
Pre-primario	175	417	13.755
Primario	7.692	26.625	1.016.483
Medio	820	15.699	216.727
Superior	16	2.867	38857
Total nacional	8.703	45.608	1285822
	1980	**1981**	
Pre-primario	539	1.390	42.856
Primario	11.036	39.825	1.427.627
Medio	1.341	31.489	535.445
Superior			
Total nacional	12.916	72.704	2.005.928
	1990	**1991**	
Pre-primario	2.371	6.301	115.024
Primario	14.965	61.039	1.846.338
Medio	2.551	60.126	785.844
Superior			
Total nacional	19.887	126.456	2.747.206

Fuente: UNESCO: Ecuador: Desarrollo educativo, problemas y prioridades

TABLA V
Nivel de instrucción de la población ecuatoriana de 1990

Carecen de nivel de instrucción	795.272	9.8%
Tienen un primer nivel de alfabetización	99.380	1.2%

Tienen un nivel de primaria	4.139.447	50.9%
Tienen un nivel de secundaria	2.105.815	25.9%
Tienen un nivel superior	658.096	8.1%
Tienen un nivel de postgrado	30.245	0.4%
No declarado	306.342	3.8%

Fuente: INEC. V censo de población y IV de vivienda, 1990

TABLA VI
Tasa bruta y neta de escolaridad secundaria a nivel nacional y por área

Años	94	95	98	99
Nacional				
Tasa bruta global	63.2%	67.0%	64.8%	68.9%
Tasa neta global	48.8%	54.1%	52.8%	55.0%
Urbano				
Tasa bruta global	83.0%	84.7%	82.7%	89.3%
Tasa neta global	85.1%	69.1%	68.2%	70.8%
Rural				
Tasa bruta global	38.0%	42.5%	44.4%	41.4%
Tasa neta global	28.2%	33.4%	35.2%	33.7%

Fuente: INEC. Encuesta de condiciones de vida.
SECAP 1994; INEC: 1995 - 1999

En el área administrativa, nos regimos al Ministerio de Educación, obsoleto y con un falta de visión, dirigido en base a decisiones centralizadas e ineficaces, lo que nos lleva a tener unidades educativas sin capacidad para resolver nuestros problemas, con una descoordinación total entre sus miembros, lo que ha llevado en muchas ocasiones a extendidos paros laborales.

Es notoria la falta de participación de los padres en la educación de los hijos, cuando los padres son llamados a ser los primeros maestros de sus propios hijos, ellos deben controlar el desarrollo educativo de los niños y fomentar destrezas y habilidades dentro del aprendizaje; los padres deben conocer y participar en el proceso educativo.

Pero no todo es malo, hallamos resultados alentadores en relación con las actividades de apoyo a la primera infancia, que en gran parte gracias a la educación privada elevó el índice de matrícula pre-escolar, se avanzó mucho en lo que respecta a la educación bilingüe intercultural en cuanto a organización, producción de material educativo en quechua y otras lenguas, brindando el sistema de educación a distancia. También se ha desarrollado diversos proyectos experimentales a cargo de establecimientos educativos ante la falta de ayuda del gobierno central.

CAPITULO 2

2. DISEÑO Y ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO

2.1 Variables a utilizarse en el estudio

Para poder realizar el presente trabajo vamos a aplicar una prueba a los estudiantes que se encuentran cursando el último año de bachillerato en los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, estas pruebas fueron aplicadas entre octubre y noviembre de 2000. El texto de las pruebas se encuentran en el anexo B de la presente investigación.

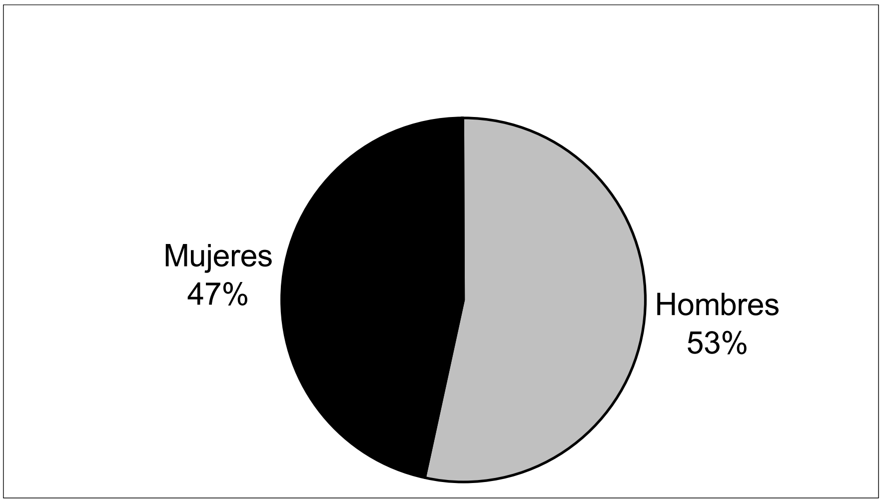
TABLA VII
MARCO POBLACIONAL

Nombre del colegio y ubicación	Número de estudiantes (hombres)	Número de estudiantes (mujeres)	Número total de estudiantes
Primero de Junio (Matutino). Tenguel	3	9	12
Primero de Junio (Nocturno). Tenguel	4	10	14
Puná. Puná	7	2	9
Elías Severo Bohórquez. Chongón	0	0	0
Pablo Weber Cubillo. Juan Gómez Rendón	10	0	10
Luis Fernando Vivero. Posorja	7	6	13

Fuente: Dirección provincial de educación. Departamento de estadísticas

Se observa en la tabla VII que el total de estudiantes que al momento de realizado el presente estudio cursan el último año de bachillerato son 58 personas, es decir la población está formada por 58 entes de estudio, donde se puede apreciar que no existe una considerable diferencia entre el número de hombres y mujeres como lo vemos en la figura 2.1 considerando que el tamaño de la población no es muy grande se ha decidido realizar un censo en lugar de tomar una muestra. Una vez ubicado cada uno de los colegios y con la autorización de sus respectivos rectores se procedió a aplicar las pruebas de matemáticas y lenguaje a cada uno de los estudiantes, el tiempo que tiene cada estudiante para desarrollar las dos pruebas es de dos horas. Las pruebas las realizamos entre octubre y noviembre de 2000, y pudimos evaluar 54 estudiantes del último año de bachillerato en los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, es decir se aplicó las pruebas a un 93% de la población.

FIGURA 2.1
Porcentaje de estudiantes por sexo



Fuente: Dirección provincial de educación. Departamento de estadísticas.

Antes de diseñar las pruebas, fuimos asesorados por varios profesores de colegio y universidad, revisamos los planes de estudio por año que entrega el Ministerio de Educación y Cultura, y los contenidos por sistemas, que se encuentran en los anexos D, y E de la presente investigación para definir el tipo de información que necesitamos recolectar. A continuación anotaremos un grupo de variables que representan las características que pueden ser medidas ya sea cuantitativamente o cualitativamente en los alumnos del último año de bachillerato. El puntaje y el tiempo estimado para desarrollar cada pregunta la encontramos en el anexo C.

Variable #1: Alumnos por colegio

Por medio de esta variable obtendremos información del número de estudiantes o entes de estudio que existen en cada uno de los colegios, y así podremos identificar si el estudiante pertenece a Posorja, Chongón, Juan Gómez Rendón, Puná y Tenguel.

Variable #2: Especialización

Con esta variable se desea conocer la especialización a la que pertenece el alumno, pudiendo ser un futuro bachiller en Humanidades Modernas con especialización: Informática, Comercio, Contabilidad, o bachiller Técnico con especialización: Agronomía, Acuacultura. Las especializaciones antes mencionadas son todas las que existían en el período lectivo 2000-2001 en los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil.

Variable #3: Sexo

A través de esta variable, podremos saber cuál es el sexo al que pertenece el estudiante, esta variable puede tomar dos valores, masculino y femenino, y nos indicará el número de personas correspondiente a cada sexo que están cursando el último año de bachillerato en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil.

Variable #4: Edad actual

En las pruebas obtendremos la fecha de nacimiento de los alumnos, con lo que sabremos la edad de los estudiantes que tenían hasta el 30 de noviembre de 2000. La edad es una variable cuantitativa, esta variable es un número real, donde la parte entera representa el número de años cumplidos y la parte decimal compuesta por dos dígitos representa la fracción del año.

Variable #5: Actividad extra-educativa

Mediante las pruebas aplicadas a cada uno de los estudiantes, deseamos conocer si ellos realizan cualquier otra actividad que les demande tiempo y esfuerzo.

Las variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento en matemáticas son las siguientes:

Variable #6: Notación científica

Esta variable es la primera pregunta a medir en la prueba, nos indicará si el alumno sabe trabajar con notación científica, y si sabe sumar, restar y multiplicar decimales.

Variable #7: (I) Planteamiento y resolución de problemas

Con los resultados de esta variable, nosotros podremos determinar el conocimiento de los estudiantes para plantear problemas, y luego para determinar la respuesta correcta el estudiante tiene que resolver un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Variable #8: (II) Planteamiento y resolución de problemas

Esta variable al igual que la anterior mide la capacidad del estudiante para plantear problemas, pero su resolución es diferente ya que debe recordar la regla de tres compuesta estudiada en sexto grado para llegar a la respuesta.

Variable #9: (III) Planteamiento y resolución de problemas

Decidimos incluir esta variable, ya que además de analizar la capacidad de razonamiento lógico del estudiante para plantear el problema, nos indicará si el alumno está en capacidad de reconocer algún orden definido mediante una sucesión.

Variable #10: Conjuntos

Con la información recogida mediante esta variable conoceremos si los estudiantes saben trabajar con los conjuntos y sus operaciones fundamentales como la unión, intersección, diferencia.

Variable #11: Desigualdades y conjunto solución

Mediante esta variable sabremos si los estudiantes pueden identificar las relaciones de orden mayor que, menor que, mayor o igual que, menor o igual que, y también se evaluará si los estudiantes están en capacidad de reconocer un conjunto solución de predicados.

Variable #12_a: Operaciones con polinomios

Esta variable nos ayudará a determinar parte del nivel de conocimiento algebraico de los estudiantes porque nos indicará si saben o no realizar operaciones fundamentales como suma, resta, multiplicación, división de polinomios.

Variable #12_b: Operaciones con polinomios

Esta variable al igual que la anterior nos indicará si el alumno puede o no realizar operaciones con polinomios, pero aquí hacemos énfasis en evaluar además de la suma de polinomios la potenciación.

Variable #13: Identificar gráficamente una función

Con esta variable podremos determinar si los alumnos pueden diferenciar a partir de un gráfico, una función de una relación.

Variable #14: Gráfico de funciones

Esta variable nos indicará si los estudiantes saben graficar funciones. La función utilizada para evaluar tal conocimiento corresponden a una función lineal y a una función cuadrática. Además del gráfico se evaluará si el estudiante puede distinguir los puntos extremos de una función como incluidos o excluidos.

Variable #15: Ecuación de la recta

Mediante esta variable podremos evaluar si dados dos puntos cualesquiera que son elementos de una recta, el estudiante está en capacidad de determinar la ecuación de dicha recta.

Variable #16: Sistemas de ecuaciones lineales

Con los resultados obtenidos en esta variable, podremos conocer si los alumnos pueden resolver sistemas de ecuaciones lineales. Se ha decidido utilizar un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tiene una solución; además se desea evaluar si el estudiante está en capacidad de resolver las cuatro operaciones fundamentales utilizando fracciones.

Variable #17: Ecuación de la circunferencia

Con esta variable en primer lugar evaluaremos si el estudiante conoce y recuerda la expresión para determinar la distancia entre dos puntos dados que son el centro y un punto elemento de la circunferencia. Una vez que conoce tal distancia que representa el radio de la circunferencia, deberá determinar la ecuación de la circunferencia conociendo el radio y las coordenadas del centro de la misma.

Variable #18: Teorema de Pitágoras y trigonometría

La información obtenida a través de esta variable nos indicará si los alumnos están o no en capacidad de utilizando el teorema de Pitágoras resolver un ejercicio trigonométrico. El alumno primero tiene que hallar el valor correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo, y luego deben aplicar la función trigonométrica correcta.

Variable #19: Trigonometría

Esta variable se diferencia de la anterior porque sólo se investigará si los estudiantes saben trigonometría, para lograr este objetivo analizaremos si los alumnos recuerdan las identidades básicas, y los valores correspondientes a dos funciones trigonométricas de un ángulo agudo con medida θ en un triángulo rectángulo.

Variable #20: Superficie

Mediante esta variable estaremos en capacidad de determinar si los alumnos poseen conocimientos de áreas de figuras planas. La persona primero tiene que graficar el trapecio, y luego deberá recordar la fórmula para hallar la superficie del mismo.

Variable #21: Volumen

Esta pregunta no se limitará únicamente a evaluar la capacidad del alumno para determinar volúmenes de cuerpos geométricos. El estudiante primero debe razonar el problema y determinar el valor de la longitud de del lado del cubo, para calcular luego el volumen del mismo.

Variable #22: Cálculo de la media aritmética

Con esta pregunta, empezaremos a evaluar el nivel de conocimiento de los alumnos correspondiente al sistema de estadística y probabilidad. El alumno debe recordar lo que es la media aritmética de un conjunto de números y calcularla.

Variable #23: Probabilidad

Esta variable, al igual que la anterior evalúa los conocimientos de estadística y probabilidad que poseen los alumnos. En esta pregunta, el estudiante debe calcular una probabilidad clásica o a priori.

Variable # 24: Calificación de matemáticas

La calificación de matemáticas corresponde a la sumatoria de puntos obtenidos por el estudiante en cada pregunta. En el anexo C se encuentra el puntaje asignado a cada pregunta. La calificación de matemáticas será un indicador general del nivel de conocimiento en el área de matemáticas de los estudiantes. Esta variable puede tomar valores entre cero y cien.

La variable # 24 es la última variable utilizada para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas, de ahí en adelante, es decir desde la variable # 25 en adelante serán utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje.

Variable # 25: Lectura comprensiva

El primer objeto de la evaluación en lenguaje es la comprensión lectora de los estudiantes, esto quiere decir la capacidad del estudiante para retener e identificar partes de la información contenida en el texto.

Variable # 26: Función de la palabra en la oración

Con esta pregunta se evaluará los conocimientos que los estudiantes posean en lo referente a la clasificación de las palabras en castellano. El estudiante deberá indicar de un grupo de seis palabras si cada una de ellas es un sustantivo, un artículo o un verbo.

Variable # 27_a: Análisis sintáctico de oraciones (sujeto)

A través de esta variable se evaluará los conocimientos de las personas referentes a la estructura de la oración. En esta pregunta, el estudiante tendrá que identificar en cuatro oraciones los sujetos con sus respectivos núcleos.

Variable # 27_b: Análisis sintáctico de oraciones (predicado)

Esta variable, al igual que la anterior evalúa los conocimientos del estudiante referentes a la estructura de la oración. En esta pregunta, el estudiante tendrá que identificar en las mismas cuatro oraciones utilizadas en la pregunta anterior los predicados con sus respectivos núcleos.

Variable # 28: Oraciones simples y compuestas

Se incluyó esta variable con el propósito de que el estudiante pueda diferenciar las oraciones simples de las compuestas, identificando primero las proposiciones y los enlaces necesarios para la construcción de las oraciones compuestas.

Variable # 29: Ortografía

La presente variable permite establecer si el estudiante tiene los conocimientos básicos de acentuación de las palabras agudas, graves y esdrújulas, además de conocimientos generales de ortografía.

Variable # 30: Homónimos con dos palabras

Con esta variable se requiere que el estudiante establezca correctamente los significados de palabras que son iguales por su forma pero tienen distinto significado.

Variable # 31_a: Diptongos

Para determinar el nivel de conocimiento de diptongos, el estudiante deberá identificar los diptongos que se encuentran en un grupo de once palabras.

Variable # 31_b: Triptongos

De manera similar que en la pregunta anterior, las personas deberán identificar los triptongos existentes en un grupo de once palabras

Variable # 31_c: Hiatos

El nivel de conocimientos de hiatos, al igual que el de diptongos y triptongos se ha decidido evaluar en una sola pregunta, por lo que al igual que en las dos variables anteriores, los estudiantes deberán identificar los hiatos del mismo grupo de once palabras.

Variable # 32: Identificación del significado de palabras según el contexto de la oración

En esta pregunta la persona deberá completar las correspondientes oraciones con las palabras dadas. Así es como se medirá la capacidad del estudiante para establecer el significado de oraciones a fin de que esté correctamente estructurada a partir del texto de la oración.

Variable # 33: Sinónimos

En esta pregunta, el estudiante deberá identificar el sinónimo correspondiente de cuatro palabras propuestas. Con esta variable se mide los conocimientos del estudiante para establecer vocablos y expresiones que tienen una mismo o muy parecido significado.

Variable # 34: Antónimos

En forma similar a la pregunta anterior, el alumnos deberá contestar el antónimo correspondiente de cuatro palabras propuestas. Con esta variable se mide los conocimientos del estudiante para establecer vocablos y expresiones que expresan un concepto opuesto.

Variable # 35: Géneros literarios (la prosa)

En esta variable se le pide al estudiante identificar los géneros literarios de la prosa, para así medir los conocimientos básicos del estudiante en lo referente a los géneros literarios.

Variable # 36: Autores y obras literarias

A través de esta variable se miden los conocimientos generales que posee el estudiante en lo referente a los autores y sus obras literarias universales.

Para lograr este objetivo, la persona tiene que unir con una línea las cuatro obras literarias dadas con sus correspondientes autores.

Variable # 37: Géneros literarios (la oratoria)

Esta es la última variable que se incluye en el cuestionario de lenguaje, al igual que la anterior mide conocimientos generales de la literatura universal. Esta variable es diferente a la variable # 35, porque ahora el género literario a evaluar es la oratoria.

Variable # 38: Calificación de lenguaje

La calificación de lenguaje corresponde a la sumatoria de puntos obtenidos por el estudiante en cada pregunta. El puntaje correspondiente a cada pregunta se encuentra en el anexo C de la presente investigación. La calificación de lenguaje será un indicador general del nivel de conocimiento en el área de lenguaje de los estudiantes. Esta variable puede tomar valores entre cero y cien.

Variable # 39: Calificación global

Dado que las dos pruebas fueron diseñadas de tal forma que ambas tienen igual peso, es decir las dos pruebas son calificadas entre cero y cien, y el tiempo para desarrollar cada una de las pruebas es aproximadamente el mismo (ver anexo C), hemos decidido crear una variable global que es el promedio entre la calificación de lenguaje y la calificación de matemáticas.

2.2 Codificación de las variables

Para poder realizar el análisis respectivo, es necesario codificar las variables que no son cuantitativas mencionadas anteriormente, a continuación mencionaremos su codificación:

Variable #2: Especialización

- Informática 1
- Comercio 2
- Contabilidad 3
- Agronomía 4
- Acuacultura 5

Variable #3: Sexo

- Femenino 1
- Masculino 2

Variable #5: Actividad extra-educativa

- Sí 1
- No 2

Variable #6: Notación científica

- No plantea el problema 1
- Entiende notación científica 2
- Entiende notación científica y realiza correctamente las operaciones 3
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta 4

Variable #7: Planteamiento y resolución de problemas

- No plantea el problema 1
- Plantea correctamente el problema 2
- Plantea y resuelve correctamente el problema 3
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta 4

Variable #8: Planteamiento y resolución de problemas (regla de tres)

- No plantea el problema 1
- Plantea correctamente el problema 2
- Plantea y resuelve correctamente el problema 3
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta 4

Variable #9: Planteamiento y resolución de problemas (sucesiones)

- No plantea el problema 1

• Plantea correctamente el problema	2
• Plantea y resuelve correctamente el problema	3
• No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta	4

Variable #10: Conjuntos

• No plantea el problema	1
• Plantea correctamente el problema	2
• Plantea y resuelve correctamente el problema	3
• No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta	4

Variable #11: Desigualdades y conjunto solución

• No resuelve el problema	1
• Sabe trabajar con desigualdades	2
• Sabe trabajar con desigualdades, y determina el conjunto solución de p(x) $\wedge$ q(x)	3

Variable #12_a: Operaciones con polinomios

• No resuelve el problema	1
• Resuelve correctamente algunas operaciones	2
• Resuelve correctamente todas las operaciones	3

Variable #12_b: Operaciones con polinomios

• No resuelve el problema	1
• Resuelve correctamente algunas operaciones	2
• Resuelve correctamente todas las operaciones	3

Variable #13: Identificar gráficamente una función

• Marca la respuesta incorrecta	1
• Marca la respuesta correcta	2

Variable #14: Gráfica de funciones

• No resuelve el problema	1
• Grafica correctamente la función lineal	2
• Grafica correctamente la función cuadrática	3
• Grafica correctamente la función lineal y la función cuadrática	4

Variable #15: Ecuación de la recta

• No resuelve el problema	1
• Halla el valor correcto de la pendiente	2
• Halla el valor correcto de la pendiente y determina la ecuación de la recta correspondiente	3

Variable #16: Sistemas de ecuaciones lineales

- No resuelve el problema 1
- Entiende sistemas de ecuaciones lineales 2
- Entiende sistemas de ecuaciones lineales y realiza correctamente las operaciones 3

Variable #17: Ecuación de la circunferencia

- No resuelve el problema 1
- Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia 2
- Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia y determina la ecuación de la misma 3

Variable #18: Teorema de Pitágoras y trigonometría

- No resuelve el problema 1
- Calcula el valor correcto de la hipotenusa 2
- Calcula el valor correcto de la hipotenusa y determina correctamente el valor de la función trigonométrica 3

Variable #19: Trigonometría

- Contesta incorrectamente todos los literales 1
- Contesta correctamente uno de los tres literales 2
- Contesta correctamente dos de los tres literales 3
- Contesta correctamente todos los literales 4

Variable #20: Superficie

• No grafica el trapecio ni resuelve el problema	1
• Grafica correctamente el trapecio	2
• Grafica correctamente el trapecio y determina correctamente el área de su superficie	3

Variable #21: Volumen

• No resuelve el problema	1
• Calcula correctamente el valor de la arista del cubo	2
• Calcula correctamente el valor de la arista del cubo y calcula correctamente el volumen del cubo	3

Variable #22: Cálculo de la media aritmética

• No conoce la media aritmética	1
• Conoce lo que es la media aritmética	2
• Conoce lo que es la media aritmética y la calcula correctamente	3

Variable #23: Probabilidad

• Responde incorrectamente la pregunta	1
• Responde correctamente la pregunta	2

Las siguientes variables son las que utilizaremos en el presente estudio para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje en los estudiantes.

Variable #25: Lectura comprensiva

• No contesta pregunta alguna	1
• Contesta una pregunta correctamente	2
• Contesta dos preguntas correctamente	3
• Contesta tres preguntas correctamente	4
• Contesta cuatro preguntas correctamente	5

Variable # 26: Función de la palabra en la oración

• No contesta la pregunta	1
• Contesta correctamente una función de la palabra en la oración	2
• Contesta correctamente dos o más funciones de la palabra en la oración	3

Variable # 27_a: Análisis sintáctico de oraciones (sujeto)

• No contesta la pregunta	1
• Identifica correctamente el sujeto en la oración	2
• Identifica correctamente el sujeto y el núcleo del sujeto en la oración	3

Variable # 27_b: Análisis sintáctico de oraciones (predicado)

- No contesta la pregunta 1
- Identifica correctamente el predicado en la oración 2
- Identifica correctamente el predicado y el núcleo del predicado en la oración 3

Variable # 28: Oraciones simples y compuestas

- Contesta incorrectamente la pregunta 1
- Identifica la oración simple 2
- Identifica la oración compuesta 3
- Identifica la oración simple y la oración compuesta 4

Variable # 29: Ortografía

- No corrige error alguno 1
- Identifica y corrige de uno a cuatro errores 2
- Identifica y corrige de cinco a siete errores 3
- Identifica y corrige más de siete errores 4

Variable # 30: Homónimos con dos palabras

- No contesta la pregunta 1
- Identifica correctamente un homónimo 2
- Identifica correctamente dos homónimos 3

• Identifica correctamente tres homónimos	4
• Identifica correctamente cuatro homónimos	5

Variable # 31_a: Diptongo

• No reconoce diptongos	1
• Identifica un diptongo	2
• Identifica más de un diptongo	3

Variable # 31_b: Triptongo

• No reconoce triptongos	1
• Identifica uno o dos triptongos	2
• Identifica más de dos triptongos	3

Variable # 31_c: Hiato

• No reconoce hiatos	1
• Identifica entre uno y tres hiatos	2
• Identifica más de tres hiatos	3

Variable # 32: Identificación del significado de palabras según el contexto de la oración

• No responde la pregunta	1
• Completa correctamente hasta tres oraciones	2

- Completa correctamente más de tres oraciones 3

Variable # 33: Sinónimos

- No responde la pregunta 1
- Completa correctamente hasta dos sinónimos 2
- Completa correctamente más de dos sinónimos 3

Variable # 34: Antónimos

- No responde la pregunta 1
- Completa correctamente hasta dos sinónimos 2
- Completa correctamente más de dos sinónimos 3

Variable # 34: Géneros literarios (la prosa)

- No responde la pregunta 1
- Identifica un género literario de la prosa 2
- Identifica dos géneros literarios de la prosa 3

Variable # 35: Autores y obras literarias

- No responde la pregunta 1
- Identifica hasta dos autores con sus obras 2
- Identifica más de dos autores con sus obras 3

Variable # 36: Géneros literarios (la oratoria)

- No conoce generalidades de Cicerón 1

- Conoce quién es y dónde nació Cicerón 2

2.3 Matriz de datos

Las mediciones que hemos hecho a algunas poblaciones se conocen como datos, los cuales se los ubica dentro de una matriz llamada matriz de datos. Una matriz de datos está formada por n filas que representan n individuos o entes estudiados y p columnas que corresponden a las p variables aleatorias o características de los n entes de estudio.

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \ldots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \ldots & x_{2p} \\ \vdots & & & & \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \ldots & x_{np} \end{bmatrix} = [\,\mathbf{X}_1,\ \mathbf{X}_2,\ \ldots\ \mathbf{X}_p\,],\ \mathbf{X}_i \in \mathbf{R}^p$$

donde x_{ij} es el valor que corresponde a la i-é sima variable en el j-ésimo individuo.

Los parámetros poblacionales calculados de n mediciones en p variables también se las puede organizar matricialmente. El vector de medias poblacionales se denota por **μ**, y sus elementos se muestran a continuación

$$E(X) = \boldsymbol{\mu} = [\,\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_p\,],\ \boldsymbol{\mu_i} \in R,\ i = 1, 2 \ldots p$$

La matriz de varianzas y covarianzas p variada es una matriz simétrica, denotada por Σ se muestra a continuación

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & & & \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

donde σ_{ik} es la covarianza entre X_i y X_k, que está dada por

$$\sigma_{ik} = E\,(X_i - \mu_i)\,(X_k - \mu_k)$$

Si X_1 y X_2 son independientes, entonces $cov\,(X_1 \;\; X_2) = \sigma_{X1\;X2} = 0$. Para probar este teorema partiremos de la siguiente definición:

$$E\,(X_1 X_2) = \sum_{x_1} \sum_{x_2} X_1 X_2 \cdot f\,(X_1, X_2)$$

Como X_1 y X_2 son independientes, podemos escribir

$$f\,(X_1, X_2) = g\,(X_1) \cdot h\,(X_2),$$

donde $g\,(X_1)$ y $h\,(X_2)$ son los valores de las distribuciones marginales respectivas de X_1 y X_2, y se obtiene

$$E(X_1 X_2) = \sum_{x_1} \sum_{x_2} X_1 X_2 \cdot g(X_1)\ h(X_2)$$

$$= \left[\sum_{x_1} X_1 \cdot g(X_1) \right] \left[\sum_{x_2} X_2 \cdot h(X_2) \right]$$

$$= E(X_1) \cdot E(X_2)$$

Por lo tanto

$$cov(X_1 X_2) = \sigma_{X1\,X2} = E(X_1 X_2) - E(X_1) \cdot E(X_2) = 0$$

▼

Es importante señalar que la independencia de dos variables aleatorias implica una covarianza cero, pero una covarianza cero no necesariamente implica su independencia. Para que se entienda mejor lo dicho anteriormente, presentamos el siguiente ejemplo:

Dadas dos variables aleatorias discretas X_1 y X_2 con la distribución de probabilidad conjunta dada en la tabla VIII, probaremos que la covarianza es cero aunque las variables aleatorias no sean independientes.

TABLA VIII
DISTRIBUCIÓN CONJUNTA DE X_1 y X_2

		X_1			
		-1	**0**	**1**	
	-1	1/6	1/3	1/6	2/3
X_2	**0**	0	0	0	0
	1	1/6	0	1/6	1/3
		1/3	1/3	1/3	

Utilizando los valores de la tabla VIII y también los totales marginales, se obtiene

$$E\,(X_1) = (-1) \cdot 1/3 + 0 \cdot 1/3 + 1 \cdot 1/3 = 0$$

$$E\,(X_2) = (-1) \cdot 2/3 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1/3 = -1/3$$

y

$$E\,(X_1 X_2) = 0$$

por consiguiente $cov\,(X_1\, X_2) = 0 - 0\,(-1/3) = 0$, pero las dos variables aleatorias no son independientes porque $f\,(X_1\, X_2) \neq g\,(X_1) \cdot h(X_2)$, por ejemplo, para $X_1 = -1$ y $X_2 = -1$. ▼

Los elementos de la matriz de correlación ρ se muestran a continuación

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2p} \\ \vdots & & & \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \cdots & \rho_{pp} \end{bmatrix}$$

donde ρ_{ij}, es el coeficiente de correlación que mide la fuerza lineal con la que dos variables se encuentran relacionadas. El coeficiente de correlación para la i-ésima y j-ésima variable se define como

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}}\sqrt{\sigma_{jj}}}$$

El coeficiente de correlación lineal toma valores entre –1 y 1. Para probar tal afirmación partiremos del siguiente teorema:

$$Var\,(X_1 + X_2) = Var\,(X_1) + Var\,(X_2) + 2\,Cov\,(X_1, X_2)$$

para demostrar este teorema recordaremos que

$$Var\,(X) = E\,[X^2] - [E\,(X)]^2$$

entonces

$$Var\,(X_1 + X_2) = E\,[(X_1 + X_2)^2] - [E\,(X_1 + X_2)]^2$$

$$= E\,[X_1^2 + 2X_1X_2 + X_2^{\,2}] - [E\,(X_1) + E\,(X_2)]^2$$

$$= E\,(X_1^2) - [E\,(X_1)]^2 + E\,(X_2)^2 - [E\,(X_2)]^2 +$$

$$+ 2\,E\,(X_1X_2) - 2E\,(X_1)\,E\,(X_2)$$

$$= Var\,(X_1) + Var\,(X_2) + 2\,Cov\,(X_1, X_2) \quad \textbf{(1)}$$

luego, por definición:

$$Var\left(\frac{x_1}{\sigma_1} + \frac{x_2}{\sigma_2}\right) \geq 0$$, utilizando (1)

$$Var\left(\frac{x_1}{\sigma_1} + \frac{x_2}{\sigma_2}\right) = \frac{1}{\sigma_1^2}Var(x_1) + \frac{1}{\sigma_2^2}Var(x_2) + 2Cov\left(\frac{x_1}{\sigma_1}, \frac{x_2}{\sigma_2}\right) \geq 0$$

$$1 + 1 + 2\,\frac{Cov(x_1, x_2)}{\sigma_1\sigma_2} \geq 0$$

$$\rho_{12} \geq -1$$

de manera similar:

$$Var\left(\frac{x_1}{\sigma_1} - \frac{x_2}{\sigma_2}\right) \geq 0$$

$$Var\left(\frac{x_1}{\sigma_1} - \frac{x_2}{\sigma_2}\right) = \frac{1}{\sigma_1^2} Var(x_1) + \frac{1}{\sigma_2^2} Var(x_2) - 2Cov\left(\frac{x_1}{\sigma_1}, \frac{x_2}{\sigma_2}\right) \geq 0$$

$$1 + 1 - 2\frac{Cov(x_1, x_2)}{\sigma_1\sigma_2} \geq 0$$

$$\rho_{12} \leq 1$$

entonces $-1 \leq \rho_{12} \leq 1$. ▼

CAPITULO 3

3. ANALISIS UNIVARIADO DE LAS CARACTERISTICAS INVESTIGADAS

3.1 Introducción

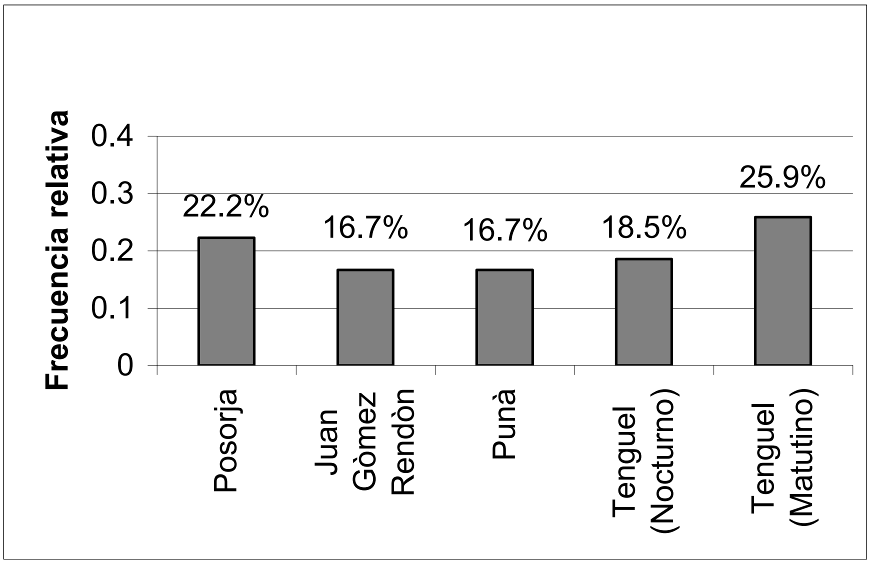
A continuación se realizará el análisis univariado de las variables aleatorias que fueron presentadas en el capítulo dos. Analizaremos cada una de las variables citadas anteriormente con la ayuda del paquete estadístico SPSS 8.0 para Windows, Systat 7.0, y Microsoft Excel. Los datos de las variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemática y lenguaje, y los datos de las variables generales (sexo, edad, especialización, actividad extra educativa) fueron obtenidos a través de las pruebas de matemática y lenguaje que se aplicaron a los cincuenta y cuatro estudiantes de los sextos cursos de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil. Para cada variable se presentará además del histograma de probabilidades una tabla en la que se mostrarán los parámetros poblacionales, la función generadora de momentos que determina a la variable aleatoria, la función de probabilidades en forma descendente, el sesgo y el coeficiente de kurtosis de la variable aleatoria.

3.2 Análisis de datos

Variable #1: Alumnos por colegio

Como podemos observar el mayor número de estudiantes que corresponde al 26% pertenece al colegio Primero de Junio del sector Tenguel (jornada matutina), seguido por el colegio Luis Fernando Vivero ubicado en Posorja con un 22% de alumnos, luego se encuentra el colegio Primero de Junio (sección nocturna) que posee el 18% estudiantes, luego se encuentran el colegio Pablo Weber Cubillo y el colegio Puná ubicados en Juan Gómez Rendón y Puná respectivamente, cada uno con un 17% de estudiantes. En la presente investigación no se consideró al sector rural de Chongón debido a que en dicho sitio no habían estudiantes cursando el último año de bachillerato.

FIGURA 3.1
HISTOGRAMA DEL NUMERO DE ALUMNOS POR COLEGIO



El menor número de alumnos que encontramos es 9 mientras que el mayor es 14. Podemos observar que el número promedio de estudiantes por establecimiento es 10.8. El sesgo de esta variable es 0.913, esto quiere decir que la variable tiene una distribución sesgada positivamente. La distribución de esta variable es asimétrica, y la media es mayor que la mediana ya que existen algunos valores grandes en comparación con los demás. Debido a que el coeficiente de kurtosis es –0.738, esta variable tiene distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable aleatoria es menos puntiaguda que la distribución normal.

TABLA IX
PARÁMETROS POBLACIONALES DEL NUMERO DE ALUMNOS POR COLEGIO

Mínimo	9
Máximo	14
Rango	5
Media	10.8
Mediana	10
Moda	9
Varianza	4.7
Coeficiente de variación	0.20073
Sesgo	0.913
Kurtosis	-0.738

Variable #2: Especialización

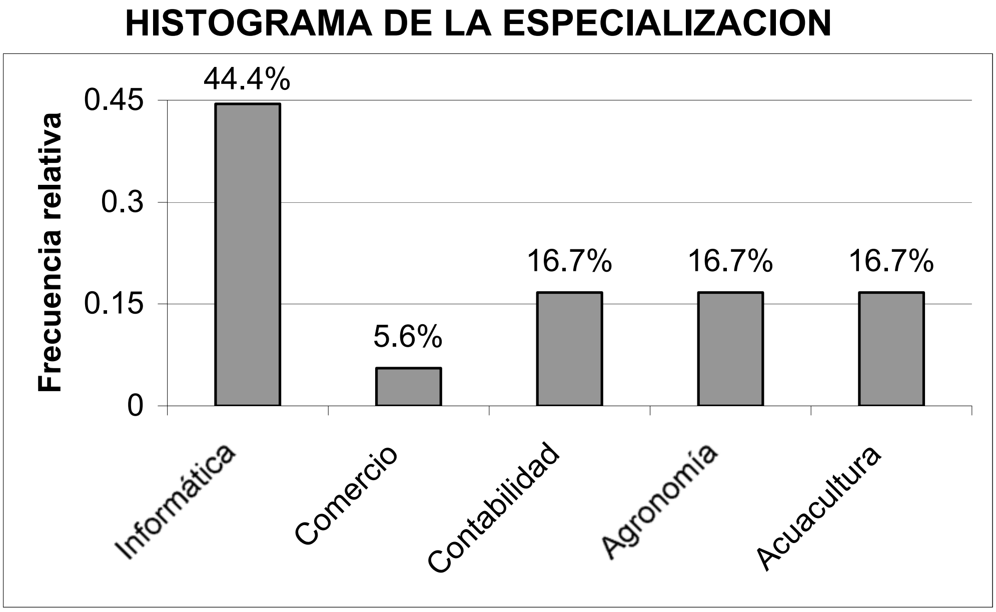
TABLA X
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA ESPECIALIZACIÓN

Mínimo	1
Máximo	5
Rango	4
Media	2.555

Mediana	2.5
Moda	1
Varianza	2.5157
Coeficiente de variación	0.62078
Sesgo	0.336
Kurtosis	-1.503

Con esta variable se desea conocer la especialización a la que pertenece el alumno, el cual puede ser bachiller en humanidades modernas especialización informática, comercio y contabilidad, o bachiller técnico con especialización agronomía o acuacultura. Se puede observar en la figura 3.2 la ausencia de estudiantes con especialización FIMA, QUIBIO, o sociales; estas tres especializaciones presentan gran acogida en el sector urbano, y tal ausencia se da no porque las personas no deseen cursar estas especializaciones, sino porque los establecimientos no cuentan con los recursos humanos, técnicos y económicos para dictar dichas especializaciones, según nos lo hicieron conocer verbalmente los rectores y directivos principales de cada uno de los establecimientos. El mayor número de estudiantes, esto es el 44.4% pertenece a la especialización informática, mientras que el menor número de alumnos esto es el 5.6% pertenecen a la especialización comercio. Esta variable presenta una distribución platikúrtica ya que su coeficiente de kurtosis es –1.503. El sesgo de esta variable es 0.336, como es un valor cercano a cero, podemos decir que esta variable tiene aproximadamente una distribución normal.

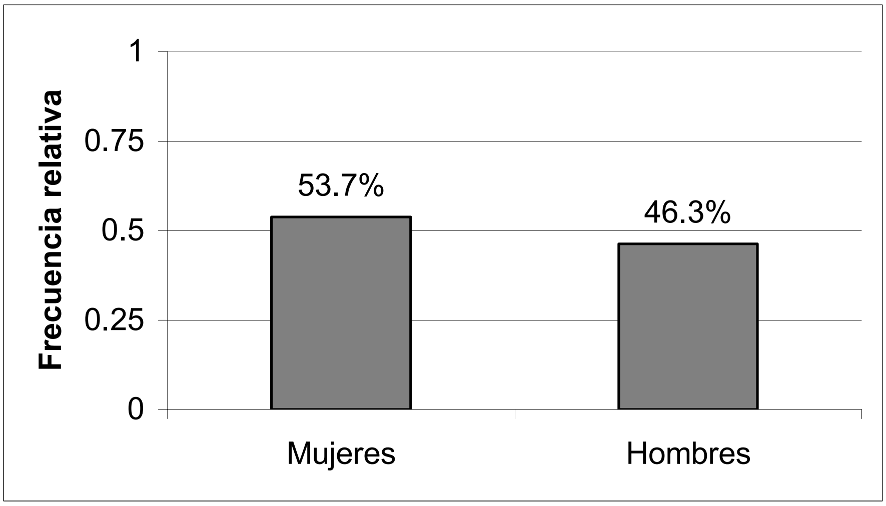
FIGURA 3.2



Variable #3: Sexo

Con esta variable vamos a identificar al número de mujeres y al número de hombres que son nuestros entes de estudio; podemos observar en el siguiente gráfico que no existe mucha diferencia entre el número de estudiantes de los dos sexos, ya que existen 29 mujeres lo que corresponde a un 53.7% de la población, y 25 hombres lo que corresponde a un 46.3% de la población.

FIGURA 3.3
HISTOGRAMA DEL SEXO



Variable #4: Edad

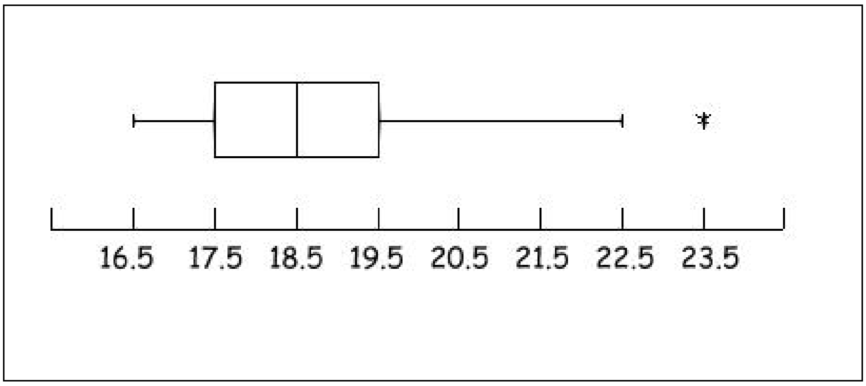
TABLA XI
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA EDAD

Mínimo	16.5
Máximo	23.84
Rango	7.34
Media	18.666
Mediana	18.11
Moda	18.84
Varianza	1.8578
Coeficiente de variación	0.00795
Sesgo	1.256
Kurtosis	2.298

Esta variable continua nos indica la edad de los estudiantes del último año de bachillerato al momento de aplicarles las pruebas de matemática y lenguaje. El rango de la variable edad actual es 7.34. La mínima edad actual es 16.5 años, mientras que el valor máximo fue de 23.84.

Según como se muestra en el diagrama de cajas de la figura 3.4, el 50% de las edades actuales están sobre los 17.5 años y debajo de los 19.5 años.

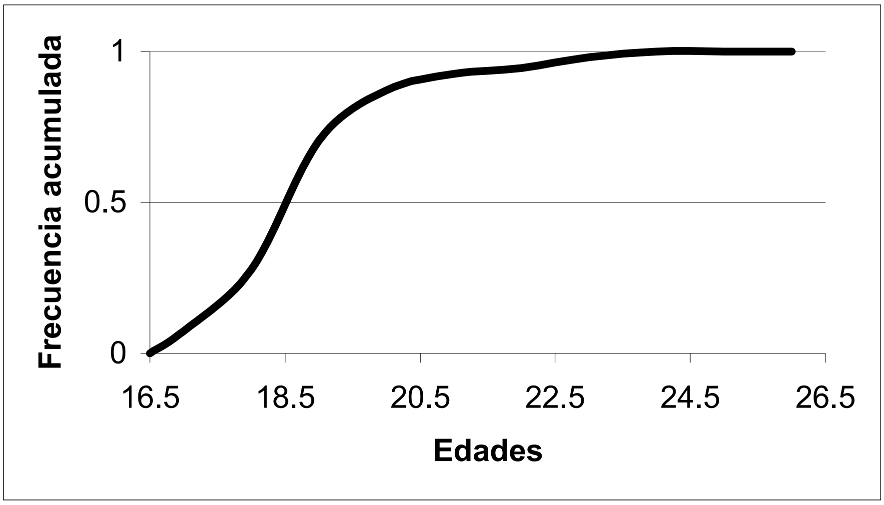
FIGURA 3.4
DIAGRAMA DE CAJAS DE LA EDAD



El sesgo de esta variable es 1.256, esto es, la variable tiene una distribución sesgada positivamente. La distribución de esta variable no es simétrica, y la media es mayor que la mediana ya que existen algunos valores grandes en comparación con los demás. Esto lo podemos observar en la figura 3.6 que muestra la frecuencia relativa de la variable, donde apreciamos que existen personas que actualmente tienen 22 y 23 años. El coeficiente de kurtosis es igual a 2.298; ya que éste valor es menor a 3, esta variable tiene una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable aleatoria es menos puntiaguda que la distribución normal.

Actualmente la edad de los estudiantes de último año de bachillerato del sector fiscal rural del cantón Guayaquil, varía en un rango que va desde los 16.5 hasta 23.84 años. La mayor parte de las personas, un 43% tiene 18.5 años, luego le sigue con un 20% las personas de 17.25 años, y con un 17% las personas de 19,125 años.

FIGURA 3.5
FRECUENCIA ACUMULADA DE LAS EDADES



A continuación presentamos la prueba de Kolmogorov-Smirnov, que nos indicará si la distribución acumulada de una variable aleatoria x es $F_o(x)$. Sea $F(x)$ la función de distribución continua de una población de tamaño n, determinamos la función de distribución acumulada de la muestra, la cual es denotada por $F_n(x)$. Posteriormente $F_n(x)$ es comparada con la distribución acumulada hipotética $F_o(x)$. Si $F_n(x)$ difiere demasiado de $F_o(x)$, entonces esto es una evidencia estadística de que $F_n(x)$ no es igual a $F_o(x)$.

Vamos a probar que los datos correspondientes a la edad de los estudiantes del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales de Guayaquil tienen una distribución normal con media 18.666, y desviación estándar 1.3363.

Sean las hipótesis nulas H_0 y alterna H_a:

H_0: X_4: Edad de los estudiantes: $\longrightarrow$ N (18.66; 1.3363)

H_a: H_0

El estadístico de prueba es

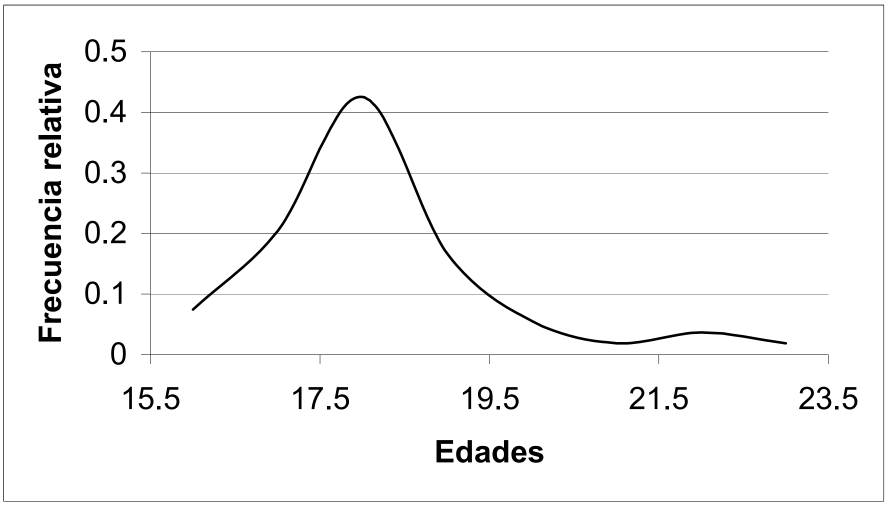
D_n = max $F_n(X_i) - X_i$, para toda i.

Rechazamos H_0 en favor de H_a si $D_n < d_{\alpha, n}$

Dado que el valor p de la prueba es 0.176, entonces no rechazamos la hipótesis nula H_0, es decir la edad de los estudiantes siguen una distribución normal con media 18.666, y desviación estándar 1.3363.

FIGURA 3.6

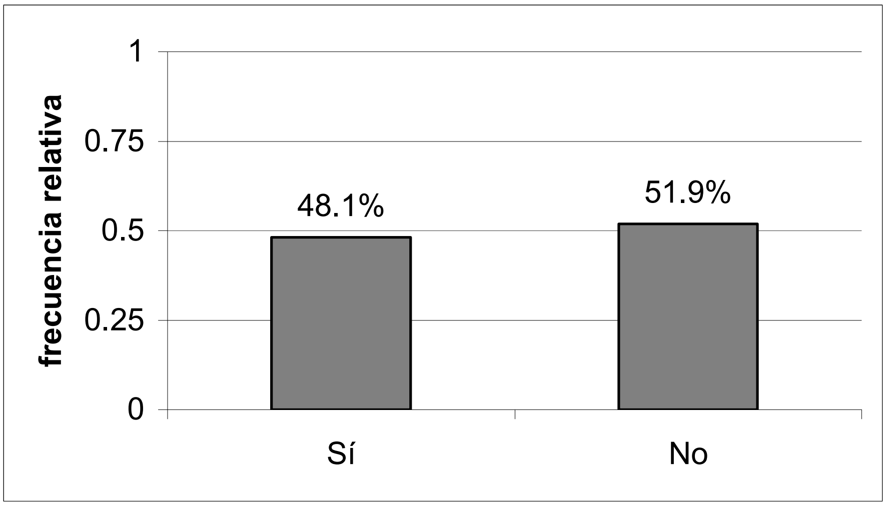
DISTRIBUCION DE LA EDAD ACTUAL



Variable #5: Actividad extra-educativa

Esta variable nos va a indicar si los alumnos a más de estudiar, realizan alguna actividad extra educativa que les demande tiempo y esfuerzo; podemos observar que un 51.9% que representa 28 estudiantes no realizan actividades adicionales que les demanden tiempo y esfuerzo; así mismo podemos observar que un 48.1% que representa a 21 personas si realizan tareas que les lleven tiempo y esfuerzo.

FIGURA 3.7
HISTOGRAMA DE ACTIVIDAD EXTRA EDUCATIVA



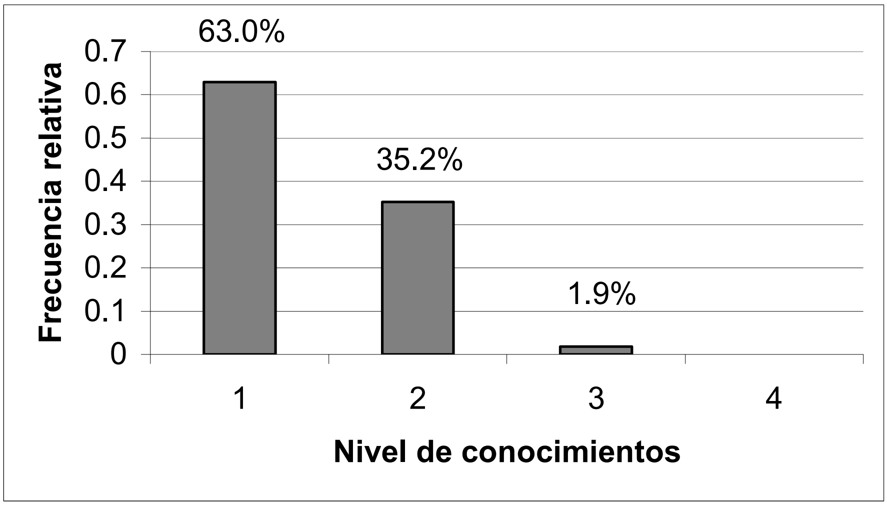
Variable #6: Notación científica

TABLA XII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 6
NOTACIÓN CIENTÍFICA

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.3704
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.2753
Coeficiente de variación	0.3828
Sesgo	0.955
Kurtosis	-0.24

Esta variable presenta una distribución asimétrica positiva, el sesgo de esta variable es 0.955 lo que nos quiere decir que los resultados negativos son superiores a los positivos, y así lo confirmamos al observar que los conocimientos en notación científica son ignorados para un 63% de los estudiantes. Que sea asimétrica positiva también implica que la pregunta resultó complicada de resolver. El 35% entiende notación científica pero no puede realizar las operaciones necesarias para obtener la respuesta correcta. La población que está en capacidad de plantear y resolver este tipo de problemas es muy pequeña, corresponde al 2%. Cuando decimos que entiende notación científica nos referimos a que el estudiante reconoce la notación científica y puede escribirla en notación arábiga correctamente. El coeficiente de kurtosis es –0.2396, esta variable tiene una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable aleatoria es menos puntiaguda que la distribución normal. Los resultados obtenidos a través de esta variable están poco dispersos, la varianza de esta variable es 0.27.

FIGURA 3.8
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE NOTACIÓN CIENTÍFICA



1: No plantea el problema
2: Entiende notación científica
3: Entiende notación científica y realiza correctamente las operaciones
4: No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta

A continuación mostramos la función de probabilidades de esta variable aleatoria

$$f\,(x_6) = P(X_6 = x_6) = \begin{cases} 34/54, & \text{si } x_6 = 1 \\ 19/54, & \text{si } x_6 = 2 \\ 1/54, & \text{si } x_6 = 3 \\ 0, & \text{resto de } x_6 \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{34}{54}e^t + \frac{19}{54}e^{2t} + \frac{1}{54}e^{3t}$$

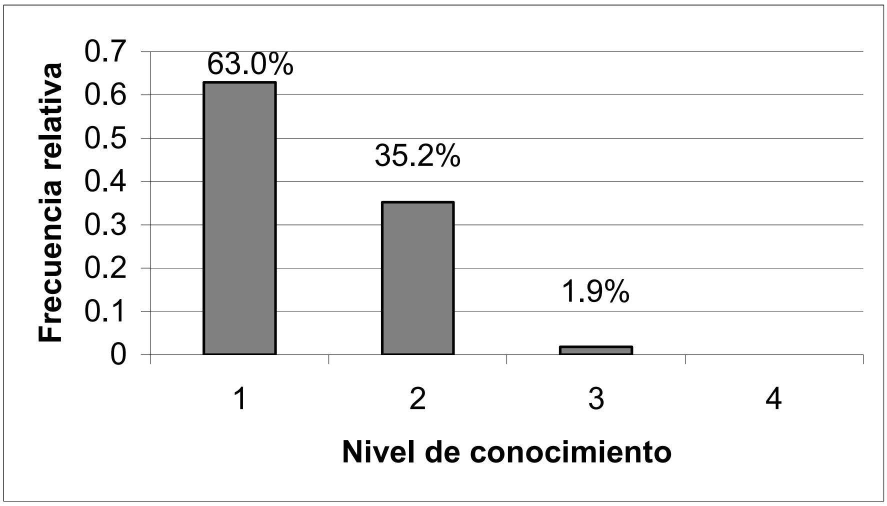
Variable #7: Planteamiento y resolución de problemas (I)

TABLA XIII
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 7
PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.1852
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.3047
Coeficiente de variación	0.4657
Sesgo	3.575
Kurtosis	14.095

De acuerdo a las respuestas obtenidas tan sólo un estudiante pudo plantear y resolver el problema, dicho problema era un ejercicio de razonamiento lógico. Más de la mitad de los estudiantes, 63% no pudieron plantear el problema. El 35% de los alumnos pudieron plantear el problema pero realizaron las operaciones incorrectamente, motivo por el cual obtuvieron una respuesta errónea. La varianza de esta variable es 0.3, esto nos indica la poca dispersión de las respuestas obtenidas. El sesgo de esta variable es 3.575, esto quiere decir que la distribución es asimétrica positiva lo que nos muestra que los resultados que indican un bajo nivel de conocimiento, son superiores a los resultados que indican un alto nivel de conocimiento, o que la pregunta resultó difícil de resolver para los alumnos. El coeficiente de kurtosis es 14.095, por lo cual la variable aleatoria tiene una distribución leptokúrtica, es decir la distribución de esta variable es más puntiaguda que la distribución normal.

FIGURA 3.9
HISTOGRAMA DE PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS



1: No plantea el problema
2: Plantea correctamente el problema
3: Plantea y resuelve correctamente el problema
4: No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

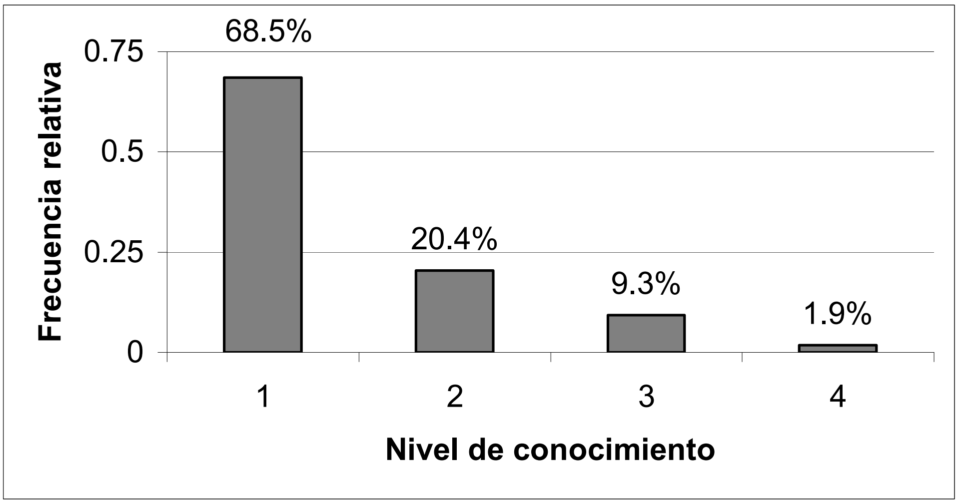
$$M_x(t) = \frac{34}{54}e^t + \frac{19}{54}e^{2t} + \frac{1}{54}e^{3t}$$

La distribución de probabilidades de esta variable aleatoria es:

$$f(x_7) = P(X_7 = x_7) = \begin{cases} 34/54, & \text{si } x_7 = 1 \\ 19/54, & \text{si } x_7 = 2 \\ 1/54, & \text{si } x_7 = 3 \\ 0, & \text{resto de } x_7 \end{cases}$$

Variable #8: Planteamiento y resolución de problemas(II) *(regla de tres)*

FIGURA 3.10
HISTOGRAMA DE PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS



1: No plantea el problema
2: Plantea correctamente el problema
3: Plantea y resuelve correctamente el problema
4: No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta

La gran mayoría de estudiantes, el 69% no pudo siquiera plantear el problema de regla de tres, dicho problema fue tomado del libro "Aritmética de Baldor" que es utilizado en la escuela; un 20% planteo el problema pero no pudo obtener la respuesta correcta, y tan sólo el 9% de los estudiantes pudo plantear y resolver el problema. El 2% de la población dio con la respuesta correcta, pero no siguió el procedimiento esperado.

TABLA XIV
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 7: PLANTEAMIENTO
Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
REGLA DE TRES

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.4444
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.5535
Coeficiente de variación	0.515
Sesgo	1.625
Kurtosis	1.956

El sesgo de esta variable es 1.625, esto nos indica que las respuestas erróneas obtenidas en esta pregunta son superiores, debido a un bajo nivel conocimientos. Dado que el sesgo de esta variable es positivo, también podemos concluir que la pregunta no fue sencilla de resolver. El coeficiente de kurtosis es 1.956, por lo cual la variable aleatoria tiene una distribución platikúrtica, es decir la distribución de esta variable es menos puntiaguda que la distribución normal.

Esta variable aleatoria posee la siguiente función de probabilidades:

$$f(x_8)=P(X_8 = x_8) = \begin{cases} 37/54, & \text{si } x_8 = 1 \\ 11/54, & \text{si } x_8 = 2 \\ 5/54, & \text{si } x_8 = 3 \\ 1/54, & \text{si } x_8 = 4 \end{cases}$$

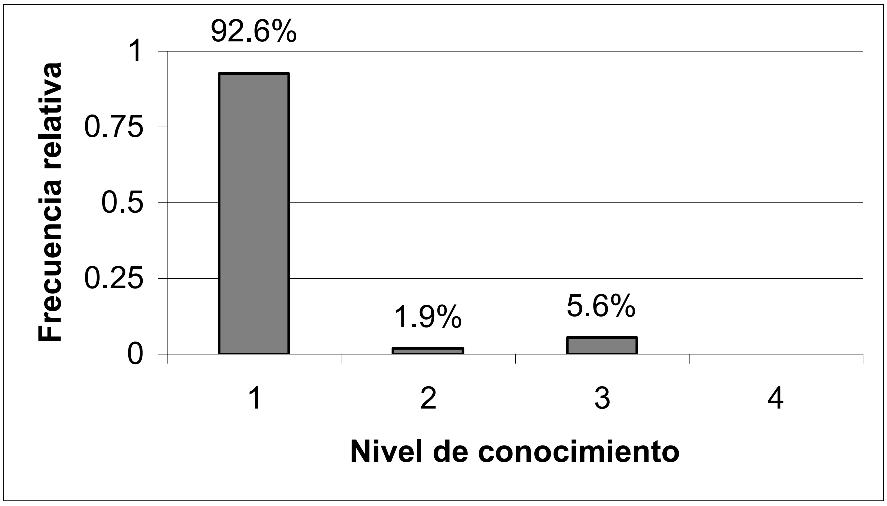
0 resto de x_8

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{37}{54}e^{t} + \frac{11}{54}e^{2t} + \frac{5}{54}e^{3t} + \frac{1}{54}e^{4t}$$

Variable #9: Planteamiento y resolución de problemas (III) (sucesiones)

FIGURA 3.11
HISTOGRAMA DE PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS



1: No plantea el problema
2: Plantea correctamente el problema
3: Plantea y resuelve correctamente el problema
4: No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta

En la figura anterior podemos observar que la gran mayoría de personas, un 92.6% no pudo plantear el problema. Para resolver este problema no era necesario recordar ninguna fórmula matemática, era un problema de razonamiento. Un estudiante planteó el problema pero no pudo resolverlo; mientras que el 5.6% pudo plantear y resolver el problema. El sesgo de esta variable es 3.62, esto indica que la variable al igual que las anteriores variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas presenta una distribución sesgada positivamente, lo cual nos indica un deficiente nivel de conocimientos para resolver un problema de sucesiones, o que la pregunta realizada fue difícil de resolver. El coeficiente de kurtosis es igual a 11.96, ya que éste coeficiente toma un valor mayor a 3, ésta variable presenta una distribución leptokúrtica.

TABLA XV
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA DE LA VARIABLE # 7
PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
SUCESIONES

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.1296
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.2282
Coeficiente de variación	0.4228
Sesgo	3.628
Kurtosis	11.963

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

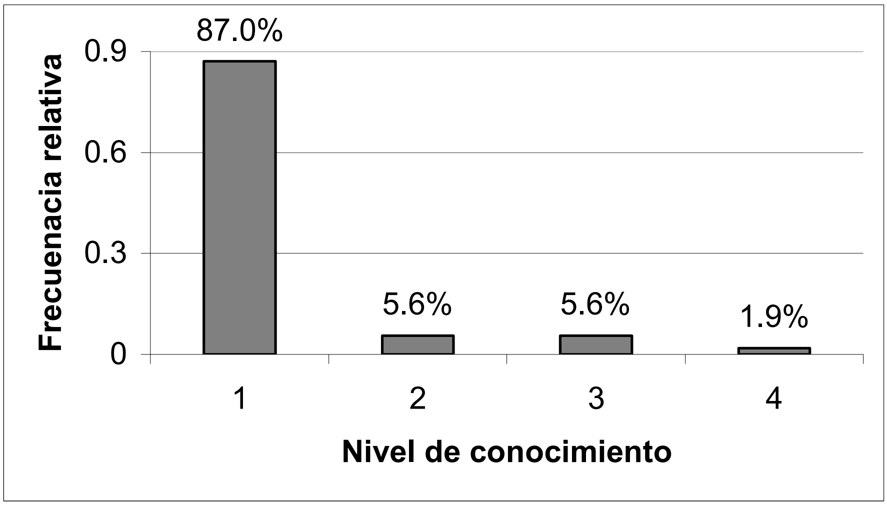
$$M_x(t) = \frac{50}{54}e^{t} + \frac{1}{54}e^{2t} + \frac{3}{54}e^{3t}$$

La función de probabilidad de esta variable aleatoria es:

$$f(x_9) = P(X_9 = x_9) = \begin{cases} 50/54, & \text{si } x_9 = 1 \\ 1/54, & \text{si } x_9 = 2 \\ 3/54, & \text{si } x_9 = 3 \\ 0, & \text{resto de } x_9 \end{cases}$$

Variable #10: Conjuntos

FIGURA 3.12
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE CONJUNTOS



1: No plantea el problema
2: Plantea correctamente el problema
3: Plantea y resuelve correctamente el problema
4: No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta

Según la información que nos proporcionan las personas a través de las pruebas, el 87% de los estudiantes no mostró rasgo alguno de conocimiento de conjuntos, siendo que los conjuntos de alguna manera los vienen estudiando de la escuela. Un 5.6% de personas pudieron plantear el problema pero no pudieron obtener la respuesta correcta; y tan sólo tres alumnos pudieron plantear y resolver correctamente el problema. El 1.9% de los alumnos obtuvo la respuesta correcta, pero no indicó como llegó a dicha respuesta.

TABLA XVI
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA DE LA VARIABLE # 10
CONJUNTOS

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.2222
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.4025
Coeficiente de variación	0.519
Sesgo	3.007
Kurtosis	8.654

El sesgo de esta variable es 3.007, es decir la distribución está sesgada positivamente lo cual nos indica un pésimo nivel de conocimientos para resolver un problema de conjuntos. El sesgo obtenido en esta variable nos indica que la pregunta realizada fue difícil de resolver para los estudiantes. El coeficiente de kurtosis es igual a 8.654, ya que éste coeficiente toma un valor mayor a 3, ésta variable presenta una distribución leptokúrtica, lo cual quiere decir que la distribución de esta variable es más puntiaguda que la distribución normal.

La función de probabilidad correspondiente a la variable que mide el nivel de conocimientos de conjuntos es:

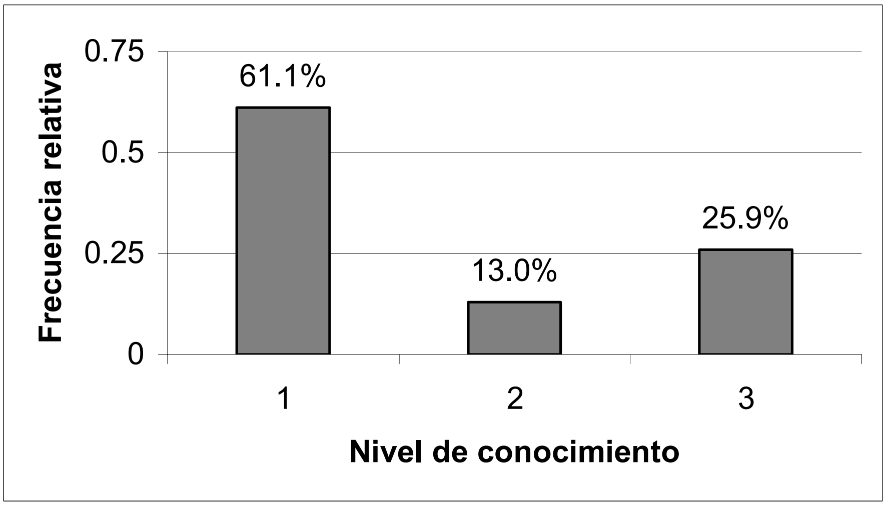
$$f(x_{10}) = P(X_{10} = x_{10}) = \begin{cases} 47/54, & \text{si } x_{10} = 1 \\ 3/54, & \text{si } x_{10} = 2 \\ 3/54, & \text{si } x_{10} = 3 \\ 1/54, & \text{si } x_{10} = 4 \\ 0 & \text{resto } x_{10} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{47}{54}e^{t} + \frac{3}{54}e^{2t} + \frac{3}{54}e^{3t} + \frac{1}{54}e^{4t}$$

Variable #11: Desigualdades y conjunto solución

FIGURA 3.13
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTO DE DESIGUALDADES



1: No resuelve el problema
2: Sabe trabajar con desigualdades
3: Sabe trabajar con desigualdades, y determina el conjunto solución de $p(x) \wedge q(x)$

De los resultados obtenidos en las pruebas, el 61% de personas no está en capacidad de resolver un ejercicio de inecuaciones; el 13% sabe resolver desigualdades pero desconoce lo que representa el conjunto solución, mientras que el 26% de la población sabe resolver ejercicios con desigualdades y puede determinar el conjunto solución.

TABLA XVII

PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 11: DESIGUALDADES

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.6481
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.7607
Coeficiente de variación	0.5292
Sesgo	0.96
Kurtosis	-1.253

Esta variable, al igual que la mayoría de las variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas, muestra que las deficiencias de conocimientos en el área de matemáticas de los estudiantes, y lo comprobamos al observar que la distribución de esta variable está sesgada positivamente, el sesgo de esta variable es 0.96. El coeficiente de kurtosis es igual a –1.253, ya que éste coeficiente toma un valor menor a 3, ésta variable presenta una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable es menos puntiaguda que la distribución normal.

La distribución de probabilidades de esta variable aleatoria se presenta a continuación:

$$f\,(x_{11})=P(X_{11}=x_{11}) = \begin{cases} 33/54, & \text{si } x_{11} = 1 \\ 7/54, & \text{si } x_{11} = 2 \\ & \end{cases}$$

14/54, si $x_{11} = 3$

0 resto de x_{11}

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{33}{54}e^{t} + \frac{7}{54}e^{2t} + \frac{14}{54}e^{3t}$$

Variable #12_a: Operaciones con polinomios

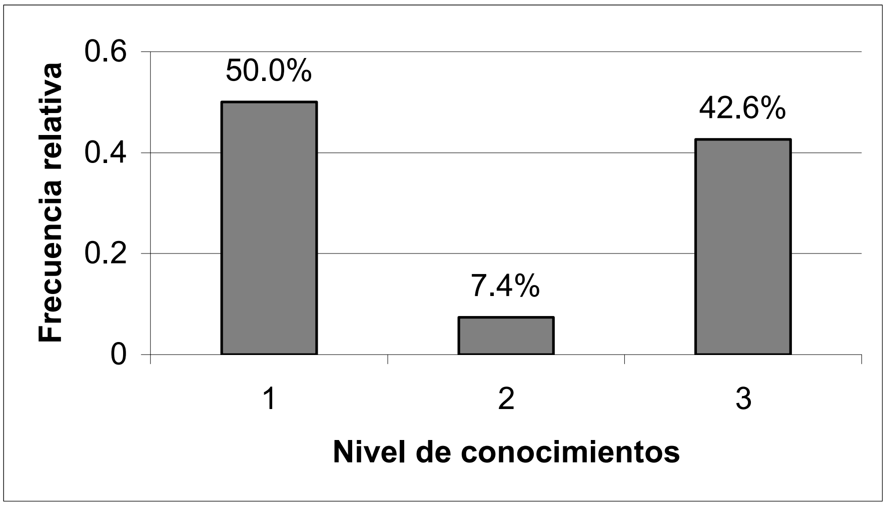
TABLA XVIII
PARAMTROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 12_a: POLINOMIOS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.9259
Mediana	1.5
Moda	1
Varianza	0.9378

Coeficiente de variación	0.6456
Sesgo	0.152
Kurtosis	-1.965

El sesgo de esta variable es 0.152, debido a que este valor se cercano a cero, podemos decir que se aproxima a una distribución simétrica. La distribución de esta variable es menos puntiaguda que la distribución normal, es decir su distribución es platikúrtica.

FIGURA 3.14
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTO DE POLINOMIOS



1: No resuelve el problema
2: Realiza correctamente algunas operaciones
3: Realiza correctamente todas las operaciones.

Según los resultados obtenidos a través de las pruebas, la mitad de la población no puede realizar alguna operación con polinomios, las operaciones que se evaluaron son: suma, resta, multiplicación y división. El 7.4% puede resolver algunas operaciones, y el 42.6% del total de estudiantes puede resolver todas las operaciones.

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

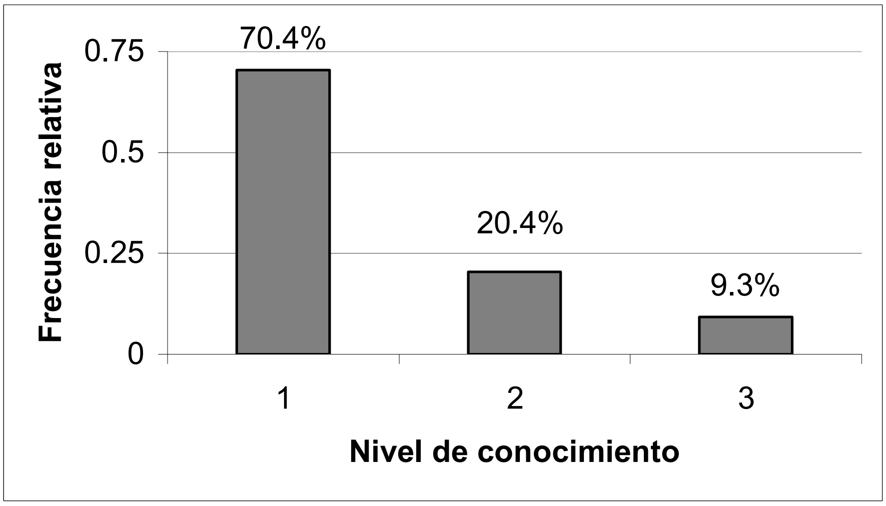
$$M_x(t) = \frac{27}{54}e^{t} + \frac{4}{54}e^{2t} + \frac{23}{54}e^{3t}$$

La función de probabilidad de esta variable aleatoria es la siguiente:

$$f(x_{12.a}) = P(X_{12\,a} = x_{12\,a}) = \begin{cases} 27/54, & \text{si } x_{12.a} = 1 \\ 4/54, & \text{si } x_{12.a} = 2 \\ 23/54, & \text{si } x_{12.a} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{12.a} \end{cases}$$

Variable #12_b: Operaciones con polinomios

FIGURA 3.15
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTO DE POLINOMIOS



1: No resuelve el problema
2: Realiza correctamente algunas operaciones
3: Realiza correctamente todas las operaciones.

Esta variable se diferencia de la anterior, porque ahora no evaluamos las operaciones fundamentales, sino medimos el nivel de conocimientos de potenciación de polinomios. En la figura 3.15 observamos que el 70.4% de los estudiantes no puede resolver operación alguna, siendo que esta parte del álgebra los alumnos la estudian en décimo año de colegio antes denominado tercer curso; tan sólo el 9.3% puede resolver todas las operaciones requeridas.

TABLA XIX
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 12_b: POLINOMIOS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.3889
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.4308
Coeficiente de variación	0.4742
Sesgo	1.468
Kurtosis	0.931

El sesgo de esta variable es 1.468, es decir los resultados obtenidos a través de esta variable muestran que los datos están sesgados positivamente debido a un bajo nivel de conocimientos. La distribución de esta variable es menos puntiaguda que la distribución normal, su coeficiente de kurtosis es 0.931, es decir su distribución es platikúrtica.

Esta variable aleatoria sigue la siguiente distribución de probabilidades:

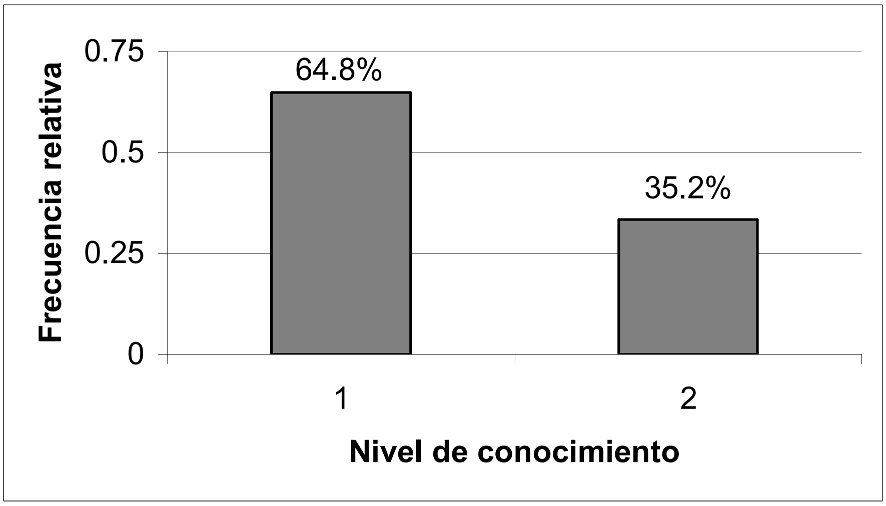
$$f(x_{12.b}) = P(X_{12\,b} = x_{12\,b}) = \begin{cases} 38/54, & \text{si } x_{12.b} = 1 \\ 11/54, & \text{si } x_{12.b} = 2 \\ 5/54, & \text{si } x_{12.b} = 3 \\ 0 & \text{resto } x_{12.b} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{38}{54}e^t + \frac{11}{54}e^{2t} + \frac{5}{54}e^{3t}$$

Variable #13: Identificar gráficamente una función

FIGURA 3.16
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE FUNCIONES



1. Marca la respuesta incorrecta
2. Marca la respuesta correcta

Con esta variable deseamos saber si los estudiantes pueden distinguir gráficamente una función de una relación. Para identificar la respuesta correcta, bastaba que el estudiante trace una línea vertical sobre las gráficas dadas, y elija aquella gráfica que corta en un sólo punto. Encontramos que más de la mitad de los estudiantes, un 65% marcó la respuesta incorrecta; y el 35% restante identificó la respuesta correcta. El coeficiente de kurtosis es –1.655, esto quiere decir que la distribución de esta variable es menos puntiaguda que una distribución normal, es decir esta variable tiene una distribución platikúrtica. El sesgo de esta variable es 0.638, esto quiere decir que la mayoría de los datos se encuentran hacia la parta izquierda de la figura 3.16 debido a que los estudiantes carecen de los conocimientos necesarios para diferenciar a partir de un gráfico, una función de una relación.

La función de probabilidades de esta variable aleatoria sigue la siguiente regla de correspondencia:

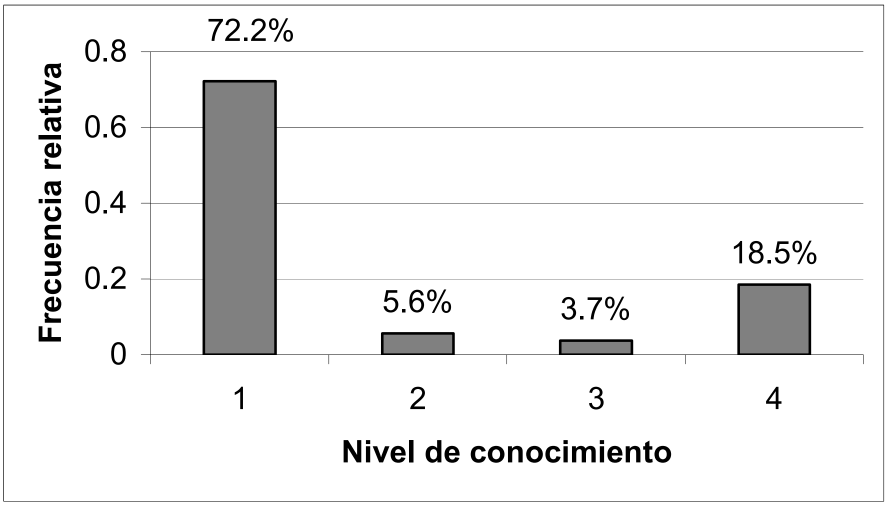
$$f\,(\,x_{13}\,) = P(X_{13} = x_{13}) = \begin{cases} 35/54, & \text{si } x_{13} = 1 \\ 18/54, & \text{si } x_{13} = 2 \\ 0 & \text{resto de } x_{13} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{33}{54}e^{t} + \frac{18}{54}e^{2t}$$

Variable #14: Gráfica de funciones

FIGURA 3.17
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE FUNCIONES



1: No resuelve el problema
2: Grafica correctamente la función lineal
3: Grafica correctamente la función cuadrática
4.Grafica correctamente la función lineal y la función cuadrática

Esta variable se diferencia de la anterior porque ahora no se le pide identificar la función, se le pide graficar la función cuya regla de correspondencia está dada por una función lineal y una función cuadrática. El 72.2% de la población no pudo graficar función alguna; el 5.6% sólo pudo graficar la función lineal; el 3.7% sólo pudo graficar la función cuadrática, y tan sólo un 18.5% demostró que puede graficar funciones. Dado que el coeficiente de kurtosis es menor a 3, esta variable tiene una distribución platikúrtica. La distribución de esta variable no es simétrica, el sesgo de esta variable es 1.33, esto quiere decir que la variable tiene una distribución sesgada positivamente, lo que nos indica una vez más que los resultados de bajo nivel de conocimiento son superiores a los de un buen nivel de conocimiento.

TABLA XX
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 14: GRÁFICA DE FUNCIONES

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.6852
Mediana	1
Moda	1
Varianza	1.4273

Coeficiente de variación	0.7089
Sesgo	1.333
Kurtosis	-0.048

A continuación presentamos la regla de correspondencia de la función de probabilidades de esta variable aleatoria:

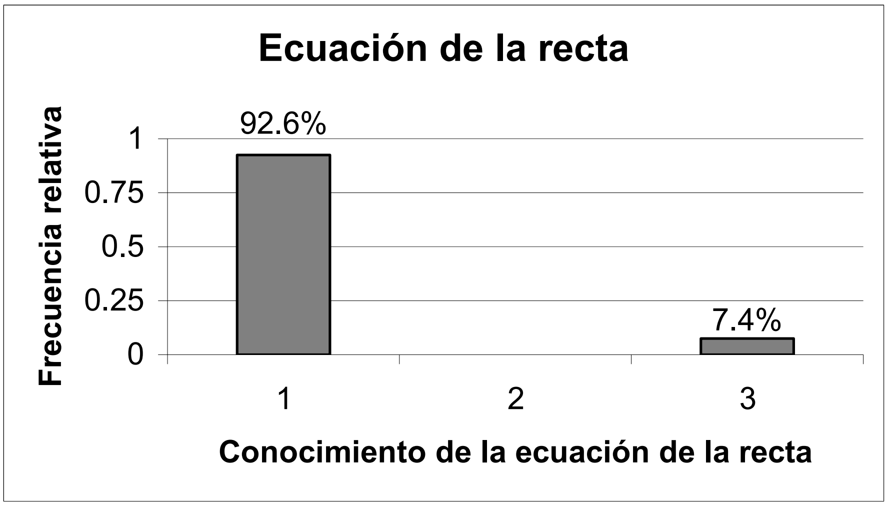
$$f(x_{14}) = P(X_{14} = x_{14}) = \begin{cases} 39/54, & \text{si } x_{14} = 1 \\ 3/54, & \text{si } x_{14} = 2 \\ 2/54, & \text{si } x_{14} = 3 \\ 10/54, & \text{si } x_{14} = 4 \\ 0 & \text{resto de } x_{14} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{39}{54}e^{t} + \frac{3}{54}e^{2t} + \frac{2}{54}e^{3t} + \frac{10}{54}e^{4t}$$

Variable #15: Ecuación de la recta

FIGURA 3.18
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE RECTAS EN EL PLANO



1. No resuelve el problema
2. Halla el valor correcto de la pendiente
3. Halla el valor correcto de la pendiente y determina la ecuación correcta de la recta

Los resultados obtenidos a través de esta variable nos indican que la mayoría de la población desconoce la ecuación de la recta por lo que la distribución está sesgada positivamente, ya que un 92.6% demostró un total desconocimiento al no realizar cálculo alguno, siendo que esta parte de la matemática los estudiantes la revisan en el primero o segundo año de educación superior. Los restantes, es decir el 7.4% pudo calcular el valor correcto de la pendiente de la recta y su ecuación.

TABLA XXI
PARAMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 15: ECUACIÓN DE LA RECTA

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.1481
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.2795
Coeficiente de variación	0.4604
Sesgo	3.346
Kurtosis	9.551

El sesgo es 3.346, es decir esta variable presenta una distribución sesgada positivamente, lo cual quiere decir que el nivel de conocimiento de los estudiantes es deficiente, esto lo corroboramos al revisar las pruebas de matemáticas y darnos cuenta que los estudiantes no presentan rasgo alguno de conocimiento. Otro hecho que debemos destacar dado el valor del sesgo de la variable que estamos analizando es la dificultad presentada por los estudiantes para resolver este problema.

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

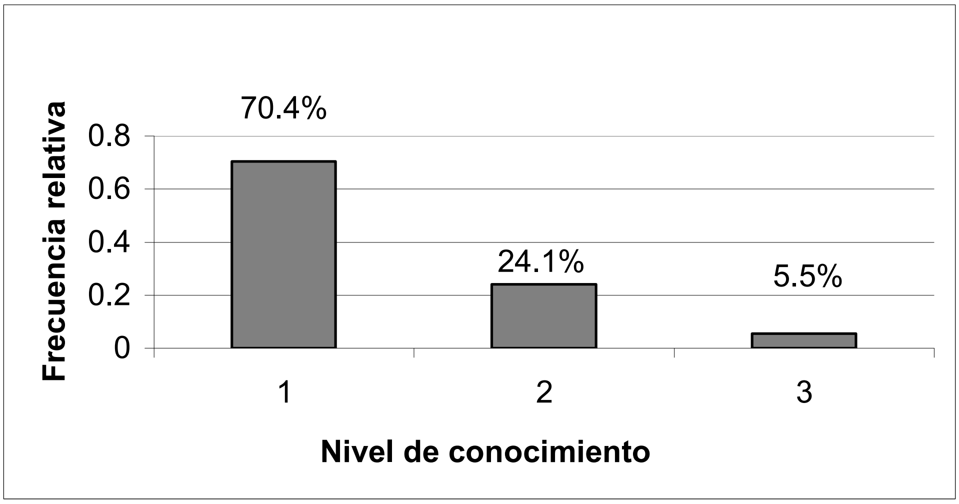
$$M_x(t) = \frac{50}{54}e^{t} + \frac{4}{54}e^{3t}$$

A continuación presentamos la distribución de probabilidades de esta variable:

$$f\,(\,x_{15}\,)=P(X_{15} = x_{15}) = \begin{cases} 50/54, & \text{si } x_{15} = 1 \\ 4/54, & \text{si } x_{15} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{15} \end{cases}$$

Variable #16: Sistemas de ecuaciones lineales

FIGURA 3.19
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES



1. No resuelve el problema 2. Entiende sistemas de ecuaciones lineales 3. Entiende sistemas de ecuaciones lineales y realiza correctamente las operaciones

Con esta variable se va a determinar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales, para lograr este objetivo se utilizó un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, donde la solución a dicho sistema era única. El 70.4% de los estudiantes mostraron que no saben resolver sistemas de ecuaciones; el 24.1% sabe como resolver sistemas de ecuaciones pero se equivocan al realizar los cálculos correspondientes, esto nos indica que dicho porcentaje de alumnos no pueden realizar cálculos con fracciones; mientras que un 5.5% pudo resolver correctamente el problema. Es importante señalar que no importaba el método que el estudiante utilice para resolver el sistema de ecuaciones.

TABLA XXII
PARAMTROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 16:
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Mínimo	1

Máximo	3
Rango	2
Media	1.3519
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.3456
Coeficiente de variación	0.4348
Sesgo	1.477
Kurtosis	1.248

La distribución de esta variable está sesgada positivamente, dado que el sesgo de esta variable es 1.477. Debido a que la pregunta no es complicada de resolver, podemos indicar que el nivel de conocimiento para desarrollar este tipo de problemas es deficiente, motivo por el cual la mayor cantidad de observaciones se encuentran al lado izquierdo de la figura 3.19.

La función de probabilidades de esta variable aleatoria es:

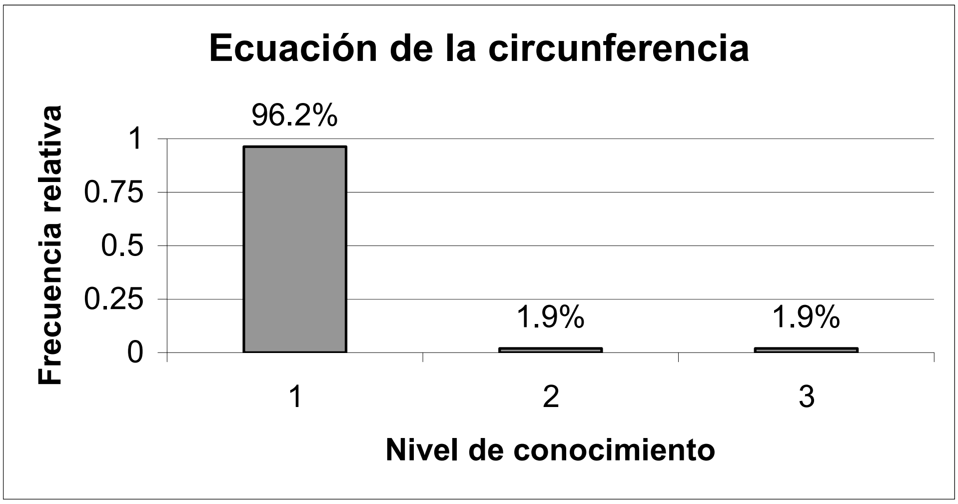
$$f(x_{16}) = P(X_{16} = x_{16}) = \begin{cases} 38/54, & \text{si } x_{16} = 1 \\ 13/54, & \text{si } x_{16} = 2 \\ 3/54, & \text{si } x_{16} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{16} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{38}{54}e^{t} + \frac{13}{54}e^{2t} + \frac{3}{54}e^{3t}$$

Variable #17: Ecuación de la circunferencia

FIGURA 3.20
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA



1. No resuelve el problema
2. Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia
3. Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia y determina la ecuación de la misma

Los resultados obtenidos de esta variable a través de las pruebas aplicadas son pésimos, ya que nos indican que un 96,2% de la población no sabe cómo determinar la ecuación de la circunferencia. Según lo que nos hicieron saber cada uno de los coordinadores del área de matemáticas de los planteles fiscales rurales, la única especialización a la que se le enseñó esta parte del programa es la de informática, y no en una forma tan compleja como los coordinadores consideran a esta pregunta. Un 1.9% de los estudiantes pudo calcular correctamente el valor del radio de la circunferencia pero no recordaba la ecuación de la circunferencia. Idéntico porcentaje, el 1.9% pudo calcular el valor correcto del radio y determinar correctamente la ecuación de la circunferencia.

TABLA XXIII
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 17:
ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.0556
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.0911
Coeficiente de variación	0.2859
Sesgo	5.824
Kurtosis	35.165

De la tabla XXIII, podemos observar que el sesgo de esta variable es 5.824, esto nos indica que la pregunta resultó difícil de resolver para la gran mayoría de los estudiantes dado que el nivel de conocimientos requerido para que el estudiante desarrolle este problema es pésimo. Dicho nivel de conocimientos es casi inexistente porque sólo a los estudiantes de la especialización informática se les enseñó a determinar la ecuación de la circunferencia; además el sesgo de esta variable también nos indica que para los estudiantes desarrollar esta pregunta resultó bastante difícil, incluso al momento de tomar las pruebas, los profesores del área de matemáticas nos indicaron verbalmente que consideraban difícil resolver esta pregunta. El coeficiente de kurtosis es 35.165, es decir esta variable tiene una distribución leptokúrtica.

Esta variable posee la siguiente distribución de probabilidades:

$$f(x_{17}) = P(X_{17} = x_{17}) = \begin{cases} 52/54, & \text{si } x_{17} = 1 \\ 1/54, & \text{si } x_{17} = 2 \\ 1/54, & \text{si } x_{17} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{17} \end{cases}$$

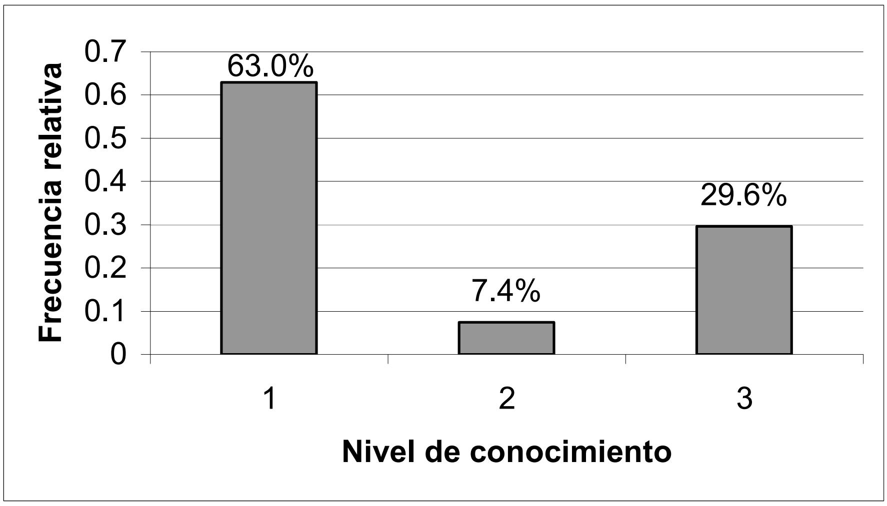
La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{52}{54}e^{t} + \frac{1}{54}e^{2t} + \frac{1}{54}e^{3t}$$

Variable #18: Teorema de Pitágoras y trigonometría

FIGURA 3.21

HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS Y TRIGONOMETRIA



1. No resuelve el problema
2. Calcula el valor correcto de la hipotenusa
3. Calcula el valor correcto de la hipotenusa y determina correctamente el valor de la función trigonométrica

Para resolver esta pregunta, los estudiantes debían primero recordar el teorema de Pitágoras y luego debían conocer una de las seis funciones trigonométricas de un ángulo agudo con medida θ en un triángulo rectángulo. La parte de la matemática correspondiente al teorema de Pitágoras, la estudian los alumnos en la escuela, sin embargo, 34 de los alumnos, lo que representa el 63% de la población no pudo resolver el problema. Un 7.4% solamente pudo calcular correctamente el valor de la hipotenusa, mientras que el 29.6% de los estudiantes pudieron calcular el valor de la hipotenusa y luego determinar el valor de la función trigonométrica.

TABLA XXIV
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 18
TRIGONOMETRÍA Y TEOREMA DE PITAGORAS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.666
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.8302
Coeficiente de variación	0.5469
Sesgo	0.725
Kurtosis	-1.42

Como podemos observar en la tabla XXIV, el sesgo de esta variable es cercano a cero, por lo que podemos decir que la distribución de esta variable se aproxima a una distribución normal. El coeficiente de kurtosis es –1.42, por lo cual podemos indicar que esta variable tiene una distribución platikúrtica, es decir la distribución de esta variable es menos puntiaguda que una distribución normal.

La función de probabilidades de esta variable aleatoria la detallamos a continuación:

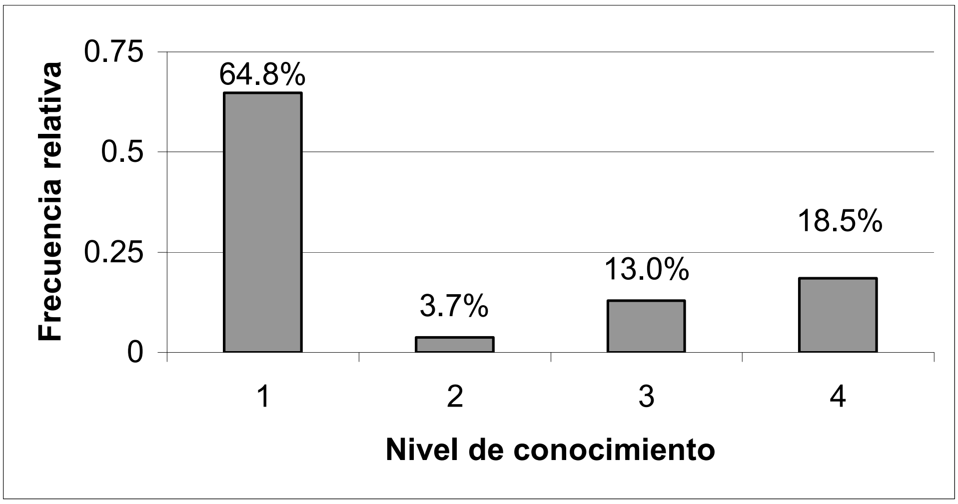
$$f\,(x_{18}) = P(X_{18} = x_{18}) = \begin{cases} 34/54, & \text{si } x_{18} = 1 \\ 4/54, & \text{si } x_{18} = 2 \\ 16/54, & \text{si } x_{18} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{18} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{34}{54}e^t + \frac{4}{54}e^{2t} + \frac{16}{54}e^{3t}$$

Variable #19: Trigonometría

FIGURA 3.22
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE TRIGONOMETRIA



1. Contesta incorrectamente todos los literales
2. Contesta correctamente uno de los tres literales
3. Contesta correctamente dos de los tres literales
4. Contesta correctamente los tres literales

Los resultados obtenidos a través de esta variable, nos indican que un 64.8% de la población contestó incorrectamente las tres igualdades. La primera es una identidad pitagórica, la segunda y la tercera pedían el valor correcto de una función trigonométrica, para determinar dicho valor no era necesario el uso de calculadora. Un 3.7% pudo contestar correctamente uno de los tres literales, el 13% pudo contestar correctamente dos de los tres literales, y un 18.5% pudo contestar correctamente los tres literales.

TABLA XXV
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE # 19: TRIGONOMETRÍA

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.8519
Mediana	1
Moda	1
Varianza	1.5248
Coeficiente de variación	0.6667
Sesgo	0.917
Kurtosis	-0.964

El sesgo de esta variable es 0.917, esto quiere decir que la distribución está un poco sesgada positivamente, es decir los resultados de un bajo nivel de conocimiento son superiores a los de un alto nivel de conocimientos; no consideramos que la pregunta sea difícil de contestar, debido a que son preguntas básicas de trigonometría que debían ser aprendidas por los alumnos.

A continuación presentamos la regla de correspondencia de la función de distribución de esta variable aleatoria:

$$f\,(x_{19})=P(X_{19}=x_{19})=\begin{cases} 35/54, & \text{si } x_{19}=1 \\ 2/54, & \text{si } x_{19}=2 \\ 7/54, & \text{si } x_{19}=3 \\ 10/54, & \text{si } x_{19}=4 \\ 0 & \text{resto de } x_{19} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t)=\frac{35}{54}e^{t}+\frac{2}{54}e^{2t}+\frac{7}{54}e^{3t}+\frac{10}{54}e^{4t}$$

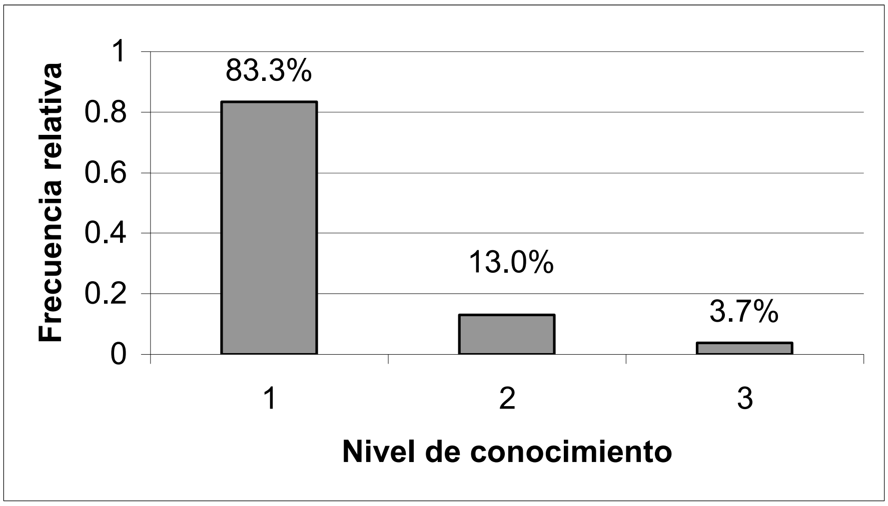
Variable #20: Superficie

TABLA XXVI
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 20: SUPERFICIE

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.2037
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.2407
Coeficiente de variación	0.4075
Sesgo	2.446
Kurtosis	5.469

La distribución de esta variable está sesgada positivamente, dado que el sesgo de esta variable es 2.446. Podemos indicar que el nivel de conocimiento para desarrollar este tipo de problemas es deficiente, motivo por el cual la mayor cantidad de observaciones se encuentran al lado izquierdo de la figura 3.23. Puede darse el caso, que los estudiantes al momento que se aplicó las pruebas no recordaban la expresión para calcular el área de la superficie del trapecio, motivo por el cual se les complicó desarrollar este problema. El coeficiente de kurtosis es 5.469, como este valor es mayor a tres la variable aleatoria tiene una distribución leptokúrtica, esto quiere decir que la distribución de la variable aleatoria es más puntiaguda que la de una distribución normal.

.FIGURA 3.23
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE AREAS DE SUPERFICIES



1. No grafica el trapecio, ni resuelve el problema
2. Grafica correctamente el trapecio
3. Grafica correctamente el trapecio y determina correctamente el área de su superficie

La mayor parte de las personas, un 83.3% de la población, no pueden graficar un trapecio. Este resultado nos demuestra una vez más las múltiples falencias con que alcanzan el bachillerato los estudiantes en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil, ya que el gráfico de figuras como la del trapecio las aprenden en la escuela. El 13% recordó la gráfica del trapecio pero no pudo calcular el área de su superficie, y tan sólo el 3.7% pudo recordar la gráfica y determinar correctamente el área de su superficie.

Esta variable aleatoria presenta la siguiente función de probabilidades:

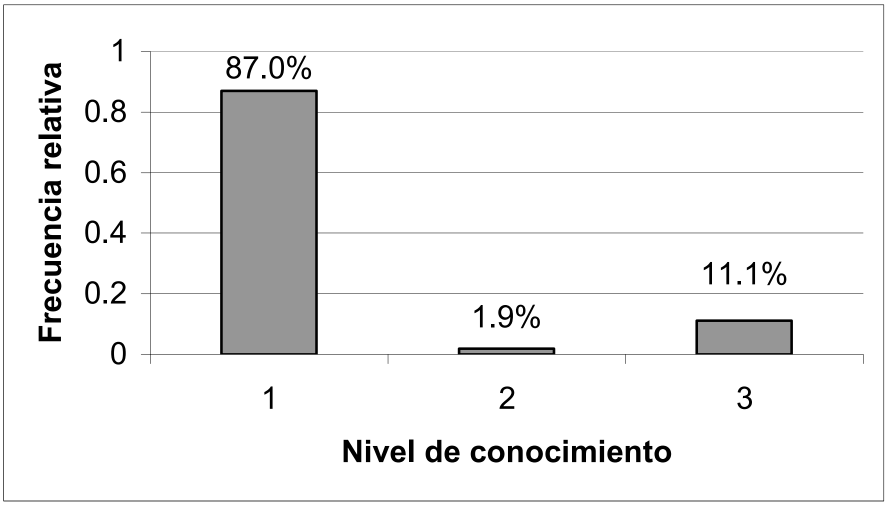
$$f(x_{20}) = P(X_{20} = x_{20}) = \begin{cases} 45/54, & \text{si } x_{20} = 1 \\ 7/54, & \text{si } x_{20} = 2 \\ 2/54, & \text{si } x_{20} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{20} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{45}{54}e^{t} + \frac{7}{54}e^{2t} + \frac{2}{54}e^{3t}$$

Variable #21: Volumen

FIGURA 3.24
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE VOLUMENES



1. No resuelve el problema
2. Calcula correctamente el valor de la arista del cubo
3. Calcula correctamente el valor de la arista del cubo y calcula correctamente el valor del volumen del cubo

Para resolver esta pregunta, el alumno debía recordar la fórmula del volumen del cubo para determinar el valor de la arista y luego calcular el volumen pedido. Igual que las anteriores variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas, esta variable presenta una distribución sesgada positivamente. Un total de 47 estudiantes, lo que representa un 87% de la población no pudo calcular el valor correcto de la arista del cubo ni el valor del volumen de dicho cubo. El 1.9% de los estudiantes pudieron determinar el valor de la arista del cubo, pero no calculó el volumen de dicho cubo; para calcular el valor de la arista los alumnos debían recordar la fórmula del volumen del cubo, despejar el valor de la arista, y finalmente saber porcentajes. Un 11.1% de la población resolvió correctamente todo el problema.

TABLA XXVII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 21: VOLUMEN

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	1.2407
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.4126
Coeficiente de variación	0.5173
Sesgo	2.399
Kurtosis	4.015

La distribución de esta variable está sesgada positivamente, dado que el sesgo de esta variable es 2.339, esto nos indica que la pregunta fue difícil de resolver para los estudiantes dado el bajo nivel de conocimientos que dichos estudiantes poseen. Podemos indicar que el nivel de conocimiento para desarrollar este tipo de problemas es deficiente, motivo por el cual la mayor cantidad de observaciones se encuentran al lado izquierdo de la figura 3.24. Puede darse el caso, que los estudiantes al momento que se aplicó las pruebas no recordaban la expresión para calcular el volumen de un cubo, motivo por el cual se les complicó desarrollar este problema.

La función de distribución de esta variable aleatoria la presentamos a continuación:

$$f(x_{21}) = P(X_{21} = x_{21}) = \begin{cases} 47/54, & \text{si } x_{21} = 1 \\ 1/54, & \text{si } x_{21} = 2 \\ 6/54, & \text{si } x_{21} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{21} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{47}{54}e^{t} + \frac{1}{54}e^{2t} + \frac{6}{54}e^{3t}$$

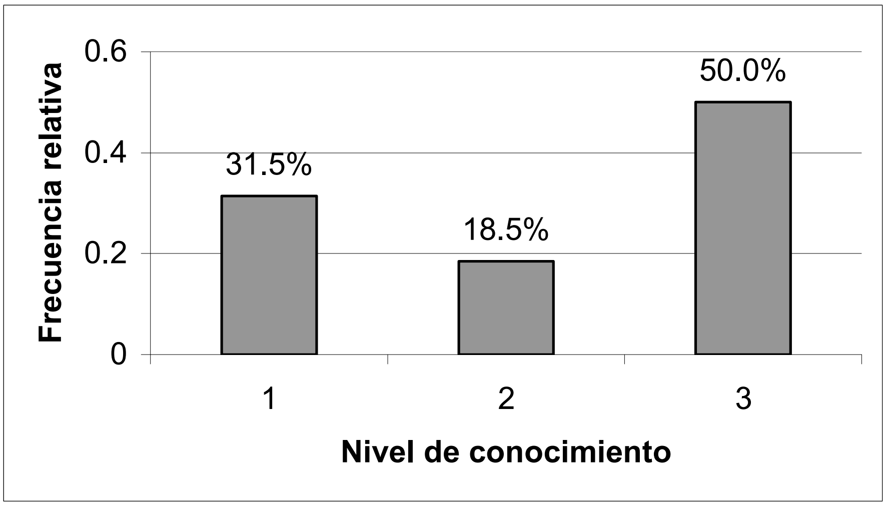
Variable #22: Cálculo de la media aritmética

TABLA XXVIII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE # 21:
CALCULO DE LA MEDIA ARITMETICA

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.1852
Mediana	2.5
Moda	3
Varianza	0.7952
Coeficiente de variación	0.408
Sesgo	-0.38
Kurtosis	-1.659

A diferencia de las otras preguntas en la prueba de matemáticas, esta es la única pregunta en la que los resultados positivos son superiores a los resultados negativos, es por esto que la variable presenta una distribución sesgada negativamente, donde el sesgo de esta variable es –0.38, debido al sesgo que posee esta variables, podemos indicar que esta fue la variable más fácil de resolver para los estudiantes. Un 50% de la población, es decir la mitad de los estudiantes conoce y sabe calcular la media aritmética; el 18.5% de la población conoce lo que es la media aritmética pero no pudo calcularla correctamente porque se equivocó en alguna operación. El 31.5% de las personas desconocía lo que es la media aritmética.

FIGURA 3.25
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE ESTADÍSTICA
(CALCULO DE LA MEDIA ARITMÉTICA)



1. No conoce la media aritmética
2. Conoce lo que es la media aritmética
3. Conoce lo que es la media aritmética y la calcula correctamente

A continuación presentamos la distribución de probabilidades de esta variable:

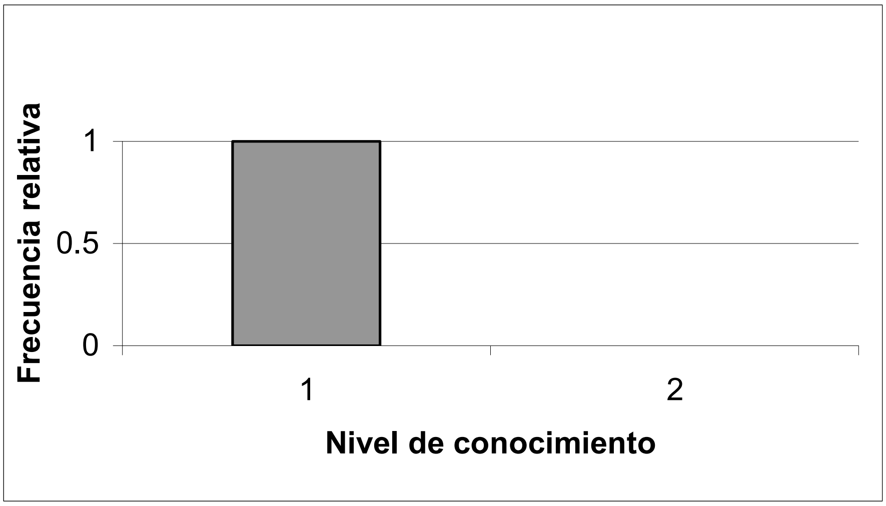
$$f(x_{22}) = P(X_{22} = x_{22}) = \begin{cases} 17/54, & \text{si } x_{22} = 1 \\ 10/54, & \text{si } x_{22} = 2 \\ 27/54, & \text{si } x_{22} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{22} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{17}{54}e^{t} + \frac{10}{54}e^{2t} + \frac{27}{54}e^{3t}$$

Variable #23: Probabilidad

FIGURA 3.26
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE ESTADÍSTICA (CALCULO DE PROBABILIDADES)



1. Responde incorrectamente la pregunta
2. Responde correctamente la pregunta

Los resultados obtenidos en esta variable fueron pésimos, ya que ninguno de los 54 estudiantes pudo resolver el problema. Hasta cierto punto creemos que esta falencia puede ser justificada por los alumnos, quienes nunca han recibido una clase de probabilidades, pero no podemos justificar a los directivos de los planteles y coordinadores del área de matemáticas, que aún conociendo del plan de estudios que exige el ministerio de educación hacen caso omiso del mismo.

Variable #24: Calificación de matemáticas

La calificación de matemáticas es la suma de puntos obtenidos por el estudiante al desarrollar cada pregunta. El puntaje asignado a cada pregunta se encuentra en el anexo C de la presente investigación. De acuerdo a la información que obtuvimos, la mayor calificación que alcanzaron los estudiantes en la prueba de matemáticas es setenta y cuatro sobre cien (74/100), y la menor calificación es cero sobre cien (0/100). El valor promedio de las calificaciones es aproximadamente veinte sobre cien (20.4646 /100) y la calificación que más se repite es aproximadamente tres sobre cien (2.5/100). Debido a la gran dispersión que posee esta variable, tenemos una varianza de 340.46.

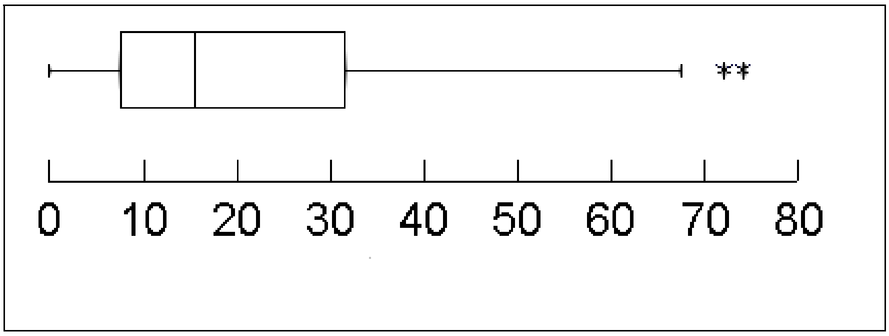
En el diagrama de cajas que se muestra en la figura 3.27, podemos ver que el 50% de los valores centrales caen aproximadamente entre 5 y 30, es decir que el 50% de los estudiantes de último año de colegio han obtenido una calificación entre 5 y 30 sobre 100 en la prueba de matemáticas.

TABLA XXIX
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS

Mínimo	0
Máximo	74
Rango	74

Media	20.4646
Mediana	15.5950
Moda	2.5
Varianza	340.465
Coeficiente de variación	0.9016
Sesgo	1.206
Kurtosis	1.211

FIGURA 3.27
DIAGRAMA DE CAJAS DE LA CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS



El sesgo de esta variable es 1.206, esto quiere decir que la variable tiene una distribución sesgada positivamente. La distribución de esta variable no es simétrica, y la media es mayor que la mediana ya que existen algunos valores grandes en comparación con los demás. El coeficiente de kurtosis es igual a 1.211; ya que éste valor es menor a 3, esta variable tiene una distribución platikúrtica.

FIGURA 3.28

HISTOGRAMA DE LA CALIFICACIÓN DE MATEMATICAS

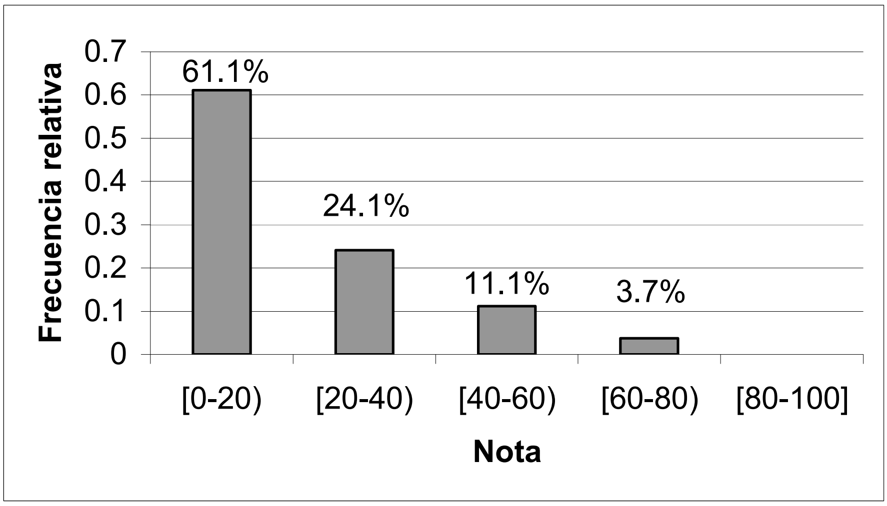
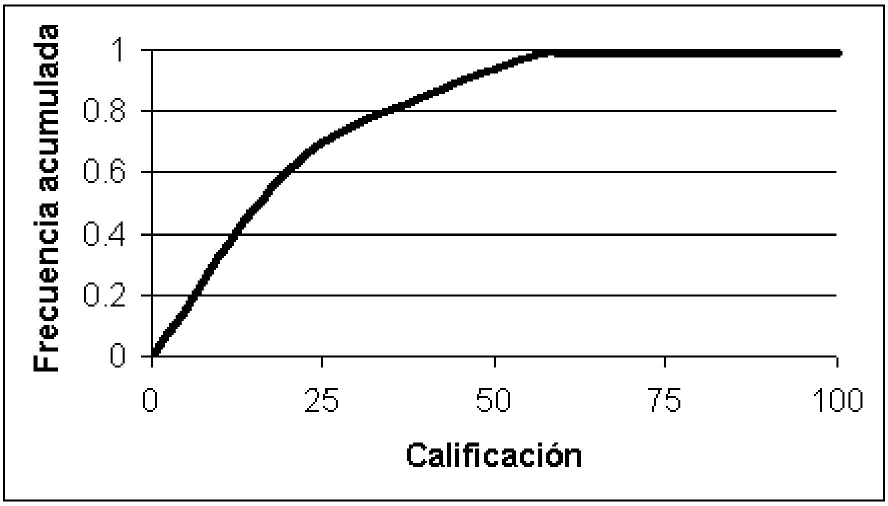


FIGURA 3.29
FRECUENCIA ACUMULADA DE LAS CALIFICACIONES DE MATEMATICAS



A continuación presentamos la prueba de Kolmogorov-Smirnov, que nos indicará si la distribución acumulada de una variable aleatoria x es $F_o(x)$. Sea $F(x)$ la función de distribución continua de una población de tamaño n, determinamos la función de distribución acumulada de la muestra, la cual es denotada por $F_n(x)$. Posteriormente $F_n(x)$ es comparada con la distribución acumulada hipotética $F_o(x)$. Si $F_n(x)$ difiere demasiado de $F_o(x)$, entonces esto es una evidencia estadística de que $F_n(x)$ no es igual a $F_o(x)$.

Vamos a probar que los datos correspondientes a la calificación de matemáticas del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales de Guayaquil tienen una distribución normal con media 20.4646, y desviación estándar 18.4517.

Sean las hipótesis nulas H_0 y alterna H_a:

H_0: X_{24}:Calificación de matemáticas $\longrightarrow$ N (20.46; 18.45)

H_a: H_0

El estadístico de prueba es

D_n = max $F_n(X_i) - X_i$, para toda i.

Rechazamos H_0 en favor de H_a si $D_n < d_{\alpha, n}$

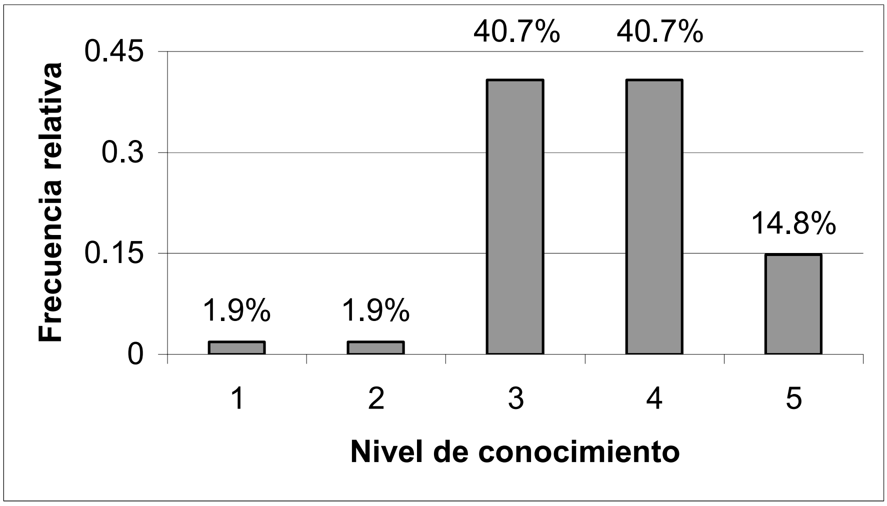
Dado que el valor p de la prueba es 0.289, entonces no rechazamos la hipótesis nula H_0, es decir la calificación de matemáticas de los estudiantes siguen una distribución normal con media 20.46, y desviación estándar 18.45.

Los resultados de esta variable confirman un pobre nivel de conocimientos en el área de matemáticas con el que terminan el último año de colegio los estudiantes del sector fiscal rural del cantón Guayaquil; como podemos ver en la figura 3.27, un 61% obtiene una calificación insuficiente, el 24% obtiene una calificación mala, el 11% obtiene una calificación regular, un 4% obtiene una calificación buena, y ni un sólo estudiante obtiene una nota muy buena o superior a ochenta sobre cien.

A continuación presentamos el análisis univariado de las variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje en los estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural del cantón Guayaquil.

Variable #25: Lectura comprensiva

FIGURA 3.30
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LECTURA COMPRENSIVA



1. No contesta pregunta alguna
2. Contesta una pregunta correctamente
3. Contesta dos preguntas correctamente
4. Contesta tres preguntas correctamente
5. Contesta cuatro preguntas correctamente

Esta es la primera variable del área de lenguaje que evaluamos, y a diferencia de casi todas las preguntas de matemáticas, la variable # 25, presenta una distribución asimétrica negativa, donde su sesgo es –0.289, esto quiere decir que las respuestas obtenidas a través de esta pregunta indican un aceptable nivel de conocimientos de los estudiantes. Dado el sesgo de la variable, nosotros también podemos concluir que la pregunta fue poco complicada de resolver para las personas. Su coeficiente de kurtosis es 0.760. Para evaluar el nivel de conocimiento de lectura comprensiva se eligió una lectura fácil de comprender y que no es muy extensa, para luego realizar cuatro preguntas. Los resultados fueron que un 1.9% no respondieron pregunta alguna, igual porcentaje fueron los que respondieron una sola pregunta, el 40.7% respondieron dos preguntas, igual porcentaje, el 40.7% respondieron a tres preguntas, y el 14.8% restante corresponden al número de alumnos que respondieron correctamente las cuatro preguntas.

TABLA XXX
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #25
LECTURA COMPRENSIVA

Mínimo	1
Máximo	5
Rango	4
Media	3.6481
Mediana	4
Moda	3
Varianza	0.6852
Coeficiente de variación	0.2269
Sesgo	-0.289
Kurtosis	0.760

La función de probabilidades de esta variable aleatoria es:

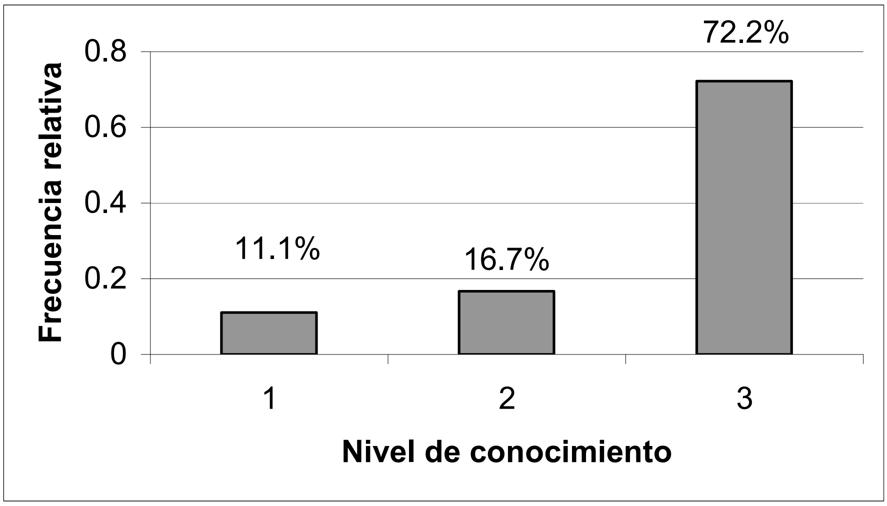
$$f(x_{25}) = P(X_{25} = x_{25}) = \begin{cases} 1/54, & \text{si } x_{25} = 1 \\ 1/54, & \text{si } x_{25} = 2 \\ 22/54, & \text{si } x_{25} = 3 \\ 22/54, & \text{si } x_{25} = 4 \\ 8/54, & \text{si } x_{25} = 5 \\ 0 & \text{resto de } x_{25} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{1}{54}e^{t} + \frac{1}{54}e^{2t} + \frac{22}{54}e^{3t} + \frac{22}{54}e^{4t} + \frac{8}{54}e^{5t}$$

Variable #26: Función de la palabra en la oración

FIGURA 3.31
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LA FUNCIÓN DE LA PALABRA EN LA ORACIÓN



1. No contesta la pregunta
2. Contesta correctamente una función de la palabra en la oración.
3. Contesta correctamente dos o más funciones de la palabra en la oración

Para determinar el nivel de conocimiento de la función de la palabra en la oración, se colocó seis palabras y el estudiantes debía decidir si era un sustantivo, adjetivo o verbo. El sesgo de esta variable es –1.5182, esto quiere decir que la variable tiene distribución sesgada negativamente, además el sesgo de esta variables nos indica que esta pregunta resultó fácil de resolver para las personas, y lo podemos comprobar al ver que el 72.2% de los estudiantes identifica correctamente dos o más funciones de la palabra en la oración. El 16.7% identifica al menos una función de la palabra en la oración, y un 11.1% no identifica función alguna de la palabra en la oración.

TABLA XXXI
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #26:
FUNCIÓN DE LA PALABRA EN LA ORACIÓN

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.6111
Mediana	3
Moda	3
Varianza	0.4686
Coeficiente de variación	0.2621
Sesgo	-1.518
Kurtosis	0.92

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{6}{54}e^{t} + \frac{9}{54}e^{2t} + \frac{39}{54}e^{3t}$$

A continuación presentamos la distribución de probabilidades de esta variable:

$$f(x_{26}) = P(X_{26} = x_{26}) = \begin{cases} 6/54, & \text{si } x_{26} = 1 \\ 9/54, & \text{si } x_{26} = 2 \\ 39/54, & \text{si } x_{26} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{26} \end{cases}$$

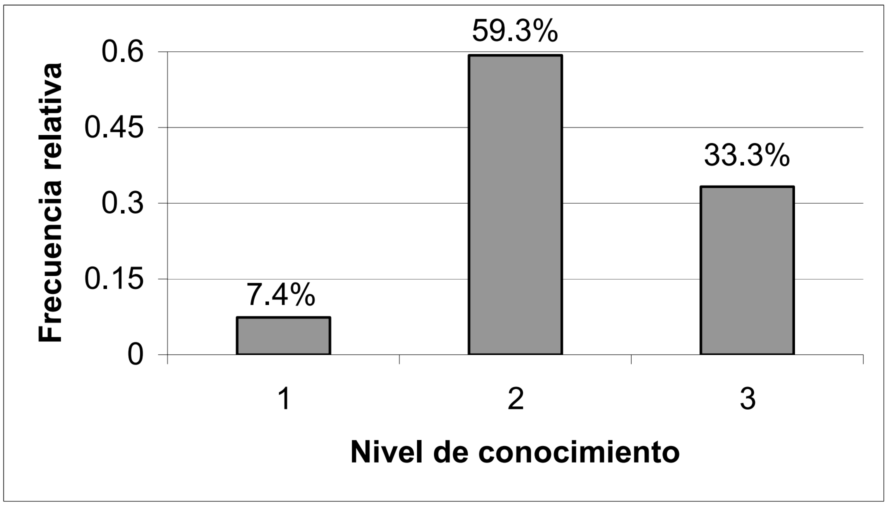
Variable #27_a: Análisis sintáctico de oraciones. Sujeto

TABLA XXXII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #27_a :
ANALISIS SINTÁCTICO DE ORACIONES (SUJETO)

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.5993
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.3466
Coeficiente de variación	0.2264
Sesgo	-0.118
Kurtosis	-0.43

El sesgo de esta variable es -0.11, como este valor es muy cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable se aproxima a una distribución simétrica, y dado que la mayoría de las observaciones se encuentran hacia el lado derecho, también podemos concluir que la pregunta no fue tan complicada de resolver. El coeficiente de kurtosis es –0.43, la variable posee una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable es menos puntiaguda que una distribución normal.

FIGURA 3.32
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DEL ANÁLISIS SINTACTICO DE ORACIONES (SUJETO)



1. No contesta la pregunta
2. Identifica correctamente el sujeto en la oración
3. Identifica correctamente el sujeto y el núcleo del sujeto en la oración

En esta variable los alumnos debían reconocer el sujeto y el núcleo del sujeto en la oración dada, es importante señalar que esta parte de la gramática la estudian los alumnos en la escuela. El 7.4% de la población no pudo identificar al sujeto y al núcleo del sujeto; un 59.3% únicamente pudo reconocer al sujeto en la oración. El 33.3% restante pudo identificar correctamente al sujeto y al núcleo del sujeto.

La función de probabilidad de esta variable es la siguiente:

$$\begin{cases} 4/54, & \text{si } x_{27\_a} = 1 \end{cases}$$

$f\ (x_{27\_a}) = P(X_{27\_a} = x_{27\_a}) =$ 32/54, si $x_{27\_a} = 2$

18/54, si $x_{27\_a} = 3$

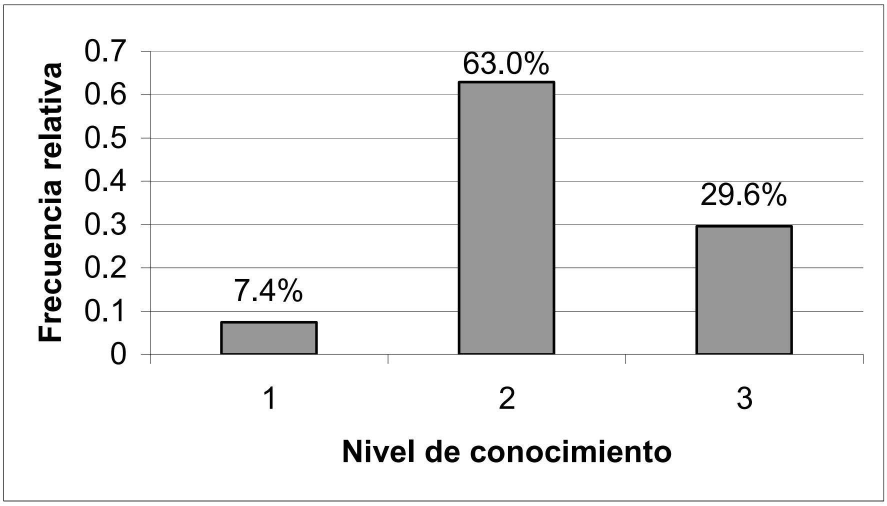
0 resto de x_{27_a}

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{4}{54}e^{t} + \frac{32}{54}e^{2t} + \frac{18}{54}e^{3t}$$

Variable #27_b: Análisis sintáctico de oraciones. Predicado

FIGURA 3.33
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DEL ANÁLISIS SINTACTICO DE ORACIONES (PREDICADO)



1. No contesta la pregunta
2. Identifica correctamente el predicado en la oración
3. Identifica correctamente el predicado y el núcleo del sujeto en la oración

En esta variable los alumnos debían reconocer el predicado y el núcleo del predicado en la oración dada, es importante señalar que esta pregunta al igual que la anterior, se la estudia en la escuela. El 7.4% de la población no pudo identificar al predicado y al núcleo del predicado; un 63% únicamente pudo reconocer al predicado en la oración. El 30% restante pudo identificar correctamente al predicado y a su núcleo.

TABLA XXXIII
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE #27_b ANALISIS SINTÁCTICO DE ORACIONES (PREDICADO)

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2

Media	2.2222
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.327
Coeficiente de variación	0.2573
Sesgo	-0.016
Kurtosis	-0.241

El sesgo de esta variable es -0.01, como este valor es muy cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable se aproxima a una distribución normal. El coeficiente de kurtosis es –0.241, la variable posee una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable es menos puntiaguda que una distribución normal.

La distribución de probabilidades de esta variable es la siguiente:

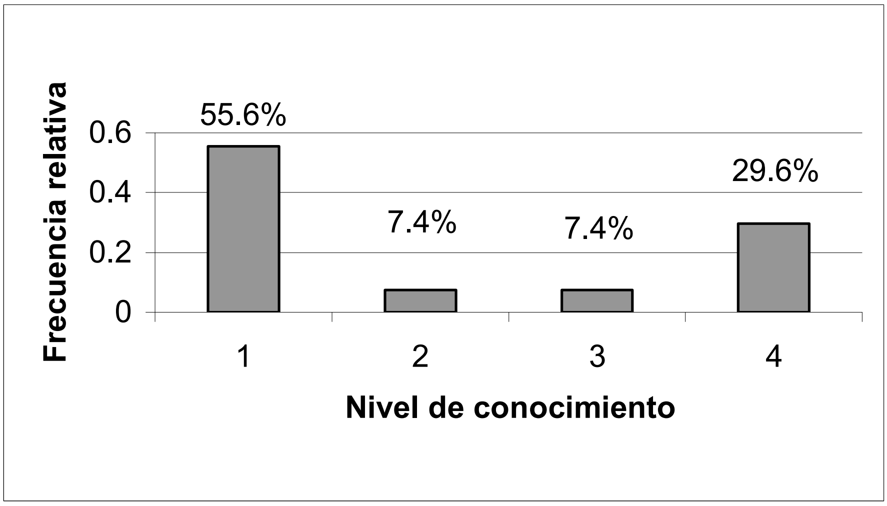
$$f(x_{27\_b})=P(X_{27\_b}=x_{27\_b})=\begin{cases} 4/54, & \text{si } x_{27\_b}=1 \\ 34/54, & \text{si } x_{27\_b}=2 \\ 16/54, & \text{si } x_{27\_b}=3 \\ 0 & \text{resto de } x_{27\_b} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t)=\frac{4}{54}e^{t}+\frac{34}{54}e^{2t}+\frac{16}{54}e^{3t}$$

Variable #28: Oraciones simples y compuestas

FIGURA 3.34
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE ORACIONES SIMPLES Y COMPUESTAS



1. Contesta incorrectamente la pregunta
2. Identifica correctamente la oración simple
3. Identifica correctamente la oración compuesta
4. Identifica correctamente la oración simple y la oración compuesta

Esta es la primera de las variables del área de lenguaje que presenta una distribución sesgada positivamente, ya que su sesgo es 0.547, esto quiere decir que los resultados negativos son superiores a los positivos, además debido al sesgo, consideramos que esta es una de las preguntas más difíciles de responder del área de lenguaje. El coeficiente de kurtosis es – 1.599, entonces la variable presenta una distribución platikúrtica. El 55.6% no pudo identificar las oraciones simples y compuestas. El 7.4% pudo identificar solamente las oraciones simples; igual porcentaje, esto es el 7.4% pudieron identificar la oraciones compuestas. El 29.6% de los estudiantes identificó correctamente las oraciones simples y compuestas.

TABLA XXXIV
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE #28: ORACIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	2.111
Mediana	1
Moda	1
Varianza	1.8365
Coeficiente de variación	0.6419
Sesgo	0.547
Kurtosis	-1.599

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

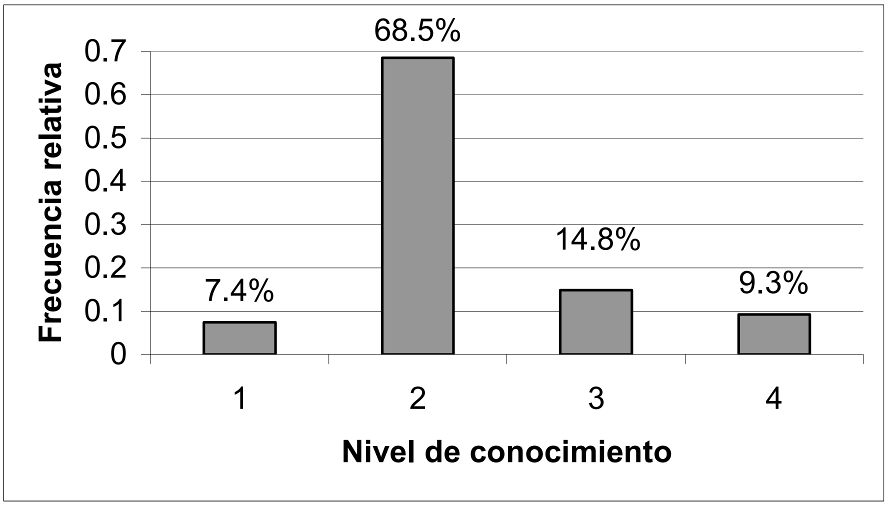
$$M_x(t) = \frac{30}{54}e^{t} + \frac{4}{54}e^{2t} + \frac{4}{54}e^{3t} + \frac{16}{54}e^{4t}$$

La función de probabilidad de esta variable es la siguiente:

$$f(x_{28}) = P(X_{28} = x_{28}) = \begin{cases} 30/54, & \text{si } x_{28} = 1 \\ 4/54, & \text{si } x_{28} = 2 \\ 4/54, & \text{si } x_{28} = 3 \\ 16/54, & \text{si } x_{28} = 4 \\ 0 & \text{resto de } x_{28} \end{cases}$$

Variable #29: Ortografía

FIGURA 3.35
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE ORTOGRAFIA



1. No corrige error alguno
2. Identifica y corrige de uno a cuatro errores
3. Identifica y corrige de cinco a siete errores
4. Identifica y corrige más de ocho errores

Para determinar el nivel de conocimiento de ortografía, se colocó en la prueba un párrafo de cuatro líneas, dicho párrafo lleva nueve errores ortográficos y los alumnos deben identificarlos y corregirlos. El 7.4% de los estudiantes no identificó y corrigió error alguno. La mayor parte de los alumnos, el 68.5% identificaron y corrigieron de una a cuatro errores. El

14.8% de las personas pudieron identificar y corregir de cinco a siete errores, y el 9.3% restante identificó y corrigió más de ocho errores.

TABLA XXXV
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #29:
ORTOGRAFÍA

Mínimo	1
Máximo	4
Rango	3
Media	2.111
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.5353
Coeficiente de variación	0.3465
Sesgo	1.050
Kurtosis	1.140

Esta variable presenta una distribución sesgada positivamente, esto quiere decir que los resultados de un bajo nivel de conocimiento son superiores a los de un alto nivel de conocimientos, es decir que identificar y corregir errores ortográficos resultó difícil para los estudiantes, sin embargo, los errores ortográficos no son complicados de identificar según nos lo hicieron conocer los profesores de los establecimientos al aplicar las pruebas, esto confirma una vez más las deficiencias en el área de ortografía con las que los estudiantes alcanzan el bachilerato en el sector fiscal rural de Guayaquil.

A continuación presentamos la función de probabilidades de esta variable:

$$f(x_{29})=P(X_{29}=x_{29})=\begin{cases} 4/54, & \text{si } x_{29}=1 \\ 37/54, & \text{si } x_{29}=2 \\ 8/54, & \text{si } x_{29}=3 \\ 5/54, & \text{si } x_{29}=4 \\ 0 & \text{resto de } x_{29} \end{cases}$$

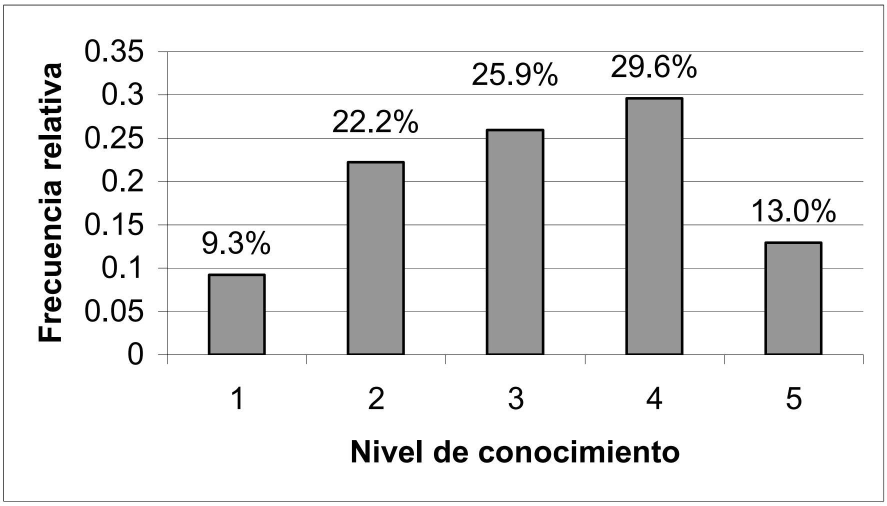
La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t)=\frac{4}{54}e^{t}+\frac{37}{54}e^{2t}+\frac{8}{54}e^{3t}+\frac{5}{54}e^{4t}$$

Variable #30: Homónimos con dos palabras

FIGURA 3.36

HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE HOMÓNIMOS



1. No contesta la pregunta
2. Identifica correctamente un homónimo
3. Identifica correctamente dos homónimos
4. Identifica correctamente tres homónimos
5. Identifica correctamente cuatro homónimos

Los resultados obtenidos a través de esta variable indican que el 9.3% de los estudiantes no saben homónimos, el 22.2% de los estudiantes respondieron correctamente a un homónimo, el 25.9% de los estudiantes respondieron correctamente dos homónimos. El 29.6% de las personas contestaron correctamente a tres homónimos, y el 13% restante respondió correctamente los cuatro homónimos requeridos. Esta variable del área de lenguaje presenta una distribución sesgada negativamente, el sesgo de esta variable es –0.157, sin embargo dado que este valor es cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable aleatoria se aproxima a una distribución simétrica. Dado que el coeficiente de kurtosis es menor a tres, tiene una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable aleatoria es menos puntiaguda que la distribución normal.

TABLA XXXVI
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA VARIABLE #30: HOMÓNIMOS

Mínimo	1
Máximo	5
Rango	4
Media	2.91481
Mediana	3
Moda	4
Varianza	0.14116
Coeficiente de variación	0.1288
Sesgo	-0.157
Kurtosis	-0.865

La distribución de probabilidades de esta variable es:

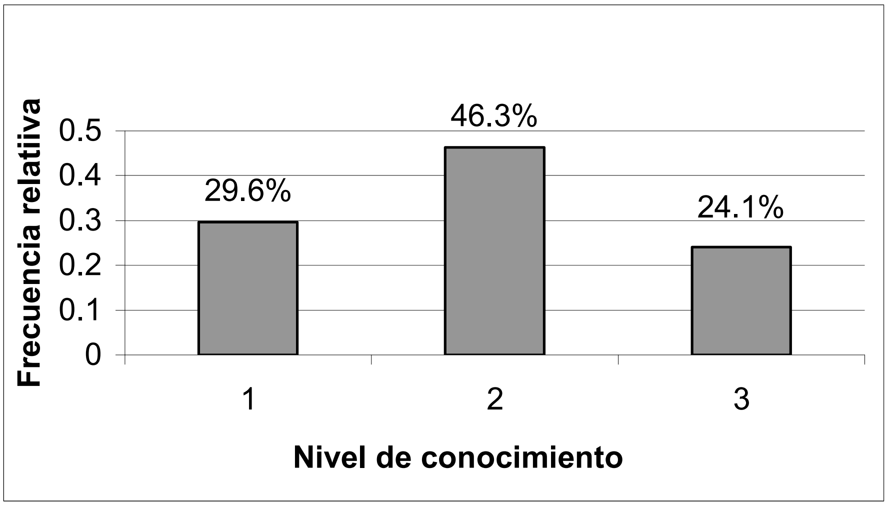
$$f\,(x_{30}) = P(X_{30} = x_{30}) = \begin{cases} 5/54, & \text{si } x_{30} = 1 \\ 12/54, & \text{si } x_{30} = 2 \\ 14/54, & \text{si } x_{30} = 3 \\ 16/54, & \text{si } x_{30} = 4 \\ 7/54, & \text{si } x_{30} = 5 \\ 0 & \text{resto de } x_{30} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{5}{54}e^{t} + \frac{12}{54}e^{2t} + \frac{14}{54}e^{3t} + \frac{16}{54}e^{4t} + \frac{7}{54}e^{5t}$$

Variable #31_a: Diptongo

FIGURA 3.37
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE DIPTONGOS



1. No reconoce diptongos
2. Identifica un diptongo
3. Identifica más de un diptongos

Para determinar el nivel de conocimiento de diptongo, el estudiante tenía que identificar los diptongos que se encontraban en un grupo de siete palabras. Esta parte de la gramática la estudian los alumnos en la escuela, sin embargo, un 29.6% mostró no poseer dichos conocimientos, el 46% pudo identificar un sólo diptongo de tres posibles, mientras que los restantes, esto es el 24.1% pudieron identificar correctamente más de un diptongo. El sesgo de esta variable es 0.089, es decir esta es una de las pocas variables del área de lenguaje donde los resultados de bajo nivel de conocimiento son superiores a los de un buen nivel de conocimiento, sin embargo, dado que el sesgo es muy cercano a cero, podemos decir que la presente variable se aproxima a una distribución simétrica.

TABLA XXXVII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #31_a:
DIPTONGO

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.01944
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.544
Coeficiente de variación	0.3652
Sesgo	0.089
Kurtosis	-1.117

A continuación presentamos la regla de correspondencia de la función de probabilidades de esta variable es:

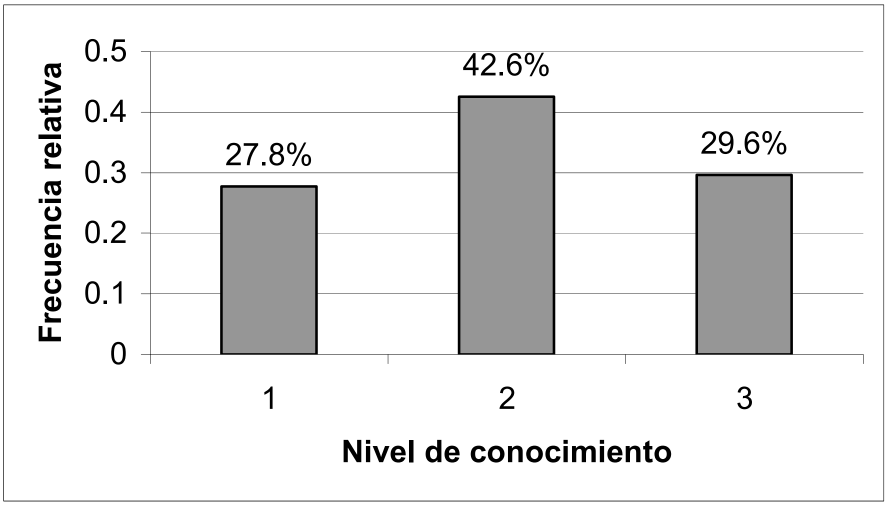
$$f\,(\,x_{31\_a}\,)=P(X_{31\_a}=x_{31\_a})=\begin{cases} 16/54, & \text{si } x_{31\_a}=1 \\ 25/54, & \text{si } x_{31\_a}=2 \\ 13/54, & \text{si } x_{31\_a}=3 \\ 0 & \text{resto de } x_{31\_a} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t)=\frac{16}{54}e^{t}+\frac{25}{54}e^{2t}+\frac{13}{54}e^{3t}$$

Variable #31_b: Triptongo

FIGURA 3.38
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE TRIPTONGOS



1. No reconoce triptongos
2. Identifica uno o dos triptongos
3. Identifica más de dos triptongos

Al igual que en la variable anterior, para determinar el nivel de conocimiento de triptongo, el estudiante tenía que identificar los triptongos que se encontraban en un grupo de siete palabras. Como se lo indicó en la variable anterior, ésta parte de la gramática la estudian los alumnos en la escuela, sin embargo, un 27.8% mostró no poseer o no recordar dichos conocimientos, el 42.6% pudo identificar correctamente entre uno y dos triptongos, y el 29.6% pudieron identificar correctamente más de dos triptongos. El sesgo de esta variable es –0.032, es decir esta variable presenta una distribución sesgada negativamente, si comparamos con la pregunta anterior, les resultó a los estudiantes menos difícil identificar los triptongos que los diptongos, sin embargo, dado que este valor es cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable se aproxima a una distribución simétrica.

TABLA XXXVIII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #31_b:
TRIPTONGO

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	1.9901
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.5846
Coeficiente de variación	0.3841
Sesgo	-0.032
Kurtosis	-1.126

A continuación presentamos la regla de correspondencia de la función de probabilidades de esta variable es:

$$f\,(\,x_{31\_b}\,)=P(X_{31\_b} = x_{31\_b}) = \begin{cases} 15/54, & \text{si } x_{31\_b} = 1 \\ 23/54, & \text{si } x_{31\_b} = 2 \\ & \end{cases}$$

16/54, si x_{31_b} = 3

0 resto de x_{31_a}

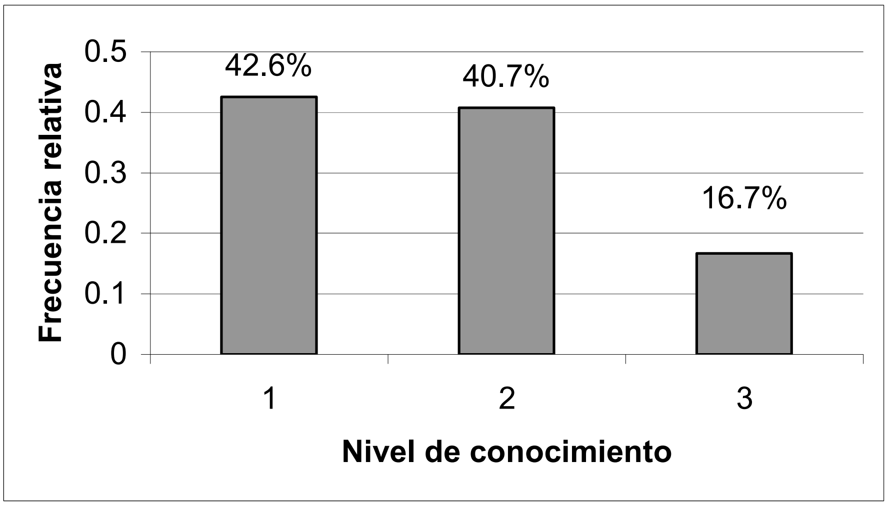
La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{15}{54}e^t + \frac{23}{54}e^{2t} + \frac{16}{54}e^{3t}$$

Variable #31_c: Hiato

FIGURA 3.39

HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE HIATO



1.No reconoce hiatos
2. Identifica entre uno y tres hiatos
3. Identifica más de tres hiatos

En la misma forma que en las dos variables anteriores, para determinar el nivel de conocimiento del hiato, el alumno tenía que identificar los hiatos que se encontraban en un grupo de siete palabras. Esta variable está sesgada positivamente, el sesgo es 0.451, por lo que el bajo nivel de conocimiento es superior a un buen nivel de conocimiento, además el sesgo de esta variable nos indica la dificultad que tienen los estudiantes para identificar el hiato. Esta parte de la gramática la estudian los alumnos en la escuela, no obstante, un 42.6% mostró carencia de dichos conocimientos, el 40.7% pudo identificar correctamente entre uno y tres hiatos, y el 16.7% pudieron identificar correctamente más de tres hiatos.

TABLA IXL
PARÁMETROS POBLACIONALES

DE LA VARIABLE #31_c: HIATO

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.314
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.5353
Coeficiente de variación	0.3661
Sesgo	0.451
Kurtosis	-1.126

La siguiente función corresponde a la distribución de probabilidades de esta variable es:

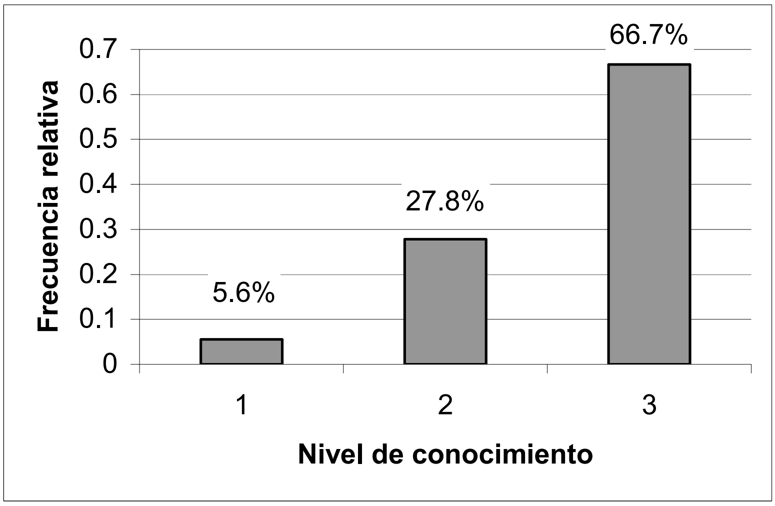
$$f\,(x_{31\_c}) = P(X_{31\_c} = x_{31\_c}) = \begin{cases} 23/54, & \text{si } x_{31\_c} = 1 \\ 22/54, & \text{si } x_{31\_c} = 2 \\ 9/54, & \text{si } x_{31\_c} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{31\_c} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{23}{54}e^{t} + \frac{22}{54}e^{2t} + \frac{9}{54}e^{3t}$$

Variable #32: Identificación del significado de la palabra según el contexto de la oración

FIGURA 3.40
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE COMPRENSIÓN (Significado de la palabra Según el contexto de la oración)



1.No responde la pregunta
2. Completa correctamente de hasta tres oraciones
3. Completa correctamente más de tres oraciones

En esta pregunta, el estudiante tenía cinco oraciones que completar con cinco palabras dadas. Por la distribución asimétrica negativa que presenta esta distribución, podemos observar que la mayor parte de los alumnos, esto es el 66.7% ha podido completar correctamente más de cuatro entre cinco posibles oraciones, el 27.8% contestó correctamente entre una y tres oraciones. El porcentaje restante, esto es el 5.6% no pudo completar correctamente oración alguna.

TABLA XL
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #32:
NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE COMPRENSIÓN

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.6111

Mediana	3
Moda	3
Varianza	0.3553
Coeficiente de variación	0.2282
Sesgo	-1.281
Kurtosis	0.693

El sesgo de esta variable es –1.281, es decir la distribución es asimétrica negativa, esto nos indica que los conocimientos que tienen los estudiantes para identificar la palabra correcta según el contexto de la oración son aceptables o buenos, además el sesgo de esta variable nos indica que no fue tan complicado identificar la palabra correcta a partir del texto de la oración. El coeficiente de kurtosis es 0.693, es decir la variable presenta una distribución platikúrtica.

A continuación presentamos la distribución de probabilidades de esta variable aleatoria:

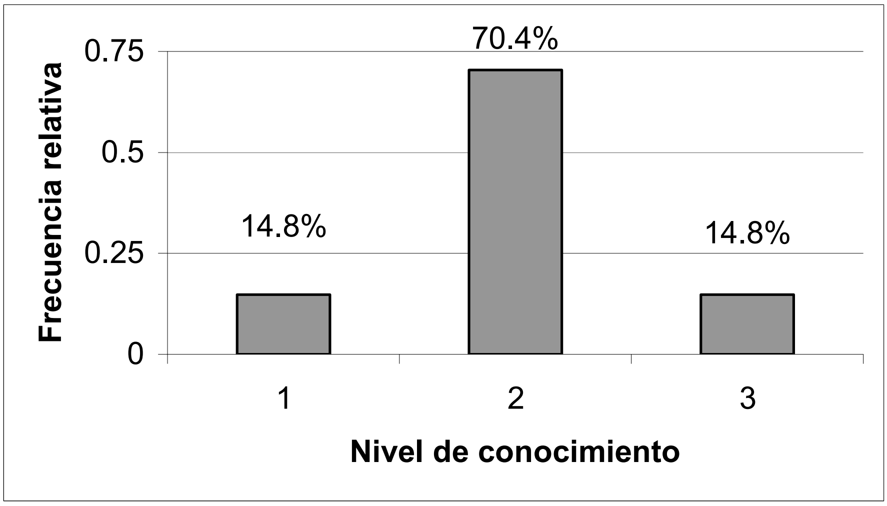
$$f(x_{32}) = P(X_{32} = x_{32}) = \begin{cases} 3/54, & \text{si } x_{32} = 1 \\ 15/54, & \text{si } x_{32} = 2 \\ 36/54, & \text{si } x_{32} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{32} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{3}{54}e^{t} + \frac{15}{54}e^{2t} + \frac{36}{54}e^{3t}$$

Variable #33: Sinónimos

FIGURA 3.41
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE SINONIMOS



1.No responde la pregunta
2. Contesta correctamente hasta dos sinónimos
3. Contesta correctamente más de dos sinónimos

Según los resultados obtenidos en las pruebas, un 14.8% de la población no sabía lo que es un sinónimo. Dado el uso diario de las palabras que se utilizaron para evaluar el nivel de conocimiento, el mayor número de estudiantes, esto es el 70.4% pudieron identificar correctamente entre uno y dos sinónimos de cuatro requeridos, mientras que el 14.8% restante pudo identificar correctamente todos los sinónimos que se pedían.

TABLA XLI
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #33:
SINÓNIMOS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.3019
Coeficiente de variación	0.2747
Sesgo	0
Kurtosis	3

Como podemos observar en la tabla XLI, esta variable presenta una distribución simétrica, es decir los valores de la media, mediana y moda son los mismos. Dado que esta variable presenta una distribución normal, su coeficiente de kurtosis es igual a 3.

A continuación presentamos la función de probabilidades de esta variable aleatoria:

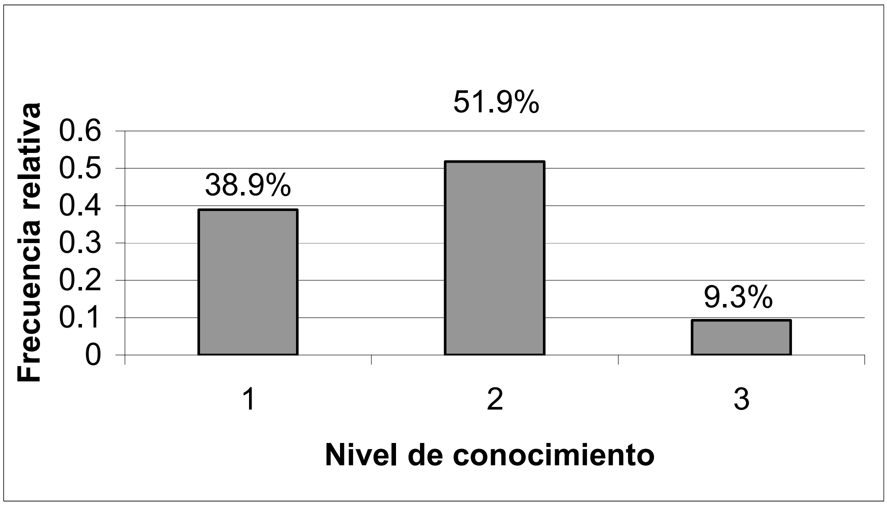
$$f(x_{33}) = P(X_{33} = x_{33}) = \begin{cases} 8/54, & \text{si } x_{33} = 1 \\ 38/54, & \text{si } x_{33} = 2 \\ 8/54, & \text{si } x_{33} = 3 \\ 0 & \text{resto } x_{33} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{8}{54}e^{t} + \frac{38}{54}e^{2t} + \frac{8}{54}e^{3t}$$

Variable #34: Antónimos

FIGURA 3.42
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE ANTÓNIMOS



1.No responde la pregunta
2. Contesta correctamente hasta dos antónimos
3. Contesta correctamente más de dos antónimos

De manera similar que en la pregunta anterior, para determinar el nivel de conocimiento se utilizaron cuatro palabras que son usadas con frecuencia, pero los resultados no fueron tan buenos como en la variable anterior. Veintiún personas, lo que representa el 38.9% mostró no saber lo es un antónimo, el 51.9% respondió correctamente entre uno y dos antónimos, y el 9.3% restante respondió correctamente más de dos antónimos. El sesgo de esta variable es 0.332, esto nos indica un poco las falencias de parte de los alumnos para identificar palabras con significados opuestos, sin embargo por ser un valor cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable aleatoria se aproxima a una distribución simétrica. El coeficiente de kurtosis es –0.619, entonces esta variable presenta una distribución platikúrtica, esto quiere decir que la distribución de esta variable es menos puntiaguda que la distribución normal.

TABLA XLII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #34:
ANTÓNIMOS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.197
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.4011
Coeficiente de variación	0.2882
Sesgo	0.332
Kurtosis	-0.619

La distribución de probabilidades de esta variable aleatoria es:

$$f\,(x_{34}) = P(X_{34} = x_{34}) = \begin{cases} 21/54, & \text{si } x_{34} = 1 \\ 28/54, & \text{si } x_{34} = 2 \\ 5/54, & \text{si } x_{34} = 3 \end{cases}$$

0 resto de x_{34}

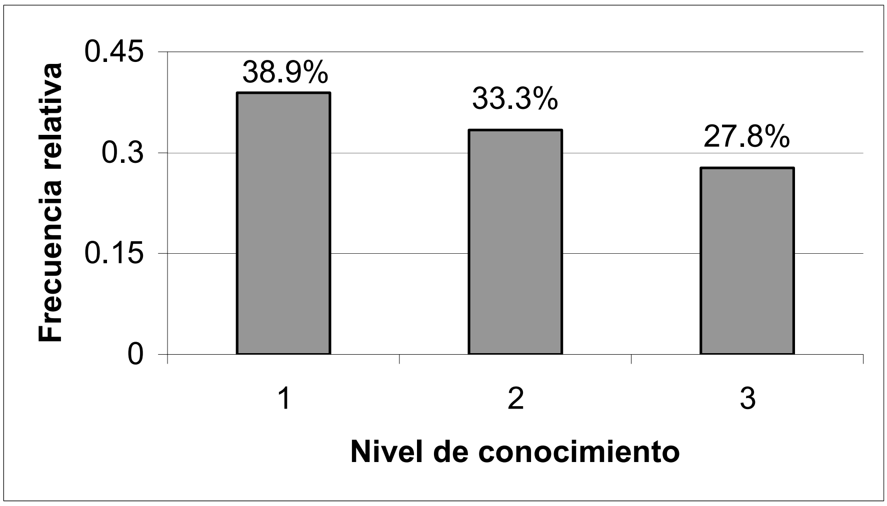
La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{21}{54}e^t + \frac{28}{54}e^{2t} + \frac{5}{54}e^{3t}$$

Variable #35: Géneros literarios (la prosa)

FIGURA 3.43

HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LOS GENEROS LITERARIOS



1.No responde la pregunta
2.Identifica un género literario de la prosa
3. Identifica dos géneros literarios de la prosa

Esta variable a diferencia de la mayoría de las variables del área de lenguaje, presenta una distribución sesgada positivamente, el sesgo es 0.211, esto quiere decir que las respuestas que indican las deficiencias en el área de géneros literarios son superiores a las respuestas que indican un buen nivel de conocimiento. Dado que el sesgo es un valor cercano a cero, podemos decir que la distribución de esta variable se aproxima a una distribución simétrica. El 38.9% no sabe o no recuerda cuáles son los géneros literarios de la prosa, el 33.3% recuerda un género literario, y el 27.8% restante indica que conoce cuáles son los dos géneros literarios de la prosa. En la tabla XLIII, podemos observar que esta variable tiene un coeficiente de kurtosis igual a –1.476, por lo cual esta variable presenta una distribución platikúrtica.

TABLA XLIII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #35
GENEROS LITERARIOS (LA PROSA)

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.182
Mediana	2
Moda	1
Varianza	0.668
Coeficiente de variación	0.3745
Sesgo	0.211
Kurtosis	-1.467

Esta variable presenta la siguiente función de probabilidades:

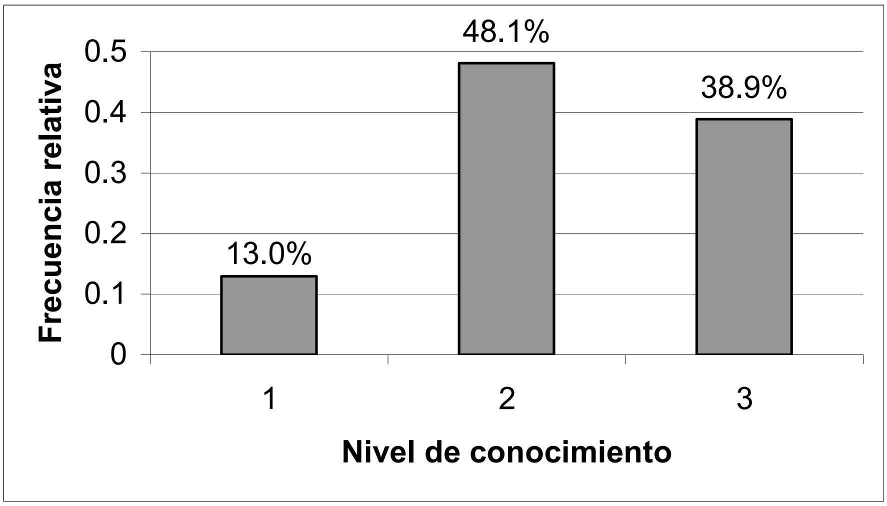
$$f(x_{35}) = P(X_{35} = x_{35}) = \begin{cases} 21/54, & \text{si } x_{35} = 1 \\ 18/54, & \text{si } x_{35} = 2 \\ 15/54, & \text{si } x_{35} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{35} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{21}{54}e^{t} + \frac{18}{54}e^{2t} + \frac{15}{54}e^{3t}$$

Variable #36: Autores y obras literarias

FIGURA 3.44
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LOS AUTORES Y SUS OBRAS LITERARIAS



1.No responde la pregunta
2.Identifica hasta dos autores con sus obras
3. Identifica más de dos autores con sus obras

En esta pregunta, los estudiantes tienen que unir con una línea cuatro autores con sus respectivas obras literarias. Las obras que se utilizaron, los estudiantes las revisan a lo largo del colegio, así lo confirman los resultados obtenidos. El 48.1% contestó correctamente dos de las cuatro obras literarias, y el 38.9% respondió correctamente a todas las obras literarias. El porcentaje restante, esto es el 13% nos respondió que no sabía o no recordaba los autores y obras literarias indicadas.

TABLA XLIV
PARAMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #36:
AUTORES Y OBRAS LITERARIAS

Mínimo	1
Máximo	3
Rango	2
Media	2.2593
Mediana	2
Moda	2
Varianza	0.4598
Coeficiente de variación	0.3001
Sesgo	-0.37
Kurtosis	-0.775

Esta variable tiene una distribución asimétrica negativa, su sesgo es – 0.37, esto nos indica que las deficiencias de conocimientos para identificar los autores con sus obras literarias son inferiores a los conocimientos de los alumnos; este resultado era el esperábamos debido a que las obras que tenía que el estudiante identificar eran obras usualmente estudiadas por todos los estudiantes en los cursos de literatura del ciclo diversificado.

La distribución de probabilidades de esta variable aleatoria la presentamos a continuación:

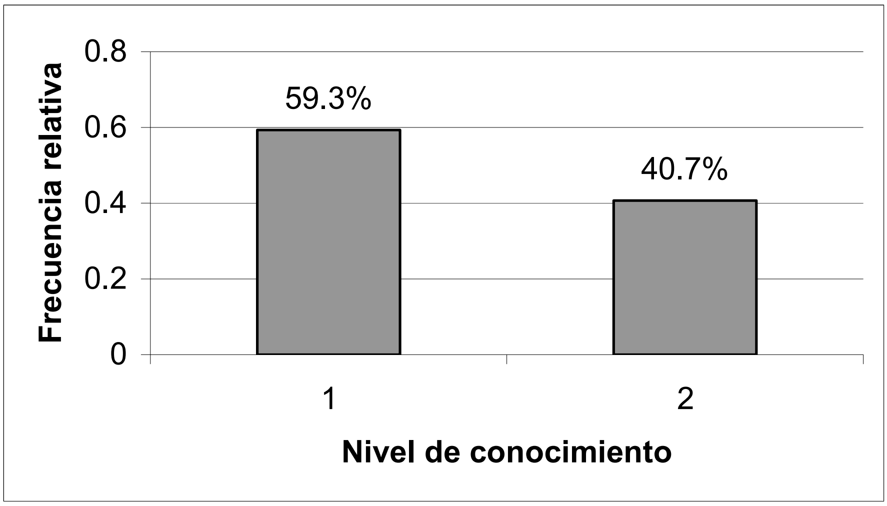
$$f(x_{36}) = P(X_{36} = x_{36}) = \begin{cases} 7/54, & \text{si } x_{36} = 1 \\ 26/54, & \text{si } x_{36} = 2 \\ 21/54, & \text{si } x_{36} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{36} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{7}{54}e^t + \frac{26}{54}e^{2t} + \frac{21}{54}e^{3t}$$

Variable #37: Género literario (la oratoria)

FIGURA 3.45
HISTOGRAMA DEL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DEL GENERO LITERARIO LA ORATORIA



1.No conoce generalidades de Cicerón
2.Conoce quién es y dónde nació Cicerón

Para identificar el nivel de conocimientos del género literario oratoria, se preguntó el lugar de nacimiento del orador Cicerón, y obtuvimos que treinta y dos personas, lo que representa el 59.3% de la población no sabía el lugar de nacimiento del orador, mientras que el 40.7% restante contestó correctamente al lugar de nacimiento del orador Cicerón. Esta es una de las pocas variables del área de lenguaje donde el nivel de deficiencias es superior al nivel de conocimiento en los estudiantes. El sesgo de esta variable es 0.38, esto es, la variable tiene una distribución sesgada positivamente, esto se da porque la mayoría de los estudiantes no recordaban el lugar de nacimiento de Cicerón. El coeficiente de kurtosis es –1.922, es decir la variable tiene una distribución platikúrtica.

TABLA XLV
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #37:
GENEROS LITERARIOS (LA ORATORIA)

Mínimo	1
Máximo	2
Rango	1
Media	1.4074
Mediana	1
Moda	1
Varianza	0.246
Coeficiente de variación	0.3524
Sesgo	0.388
Kurtosis	-1.922

La distribución de probabilidades de esta variable aleatoria la presentamos a continuación:

$$f(x_{37}) = P(X_{37} = x_{37}) = \begin{cases} 32/54, & \text{si } x_{37} = 1 \\ 22/54, & \text{si } x_{37} = 3 \\ 0 & \text{resto de } x_{37} \end{cases}$$

La función generadora de momentos de esta variable aleatoria es:

$$M_x(t) = \frac{32}{54}e^t + \frac{22}{54}e^{2t}$$

Variable #38: Calificación de lenguaje

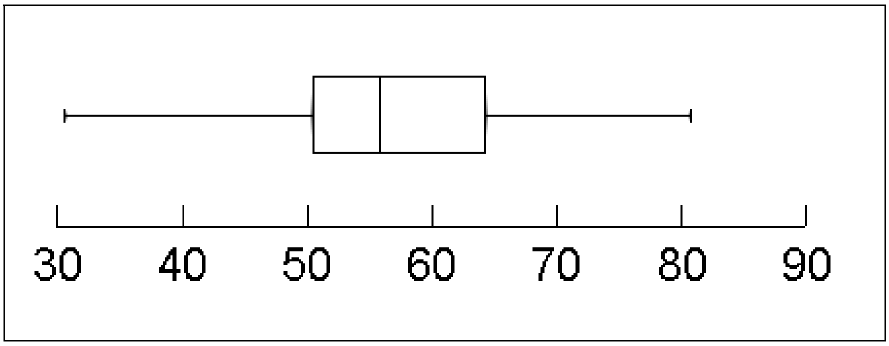
La calificación de lenguaje es la suma de puntos obtenidos por el estudiante al desarrollar cada pregunta. El puntaje asignado a cada pregunta se encuentra en el anexo C de la presente investigación. De acuerdo a la información recopilada a través de las pruebas, las calificaciones de lenguaje presentan mejores resultados que las de matemáticas. La mayor calificación que alcanzaron los estudiantes en las pruebas de lenguaje es aproximadamente ochenta y uno sobre cien (81/100), y la menor calificación es treinta sobre cien (30/100). El valor promedio de las calificaciones es aproximadamente cincuenta y siete sobre cien (56.57 /100) y la calificación que más se repite es cincuenta sobre cien (50/100). La varianza de esta variable es 126.91.

En el diagrama de cajas que se muestra en la figura 3.46, podemos ver que el 50% de los valores centrales caen aproximadamente entre 50 y 65, es decir que el 50% de los estudiantes del último año de colegio del sector fiscal rural de Guayaquil han obtenido una calificación entre 50 y 65 sobre 100 en la prueba de lenguaje.

TABLA XLVI
PARÁMETROS POBLACIONALES DE LA CALIFICACIÓN DE LENGUAJE

Mínimo	30.5
Máximo	80.75
Rango	50.25
Media	56.574
Mediana	55.75
Moda	50.5
Varianza	126.91
Coeficiente de variación	0.1991
Sesgo	-0.3458
Kurtosis	0.0677

FIGURA 3.46
DIAGRAMA DE CAJAS DE LA
CALIFICACIÓN DE LENGUAJE



Como podemos observar en la tabla XLVI, el sesgo de esta variable es -0.348, esto quiere decir que la variable tiene una distribución sesgada negativamente, lo cual nos indica que las preguntas de lenguaje fueron más fáciles de resolver en comparación con las preguntas de matemáticas. Con esto podemos comprobar que si bien es cierto las calificaciones de lenguaje no son excelentes, tampoco son tan malas como lo fueron las de matemáticas. El coeficiente de kurtosis es igual a 0.0677; ya que éste valor es menor a 3, esta variable tiene una distribución platikúrtica.

FIGURA 3.47
HISTOGRAMA DE LA CALIFICACIÓN
DE LENGUAJE

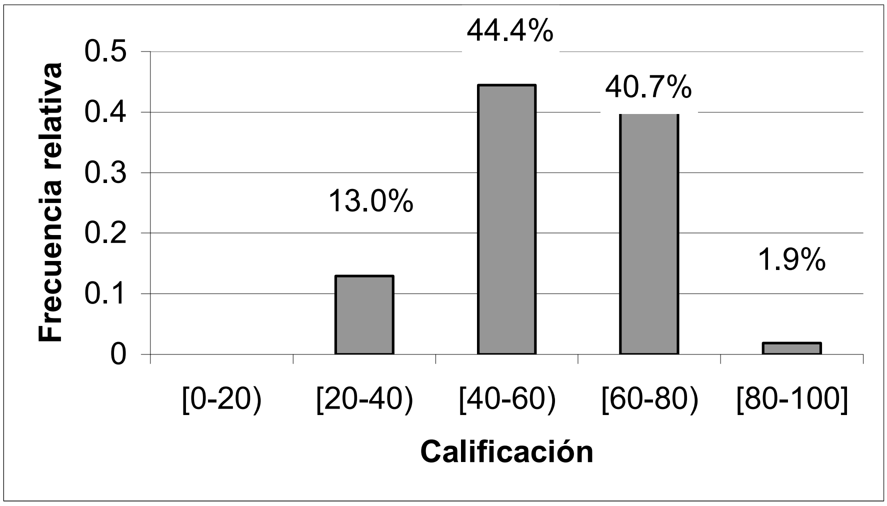
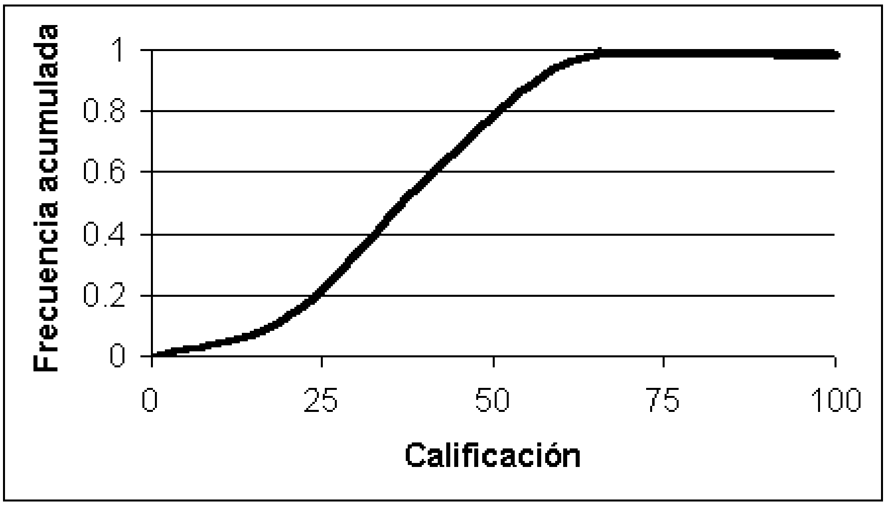


FIGURA 3.48
FRECUENCIA ACUMULADA DE LAS CALIFICACIONES DE LENGUAJE



A continuación presentamos la prueba de Kolmogorov-Smirnov, que nos indicará si la distribución acumulada de una variable aleatoria x es $F_o(x)$. Sea $F(x)$ la función de distribución continua de una población de tamaño n, determinamos la función de distribución acumulada de la muestra, la cual es denotada por F_n *(x)* . Posteriormente F_n *(x)* es comparada con la distribución acumulada hipotética F_o *(x).* Si F_n *(x)* difiere demasiado de F_o *(x)*, entonces esto es una evidencia estadística de que F_n *(x)* no es igual a F_o *(x)*.

Vamos a probar que los datos correspondientes a la calificación de lenguaje del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales de Guayaquil tienen una distribución normal con media 56.574, y desviación estándar 11.2654.

Sean las hipótesis nulas H_0 y alterna H_a:

H_0: X_{38}:Calificación de matemáticas $\longrightarrow$ N (56.57; 11.26)

H_a: H_0

El estadístico de prueba es

D_n = max F_n (X_i) - X_i , para toda i.

Rechazamos H_0 en favor de H_a si $D_n < d_{\alpha, n}$

Dado que el valor p de la prueba es 0.494, entonces no rechazamos la hipótesis nula H_0, es decir la calificación de lenguaje de los estudiantes siguen una distribución normal con media 56.57, y desviación estándar 11.26.

Los resultados de esta variable indican un nivel de conocimiento regular en el área de lenguaje; como podemos observar en el histograma de calificación de lenguaje, no existen estudiantes que obtengan una calificación insuficiente, el 13% obtiene una calificación mala, esto es entre cuarenta y sesenta sobre cien; el 44.4% obtiene una calificación regular; el 40.7% obtiene una calificación buena, y un 1.9% de la población obtiene una nota muy buena o superior a ochenta sobre cien.

Variable #39: Calificación global

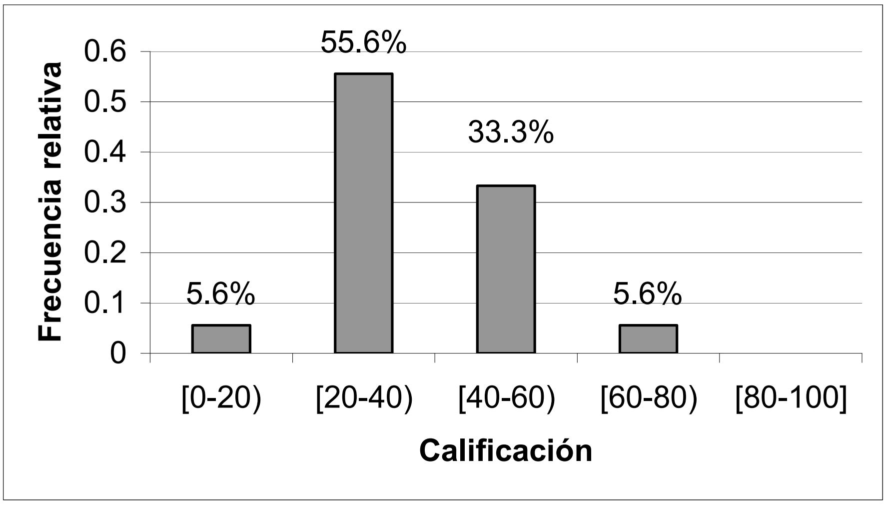
Dado que las dos pruebas fueron diseñadas de tal forma que ambas tienen igual peso, es decir las dos pruebas son calificadas entre cero y cien, y el tiempo para desarrollar cada una de las pruebas es aproximadamente el mismo (ver anexo C), hemos decidido crear una variable global que es el promedio entre la calificación de lenguaje y la calificación de matemáticas.

TABLA XLVII
PARÁMETROS POBLACIONALES
DE LA VARIABLE #39:
CALIFICACIÓN GLOBAL

Mínimo	18.375
Máximo	76.375
Rango	58
Media	38.519
Mediana	37.35
Moda	31.625
Varianza	139.027
Coeficiente de variación	0.3156
Sesgo	1.087
Kurtosis	1.8627

La mayor calificación global que alcanzaron los estudiantes al promediar las pruebas de matemática y lenguaje es aproximadamente setenta y seis sobre cien (76.371/100), y la menor calificación es dieciocho sobre cien (18.375/100). El valor promedio de las calificaciones es aproximadamente treinta y ocho sobre cien (38.519 /100) y la calificación global que más se repite es treinta y uno sobre cien (31.625/100). La varianza de esta variable es 139.027. El sesgo de esta variable es 1.087, esto quiere decir que las deficiencias en las áreas de matemática y lenguaje son superiores a los conocimientos, por tal motivo la mayoría de datos se encuentran a lado izquierdo.

FIGURA 3.49
HISTOGRAMA DE LA CALIFICACIÓN GLOBAL



En el diagrama de cajas que se muestra en la figura 3.50, podemos ver que el 50% de los valores centrales caen aproximadamente entre 50 y 65, es decir que el 50% de los estudiantes del último año de colegio del sector fiscal rural de Guayaquil han obtenido una calificación entre 50 y 65 sobre 100 en la prueba de lenguaje.

FIGURA 3.50
DIAGRAMA DE CAJAS
DE LA CALIFICACIÓN GLOBAL

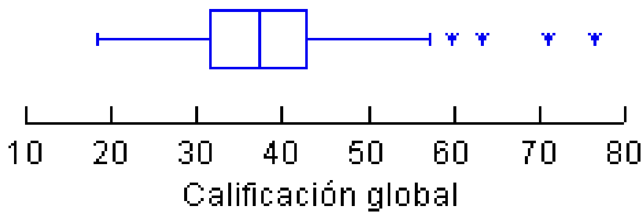
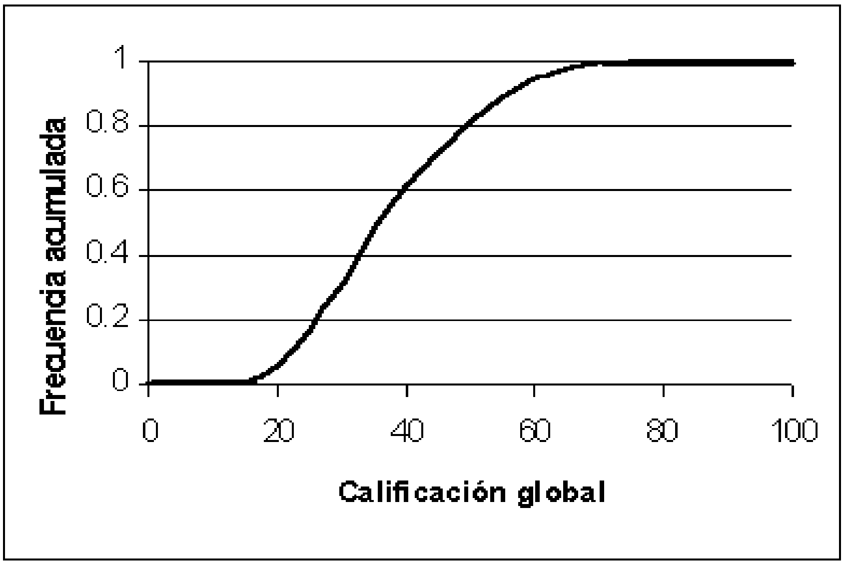


FIGURA 3.51
FRECUENCIA ACUMULADA DE LA
CALIFICACIÓN GLOBAL



A continuación presentamos la prueba de Kolmogorov-Smirnov, que nos indicará si la distribución acumulada de una variable aleatoria x es $F_o(x)$. Sea $F(x)$ la función de distribución continua de una población de tamaño n, determinamos la función de distribución acumulada de la muestra, la cual es denotada por $F_n(x)$. Posteriormente $F_n(x)$ es comparada con la distribución acumulada hipotética $F_o(x)$. Si $F_n(x)$ difiere demasiado de $F_o(x)$, entonces esto es una evidencia estadística de que $F_n(x)$ no es igual a $F_o(x)$.

Vamos a probar que los datos correspondientes a la calificación global que representa el promedio de las calificaciones de matemática y lenguaje del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales de Guayaquil tienen una distribución normal con media 38.519, y desviación estándar 11.7909.

Sean las hipótesis nulas H_0 y alterna H_a:

H_0: X_{38}:Calificación de matemáticas $\longrightarrow$ N (38.51; 11.79)

H_a: H_0

El estadístico de prueba es

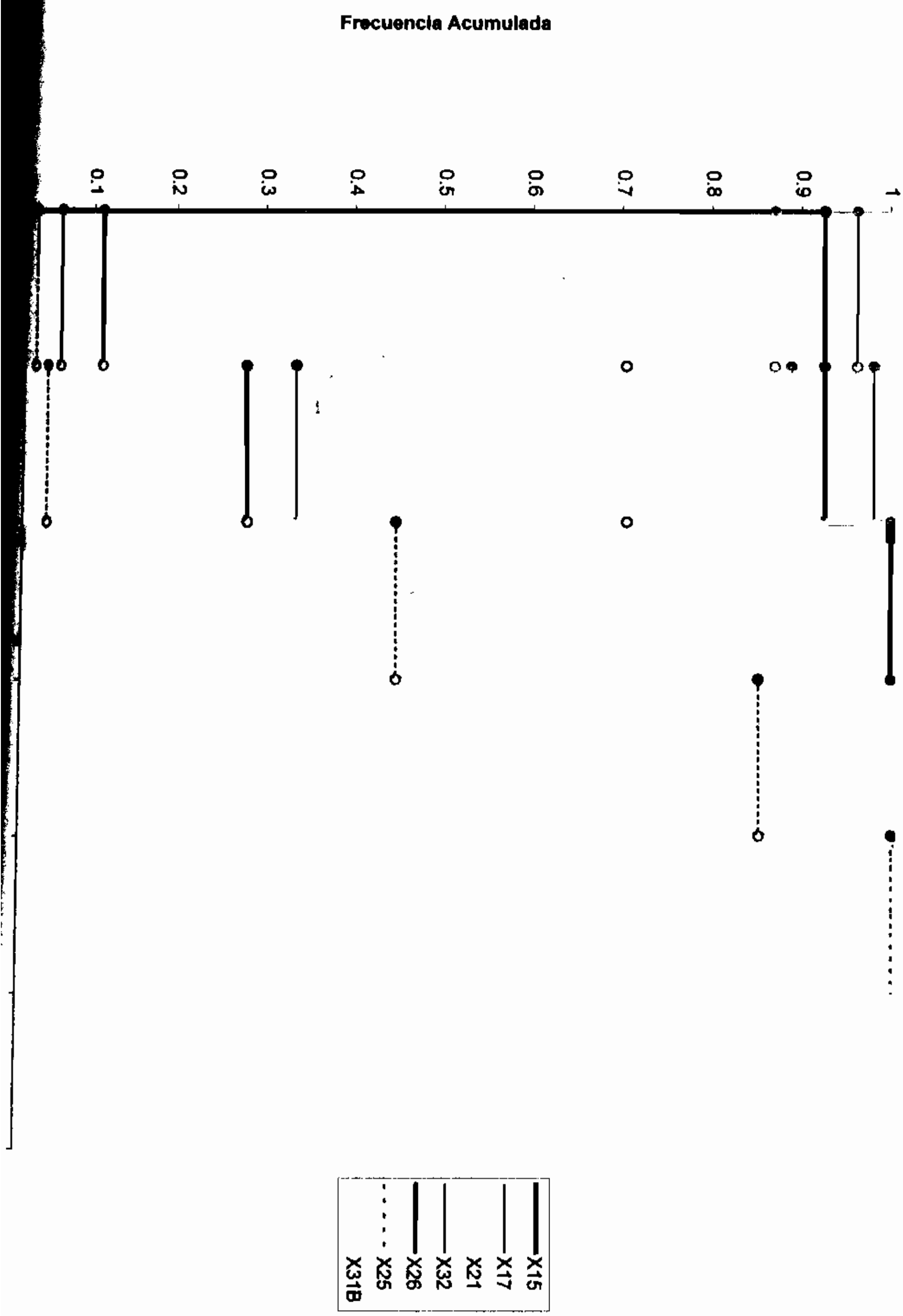
D_n = max $F_n(X_i) - X_i$, para toda i.

Rechazamos H_0 en favor de H_a si $D_n < d_{\alpha, n}$

Dado que el valor p de la prueba es 0.176, entonces no rechazamos la hipótesis nula H_0, es decir la calificación global de los estudiantes siguen una distribución normal con media 38.51esviación estándar 11.79.

En la figura 3.52, presentamos las distribuciones acumuladas de siete variables aleatorias utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemática y lenguaje.

De las siete variables propuestas, tres hemos considerado que fueron muy difíciles de resolver para los estudiantes, por tal motivo la distribución acumulada crece muy rápido hasta llegar al valor de 1. Estas variables corresponden a las utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemática y de acuerdo a su dificultad para ser resueltas por los estudiantes del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil son: X_{15}: Ecuación de la circunferencia, X_{17}: Ecuación de la recta, y X_1: Volumen. Las tres variables que fueron fáciles de resolver para las personas corresponden a las utilizadas para determinar el conocimiento de lenguaje, y de acuerdo a su facilidad de ser resueltas por las personas son: X_{25}: Lectura comprensiva, X_{26}: Función de la palabra en la oración, y X_{32}: Identificar el significado de la palabra según el contexto de la oración. La distribución acumulada de estas tres variables no crece rápido.


Frecuencia Acumulada
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
X15
X17
X21
X32
X26
X25
X31B

CAPITULO 4

4. ANALISIS MULTIVARIADO

4.1 Introducción

Una vez realizado el análisis univariado de las características investigadas de los estudiantes del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, procederemos a realizar el análisis multivariado, es decir realizaremos un análisis estadístico en el que consideraremos más de una variable aleatoria a la vez.

4.2 Análisis de varianza

Supongamos que deseamos comparar **a** tratamientos o niveles de un factor. La respuesta obtenida de cada uno de los **a** tratamientos es una variable aleatoria. Podemos escribir las observaciones mediante el modelo estadístico lineal:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \qquad (1)$$

donde:

i= 1, 2, . . ., a

$j = 1, 2, \ldots, n$

ϵ_{ij} es normal con media cero y varianza σ^2

Cov $(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y_{ij} es la j-ésima observación sometida al i-ésimo tratamiento, μ es el parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, ζ_i es un parámetro único para el i-ésimo tratamiento llamado efecto del tratamiento i-ésimo, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error. Nuestro objetivo será probar hipótesis apropiadas con respecto a los efectos del tratamiento y hacer una estimación de ellos. Para probar las hipótesis, se supone que los errores del modelo son variables aleatorias independientes con distribución normal, con media cero y varianza σ^2, donde además se supone que esta última es constante para todos los niveles del factor. El modelo presentado se denominada análisis de varianza de un solo sentido o de una vía porque sólo se investiga un factor.

El modelo estadístico (1), describe dos situaciones con respecto al efecto de los tratamientos del factor. Primero, los **a** tratamientos podrían haber sido seleccionados específicamente por el experimentador, en este caso deseamos probar hipótesis sobre las medias de los tratamientos y las conclusiones se aplican sólo a los niveles del factor considerados en el análisis. Las conclusiones no pueden hacerse extensivas a tratamientos similares que no hayan sido considerados específicamente, este modelo se denomina "*modelo de efectos fijos"*. Alternativamente, los **a** tratamientos pueden ser una muestra aleatoria de una población mayor de tratamientos, en esta situación sería deseable generalizar las conclusiones a todos los tratamientos de la población, sea que hayan sido considerados explícitamente en el análisis o no. En este caso las ζ_i son variables aleatorias y resulta relativamente inútil conocer sus valores particulares para los tratamientos investigados ; en su lugar se prueban hipótesis con referencia a la variabilidad de las ζ_i , este modelo se denomina "*modelo de efectos aleatorios*".

En el análisis de varianza para el modelo de efectos fijos de un solo sentido, los efectos del tratamiento τ_i se definen usualmente como desviaciones con respecto a la media general, por esta razón:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$$

Sea y_i. el total de las observaciones bajo el i-ésimo tratamiento, y $\overline{y}_{i.}$ el promedio de las observaciones bajo el i-ésimo tratamiento. Similarmente , sea y.. la suma de todas las observaciones y $\overline{y}_{..}$ la media general de las observaciones. Es decir:

$$y_{i.} = \sum_{i=1}^{n} y_{ij} \qquad \overline{y}_{i.} = y_{i.} / n \qquad \text{i= 1, 2, . . ., a}$$

$$y_{..} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \qquad \overline{y}_{..} = y_{i..} / N$$

donde N = an es el número total de observaciones.

La media del i-ésimo tratamiento es :

$$E(y_{ij}) \equiv \mu_i = \mu + \tau_i \text{ donde } i = 1, 2, \ldots a$$

por lo tanto, el valor medio del i-ésimo tratamiento consta de la suma de la media general y el efecto del i-ésimo tratamiento. Interesa probar la igualdad de las medias de los a tratamientos, es decir:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = . \ . \ . = \mu_a$

Vs.

H_1: Al menos uno es diferente

Si H_0 es verdadera, todos los tratamientos tienen la media común μ. Una forma equivalente de expresar las hipótesis anteriores es en términos de los efectos de tratamiento τ_i ,

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = . \ . \ . = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

Por lo tanto podemos probar la igualdad de las medias de los tratamientos, o bien probar que los efectos del tratamiento son cero. El procedimiento apropiado para probar la igualdad en el nivel medio de a tratamientos es el análisis de varianza.

La denominación análisis de varianza resulta de descomponer la variabilidad total de los datos en sus partes componentes, donde la suma total de cuadrados es:

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\overline{y..})^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\overline{y_{i.}}-\overline{y..}\right)+\left(y_{ij}-\overline{y_{i.}}\right)\right]^2$$

$$=n\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{y_{i.}}-\overline{y..}\right)^2+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\overline{y_{i.}}\right)^2+2\sum_{i=1}^{a}\sum_{J=1}^{n}\left(\overline{y_{i.}}-\overline{y..}\right)\left(y_{ij}-\overline{y_{i.}}\right)$$

entonces

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\overline{y..})^2=n\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{y_{i.}}-\overline{y..}\right)^2+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\overline{y_{i.}}\right)^2 \quad (2)$$

la ecuación (2) muestra que la variabilidad total de los datos, medida por la suma total de cuadrados, puede descomponerse en la suma de cuadrados de las diferencias entre los promedios de los tratamientos y el promedio del mismo.

Vamos a llamar $SC_{\text{tratamientos}}$ a la suma cuadrática debida a los tratamientos, mientras que SC_E será la suma de cuadrados debido al error. La suma cuadrática total, SC_T, tiene N – 1 grados de libertad porque hay un total de an = N observaciones. Existen a niveles del factor, de manera que $SC_{\text{tratamientos}}$ tiene a –1 grados de libertad, y existen n réplicas dentro de cada tratamiento, las cuales proporciona n – 1 grados de libertad para estimar el error experimental. Como hay a tratamientos, se tiene a(n – 1) = N – a grados de libertad para el error.

Las cantidades:

$$\text{MC}_{\text{Tratamiento}} = \frac{SC_{tratamiento}}{a-1}$$

$$\text{MC}_{\text{E}} = \frac{SC_E}{N-a}$$

se denominan medias cuadráticas del tratamiento y del error respectivamente, donde podemos probar que la varianza poblacional σ^2, es igual al valor esperado de la media cuadrática del error.

$$E\,(\text{MC}_\text{E}) = E\left(\frac{SC_E}{N-a}\right) = \frac{1}{N-a}\,E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij} - \overline{y_{i.}}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a}\,E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}^{\;2} - 2y_{ij}\overline{y_{i.}} + \overline{y}_{i.}^{\;2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{N-a}\,E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}y_{ij}^{\;2} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}y_{i.}^{\;2}\right]$$

sustituyendo el modelo (1), tenemos:

$$E\,(\text{MS}_\text{E}) = \frac{1}{N-a}\,E\left[\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(\mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}\right)^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\left(\mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{N-a}\left[N\mu^2 + n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^{\ 2} + N\sigma^2 - N\mu^2 - n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^{\ 2} - a\sigma^2 \right]$$

$E(MC_E) = \sigma^2$ ▼

El análisis estadístico tiene como principal objetivo determinar si:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = . \ . \ . = \mu_a$

Vs.

H_1: Al menos uno es diferente

o en forma equivalente

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = . \ . \ . = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\zeta_i \neq 0$

Donde el estadístico de prueba es

$$F_o = \frac{MC_{tratamientos}}{MC_E}$$

Debe rechazarse H_0 en favor de H_1 si el valor del estadístico es demasiado grande, esto implica una región crítica unilateral superior, en otras palabras se rechaza H_0 si:

$F_o > F_{\alpha, a-1, N-a}$

El procedimiento de prueba se resume en la tabla XLVII, esta tabulación se denomina tabla de análisis de varianza.

TABLA XLVIII
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL MODELO DE EFECTOS FIJOS TIPO UNIFACTORIAL

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Entre tratamientos	$SC_{tratamientos}$	a-1	$MC_{tratamientos}$	$\frac{MC_{tratmientos}}{MC_E}$
Error	SC_E	N-a	MC_E	
Total	SC_T	N-1	MC_T	

En nuestro trabajo también nos interesa comparar todas las parejas de **a** medias de tratamiento, donde las hipótesis nulas que se desean probar son H_0:

$\mu_i = \mu_j$ para toda $i \neq j$. Para realizar esto nos basaremos en un método conocido como el de mínimas diferencias significativas (LSD). Para probar la hipótesis de que la media de los tratamientos son diferentes, es decir:

H_0: $\mu_i = \mu_i \quad i \neq j$

Vs.

H_1: $\mu_i \neq \mu_i \quad i \neq j$

Utilizaremos el estadístico de prueba *t*

$$t_o = \frac{\overline{y_{i.}} - \overline{y_{j.}}}{\sqrt{MC_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}}$$

Suponiendo una hipótesis alterna bilateral, la pareja de medias μ_i y μ_i se consideran diferentes si:

$$\left|\overline{y_{i.}} - \overline{y_{j.}}\right| > LSD$$

donde LSD se denomina mínima diferencia significativa y es igual a:

$$LSD = t_{\alpha/2,N-a}\sqrt{MC_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

Si $\left|\overline{y_{i.}} - \overline{y_{j.}}\right| > LSD$, se concluye que las medias de las poblaciones μ_i y μ_i son diferentes.

Diseños Factoriales

Un diseño factorial se justifica cuando deseamos explicar una variable cuantitativa en términos de variables cualitativas, a continuación explicaremos el modelo de dos factores, y luego el mismo pude extenderse para k factores. El diseño factorial de dos factores es uno de los tipos más sencillos de diseños factoriales. Existen a niveles del factor A y b niveles del factor B, dispuestos en un diseño factorial; esto es, cada repetición o réplica del experimento contiene todas las combinaciones de tratamientos ab.

Las observaciones pueden escribirse mediante el modelo estadístico lineal:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \qquad (3)$$

donde:

i= 1, 2, . . ., a

j= 1, 2, . . ., b

k= 1, 2, . . ., n

ϵ_{ijk} es normal con media cero y varianza σ^2

Cov (ϵ_i, ϵ_j) = 0, para i ≠ j

y_{ijk} es la k-ésima repetición sometida al i-ésimo tratamiento del factor A, y al j-ésimo tratamiento del factor B, μ es el efecto medio general, ζ_i es el efecto del i-ésimo nivel del factor A, β_j es el efecto de j-ésimo nivel del factor B, $(\zeta\ \beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre ζ_i y β_j , y ϵ_{ijk} es el componente del error aleatorio. Inicialmente se supone que ambos factores son fijos y que los efectos de tratamiento se definen como desviaciones de la media general, también se suponen que los efectos de interacción son fijos, por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0 \qquad \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$$

existen un total de *abn* observaciones.

En un diseño factorial de dos factores, el mayor interés radica en probar hipótesis de la igualdad de los efectos de los tratamientos de renglón, los efectos de tratamiento de columna, y también es interesante probar si los tratamientos de renglón y columna interactúan. es decir debemos verificar las siguientes hipótesis:

H_0: τ_1 = τ_2 = . . . = 0

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = . \; . \; . \; \beta_b = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\beta_i \neq 0$

H_0: $(\tau \beta)_{ij} = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $(\tau \beta)_{ij} \neq 0$, para toda i,j

Sea $y_{i.}$ el total de las observaciones bajo el i-ésimo nivel del factor A, $y_{.j}$ el total de las observaciones bajo el j-ésimo nivel del factor B, y_{ij} el total de las observaciones de la ij-ésima celda, $y_{..}$ de total general de todas las observaciones, entonces matemáticamente podemos definir los promedios de renglón, columna, celda y general de las siguiente manera:

$$y_{i..} = \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \overline{y_{i..}} = \frac{y_{i..}}{bn}$$

$$y_{.j.} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \overline{y_{.j.}} = \frac{y_{.j.}}{an}$$

$$y_{ij.} = \sum_{k=1}^{n} y_{i.k} \qquad \overline{y_{ij.}} = \frac{y...}{n}$$

$$y_{...} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk} \qquad \overline{y...} = \frac{y...}{abn}$$

donde

i= 1, 2, . . . , a

j= 1, 2, . . . , b

k= 1,2, . . . , n

La suma total de cuadrados SC_T se puede expresar por:

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \overline{y...}\right)^2 = bn\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{y_{i..}} - \overline{y...}\right)^2 + an\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{y_{.j.}} - \overline{y...}\right)^2$$

$$+ n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{y_{ij.}} - \overline{y_{i..}} - \overline{y_{.j.}} + \overline{y...}\right)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \overline{y_{ij.}}\right)^2 \qquad (4)$$

Simbólicamente la expresión (4) puede anotarse así:

$SC_T = SC_A + SC_B + SC_{AB} + SC_E$

Las cantidades:

$$MC_A = \frac{SC_A}{a-1} \qquad MC_B = \frac{SC_B}{b-1} \qquad MC_{AB} = \frac{SC_{AB}}{(a-1)(b-1)}$$

$$MC_E = \frac{SC_E}{ab(n-1)}$$

se denominan medias de cuadrados, donde se puede demostrar de manera similar como lo hicimos cuando trabajamos con un solo factor que $\sigma^2 = E\,(MC_E)$.

TABLA XLIX
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL MODELO DE EFECTOS FIJOS CON DOS FACTORES

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Tratamiento A	SC_A	a- 1	MC_A	MC_A / MC_E
Tratamiento B	SC_B	b- 1	MC_B	MC_B / MC_E
Interacción	SC_{AB}	(a-1)(b-1)	MC_{AB}	MC_{AB} / MC_E
Error	Sc_E	ab(n-1)	MC_E	

Total	SS_T	Abn-1

Ahora vamos a presentar varios modelos, donde queremos ver si la variable cuantitativa calificación de matemática, o la calificación de lenguaje, o la calificación global se ve afectada por la variable cualitativa especialización, y además si influye en el rendimiento académico del estudiante el hecho de que éste realice alguna actividad extra educativa.

En este modelo, al que denominaremos *modelo 1* vamos a determinar si la calificación de matemáticas se ve influenciada por la especialización del estudiante.

El *modelo1* luce de la siguiente forma:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

donde:

$i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, . . ., 54$

ϵ_{ij} es normal con media cero y varianza σ^2

$Cov (\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y además y_{ij} es la j-ésima calificación sometida a la i-ésima especialización, μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es un parámetro único para el i-ésimo tratamiento donde i= 1, 2, 3, 4, 5 dado que existen cinco especializaciones en los sextos cursos de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA L
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 1*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Especialización	1133.775	4	283.444	0.821
Error	16910.914	49	345.121	
Total	18044.689	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento es nulo es:

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.518, esto indica que no rechazamos la hipótesis nula, es decir el efecto del tratamiento es cero. Este resultado nos indica que la calificación de matemática no depende de la especialización a la que pertenezca el estudiante, en otras palabras, el nivel de conocimiento de matemática de los alumnos del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil es independiente de la especialización a la que dichos estudiantes pertenecen. Nosotros no consideramos que este resultado sea bueno, ya que se espera una mejor preparación y por ende un mejor nivel de conocimiento de matemática en los estudiantes que pertenecen a la especialización informática que en las otras especializaciones.

Aplicando el método de la mínima diferencia significativa para los cinco tratamientos (especializaciones), encontramos que no existe diferencia significativa entre las medias de las poblaciones

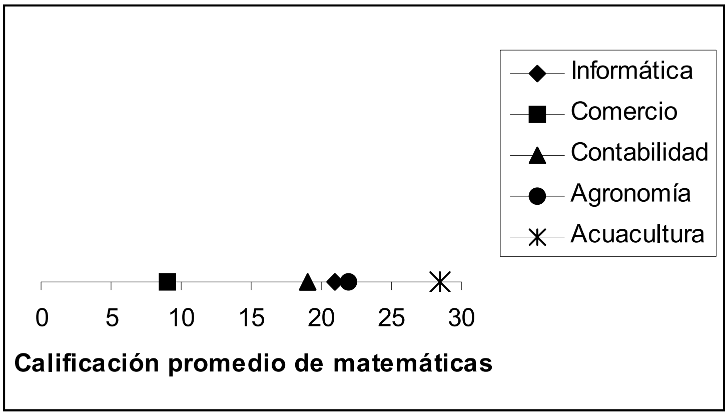
TABLA LI
MINIMA DIFERENCIA SIGNIFICATIVA
PARA EL *MODELO 1*

(I) V2	(J) V2	Diferencia de medias	Valor p
1.00	2.00	14.0521	.223
	3.00	5.3021	.469
	4.00	-.6579	.928
	5.00	-5.8035	.428
2.00	1.00	-14.0521	.223
	3.00	-8.7500	.483
	4.00	-14.7100	.241
	5.00	-19.8556	.115
3.00	1.00	-5.3021	.469
	2.00	8.7500	.483
	4.00	-5.9600	.499
	5.00	-11.1056	.211
4.00	1.00	.6579	.928
	2.00	14.7100	.241
	3.00	5.9600	.499
	5.00	-5.1456	.560
5.00	1.00	5.8035	.428
	2.00	19.8556	.115
	3.00	11.1056	.211
	4.00	5.1456	.560

En la figura 4.1, podemos observar que en promedio la mejor calificación en matemática la obtuvieron los estudiantes que pertenecen a la especialización acuacultura, dictada en el sector de Puná.

FIGURA 4.1
CALIFICACIÓN PROMEDIO DE MATEMÁTICA

DE ACUERDO A LA ESPECIALIZACIÓN



El siguiente modelo, al cual vamos a denominar *modelo 2,* vamos a determinar si la calificación de matemáticas se ve influenciada por el hecho de que el estudiante trabaje o no, siendo la tabla LIII, la tabla ANOVA correspondiente a este modelo.

Luego el *modelo 2* luce de la siguiente forma:

$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$

donde:

i= 1, 2

j= 1, 2, . . ., 54

ϵ_{ij} es normal con media cero y varianza σ^2

Cov (ϵ_i, ϵ_j) = 0, para i ≠ j

y además y_{ij} es la j-ésima observación sometido al i-ésimo nivel del tratamiento, μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es un parámetro único para el i-ésimo tratamiento donde i= 1, 2 dado que existen dos tratamientos, que trabaje o que no trabaje, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA LII
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 2*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Actividad extra educativa	870.315	1	870.315	2.635
Error	17174.373	5	330.276	
Total	18044.688	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento es nulo es:

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.08, esto indica que no existe evidencia estadística para aceptar o rechazar la hipótesis nula

Como el *modelo 2* no es concluyente, hemos decidido proponer otro modelo donde trataremos de explicar la calificación de matemáticas a través de la especialización y la actividad extra educativa, a este modelo lo hemos denominado *modelo 3*. En la tabla LIV presentamos los resultados de este modelo.

Luego el *modelo 3* luce de la siguiente forma:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau \beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

donde:

$i = 1, 2, \ldots, a$

$j = 1, 2, \ldots, b$

$k = 1, 2, \ldots, n$

ϵ_{ijk} es normal con media cero y varianza σ^2

$Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y_{ijk} es la k-ésima observación, sometida la i-ésimo nivel del factor A (Especialización) y al j-ésimo nivel del factor B (Actividad extra-educativa), además μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es el efecto del i-ésimo nivel del factor A, donde i= 1, 2, 3, 4, 5 dado que existe cinco especializaciones en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil, β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor B, donde j= 1, 2 dado que existen dos posibilidades, que trabaje o que no trabaje, $(\tau\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre τ_i y β_j, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA LIII
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 3*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Especialización	1949.197	4	487.299	1.663
Actividad Extra educativa	1504.130	1	1504.13	5.134
Interacción	2394.461	3	798.154	2.724
Error	13183.428	45	292.965	
Total	19037.216	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento A (Especialización) es nulo es:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.175, esto indica que nos confirma lo explicado anteriormente, es decir que el nivel de conocimiento de matemática es independiente de la especialización del estudiante.

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento B (Actividad extra-educativa) es nulo, es decir si el hecho de que el estudiante realice alguna actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo influye en la calificación de matemáticas:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\beta_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.028, esto indica que el rendimiento académico del estudiante es influenciado por el hecho de que trabaje o no; ahora sí existe evidencia estadística para indicar que la calificación de matemáticas es dependiente de la actividad extra educativa. Este resultado es lógico, ya que si la persona realiza una actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo, dicha persona tiene menos tiempo para estudiar, así lo podemos observar en la figura 4.2, donde las personas que no realizan una actividad extra educativa que les demande tiempo y esfuerzo obtuvieron una calificación más alta.

La prueba de hipótesis para determinar el efecto de la interacción $(\zeta\ \beta)_{ij}$

H_0: $(\tau\ \beta)_{ij} = 0$,

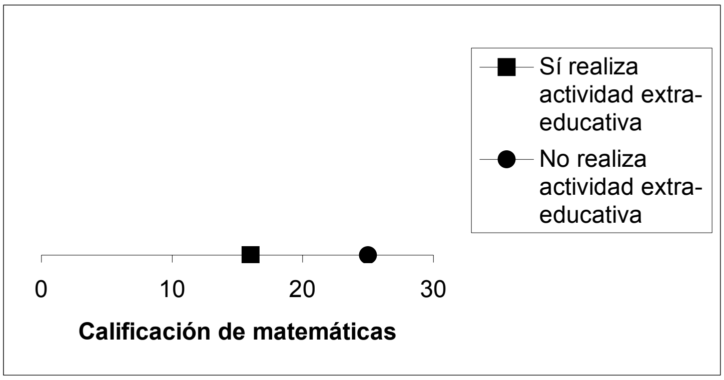
Vs.

H_1: al menos una $(\tau\ \beta)_{ij} \neq 0$, para toda i, j

El valor p de la prueba es 0.055, dado los resultados presentados anteriormente podemos concluir que el efecto de la interacción es diferente de cero, es decir que el estudiante que realice alguna actividad educativa que le demande tiempo y esfuerzo tendrá un menor nivel de conocimiento de matemática en comparación a una persona que no realice tal actividad.

La figura 4.2, nos muestra que las personas que no realizan una actividad extra educativa que les demande tiempo y esfuerzo obtienen una calificación promedio de matemática de 24.7 sobre 100, mientras que las personas que sí realizan alguna actividad obtienen en promedio una calificación promedio de matemática igual a 16.5

FIGURA 4.2
CALIFICACION DE MATEMÁTICA DE ACUERDO A LA ACTIVIDAD EXTRA EDUCATIVA



Una vez analizada la incidencia de las dos variables independientes alitativas: X_2: Especialización y X_5: Actividad extra educativa sobre la variable cuantitativa dependiente calificación de matemática, procederemos a realizar un análisis similar, donde ahora tomaremos como variable dependiente la calificación de lenguaje, a este modelo lo denominaremos *modelo 4*. Los resultados de este modelo los presentamos en la tabla LV.

Luego el *modelo 4* luce de la siguiente forma:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

donde:

i= 1, 2, . . . , a

$j = 1, 2, . . ., b$

$k = 1, 2, . . . , n$

ϵ_{ijk} es normal con media cero y varianza σ^2

$Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y_{ijk} es la k-ésima observación, sometida al i-ésimo nivel del factor A (Especialización) y al j-ésimo nivel del factor B (Actividad extra-educativa), además μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es el efecto del i-ésimo nivel del factor A, donde i= 1, 2, 3, 4, 5 dado que existe cinco especializaciones en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil, β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor B, donde j= 1, 2 dado que existen dos posibilidades, que trabaje o que no trabaje, $(\tau\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre τ_i y β_j, y ϵ_{ijk} es la componente aleatoria del error.

TABLA LIV
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 4*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Especialización	388.221	4	97.055	0.699
Actividad Extra educativa	9.815	1	9.815	0.071

Interacción	71.471	3	23.824	0.172
Error	6248.406	45		
Total	6717.913	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento A es nulo es:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Vs.

$$H_1: \text{Al menos un } \zeta_i \neq 0$$

El valor p de la prueba es 0.596, esto indica, al igual que con la calificación de matemáticas, existe evidencia estadística para concluir que la calificación de lenguaje es independiente de la especialización a la que pertenezca el estudiante, es decir que el nivel de conocimiento de lenguaje es independiente de la especialización del estudiante.

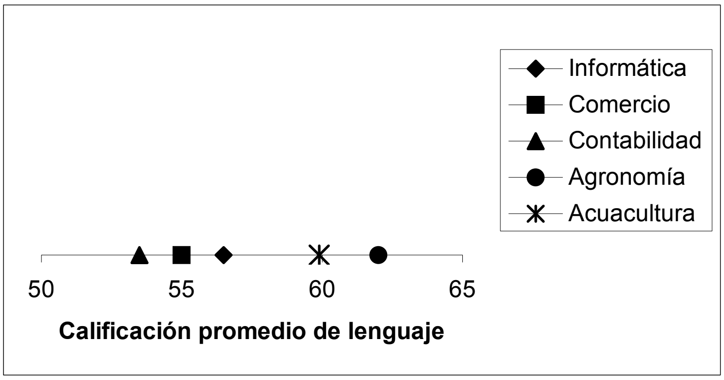
TABLA LV
MINIMA DIFERENCIA SIGNIFICATIVA
PARA EL *MODELO 4*

(I) V2	(J) V2	Diferencia de medias	Valor p
1.00	2.00	1.9792	.777
	3.00	3.5069	.433
	4.00	-4.5764	.308
	5.00	-3.6597	.414

2.00	1.00	-1.9792	.777
	3.00	1.5278	.841
	4.00	-6.5556	.391
	5.00	-5.6389	.460
3.00	1.00	-3.5069	.433
	2.00	-1.5278	.841
	4.00	-8.0833	.138
	5.00	-7.1667	.187
4.00	1.00	4.5764	.308
	2.00	6.5556	.391
	3.00	8.0833	.138
	5.00	.9167	.865
5.00	1.00	3.6597	.414
	2.00	5.6389	.460
	3.00	7.1667	.187
	4.00	-.9167	.865

La tabla LV son los resultados correspondientes al método de la mínima diferencia significativa donde probamos que no existe diferencia significativa para las medias poblacionales. En la figura 4.3, podemos observar en promedio la calificación de lenguaje de acuerdo a la especialización de la persona, donde la mejor calificación en promedio, corresponde a la especialización agronomía, y la peor calificación en promedio de lenguaje corresponde a la especialización contabilidad.

FIGURA 4.3
CALIFICACIÓN DE LENGUAJE DE ACUERDO A LA ESPECIALIZACIÓN DEL ESTUDIANTE



La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento B es nulo, es decir si el hecho de que trabaje el estudiante incide en la calificación de lenguajes es:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\beta_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.792, esto indica que el rendimiento académico del estudiante en el área de lenguaje no se ve influenciado por el hecho de que trabaje o no; luego, existe evidencia estadística para indicar que la calificación de lenguaje es independiente de la actividad extra educativa.

La prueba de hipótesis para determinar el efecto de la interacción $(\tau\beta)_{ij}$

H_0: $(\tau\beta)_{ij} = 0$,

Vs.

H_1: al menos una $(\tau\beta)_{ij} \neq 0$, para toda i, j

El valor p de la prueba es 0.915, dado los resultados presentados anteriormente podemos concluir que el efecto de la interacción es nulo, es decir que la calificación del estudiante correspondiente al área de lenguaje es indiferente a la especialización y al hecho de que la persona realice alguna actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo.

A continuación presentaremos el análisis de varianza donde ahora tomaremos como variable dependiente a la calificación global. Dado que las dos pruebas son evaluadas entre cero y cien puntos, y además el tiempo estimado para resolver ambas pruebas es aproximadamente el mismo (ver anexo C), creamos la variable calificación global como el promedio de las calificaciones de lenguaje de matemáticas. Para nuestro estudio de análisis de varianza vamos a utilizar como variables independientes la especialización y la actividad extra educativa.

En este modelo, al cual hemos denominado *modelo 5* vamos a determinar si la calificación global se ve influenciada por la especialización del estudiante.

Luego el *modelo 5* luce de la siguiente forma:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

donde:

$i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, \ldots, 54$

ϵ_{ij} es normal con media cero y varianza σ^2

$Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y_{ij} es la j-ésima calificación sometida al i-ésimo nivel del tratamiento (Especialización), μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es un parámetro único para el i-ésimo tratamiento donde i= 1, 2, 3, 4, 5 dado que existen cinco especializaciones en los sextos cursos de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA LVI
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 5*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Especialización	630.375	4	157.594	1.146
Error	6738.089	49	137.512	
Total	7368.464	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento es nulo es:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.346, por lo que no rechazamos la hipótesis nula, es decir el efecto del tratamiento es cero. Este resultado nos indica que la calificación global no depende de la especialización a la que pertenezca el estudiante, en otras palabras, el nivel de conocimiento global de los alumnos del último año de bachillerato de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil es independiente de la especialización a la que dichos estudiantes pertenecen.

Si observamos los resultados de la tabla LVII, donde presentamos los resultados del método de la mínima diferencia significativa explicado anteriormente, concluimos que las medias poblacionales no son diferentes.

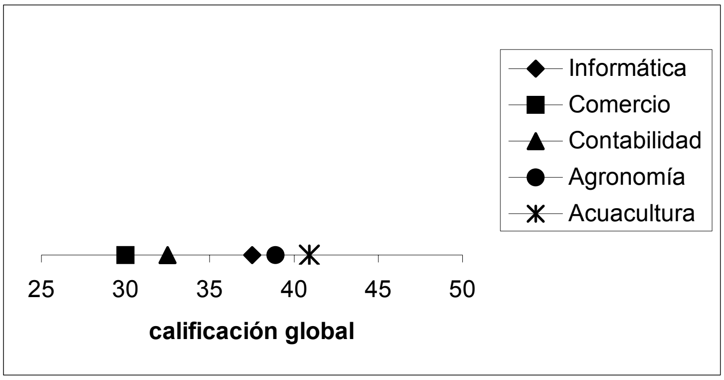
TABLA LVII
MINIMA DIFERENCIA SIGNIFICATIVA
PARA EL *MODELO 5*

(I) V2	(J) V2	Diferencia de Medias	Valor p
1.00	2.00	8.0156	.270

	3.00	4.4045	.341
	4.00	-2.6172	.571
	5.00	-4.7316	.307
2.00	1.00	-8.0156	.270
	3.00	-3.6111	.646
	4.00	-10.6328	.180
	5.00	-12.7472	.109
3.00	1.00	-4.4045	.341
	2.00	3.6111	.646
	4.00	-7.0217	.210
	5.00	-9.1361	.105
4.00	1.00	2.6172	.571
	2.00	10.6328	.180
	3.00	7.0217	.210
	5.00	-2.1144	.704
5.00	1.00	4.7316	.307
	2.00	12.7472	.109
	3.00	9.1361	.105
	4.00	2.1144	.704

En la figura 4.4, presentamos la calificación global (promedio de la calificación de matemática y lenguaje) de acuerdo a la especialización del estudiante, donde en promedio los estudiantes de acuacultura han obtenido la mejor calificación.

FIGURA 4.4
CALIFICACIÓN GLOBAL DE ACUERDO
A LA ESPECIALIZACIÓN DEL ESTUDIANTE



En el siguiente modelo, vamos a determinar si la calificación global se ve influenciada por el hecho de que el estudiante trabaje o no, a este modelo lo hemos denominado *modelo 6*. Los resultados de este modelo los presentamos en la tabla LVIII.

Luego el modelo luce de la siguiente forma:

$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$

donde:

i= 1, 2

j= 1, 2, . . ., 54

ϵ_{ij} es normal con media cero y varianza σ^2

Cov $(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y además y_{ij} es la j-ésima observación sometido al I-esimo nivel del factor activiad extra-educativa, μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es un parámetro único para el i-ésimo tratamiento donde i= 1, 2 dado que existen dos posibilidades, que trabaje o que no trabaje, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA LVIII
TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 6*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Actividad Extra educativa	277.793	1	870.315	2.635
Error	7090.671	5	330.276	
Total	7368.464	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento es nulo es:

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = 0$

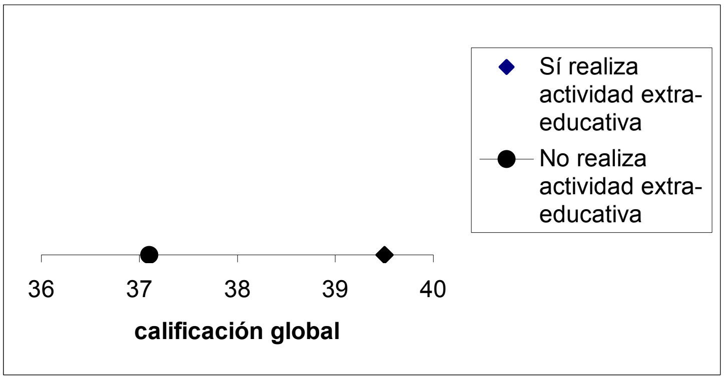
Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.159, esto indica que existe evidencia estadística para aceptar la hipótesis nula, es decir los efectos del tratamiento son nulos, lo cual quiere decir el nivel de conocimiento global de la persona es independiente del hecho que la persona realice alguna actividad laboral.

En la figura 4.5 podemos observar que la calificación global del estudiante que no realiza alguna actividad extra educativa es superior a la de la persona que realiza alguna actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo.

FIGURA 4.5
CALIFICACIÓN GLOBAL DE ACUERDO A LA ACTIVIDAD EXTRA EDUCATIVA



continuación presentamos un modelo bifactorial, al cual denominaremos *modelo 7*, donde los factores son la especialización y la actividad extra educativa, y la variable dependiente es la calificación global del estudiante. Los resultados a dicho modelo los presentamos en la tabla LIX.

El *modelo 7* luce de la siguiente forma:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}$$

donde:

$i = 1, 2, \ldots, a$

$j = 1, 2, \ldots, b$

$k = 1, 2, \ldots, n$

ϵ_{ijk} es normal con media cero y varianza σ^2

$Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, para $i \neq j$

y_{ijk} es la k-ésima observación sometida al i-ésimo nivel del factor A (Especialización) y al j-ésimo nivel del factor B (Actividad extra-educativa), μ es un parámetro común a todos los tratamientos denominado media global, τ_i es el efecto del i-ésimo nivel del factor A, donde i= 1, 2, 3, 4, 5 dado que existe cinco especializaciones en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil, β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor B, donde j= 1, 2 dado que existen dos posibilidades, que trabaje o que no trabaje, $(\tau\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre τ_i y β_j, y ϵ_{ij} es la componente aleatoria del error.

TABLA LIX

TABLA DE ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL *MODELO 7*

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	F_o
Especialización	850.691	4	212.663	1.624
Actividad Extra educativa	317.734	1	317.734	2.426
Interacción	503.139	3	167.713	1.281
Error	5893.574	45	130.968	
Total	7368.464	53		

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento A es nulo es:

H_0: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\tau_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.185, esto nos confirma lo explicado anteriormente, es decir que el nivel de conocimiento global es independiente de la especialización del estudiante.

La prueba de hipótesis para determinar si el efecto del tratamiento B es nulo, es decir si el hecho de que el estudiante realice alguna actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo influye en la calificación global:

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = 0$

Vs.

H_1: Al menos un $\beta_i \neq 0$

El valor p de la prueba es 0.126, esto indica que el rendimiento académico global del estudiante no es influenciado por el hecho de que trabaje o no.

La prueba de hipótesis para determinar el efecto de la interacción $(\zeta\ \beta)_{ij}$

H_0: $(\tau\ \beta)_{ij} = 0$,

Vs.

H_1: al menos una $(\tau\ \beta)_{ij} \neq 0$, para toda i, j

El valor p de la prueba es 0.293, dado los resultados presentados anteriormente podemos concluir que el efecto de la interacción es igual a cero, es decir que la calificación global no se ve influenciada por el hecho de que el estudiante realice alguna actividad educativa que le demande tiempo y esfuerzo, y tampoco se ve influenciada por la especialización a la que pertenezca dicho estudiante.

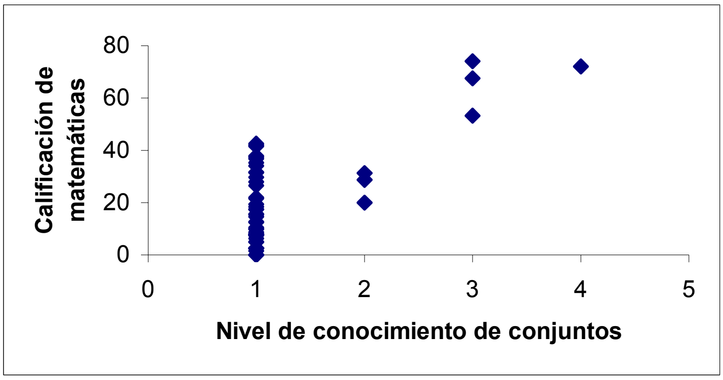
4.3 Análisis de la matriz de correlación

En el anexo F que presentamos al final de la presente investigación se encuentra la matriz de correlación, donde cada elemento de la matriz mide la fuerza lineal con la que dos variables se encuentran relacionadas. Para nuestro análisis vamos a considerar las correlaciones que en valor absoluto sean mayor o igual a 0.60. Para un mejor entendimiento de la matriz de correlación, presentamos en el anexo G al final de esta tesis la interpretación gráfica de la matriz antes mencionada, donde hemos propuesto las variables más importantes de la prueba de matemática y la prueba de lenguaje.

- La variables X_{10}: Conjuntos, con la variable X_{24}: Calificación de matemáticas se encuentran linealmente relacionadas, su coeficiente de correlación lineal es 0.7090, lo cual nos indica que existe una relación lineal positiva entre las dos variables, esto quiere decir, que a medida que un alumno puede alcanzar un nivel mayor de conocimiento de conjuntos, mayor será la calificación total del área de matemáticas obtenida por el mismo estudiante; esta relación es bastante obvia. El nivel de conocimiento de conjuntos es un buen indicador del nivel general de conocimiento de matemáticas, para una mejor apreciación de lo antes indicado, presentemos la figura 4.6, donde observamos que a menor nivel de conocimiento en conjuntos de parte de la persona, menor será la calificación de matemáticas obtenida por dicha persona.

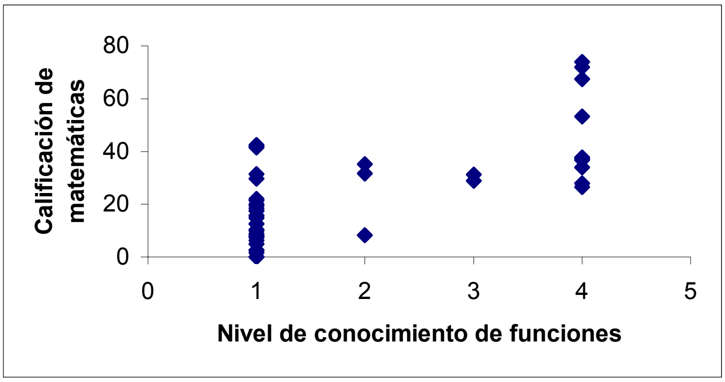
FIGURA 4.6

GRAFICO DE DISPERSIÓN X_{10}: CONJUNTOS VS. X_{24}: CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS



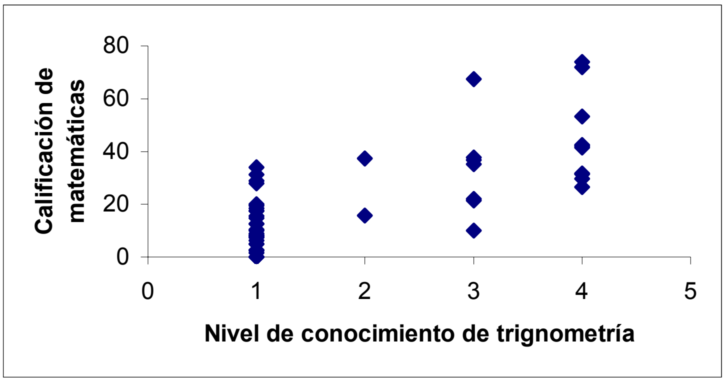
• La variables X_{14}: Gráfico de funciones, con la variable X_{24}: Calificación de matemáticas se encuentran linealmente relacionadas, su coeficiente de correlación lineal es 0.7180, esto quiere decir que mientras mayor sea el nivel de conocimiento que tenga el estudiante para distinguir una función de una relación que no es función, mayor será la calificación total del área de matemáticas obtenida por el mismo estudiante. Al igual que en el caso anterior, el nivel de conocimiento que posea el alumno para identificar gráficamente una función, es un buen indicador del nivel general de conocimiento de matemáticas. Para entender mejor lo antes indicado, presentemos la figura 4.7, donde observamos que a menor nivel de conocimiento en gráfica de funciones de parte de la persona, menor será la calificación de matemáticas obtenida por dicha persona.

FIGURA 4.7
GRAFICO DE DISPERSIÓN X_{14}: GRAFICO DE FUNCIONES VS. X_{24}: CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS



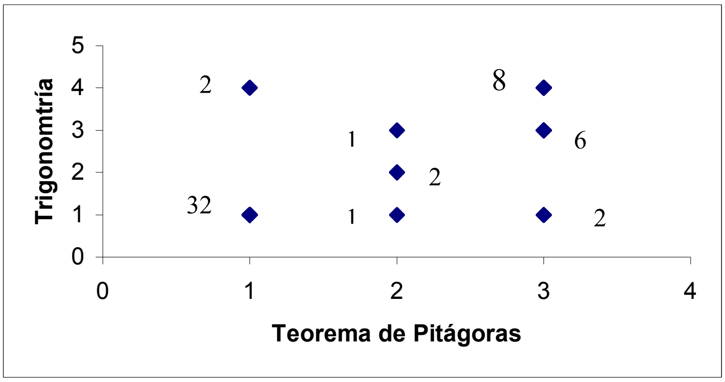
- La variables X_{19}: Trigonometría, con la variable X_{24}: Calificación de matemáticas se encuentran linealmente relacionadas, su coeficiente de correlación lineal es 0.751, esto quiere decir que mientras mayor sea el nivel de conocimiento del estudiante para resolver un ejercicio trigonométrico, mayor será la calificación total del área de matemáticas obtenida por tal estudiante; esta relación lineal, al igual que las anteriores, es obvia. Debido a que este es el coeficiente de correlación más alto entre las variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas con la calificación general de matemáticas, consideramos a esta variable #19 (Trigonometría) como el mejor indicador del nivel general de conocimiento de matemáticas. En el gráfico 4.8 presentamos la correlación entre este par de variables aleatorias, ahí podemos visualmente comprobar que a menor nivel de conocimiento de trigonometría, menor será la calificación de matemática obtenida por la persona.

FIGURA 4.8
GRAFICO DE DISPERSIÓN X_{19}: TRIGONOMETRIA VS. X_{24}: CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS



• La variables X_{18}: Trigonometría y teorema de Pitágoras con la variable X_{19}: Trigonometría, se encuentran linealmente relacionadas, su coeficiente de correlación lineal es 0.76. Este resultado, era un resultado esperado, debido a la similitud de conocimientos evaluados, por lo tanto las personas que contestan correctamente la pregunta #18, también contestaban correctamente la pregunta #19, y viceversa, quienes contesten correctamente la pregunta #19, contestaban correctamente la pregunta # 18, en la figura 4.4, presentamos la correlación entre estas dos variables aleatorias; el número que aparece junto a cada punto en dicho gráfico, representa el número de observaciones o el número de personas que obtuvieron un nivel de conocimiento i, donde i = 1, 2, 3 para la pregunta X_{18}, y un nivel de conocimiento j, donde j = 1, 2. 3, 4 para la pregunta X_{19}, por ejemplo 32 personas obtuvieron un nivel de conocimiento 1 (No sabe el teorema de Pitágoras) para la pregunta X_{18}, y un nivel de conocimiento 1 (No respondió pregunta alguna) para la pregunta X_{19}.

FIGURA 4.9
GRAFICO DE DISPERSIÓN X_{18}: TEOREMA DE PITÁGORAS VS. X_{19}: TRIGONOMETRÍA



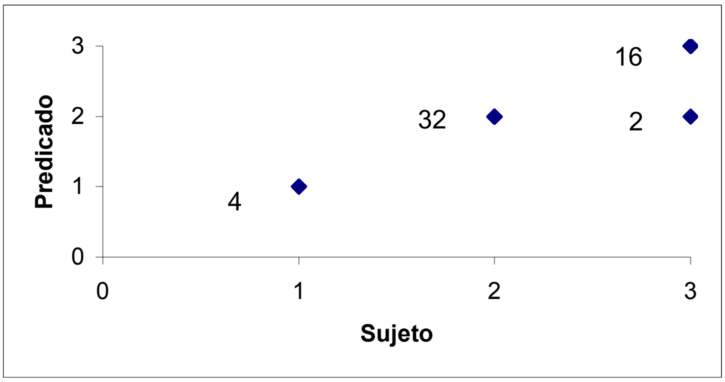
• El coeficiente de correlación entre la variable X_{10}: Conjuntos y X_{15}: Ecuación de la recta es de 0.687, lo cual nos indica que existe una relación lineal positiva entre las dos variables, es decir, que a medida que un estudiante tiene un nivel mayor de conocimientos de conjuntos, este alumno va a desarrollar correctamente la variable #15: Ecuación de la recta.

• También existe una relación lineal positiva importante entre el desarrollo de sistemas de ecuaciones lineales, y determinar correctamente la ecuación de la recta, así lo indica su coeficiente de correlación lineal igual a 0.657. Es decir que si una persona puede desarrollar correctamente un sistema de ecuaciones lineales va a poder determinar la ecuación de la recta.

Dado la similitud de conocimientos evaluados o procedimientos parecidos para resolver otras preguntas, en el área de matemáticas no se presenta ninguna otra relación lineal importante, es decir ningún otro coeficiente de correlación mayor que 0.6, ver tabla LIX. Se esperaba un coeficiente de correlación lineal alto entre las variables X_{22}: Media aritmética y X_{23}: Cálculo de probabilidades, pero no se dio porque ningún estudiante pudo calcular la probabilidad pedida. También se esperaba un coeficiente de correlación lineal alto entre las variables X_{12_a}: Operaciones básicas con polinomios, y X_{12_b}: Operaciones con polinomios (Potenciación), pero el coeficiente correlación es 0.551. La correlación entre los ejercicios de razonamiento lógico fue baja, entre el ejercicio de planteamiento y resolución de problemas con el ejercicio de regla de tres es de 0.255, y con el ejercicio de sucesiones es –0.093; mientras que la correlación entre el ejercicio de regla de tres con el ejercicio de sucesiones es 0.419.

En el área de lenguaje, las únicas variables que se encuentran linealmente relacionadas, son la variable X_{27_a}: Análisis sintáctico de oraciones (Sujeto) con la variable X_{27_b}: Análisis sintáctico de oraciones (Predicado). El coeficiente de correlación para esta variable es 0.946, es el coeficiente de correlación más grande en toda la matriz de correlaciones. Este resultado es lógico y es un resultado esperado ya que para desarrollar cualquiera de las dos preguntas el estudiante debe conocer los mismos conceptos; es decir si un alumno contesta correctamente la pregunta X_{27_a}, es muy probable que conteste correctamente la siguiente pregunta. En la figura 4.5 presentamos el gráfico de la dispersión entre estas dos variables; el número que aparece junto a cada punto en dicho gráfico, representa el número de observaciones o el número de personas que obtuvieron un nivel de conocimiento i, donde i = 1, 2, 3 para la pregunta X_{27_a}, y un nivel de conocimiento j, donde j = 1, 2. 3 para la pregunta X_{27_b}, por ejemplo 4 personas obtuvieron un nivel de conocimiento 1 (No identifica el sujeto y su núcleo) para la pregunta X_{27_a}, y un nivel de conocimiento 1 (No identifica predicado y su núcleo) para la pregunta X_{27_b}.

FIGURA 4.10
GRAFICO DE DISPERSIÓN
X_{27_a}: ANÁLISIS SINTÁCTICO DE ORACIONES (SUJETO)
VS.
X_{27_B}: ANÁLISIS SINTÁCTICO DE ORACIONES (PREDICADO)



Se esperaba una fuerte relación lineal entre la variable X_{25}: Lectura comprensiva y la variable X_{32}: Identificar el significado de la palabra según el contexto de la oración, pero tal relación no se dio ($\rho = -0.244$). También se esperaba una fuerte relación lineal entre las variables X_{33}: Sinónimos y X_{34}:

Antónimos, pero este supuesto no se cumple, el coeficiente correlación lineal es 0.38.

TABLA LIX
CORRELACIONES ALTAS ESPERADAS Vs. CORRELACIONES OBTENIDAS

Variables que se esperaban tengan una correlación $\rho > 0.6$	**ρ obtenido**
X_7: Planteamiento y razonamiento de problemas y X_8: Planteamiento de problemas (Regla de tres)	0.255
X_7: Planteamiento y razonamiento de problemas y X_9: Planteamiento de problemas (sucesiones)	-0.0930
X_9: Planteamiento y razonamiento de problemas (sucesiones) y X_8: Planteamiento de problemas (Regla de tres)	0.4190
X_{10}: Conjuntos y X_7: Planteamiento y resolución de problemas	0.096
X_{10}: Conjuntos y X_{11}: Desigualdades y conjunto solución	0.4170
X_{25}: Lectura comprensiva y X_{32}: Identificar el significado de la palabra según el contexto de la oración	-0.244
X_{33}: Sinónimos y X_{34}: Antónimos	0.38
X_{35}: Géneros literarios (la prosa) X_{37}: Géneros literarios (la oratoria)	0.254
X_{24}: Calificación de la prueba matemática y X_{38}: Calificación de la prueba de lenguaje	0.22

Hubiese sido interesante realizar tablas de contingencia para identificar si existe algún tipo de dependencia entre las variables de estudio, pero este análisis no fue posible realizar debido a la distribución de los datos, por lo que no era posible que las frecuencias observadas en cada categoría sean mayores a cinco, y los resultados no serían confiables.

4.4 Componentes principales

Al análisis de componentes principales le concierne la explicación de la estructura de una matriz de varianzas y covarianzas de un grupo de variables observables a través de combinaciones lineales de estas variables. Los propósitos del análisis de componentes principales son la reducción de datos y la interpretación de los mismos.

Las componentes principales dependen únicamente de la matriz de varianzas y covarianzas $\mathbf{\Sigma} \in M_{p \times p}$ o de la matriz de correlación $\boldsymbol{\rho} \in M_{p \times p}$, de $X_1, X_2, \ldots X_p$. Sea $\mathbf{X}^T = [X_1, X_2, \ldots X_p.]$ un vector aleatorio con matriz de covarianzas $\mathbf{\Sigma}$ cuyos valores propios son $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \lambda_p \geq 0$.

Considere las siguientes combinaciones lineales:

$$Y_1 = \mathbf{a_1}^T \mathbf{X} = a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \ldots + a_{1p} X_p$$

$$Y_2 = \mathbf{a_2}^T \mathbf{X} = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \ldots + a_{2p} X_p$$

.

.

.

$Y_p = \mathbf{a_p}^T \mathbf{X} = a_{p1} X_1 + a_{p2} X_2 + \ldots + a_{pp} X_p$

Donde se puede demostrar que:

$Var(Y_i) = \mathbf{a_i}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{a_i}$ $\qquad$ $i=1,2, \ldots, p$

$Cov(Y_i, Y_k) = \mathbf{a_i}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{a_k}$ $\qquad$ $i, k = 1, 2, \ldots, p$

Las componentes principales, son las combinaciones lineales $Y_1, Y_2, \ldots, Y_p$ que no estén correlacionadas, cuyas varianzas sean lo más grande posible y donde los vectores $a_1, a_2, \ldots a_p$ sean ortonormales entre sí, es decir $<\mathbf{a_i}, \mathbf{a_j}> = 0$ para $i \neq j$, y $\|a_1\| = \|a_2\| = \ldots = \|a_p\| = 1$.

Dado un conjunto de p variables aleatorias $X_1, X_2, \ldots, X_p$, definiremos las componentes principales de la siguiente forma:

Primera componente principal = combinación lineal $\mathbf{a_1}^T \mathbf{X}$ que maximiza $Var(\mathbf{a_1}^T \mathbf{X})$ sujeto a que $\mathbf{a_1}^T \mathbf{a_1} = 1$

Segunda componente principal = combinación lineal $\mathbf{a_2}^T \mathbf{X}$ que maximiza $Var(\mathbf{a_2}^T \mathbf{X})$ sujeto a que $\mathbf{a_2}^T \mathbf{a_2} = 1$ y

Cov ($\mathbf{a_1}^T \mathbf{X}, \mathbf{a_2}^T \mathbf{X}$) = 0

Var ($\mathbf{a_2}^T\mathbf{X}$) < Var ($\mathbf{a_1}^T \mathbf{X}$)

i-ésima componente principal = combinación lineal $\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$ que maximiza Var ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$) sujeto a que $\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i = 1$, Cov ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}, \mathbf{a}_k^T \mathbf{X}$)=0, y Var ($\mathbf{a}_i^T \mathbf{X}$) < Var ($\mathbf{a}_k^T \mathbf{X}$) para k<i

Si $\mathbf{\Sigma}$ es la matriz de covarianzas correspondiente a un vector aleatorio $\mathbf{X}^T = [X_1, X_2, \ldots X_p.]$; $\mathbf{\Sigma}$ tiene asociado los pares de valores y vectores propios $(\lambda_1, e_1), (\lambda_2, e_2), \ldots, (\lambda_p, e_p)$, donde $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_p \geq 0$; entonces la i-ésima componente principal está dada por:

$$Y_i = \mathbf{e_i}^T \mathbf{X} = e_{i1}X_1 + e_{i2}X_2 + \ldots + e_{ip}X_p \qquad i = 1, 2, \ldots p$$

donde se puede probar que:

$\text{Var}(Y_i) = \mathbf{e_i}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{e_i} \qquad i=1,2, \ldots, p$

$\text{Var}(Y_i) < \text{Var}(Y_j)$ para $j < i$

$\text{Cov}(Y_i, Y_k) = \mathbf{e_i}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{e_k} = 0$

$\langle \mathbf{e_i}, \mathbf{e_j} \rangle = 0$ para $i \neq j$

$\|e_1\| = \|e_2\| = \ldots = \|e_p\| = 1.$

Dadas las condiciones anteriores, y siendo $Y_1 = \mathbf{e_1}^T\mathbf{X}$, $Y_2 = \mathbf{e_2}^T\mathbf{X}$, . . . $Y_p = \mathbf{e_p}^T\mathbf{X}$ las componentes principales; se puede probar que:

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} + ... + \sigma_{pp} = \sum_{i=1}^{p} Var(X_i) = \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_p = \sum_{i=1}^{p} Var(Y_i)$$

resultando además:

Varianza total de la población = σ_{11}+ σ_{22}+ . . . + σ_{pp} = λ_1 + λ_2 + . . . + λ_p, y consecuentemente, la proporción de varianza total explicada por la i-ésima componente principal es:

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_p} \qquad i= 1, 2, . . ., p$$

Algebraicamente, las componentes principales son combinaciones lineales particulares de p variables aleatorias X_1, X_2, . . . X_p. Geométricamente, estas combinaciones lineales representan la selección de un nuevo sistema de coordenadas obtenido al rotar el sistema original con X_1, X_2, . . . X_p como los ejes coordenados; donde los nuevos ejes representan las direcciones con máxima variabilidad y proveen una descripción más simple de la estructura de covarianzas.

A continuación presentaremos el análisis de componentes principales realizados para la variable # 1 hasta la variable # 32. Inicialmente utilizaremos la matriz de varianzas y covarianzas de los datos obtenidos a través de las pruebas aplicadas a cada uno de los estudiantes del último año de bachillerato, y luego trabajaremos con los datos estandarizados, es decir con la matriz de correlación, para luego seleccionar el procedimiento para obtener las componentes principales. De la matriz de varianzas y covarianzas obtuvimos 40 valores propios diferentes con sus respectivos vectores propios, es decir **X** $\in R^{40}$.

TABLA LXI
VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ DE COVARIANZA

λ_1= 353.396		λ_{27}= 0.124
λ_2= 119.459	λ_{15}= 0.521	λ_{28}= 0.101
λ_3= 4.670	λ_{16}= 0.445	λ_{29}= 0.082
λ_4= 2.565	λ_{17}= 0.377	λ_{30}= 0.069
λ_5= 1.913	λ_{18}= 0.315	λ_{31}= 0.057
λ_6= 1.709	λ_{19}= 0.291	λ_{32}= 0.051
λ_7= 1.370	λ_{20}= 0.258	λ_{33}= 0.042
λ_8= 1.219	λ_{21}= 0.228	λ_{34}= 0.038
λ_9= 0.993	λ_{22}= 0.212	λ_{35}= 0.034
λ_{10}= 0.750	λ_{23}= 0.188	λ_{36}= 0.019
λ_{11}= 0.710	λ_{24}= 0.175	λ_{37}= 0.014
λ_{12}= 0.675	λ_{25}= 0.148	λ_{38}= 0.012
λ_{13}= 0.596	λ_{26}= 0.132	λ_{39}= 0.045
λ_{14}= 0.539		λ_{40}= 0.016

En la tabla LXII mostraremos la varianza explicada por cada componente, y el porcentaje de explicación del total de la varianza de aquellos componentes principales obtenidos a partir de aquellos valores propios mayores a uno.

TABLA LXII
VALORES PROPIOS Y PORCENTAJE DE EXPLICACIÓN
(MATRIZ DE COVARIANZAS)

Componente	λ_i	Porcentaje del total De varianza explicada	Porcentaje acumulado de explicación
1	353.396	71.464	71.464
2	119.459	24.157	95.621
3	4.670	.944	96.566
4	2.565	.519	97.084
5	1.913	.387	97.471
6	1.709	.346	97.817
7	1.370	.277	98.094
8	1.219	.247	98.340

La varianza de la primera componente, es decir, Var (Y_1) = λ_1 = 353.396, mientras que el porcentaje que esta componente explica del total de la varianza es 71.464. La varianza de la segunda componente, es decir, Var (Y_2) = λ_2 = 119.459, y esta explica el 95.621% de la varianza total y así sucesivamente.

Debido a que las variables utilizadas no están en la misma escala, se recomienda estandarizar las variables para evitar resultados erróneos que podrían generarse por diferencias demasiado grandes entre las magnitudes de las variables.

En nuestro caso tenemos variables para determinar el nivel de conocimiento de matemática y lenguaje, donde el valor que tome la variable nos indica el nivel de conocimiento, tal como lo mencionamos en el capítulo dos donde se presenta la codificación de las variables, además existen variables cuyos datos pueden ser un número real en un determinado intervalo, este es el caso de la variable edad que toma valores en el intervalo [16, 23], otros ejemplos de variables cuyos datos toman un número real en un determinado intervalo, son las calificaciones de matemática y lenguaje, estas variables toman datos entre cero y cien.

Las componentes principales también pueden ser obtenidas de variables estandarizadas:

$$Z_1 = \frac{(X_1 - \mu_1)}{\sqrt{\sigma_{11}}}$$

$$Z_2 = \frac{(X_2 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_{22}}}$$

.

.

.

$$Z_p = \frac{(X_p - \mu_p)}{\sqrt{\sigma_{pp}}}$$

donde $Z_1, Z_2, \ldots, Z_p$ son los valores estandarizados de las variables $X_1, X_2, \ldots, X_p$

En notación matricial

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{V}^{1/2})^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})$$

Siendo $\mathbf{Z}^T = [\, Z_1,\ X_2,\ \ldots\ Z_p.\,] \in R^p$ que es el vector aleatorio p variado estandarizado, **X** es el vector aleatorio p variado original, **μ** es el vector de medias asociado a **X**, y $\mathbf{V}^{1/2}$ es la matriz diagonal de desviación estándar, definida por:

$$V^{1/2} = \begin{pmatrix} \sqrt{\sigma_{11}} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22}} & \ldots & 0 \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

$$
\begin{matrix}
\vdots & & & \\
0 & 0 & \cdots & \sqrt{\sigma_{pp}}
\end{matrix}
$$

donde $\sqrt{\sigma_{ij}}$ es la desviación estándar de la variable aleatoria X_{ij}, y además:

$$E[\mathbf{Z}] = \mathbf{0}$$

$$Cov(\mathbf{Z}) = (\mathbf{V}^{1/2})^{-1}\, \boldsymbol{\Sigma}\, (\mathbf{V}^{1/2})^{-1} = \boldsymbol{\rho}$$

Las componentes principales de **Z** pueden ser obtenidas de los vectores propios de la matriz de correlación $\boldsymbol{\rho}$ de **X**. La teoría explicada para determinar las componentes principales de $\boldsymbol{\Sigma}$, es la misma cuando se utiliza ρ; pero los resultados son diferentes ya que los pares de valores y vectores propios $(\boldsymbol{\lambda_i}, \mathbf{e_i})$ obtenidos de $\boldsymbol{\Sigma}$ son diferentes que los obtenidos a partir de la matriz $\boldsymbol{\rho}$.

Los valores propios de la matriz de correlación los presentamos en la tabla LXIII. Mientras que en la tabla LXIV mostraremos la varianza explicada por el i-ésimo componente es λ_i y el porcentaje de explicación del total de la varianza de aquellos componentes principales obtenidos a partir de aquellos valores propios mayores a 1; donde el porcentaje total de varianza explicada por el i-ésimo componente se obtiene dividiendo λ_i para el total de la varianza explicada. Podemos observar que las 14 primeras componentes, de 40 en total, explican 81.004 del total de la varianza.

TABLA LXIII
VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ DE CORRELACION

λ_1= 7.609	λ_{14}= 1.031	λ_{27} = 0.238
λ_2= 4.023	λ_{15} = 0.912	λ_{28} = 0.194
λ_3= 3.411	λ_{16} = 0.793	λ_{29} = 0.169
λ_4= 2.461	λ_{17} = 0.704	λ_{30} = 0.159
λ_5= 2.145	λ_{18} = 0.613	λ_{31} = 0.123
λ_6= 1.974	λ_{19} = 0.607	λ_{32} = 0.0921
λ_7= 1.948	λ_{20} = 0.532	λ_{33} = 0.0766
λ_8= 1.550	λ_{21} = 0.458	λ_{34} = 0.0717
λ_9= 1.434	λ_{22} = 0.418	λ_{35} = 0.059
λ_{10}= 1.364	λ_{23} = 0.377	λ_{36} = 0.04109
λ_{11} = 1.221	λ_{24} = 0.337	λ_{37} = 0.03443
λ_{12} = 1.163	λ_{25} = 0.317	λ_{38} = 0.0108
λ_{13}= 1.067	λ_{26} = 0.255	λ_{39} = 0.00529
		λ_{40} = 0.00236

TABLA LXIV
VALORES PROPIOS Y PORCENTAJE DE EXPLICACIÓN
(DATOS ESTANDARIZADOS)

Componente	λ_i	Porcentaje del total De varianza explicada	Porcentaje acumulado de explicación
1	7.609	19.023	19.023
2	4.023	10.058	29.081
3	3.411	8.528	37.610
4	2.461	6.154	43.763
5	2.145	5.364	49.127
6	1.974	4.935	54.062
7	1.948	4.869	58.931
8	1.550	3.875	62.806
9	1.434	3.584	66.391
10	1.364	3.410	69.800
11	1.221	3.052	72.852
12	1.163	2.906	75.758
13	1.067	2.668	78.427
14	1.031	2.577	81.004

TABLA LXV
PORCENTAJE ACUMULADO DE EXPLICACIÓN COMPARATIVO

Componente	Valores originales	Valores estandarizados
1	71.464	19.023
2	95.621	29.081
3	96.566	37.610
4	97.084	43.763
5	97.471	49.127
6	97.817	54.062
7	98.094	58.931
8	98.340	62.806

Según lo presentado en la tabla XLV, nos convendría utilizar la matriz de datos originales, en lugar de la matriz de correlación, sin embargo, si no estandarizamos las variables, tenemos variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas y para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje que predominan en las componentes (ver anexo G); estas variables son:

X_8: Planteamiento y resolución de problemas

$X_{10:}$ Conjuntos

X_{11}: Desigualdades

$X_{12:}$ Polinomios

X_{15}: Ecuación de la recta

X_{16}: Sistemas de ecuaciones lineales

X_{18}: Teorema de Pitágoras y trigonometría

X_{19}: Trigonometría

X_{21}: Volumen

X_{22}: Cálculo de la media aritmética

X_{24}: Calificación de matemáticas

X_{26}: Función de la palabra en la oración

X_{27}: Análisis sintáctico de oraciones

X_{34}: Antónimos

X_{37}: Géneros literarios

X_{38}: Calificación de lenguaje

No obstante, si trabajamos con la matriz de correlación, trabajaremos con las correlaciones entre las variables que toman valores entre –1 y 1 para todos los casos. Debido a esto trabajaremos con la matriz de correlación, y así las escalas de medición no afectarán los resultados obtenidos.

A continuación veremos si al rotar las variables estandarizadas obtendremos componentes más fáciles de interpretar. Sería ideal poder visualizar un patrón de cargas de tal forma que cada variable tenga una alta carga en una sola componente, y posea cargas moderadas en las restantes, no obstante, esto no siempre se da. El objetivo de todos los métodos de rotación es simplificar las filas y columnas de la matriz de carga, facilitando su interpretación. VARIMAX es uno de los métodos de rotación que busca facilitar la interpretación de las componentes. Al rotar las variables aplicando VARIMAX, ver tabla LXVIII obtenemos que 25 componentes (9 más que sin rotar) explican el 81.367% de la varianza total, por lo que no es ventajoso rotar las variables.

TABLA LXVI
PORCENTAJE ACUMULADO DE EXPLICACIÓN
CON ROTACIÓN VARIMAX

Componente	λ_i	Porcentaje del total De varianza explicada	Porcentaje acumulado de explicación
1	2.643	6.607	6.607
2	2.516	6.290	12.897
3	1.654	4.135	17.032
4	1.389	3.474	20.506
5	1.362	3.405	23.911
6	1.323	3.309	27.219
7	1.256	3.141	30.361
8	1.238	3.095	33.456

9	1.222	3.055	36.511
10	1.210	3.025	39.535
11	1.180	2.950	42.485
12	1.162	2.905	45.390
13	1.151	2.879	48.269
14	1.150	2.875	51.144
15	1.139	2.848	53.992
16	1.139	2.847	56.839
17	1.127	2.817	59.656
18	1.117	2.791	62.447
19	1.106	2.765	65.213
20	1.098	2.744	67.957
21	1.090	2.726	70.682
22	1.089	2.723	73.405
23	1.073	2.683	76.088
24	1.070	2.675	78.763
25	1.045	2.613	81.376

TABLA LXVIII
PORCENTAJE ACUMULADO DE EXPLICACIÓN CON ROTACIÓN QUARTIMAX

Componente	λ_i	Porcentaje del total De varianza explicada	Porcentaje acumulado de explicación
1	5.441	13.601	13.601
2	2.688	6.720	20.321
3	2.540	6.349	26.670
4	2.528	6.320	32.990
5	2.457	6.142	39.132
6	2.239	5.598	44.730
7	2.232	5.581	50.311
8	2.007	5.018	55.328
9	1.917	4.792	60.121
10	1.814	4.536	64.657

11	1.786	4.464	69.121
12	1.686	4.216	73.336
13	1.569	3.923	77.259
14	1.498	3.745	81.004

Otro método de rotación es QUARTIMAX; este método busca facilitar la interpretación de las componentes. Al aplicar rotación QUARTIMAX observamos que necesitamos de 14 componentes para explicar el 81.004% de la varianza total. No existe una mayor diferencia al trabajar con o sin rotación en cuanto al porcentaje acumulado de explicación, pero podemos observar que al no utilizar rotación las primeras componentes explican un mayor porcentaje de la varianza total. En definitiva, trabajaremos con la matriz de correlación sin rotarla.

El anexo G presenta los catorce vectores propios que representan los coeficientes de los componentes. Estos coeficientes se los multiplica por cada variable formando así los componentes Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7, Y_8, Y_9, Y_{10}, Y_{11}, Y_{12}, Y_{13}, y Y_{14}, es decir los componentes lucen así:

Y_1 = -0.001 X_1 + 0.194 X_2 - 0.189 X_3 + 0.0753 X_4 - 0.317 X_5 + 0.267X_6 + 0.217 X_7 + 0.479 X_8 + 0.623X_9 + 0.752 X_{10} + 0.447 X_{11} + 0.416 X_{12_a} + 0.312 X_{12_b} + 0.399 X_{13} + 0.658X_{14} + 0.752 X_{15} + 0.560 X_{16} + 0.670 X_{18} + 0.701X_{19} + 0.622 X_{20} + 0.461 X_{21} + 0.457 X_{22} + 0.927 X_{24} - 0.09 X_{25} + 0.214 X_{26} + 0.388 X_{27_a} + 0.381 X_{27_b} + 0.258 X_{28} + 0.104 X_{29} + 0.135 X_{30} + 0.447 X_{31_a} + 0.277

X_{31_b} + 0.280 X_{31_c} - 0.052 X_{32} + 0.602 X_{33} + 0.346 X_{34} + 0.216 X_{35} + 0.166 X_{36} + 0.067 X_{37} + 0.462 X_{38}

Y_2 = -0.576 X_1 + 0.428 X_2 - 0.224 X_3 + 0.0896 X_4 - 0.185 X_5 + 0.179 X_6 + 0.0492 X_7 - 0.227 X_8 + 0.0836 X_9 - 0.178 X_{10} - 0.459 X_{11} - 0.121 X_{12_a} + 0.0369 X_{12_b} - 0.443 X_{13} -0.317 X_{14} + 0.0004 X_{15} - 0.198 X_{16} - 0.216 X_{18} - 0.101 X_{19} + 0.0704 X_{20} - 0.108 X_{21} -0.311 X_{22} - 0.290 X_{24} + 0.301 X_{25} + 0.369 X_{26} + 0.531 X_{27_a} + 0.535 X_{27_b} + 0.411 X_{28} + 0.454 X_{29} - 0.262 X_{30} + 0.515 X_{31_a} + 0.580 X_{31_b} + 0.401 X_{31_c} + 0.034 X_{32} + 0.071 X_{33} + 0.116 X_{34} - 0.235 X_{35} + 0.215 X_{36} - 0.263 X_{37} + 0.530 X_{38}

Y_3 = 0.634 X_1 -0.432 X_2 + 0.231 X_3 - 0.083 X_4 + 0.116 X_5 + 0.454 X_6 - 0.475 X_7 - 0.237 X_8 + 0.149 X_9 -0.150 X_{10} + 0.180 X_{11} -0.498 X_{12_a} - 0.316 X_{12_b} -0.147 X_{13} + 0.004 X_{14} -0.054 X_{15} + 0.0773 X_{16} + 0.141 X_{18} - 0.013 X_{19} + 0.005 X_{20} + 0.145 X_{21} -0.258 X_{22} - 0.125 X_{24} - 0.331 X_{25} - 0.035 X_{26} + 0.250 X_{27_a} + 0.210 X_{27_b} + 0.441 X_{28} + 0.356 X_{29} + 0.171 X_{30} + 0.127 X_{31_a} + 0.0018 X_{31_b} -0.0411 X_{31_c} + 0.422 X_{32} + 0.194 X_{33} + 0.0275 X_{34} + 0.564 X_{35} + 0.301 X_{36} + 0.477 X_{37} + 0.495 X_{38}

Y_4 = 0.055 X_1 - 0.252 X_2 + 0.630 X_3 - 0.038 X_4 + 0.361 X_5 - 0.084 X_6 - 0.052 X_7 - 0.174 X_8 - 0.233 X_9 + 0.131 X_{10} + 0.249 X_{11} + 0.524 X_{12_a} + 0.490 X_{12_b} - 0.064 X_{13} + 0.120 X_{14} - 0.172 X_{15} + 0.217 X_{16} - 0.108 X_{18} - 0.151 X_{19} - 0.170 X_{20} - 0.292 X_{21} -0.120 X_{22} + 0.022 X_{24} + 0.362 X_{25} - 0.263 X_{26} + 0.324 X_{27_a} + 0.418 X_{27_b} -0.184 X_{28} -0.040 X_{29} - 0.233 X_{30} -

$0.020\ X_{31\_a}\ -0.080\ X_{31\_b}\ - 0.104\ X_{31\_c}\ - 0.324\ X_{32} + 0.126\ X_{33} + 0.165\ X_{34} + 0.178\ X_{35} + 0.278\ X_{36}\ -0.218\ X_{37} + 0.165\ X_{38}$

$Y_5 = -0.026\ X_1\ -0.308\ X_2 + 0.211\ X_3 + 0.113\ X_4 + 0.117\ X_5 + 0.044\ X_6 + 0.396\ X_7 + 0.157\ X_8 - 0.193\ X_9 - 0.268\ X_{10} + 0.177\ X_{11} + 0.191\ X_{12\_a} + 0.017\ X_{12\_b} + 0.052\ X_{13} - 0.159\ X_{14} - 0.283\ X_{15} - 0.243\ X_{16} + 0.246\ X_{18} + 0.341\ X_{19} - 0.313\ X_{20} - 0.215\ X_{21} + 0.118\ X_{22} + 0.068\ X_{24} - 0.432\ X_{25}\ -0.525\ X_{26} - 0.279\ X_{27\_a} - 0.279\ X_{27\_b} + 0.212\ X_{28} + 0.188\ X_{29} - 0.089\ X_{30} + 0.231\ X_{31\_a} + 0.429\ X_{31\_b} + 0.354\ X_{1\_c} - 0.222\ X_{32} + 0.176\ X_{33} + 0.130\ X_{34}\ -0.214\ X_{35} + 0.311\ X_{36} + 0.265\ X_{37} - 0.066\ X_{38}$

$Y_6 = 0.093\ X_1 - 0.151\ X_2 + 0.225\ X_3 - 0.022\ X_4 + 0.984\ X_5 + 0.361\ X_6 - 0.016\ X_7 - 0.045\ X_8 + 0.009\ X_9 - 0.224\ X_{10} - 0.116\ X_{11} + 0.168\ X_{12\_a} + 0.023\ X_{12\_b} + 0.046\ X_{13} - 0.0004\ X_{14} - 0.139\ X_{15} - 0.390\ X_{16} + 0.194\ X_{18} + 0.193\ X_{19} - 0.199\ X_{20} + 0.333\ X_{21} + 0.476\ X_{22} + 0.105\ X_{24} + 0.002\ X_{25} + 0.418\ X_{26} + 0.243\ X_{27\_a} + 0.207\ X_{27\_b} + 0.237\ X_{28} + 0.180\ X_{29} + 0.014\ X_{30} + -0.108\ X_{31\_a} - 0.280\ X_{31\_b} - 0.372\ X_{31\_c} + 0.189\ X_{32} - 0.134\ X_{33}\ -0.486\ X_{34} - 0.117\ X_{35} + 0.160\ X_{36} - 0.309\ X_{37} - 0.021\ X_{38}$

$Y_7 = -0.153\ X_1 + 0.168\ X_2 + 0.013\ X_3 - 0.831\ X_4 + 0.339\ X_5\ -0.079\ X_6 + 0.373\ X_7 + 0.03\ X_8 + 0.009\ X_9 - 0.101\ X_{10} - 0.197\ X_{11} + 0.202\ X_{12\_a} + 0.089\ X_{12\_b} - 0.053\ X_{13} - 0.185\ X_{14} + 0.130\ X_{15} + 0.184\ X_{16} + 0.01\ X_{18}\ -0.044\ X_{19} + 0.227\ X_{20} + 0.100\ X_{21} - 0.067\ X_{22} - 0.006\ X_{24}\ -0.105\ X_{25} + 0.01\ X_{26}\ -0.110$

X_{27_a} -0.105 X_{27_b} - 0.164 X_{28} -0.268 X_{29} + 0.09 X_{30} + 0.229 X_{31_a} + 0.147 X_{31_b} -0.216 X_{31_c} + 0.315 X_{32} - 0.102 X_{33} -0.246 X_{34} + 0.106 X_{35} + 0.456 X_{36} + 0.168 X_{37} + 0.104 X_{38}

Y_8 = -0.017 X_1 -0.169 X_2 + 0.122 X_3 + 0.035 X_4 - 0.069 X_5 + 0.276 X_6 -0.212 X_7 + 0.232 X_8 + 0.231 X_9 + 0.127 X_{10} - 0.123 X_{11} + 0.03 X_{12_a} + 0.234 X_{12_b} - 0.597 X_{13} -0.0225 X_{14} + 0.074 X_{15} + 0.01 X_{16} + 0.003 X_{18} -0.118 X_{19} -0.104 X_{20} + 0.193 X_{21} + 0.052 X_{22} - 0.062 X_{24} + 0.186 X_{25} + 0.352 X_{26} -0.269 X_{27_a} -0.269 X_{27_b} + 0.046 X_{28} -0.233 X_{29} -0.134 X_{30} -0.220 X_{31_a} -0.078 X_{31_b} - 0.056 X_{31_c} -0.051 X_{32} + 0.315 X_{33} + 0.238 X_{34} + 0.022 X_{35} + 0.126 X_{36} + 0.263 X_{37} + 0.153 X_{38}

Y_9 = -0.017 X_1 + 0.063 X_2 + 0.066 X_3 + 0.007 X_4 + 0.283 X_5 + 0.244 X_6 + 0.022 X_7 + 0.456 X_8 + 0.176 X_9 + 0.018 X_{10} + 0.215 X_{11} + 0.113 X_{12_a} + 0.218 X_{12_b} - 0.024 X_{13} - 0.110 X_{14} + 0.054 X_{15} - 0.105 X_{16} - 0.156 X_{18} -0.242 X_{19} - 0.052 X_{20} -0.317 X_{21} -0.159 X_{22} -0.023 X_{24} -0.159 X_{25} + 0.046 X_{26} + 0.153 X_{27} + 0.138 X_{28} -0.013 X_{29} + 0.155 X_{30} + 0.511 X_{31_a} -0.014 X_{31_b} + 0.017 X_{31_c} + 0.082 X_{32} + 0.414 X_{33} + 0.033 X_{34} - 0.009 X_{35} -0.161 X_{36} -0.368 X_{37} + 0.056 X_{37} + 0.005 X_{38}

Y_{10} = -0.155 X_1 + 0.323 X_2 - 0.03 X_3 + 0.208 X_4 + 0.441 X_5 + 0.077 X_6 + 0.036 X_7 + 0.019 X_8 + 0.345 X_9 + 0.067 X_{10} + 0.04 X_{11} - 0.009 X_{12_a} -0.166 X_{12_b} + 0.095 X_{13} + 0.112 X_{14} + 0.152 X_{15} -0.032 X_{16} - 0.009 X_{17} + 0.130 X_{19} -

$0.294\ X_{20}\ -0.135\ X_{21} + 0.001\ X_{22} + 0.055\ X_{24} + 0.153\ X_{25} + 0.151\ X_{26}\ -0.151\ X_{27\_a} + 0.016\ X_{27\_b}\ - 0.065\ X_{28} + 0.239\ X_{29}\ -0.418\ X_{30}\ -0.306\ X_{31\_a} + 0.272\ X_{31\_b}\ - 0.190\ X_{31\_c} + 0.140\ X_{32}\ -0.059\ X_{33}\ -0.185\ X_{34} + 0.135\ X_{35} + 0.022\ X_{36} + 0.252\ X_{37} + 0.130\ X_{38}$

$Y_{11} = -0.109\ X_1 + 0.043\ X_2 + 0.281\ X_3\ -0.178\ X_4\ -0.128\ X_5\ -0.305\ X_6 + 0.180\ X_7 + 0.047\ X_8 + 0.224\ X_9 + 0.128\ X_{10} + 0.106\ X_{11} + 0.122\ X_{12\_a}\ -0.092\ X_{12\_b} + 0.219\ X_{13} + 0.160\ X_{14} + 0.052\ X_{15}\ -0.017\ X_{16}\ -0.328\ X_{18}\ -0.356\ X_{19}\ -0.161\ X_{20} + 0.066\ X_{21} + 0.021\ X_{22}\ -0.015\ X_{24} + 0.007\ X_{25} + 0.325\ X_{26}\ -0.095\ X_{27\_a} - 0.063\ X_{27\_b} + 0.397\ X_{28} + 0.127\ X_{29}\ -0.007\ X_{30}\ -0.248\ X_{31\_a}\ - 0.059\ X_{31\_b} + 0.290\ X_{31\_c}\ - 0.212\ X_{32}\ - 0.157\ X_{33}\ -0.124\ X_{34}\ -0.003\ X_{35} + 0.07\ X_{36} + 0.057\ X_{37} + 0.008\ X_{38}$

$Y_{12} = -0.118\ X_1 + 0.023\ X_2\ -0.067\ X_3 + 0.157\ X_4\ -0.030\ X_5 + 0.165\ X_6 + 0.014\ X_7\ -0.098\ X_8\ -0.193\ X_9\ -0.144\ X_{10}\ -0.176\ X_{11}\ -0.015\ X_{12\_a}\ -0.013\ X_{12\_b} + 0.242\ X_{13} + 0.171\ X_{14}\ -0.163\ X_{15} + 0.395\ X_{16}\ -0.191\ X_{18} + 0.006\ X_{19} - 0.250\ X_{20}\ -0.056\ X_{21} + 0.095\ X_{22} + 0.013\ X_{24} + 0.092\ X_{25} + 0.245\ X_{26}\ -0.249\ X_{27\_a}\ -0.140\ X_{27\_b}\ -0.106\ X_{28} + 0.151\ X_{29} + 0.471\ X_{30}\ -0.034\ X_{31\_a} + 0.057\ X_{31\_b}\ -0.085\ X_{31\_c} + 0.028\ X_{32} + 0.091\ X_{33} + 0.107\ X_{34} + 0.255\ X_{35} + 0.130\ X_{36}\ -0.107\ X_{37} + 0.279\ X_{38}$

$Y_{13} = 0.178\ X_1 + 0.007\ X_2\ - 0.07\ X_3 + 0.03\ X_4 + 0.166\ X_5\ -0.116\ X_6 + 0.122\ X_7 + 0.277\ X_8\ -0.107\ X_9 + 0.017\ X_{10} + 0.133\ X_{11}\ - 0.06\ X_{12\_a}\ - 0.192\ X_{12\_b}\ -$

$0.077\ X_{13} + 0.147\ X_{14} - 0.214\ X_{15} + 0.041\ X_{16} + 0.222\ X_{18} - 0.071\ X_{19} + 0.03\ X_{20} + 0.106\ X_{21} - 0.301\ X_{22} + 0.007\ X_{24} + 0.457\ X_{25} + 0.032\ X_{26} - 0.048\ X_{27\_a} - 0.171\ X_{27\_b} + 0.124\ X_{28} - 0.069\ X_{29} + 0.08\ X_{30} + 0.093\ X_{31\_a} + 0.103\ X_{31\_b} - 0.03\ X_{31\_c} - 0.105\ X_{32} + 0.267\ X_{33} - 0.392\ X_{34} - 0.159\ X_{35} - 0.066\ X_{36} - 0.171\ X_{37} + 0.109\ X_{38}$

$Y_{14} = 0.124\ X_1 - 0.255\ X_2 + 0.234\ X_3 + 0.06\ X_4 + 0.058\ X_5 + 0.193\ X_6 + 0.319\ X_7 - 0.187\ X_8 + 0.034\ X_9 + 0.015\ X_{10} - 0.078\ X_{11} - 0.174\ X_{12\_a} - 0.122\ X_{12\_b} - 0.037\ X_{13} - 0.056\ X_{14} + 0.08\ X_{15} + 0.373\ X_{16} + 0.170\ X_{18} + 0.011\ X_{19} + 0.044\ X_{20} - 0.062\ X_{21} + 0.04\ X_{22} + 0.055\ X_{24} + 0.173\ X_{25} + 0.234\ X_{26} + 0.063\ X_{27\_a} + 0.084\ X_{27\_b} - 0.192\ X_{28} - 0.265\ X_{29} - 0.005\ X_{30} - 0.023\ X_{31\_a} + 0.234\ X_{31\_b} + 0.294\ X_{31\_c} - 0.006\ X_{32} - 0.308\ X_{33} - 0.081\ X_{34} + 0.252\ X_{35} - 0.296\ X_{36} + 0.075\ X_{37} + 0.076\ X_{38}$

Las variables cuyo coeficiente en valor absoluto sean relativamente grandes, son las que reciben el mayor peso en cada componente y contribuyen mayormente en la determinación de las mismas. A continuación presentaremos las variables que reciben mayor peso en cada componente.

Componente 1

A esta componente Y_1 la denominaremos "calificación de matemáticas"

- Nivel de conocimiento de conjuntos
- Nivel de conocimiento de geometría analítica: ecuación de la recta

- Nivel de conocimiento de trigonometría
- Calificación final de matemáticas

Componente 2

A esta componente la denominaremos "análisis sintáctico de oraciones: Sujeto"

- Capacidad que tiene el estudiante para realizar el análisis sintáctico de las oraciones
- Capacidad del estudiante para separar en sílabas las palabras
- Calificación de lenguaje

Componente 3

A esta componente la denominaremos "nociones elementales de lenguaje"

- Ubicación del colegio
- Capacidad que tiene el estudiante para realizar el análisis sintáctico de las oraciones
- Capacidad del estudiante para separar en sílabas las palabras

Componente 4

A esta componente la denominaremos "sexo del estudiante"

- Sexo del estudiante
- Capacidad que tiene el estudiante para realizar el análisis sintáctico de las oraciones

Componente 5

A esta componente la denominaremos “lectura comprensiva”

- Lectura comprensiva
- Capacidad del estudiante para separar en sílabas las palabras

Componente 6

A esta componente la denominaremos “capacidad para identificar antónimos”

- Conocimiento de estadística: calcular la media aritmética
- Capacidad que tiene el estudiante para realizar el análisis sintáctico de las oraciones
- Conocimiento de antónimos

Componente 7

A esta componente la denominaremos “edad del estudiante”

- Edad del estudiante
- Capacidad que tiene el estudiante para plantear y resolver problemas
- Conocimiento de autores y obras literarias
- Capacidad del estudiante para identificar la palabra correcta según el contexto de la oración.

Componente 8

A esta componente la denominaremos “nivel de conocimiento de polinomios”

- Nivel de conocimiento algebraico: polinomios
- Capacidad que tiene el estudiante para identificar la función de la palabra en la oración
- Conocimiento de sinónimos

Componente 9

A esta componente la denominaremos “identificación de homónimos”

- Capacidad que tiene el estudiante para plantear y resolver problemas
- Nivel de conocimiento de volúmenes
- Conocimiento de homónimos

Componente 10

A esta componente la denominaremos “actividad extra-educativa del estudiante”

- Actividad extra-educativa
- Capacidad que tiene el estudiante para plantear y resolver problemas
- Conocimiento de homónimos

Componente 11

A esta componente la denominaremos “gramática elemental”

- Conocimiento del teorema de Pitágoras
- Nivel de conocimiento de trigonometría

- Capacidad del estudiante para distinguir oraciones simples y compuestas

Componente 12

A esta componente la denominaremos “calificación de lenguaje”

- Capacidad del estudiante para resolver sistemas de ecuaciones lineales
- Conocimiento de homónimos
- Calificación de lenguaje

Componente 13

A esta componente la denominaremos “nivel de conocimiento de estadística”

- Conocimiento de estadística: calcular la media aritmética
- Lectura comprensiva
- Conocimiento de antónimos

Componente 14

A esta componente la denominaremos “nivel de razonamiento del estudiante”

- Capacidad que tiene el estudiante para plantear y resolver problemas
- Conocimiento de autores y obras literarias
- Conocimiento de sinónimos

Dado el número de componentes obtenidas, catorce en total, de terinta y ocho variables originales concluimos que la reducción no es satisfactoria; es decir, en la presente investigación, no obtenemos resultados concluyentes a través de las componentes principales,

4.5 Correlación canónica

La correlación canónica es un análisis de interdependencia que busca identificar y cuantificar la relación entre dos conjuntos de variables. El análisis de correlación canónica determina la correlación entre un conjunto de combinaciones lineales de variables aleatorias con otro conjunto de combinaciones lineales de variables aleatorias. El par de combinaciones lineales se llaman variables canónicas, y su correlación se llama correlación canónica.

Nosotros vamos a medir la relación entre dos grupos de variables. El primer grupo de variables, representadas por un vector aleatorio p variado $\mathbf{X}^{(1)} \in \mathrm{R}^p$ corresponden a las 16 variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje, es decir p=16, y el segundo grupo de variables, representadas por representadas por un vector aleatorio q variado $\mathbf{X}^{(2)} \in \mathrm{R}^q$ corresponden a las 17 variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas, es decir q=17 donde el conjunto $\mathbf{X}^{(1)}$ es el más pequeño, es decir $p < q$.

Si unimos el vector $\mathbf{X}^{(1)}$ y $\mathbf{X}^{(2)}$ tendremos un vector $\mathbf{X} \in \mathrm{R}^{(p+q)}$

$$\mathbf{X} = [\,\mathbf{X}^{(1)} \mid \mathbf{X}^{(2)}\,]^T = [X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \ldots X_p^{(1)} \mid X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \ldots X_q^{(2)}]^T$$

el vector de medias es $\boldsymbol{\mu} \in R^{(p+q)}$

$$\boldsymbol{\mu} = E\,(\mathbf{X}) = [\,E\,(\mathbf{X}^{(1)}) \mid E\,(\mathbf{X}^{(2)})\,]^T = [\,\boldsymbol{\mu}^{(1)} \mid \boldsymbol{\mu}^{(2)}\,]^T$$

$$= [\mu_1^{(1)}, \mu_2^{(1)}, \ldots \mu_p^{(1)} \mid \mu_1^{(2)}, \mu_2^{(2)}, \ldots \mu_q^{(2)}]^T$$

y la matriz de varianzas y covarianzas $\boldsymbol{\Sigma}$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(p+q)\times(p+q)} = E\,(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})\,(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} E\,(\mathbf{X}^{(1)} - \boldsymbol{\mu}^{(1)})\,(\mathbf{X}^{(1)} - \boldsymbol{\mu}^{(1)})^T & E\,(\mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{\mu}^{(2)})\,(\mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{\mu}^{(2)})^T \\ \hline E\,(\mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{\mu}^{(2)})\,(\mathbf{X}^{(1)} - \boldsymbol{\mu}^{(1)})^T & E\,(\mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{\mu}^{(2)})\,(\mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{\mu}^{(2)})^T \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \hline \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \boldsymbol{\Sigma}_{22} \end{array}\right)$$

donde

$E\,(\mathbf{X}^{(1)}) = \boldsymbol{\mu}^{(1)}$ $\qquad$ $Cov\,(\mathbf{X}^{(1)}) = \boldsymbol{\Sigma}_{11}$

$E\,(\mathbf{X}^{(2)}) = \boldsymbol{\mu}^{(2)}$ $\qquad$ $Cov\,(\mathbf{X}^{(2)}) = \boldsymbol{\Sigma}_{22}$

$Cov\,(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}) = \boldsymbol{\Sigma}_{12} = \boldsymbol{\Sigma}_{21}^{\mathbf{T}}$

Sean las combinaciones lineales

$U = \mathbf{a}^T\ \mathbf{X}^{(1)}$

$V = \mathbf{b}^T\ \mathbf{X}^{(2)}$

donde **a** y **b** son los coeficientes, entonces

$Var(U) = \mathbf{a}^T\ \mathbf{Cov}(\mathbf{X}^{(1)})\ \mathbf{a} = \mathbf{a}^T\ \boldsymbol{\Sigma}_{11}\ \mathbf{a}$

$Var(V) = \mathbf{b}^T\ \mathbf{Cov}(\mathbf{X}^{(2)})\ \mathbf{b} = \mathbf{b}^T\ \boldsymbol{\Sigma}_{22}\ \mathbf{b}$

$Cov(U, V) = \mathbf{a}^T\ \mathbf{Cov}(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)})\ \mathbf{b} = \mathbf{a}^T\ \boldsymbol{\Sigma}_{12}\ \mathbf{b}$

y la correlación entre *U* y *V* es

$$Corr(U, V) = \frac{\mathrm{a}^{T} \Sigma_{12}\, b}{\sqrt{a^{T} \Sigma_{11}\, a}\ \sqrt{b^{T} \Sigma_{22}\, b}} = \rho_{u,v}$$

Las variables canónicas se definen de la siguiente forma:

El primer par de variables canónicas, es el par de combinaciones lineales U_1, V_1 que tiene varianza unitaria y que maximiza la correlación entre ambas, es decir maximiza ρ_1.

El segundo par de variables canónicas, es el par de combinaciones lineales U_2, V_2 que tiene varianza unitaria y que maximiza la correlación entre ambas, es decir maximiza ρ_2, y además en todos los casos no está correlacionada con el primer par de variables canónicas.

El i-ésimo par de variables canónicas, es el par de combinaciones lineales U_2, V_2 que tiene varianza unitaria y que maximiza la correlación entre ambas, es decir maximiza ρ_i, y además no está correlacionada con los (k – 1) pares de variables canónicas.

La correlación entre el i-ésimo par de variables canónicas se denomina i-ésima correlación canónica.

Para determinar los vectores **a** y **b**, haremos uso de las siguientes definiciones y teoremas:

Sea p < q, y además para los vectores $\mathbf{X}^{(1)}$ y $\mathbf{X}^{(2)}$

$$\mathit{Cov}\ (\mathbf{X}^{(1)}) = \Sigma_{11}$$

$$\mathit{Cov}\ (\mathbf{X}^{(2)}) = \Sigma_{22}$$

$$\mathit{Cov}\ (\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}) = \Sigma_{12} = \Sigma_{12}^{T}$$

Los coeficientes de los vectores a y b, para la combinación lineal

$U = \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\, \mathbf{X}^{(1)}$

$V = \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\, \mathbf{X}^{(2)}$

son $\max\limits_{\mathbf{a},\,\mathbf{b}}\ Corr\,(U, V) = \rho_1^{*}$

para el primer par de variables canónicas

$$U_1 = \underbrace{\mathbf{e_1}^{\mathbf{T}}{}_{\mathbf{k}}\ \Sigma_{11}^{-1/2}}_{\mathbf{a_1}^{\mathbf{T}}}\ \mathbf{X}^{(1)}$$

$$V_1 = \underbrace{\mathbf{f_1}^{\mathbf{T}}{}_{\mathbf{k}}\ \Sigma_{22}^{-1/2}}_{\mathbf{b_1}^{\mathbf{T}}}\ \mathbf{X}^{(2)}$$

El i-ésimo par de variables canónicas:

$U_i = \mathbf{e}^{\mathbf{T}}{}_{\mathbf{k}}\ \Sigma_{11}^{-1/2}\ \mathbf{X}^{(1)}$

$V_i = \mathbf{f}^{\mathbf{T}}{}_{\mathbf{k}}\ \Sigma_{22}^{-1/2}\ \mathbf{X}^{(2)}$

donde

$Corr\,(U_k, V_k) = \rho_k^{*}$

$\rho_1^{*2} \geq \rho_2^{*2} \geq . . . \geq \rho_p^{*2}$ son los valores propios de la matriz que es resultado de la siguiente multiplicación matricial: $\mathbf{\Sigma_{11}^{-1/2}\, \Sigma_{12}\, \Sigma_{22}^{-1}\, \Sigma_{21}\, \Sigma_{11}^{-1/2}}$ y $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, . . ., \mathbf{e_p}$ son los vectores propios asociados a esta matriz, y $\mathbf{f_1}, \mathbf{f_2}, . . ., \mathbf{f_p}$ son los vectores propios obtenidos de la siguiente multiplicación de matrices: $\mathbf{\Sigma_{22}^{-1/2}\, \Sigma_{21}\, \Sigma_{11}^{-1}\, \Sigma_{12}\, \Sigma_{22}^{-1/2}}$

Las propiedades de las variables canónicas:

- $Var\ (U_k) = Var\ (V_k) = 1$
- $Cov\ (U_i, U_j) = Cov\ (U_j, U_i) = 0 \qquad i \neq k$
- $Cov\ (V_i, V_j) = Cov\ (V_j, V_i) = 0 \qquad i \neq k$
- $Cov\ (U_i, V_j) = Cov\ (U_j, V_i) = 0 \qquad i \neq k$

Para i, j = 1, 2, . . .p

El análisis de correlación canónica fue desarrollado con la ayuda del paquete estadístico SPSS 8.0 para Windows, donde desde el editor llamamos al procedimiento "*cancorr*", en este procedimiento asignamos los grupos de variables que deseamos emplear, y finalmente ejecutamos dicho procedimiento. El análisis de correlación canónica fue realizado para dos grupos de variables, representadas por $\mathbf{X}^{(1)}$ que corresponden a las 16 variables utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de lenguaje, es decir p = 16, y el segundo grupo de 17 variables, representadas por $\mathbf{X}^{(2)}$ corresponden a las utilizadas para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas, es decir q = 17.

TABLA LXIX
CORRELACIONES CANÓNICAS

ρ_l , l =1, ... 16
ρ_1 = 0.952 ρ_2 = 0.884 ρ_3 = 0.808 ρ_4 = 0.766 ρ_5 = 0.731 ρ_6 = 0.698 ρ_7 = 0.687 ρ_8 = 0.575 ρ_9 = 0.527 ρ_{10} = 0.506 ρ_{11} = 0.455 ρ_{12} = 0.379 ρ_{13} = 0.300 ρ_{14} = 0.275 ρ_{15} = 0.191 ρ_{16} = 0.032

Para nuestro análisis, vamos a considerar que las variables canónicas están altamente correlacionadas cuando ρ sea mayor a 0.60, y dados los resultados obtenidos, los siete primeros pares de variables canónicas están altamente correlacionas, a diferencia de los dos últimos pares de variables canónicas donde la correlación es muy pequeña ya que ρ es menor a 0.2. En el anexo H se encuentran las cargas canónicas; las variables cuyo coeficiente en valor absoluto sean relativamente grandes, tanto del grupo de lenguaje como las del grupo de matemáticas, serán las variables que estén correlacionadas.

En la variable canónica U_1, que es el que se identifica con las variables de lenguaje, encontramos que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{30}: Homónimos con dos palabras y X_{33}: Sinónimos, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en la variable canónica V_1 corresponden a las variables X_8: Planteamiento y resolución de problemas (regla de tres), X_{11}: Desigualdades y X_{18}: Teorema de Pitágoras y trigonometría, esto quiere decir, que el primer par de variables canónicas indica que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El primer par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_1 = - 0.238 X_{25} - 0.268 X_{26} + 0.149 X_{27_a} – 0.048 X_{27_b} + 0.313 X_{28} + 0.038 X_{29} + 0.338 X_{30} + 0.171 X_{31_a} – 0.015 X_{31_b} +0.026 X_{31_c} + 0.118 X_{32} + 0.436 X_{33} + 0 048 X_{34} + 0.201 X_{35} – 0.06 X_{36} + 0.190 X_{37}

V_1 = - 0.228 X_6 - 0.214 X_7 + 0.478 X_8 + 0.202 X_9 +0.112 X_{10} +0.468 X_{11} – 0.238 X_{12_a} – 0.054 X_{12_b} +0.052 X_{13} + 0.183 X_{14} + 0.086 X_{15} + 0.193 X_{16} + 0.462 X_{18} + 0.202 X_{19} + 0.309 X_{20} + 0.202 X_{21} - 0.219 X_{22}

donde

$Corr\ (U_1, V_1) = \rho_1 = 0.952$

$Var\ (U1) = Var\ (V1) = 1$

La variable canónica U_2 es el que se identifica con las variables de lenguaje, encontramos que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{31_b}: Triptongos y X_{33}: Sinónimos, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en la variable canónica V_2 corresponden a las variables X_{10}: Conjuntos y X_{16}: Sistemas de ecuaciones lineales, esto quiere decir, que el segundo par de variables canónicas nos muestra que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El segundo par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

$U_2 = - 0.171\ X_{25} + 0.126\ X_{26} - 0.209\ X_{27\_a} – 0.340\ X_{27\_b} + 0.319\ X_{28} - 0.062\ X_{29} - 0.02\ X_{30} - 0.291\ X_{31\_a} – 0.425\ X_{31\_b} - 0.329\ X_{31\_c} + 0.211\ X_{32} - 0.467\ X_{33} – 0.325\ X_{34} - 0.329\ X_{35} – 0.207\ X_{36} + 0.114\ X_{37}$

$V_2 = - 0.253\ X_6 - 0.127\ X_7 - 0.053\ X_8 - 0.097\ X_9 - 0.44\ X_{10} - 0.154\ X_{11} – 0.333\ X_{12\_a} – 0.31\ X_{12\_b} - 0.159\ X_{13} - 0.344\ X_{14} - 0.218\ X_{15} - 0.682\ X_{16} – 0.165\ X_{18} - 0.337\ X_{19} - 0.246\ X_{20} + 0.126\ X_{21} + 0.117\ X_{22}$

donde

$Corr\ (U_2, V_2) = \rho_2 = 0.884$

$Var\ (U_2) = Var\ (V_2) = 1$

La variable canónica U_3, que se identifica con las variables de lenguaje, nos muestra que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{31_a}: Diptongos y X_{31_b}: Triptongos, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en el vector V_3

corresponden a las variables X_{18}: Teorema de Pitágoras y trigonometría y X_{19}: Trigonometría, esto quiere decir, que el tercer par de variables canónicas nos muestra que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El tercer par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_3 = - 0.203 X_{25} + 0.164 X_{26} - 0.172 X_{27_a} – 0.242 X_{27_b} - 0.082 X_{28} - 0.07 X_{29} - 0.03 X_{30} + 0.283 X_{31_a} + 0.254 X_{31_b} - 0.245 X_{31_c} + 0.065 X_{32} + 0.005 X_{33} – 0.015 X_{34} - 0.09 X_{35} – 0.084 X_{36} 0.009 X_{37}

V_3 = 0.177 X_6 + 0.106 X_7 + 0.144 X_8 - 0.125 X_9 - 0.183 X_{10} - 0.207 X_{11} – 0.027 X_{12_a} – 0.234 X_{12_b} + 0.014 X_{13} - 0.263 X_{14} + 0.09 X_{15} + 0.059 X_{16} + 0.432 X_{18} + 0.499 X_{19} + 0.155 X_{20} - 0.024 X_{21} + 0.269 X_{22}

donde

$Corr(U_3, V_3) = \rho_3 = 0.808$

$Var(U_3) = Var(V_3) = 1$

En la variable canónica U_4, que se identifica con las variables de lenguaje, nos muestra que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{31_b}: Triptongos, X_{36}: Autores y obras literarias, y X_{37}: Géneros literarios (la oratoria) mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en la variable canónica V_4 corresponden a las variables X_6: Notación científica y X_{22}: Cálculo de la media aritmética, esto quiere decir, que el cuarto par de variables canónicas, indica que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El cuarto par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_4 = - 0.301 X_{25} - 0.191 X_{26} - 0.073 X_{27_a} + 0.012 X_{27_b} - 0.294 X_{28} + 0.360 X_{29} - 0.03 X_{30} + 0.001 X_{31_a} + 0.432 X_{31_b} + 0.127 X_{31_c} + 0.315 X_{32} - 0.036 X_{33} - 0.016 X_{34} - 0.274 X_{35} - 0.438 X_{36} + 0.6 X_{37}

V_4 = - 0.388 X_6 - 0.096 X_7 - 0.249 X_8 + 0.231 X_9 - 0.256 X_{10} - 0.02 X_{11} - 0.297 X_{12_a} - 0.251 X_{12_b} - 0.183 X_{13} - 0.219 X_{14} - 0.01 X_{15} - 0.057 X_{16} - 0.049 X_{18} + 0.087 X_{19} - 0.255 X_{20} - 0.016 X_{21} - 0.293 X_{22}

donde

$Corr\ (U_4, V_4) = \rho_4 = 0.766$

$Var\ (U_4) = Var\ (V_4) = 1$

El quinto par de variables canónicas, formado el vector U_5 y V_5, donde el vector U_5 que se identifica con las variables de lenguaje, nos muestra que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{35}: Géneros literarios (la prosa) y X_{36}: Autores y obras literarias, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en el vector V_5

corresponden a la variable X_{12_a}: Polinomios, esto quiere decir, que el quinto par de variables canónicas, indica que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El quinto par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_5 = - 0.065 X_{25} + 0.081 X_{26} + 0.351 X_{27_a} + 0.291 X_{27_b} + 0.215 X_{28} - 0.025 X_{29} - 0.349 X_{30} + 0.349 X_{31_a} + 0.288 X_{31_b} + 0.088 X_{31_c} - 0.138 X_{32} - 0.133 X_{33} - 0.238 X_{34} - 0.459 X_{35} + 0.488 X_{36} - 0.273 X_{37}

V_5 = 0.349 X_6 + 0.394 X_7 + 0.129 X_8 - 0.068 X_9 - 0.066 X_{10} + 0.03 X_{11} + 0.476 X_{12_a} + 0.233 X_{12_b} - 0.046 X_{13} - 0.117 X_{14} - 0.029 X_{15} - 0.28 X_{16} - 0.261 X_{18} + 0.28 X_{19} + 0.102 X_{20} + 0.262 X_{21} + 0.014 X_{22}

donde

$Corr\ (U_5, V_5) = \rho_5 = 0.731$

$Var\ (U_5) = Var\ (V_5) = 1$

La variable canónica U_6, que se identifica con las variables de lenguaje, nos muestra que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{30}: Homónimos con dos palabras y X_{33}: Sinónimos, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en la variable canónica V_6 corresponden a la variable X_{10}: Conjuntos, esto quiere decir, que el tercer par de variables canónicas nos muestra que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El sexto par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_6 = 0.123 X_{25} + 0.151 X_{26} + 0.225 X_{27_a} + 0.198 X_{27_b} + 0.069 X_{28} - 0.123 X_{29} - 0.586 X_{30} + 0.101 X_{31_a} - 0.188 X_{31_b} + 0.033 X_{31_c} - 0.131 X_{32} + 0.480 X_{33} + 0.343 X_{34} - 0.096 X_{35} + 0.04 X_{36} + 0.140 X_{37}

V_6 = - 0.077 X_6 - 0.309 X_7 + 0.048 X_8 + 0.084 X_9 + 0.427 X_{10} + 0.207 X_{11} + 0.207 X_{12_a} + 0.092 X_{12_b} - 0.384 X_{13} + 0.122 X_{14} + 0.106 X_{15} - 0.083 X_{16} + 0.172 X_{18} + 0.23 X_{19} + 0.148 X_{20} + 0.115 X_{21} + 0.238 X_{22}

donde

$Corr\ (U_6, V_6) = \rho_6 = 0.698$

$Var\ (U_6) = Var\ (V_6) = 1$

El séptimo par de variables canónicas, formado el vector U_7 y V_7, donde el vector U_7 que se identifica con las variables de lenguaje, nos muestra que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes corresponden a X_{26}: Función de la palabra en la oración y X_{31_c}: Hiato, mientras que los coeficientes en valor absoluto relativamente grandes en el vector V_7 corresponden a las variables X_7: Planteamiento y resolución de problemas,

X_{20}: Superficie y X_{13}: Identificar gráficamente funciones, esto quiere decir, que el séptimo par de variables canónicas, indica que las variables antes mencionadas del área de matemáticas y del área de lenguaje están fuertemente correlacionadas. Los coeficientes son los que se encuentran en el anexo H del presente análisis. El séptimo par de variables canónicas, luce de la siguiente manera:

U_7 = - 0.214 X_{25} - 0.552 X_{26} - 0.11 X_{27_a} - 0.046 X_{27_b} - 0.159 X_{28} + 0.355 X_{29} - 0.004 X_{30} - 0.316 X_{31_a} - 0.325 X_{31_b} - 0.372 X_{31_c} - 0.149 X_{32} - 0.072 X_{33} - 0.027 X_{34} - 0.087 X_{35} + 0.1 X_{36} - 0.242 X_{37}

V_7 = - 0.126 X_6 - 0.367 X_7 - 0.086 X_8 - 0.321 X_9 - 0.171 X_{10} + 0.04 X_{11} + 0.178 X_{12_a} + 0.134 X_{12_b} + 0.34 X_{13} + 0.001 X_{14} - 0.339 X_{15} - 0.11 X_{16} - 0.245 X_{18} + 0.088 X_{19} - 0.345 X_{20} - 0.235 X_{21} - 0.046 X_{22}

donde

$Corr\ (U_7, V_7) = \rho_7 = 0.687$

$Var\ (U_7) = Var\ (V_7) = 1$

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1. Las especializaciones FIMA y QUBIO no son dictadas en los sextos cursos de los colegios fiscales rurales del cantón Guayaquil.

2. El 53.7% de los alumnos del último año de bachillerato en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil pertenecen al sexo masculino, y el porcentaje restante, esto es, el 46.3% de las personas pertenecen al sexo femenino.

3. El 63% de los estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural de Guayaquil, son menores de edad, el 17% de las

personas tiene entre 18 y 19 años, y el porcentaje restante, es decir el 20% son mayores a los 19 años de edad.

4. El 75% de los estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural de Guayaquil no pueden plantear un problema. El 19% de la población pudo plantear los problemas, pero se equivoca en el desarrollo de operaciones elementales con números reales y con fracciones. El 6% de la población pudo plantear y resolver correctamente los ejercicios de razonamiento lógico.

5. De las personas a quienes se les aplicó las pruebas en el sector fiscal rural del cantón Guayaquil, tan sólo el 5% demostró estar en capacidad de resolver cualquier operación algebraica que involucre polinomios; mientras el 47% sólo pudieron resolver operaciones fundamentales que involucre polinomios.

6. De los 54 estudiantes a quienes se aplicó las pruebas, el 83% demostró una total deficiencia en lo relacionado con conocimientos sobre conjuntos, aunque supuestamente esta parte de la matemática la estudian los alumnos desde la escuela.

7. Las funciones son una parte muy importante del aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, el 72% demostró un total desconocimiento de este concepto. No se evaluó si las personas saben realizar operaciones con funciones, como composición de funciones, determinar la inversa de una función, únicamente se evaluó si el estudiante podía distinguir a partir de un gráfico una función de una relación, y si sabe graficar funciones lineales y cuadráticas.

8. Se evaluó si los alumnos del último año de bachillerato del sector fiscal rural de Guayaquil, recordaban y sabían aplicar el teorema de Pitágoras, pero el 63% de la población demostró desconocimiento de este teorema.

9. Otra parte importante del aprendizaje de los estudiantes, es trigonometría, pero el 65% de la población demostró que sus conocimientos de trigonometría dejan mucho que desear, ya que dicho porcentaje no contestó pregunta alguna relacionada al tema.

10. El 83% de los estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural de cantón Guayaquil, demostró que no sabía dibujar un trapecio, y el 96% de dicha población no recordaba o no sabía la expresión para calcular el área de un trapecio.

11. De todos estudiantes a quienes se les aplicó las pruebas de matemática y lenguaje, el 87% no sabe calcular porcentajes.

12. La única variable para determinar el nivel de conocimiento de matemáticas donde el sesgo fue negativo, -0.38, es la variable # 22: Cálculo de la media aritmética.

13. Existen capítulos de matemática que no son cubiertos por los profesores de dicha área, así lo demostraron las variables #23: Cálculo de probabilidades, y variable #17: Ecuación de la circunferencia. Esta parte de la matemática, a pesar de estar dentro del plan de estudios, por algún motivo no es considerada por parte de los profesores.

14. En términos generales, las deficiencias en el área de matemáticas son demasiado grandes, donde el 50% de los estudiantes del sector fiscal rural del cantón Guayaquil obtienen una calificación entre cinco y treinta sobre cien, el 4% de dicha población obtiene una calificación entre cincuenta y ochenta, y no existe un solo estudiante con una calificación superior a ochenta.

15. El 80% de la población, demostró estar en capacidad de leer y retener los puntos más importantes de la lectura.

16. El nivel de conocimiento de los alumnos el último año de bachillerato del sector fiscal rural de Guayaquil en lo relacionado sobre el análisis gramatical, nos muestra que el 72% de la población distingue a las palabras como sustantivo, adjetivo, o verbo, el 61% puede identificar el sujeto y predicado en la oración, el 30% puede reconocer el núcleo de las oraciones, y el 30% puede diferenciar entre una oración simple y una oración compuesta.

17. Los conocimientos de fonología, son buenos, el 70% de la población identificó correctamente los diptongos, el 72% identificó correctamente los triptongos, y el 57% identificó los hiatos.

18. Los 54 estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural a quienes se aplicó las pruebas mostraron un buen nivel de conocimiento en el área de vocabulario. El 70% identificó correctamente los sinónimos pedidos, el 71% identificó correctamente los antónimos pedidos y el 94% pudo identificar la palabra correcta a partir del texto de la oración.

19. En lo que respecta al área de literatura, el 61% de la población demostró conocer del género literario "la prosa", el 87% identificó correctamente más de dos autores con sus obras literarias, el 51% demostró conocer del género literario "la oratoria".

20. La calificación de lenguaje es un buen indicador del nivel de conocimiento de lenguaje, el 50% de los estudiantes obtuvieron una calificación entre 50 y 65 sobre 100. El 42% de los estudiantes obtuvieron una calificación "buena" es decir entre 60 y

80, y tan sólo el 1.8% obtuvo una calificación “excelente” es decir entre 80 y 100.

21. El análisis de varianza se determinó que el único factor que influye en el nivel de conocimiento de los estudiantes, es el hecho de que el alumno realice alguna actividad extra educativa que le demande tiempo y esfuerzo; no existe efecto del factor especialización, es decir, no hay diferencia entre las especializaciones en lo que respecta al nivel de conocimiento de los estudiantes.

22. En el análisis de componentes principales trabajamos con la matriz de correlaciones, donde tenemos 14 componentes principales, sin embargo, no tenemos resultados concluyentes con el análisis de componentes principales debido al número de componentes.

23. La correlación canónica del primer par de variables canónicas, formado por $U_1 \in |R$ que se identifica con las variables de lenguaje y $V_1 \in |R$ que se identifica con las variables de

matemáticas es igual a 0.95; donde los coeficientes de las variables que en valor absoluto son grandes corresponden a las variables X_{30}: Homónimos con dos palabras y X_{33}: Sinónimos, para U_1, y las variables X_{11}: Desigualdades y X_{18}: Teorema de Pitágoras y trigonometría, para V_1.

24. La correlación canónica del segundo par de variables canónicas, formado por $U_2 \in |R$ que se identifica con las variables de lenguaje y $V_2 \in |R$ que se identifica con las variables de matemáticas es igual a 0.88; donde los coeficientes de las variables que en valor absoluto son grandes corresponden a las variables X_{31_a}: Triptongos y X_{33}: Sinónimos, para U_1, y las variables X_{10}: Conjuntos y X_{16}: Sistemas de ecuaciones lineales, para V_1.

RECOMENDACIONES

1. Dado el bajo nivel de conocimientos en matemáticas y lenguaje que presentaron los alumnos del último año de bachillerato del sector fiscal rural del cantón Guayaquil según las pruebas aplicadas, recomendamos a las autoridades investigar el porqué del bajo nivel de conocimiento, para así tomar los correctivos necesarios.

2. Las pruebas aplicadas, nos indican que existen capítulos dentro del plan de estudios que por algún motivo no son enseñados a los estudiantes. Recomendamos a las autoridades revisar el plan de

estudios actual y además investigar el porqué del incumplimiento de dicho plan de estudios.

3. Debido a que los profesores son los principales encargados de transmitir los conocimientos a los estudiantes, recomendamos investigar el nivel de conocimiento de los profesores y la habilidad de los profesores para impartir sus enseñanzas.

4. Los resultados de las pruebas aplicadas a los estudiantes del último año de bachillerato del sector fiscal rural nos revelan que los alumnos alcanzan el bachillerato con muchas deficiencias, para controlar esto, recomendamos revisar la metodología de evaluación de los estudiantes, de tal forma que los alumnos que aprueben el año escolar posean los conocimientos requeridos.

5. Como lo mencionamos en el capítulo 1, la educación es el medio fundamental para el desarrollo de un país, no obstante, en el capítulo cuatro determinamos que el hecho de que el estudiante labore influye en su nivel de conocimiento, luego recomendamos a las autoridades competentes brindar una educación de calidad y a un costo acorde a

la situación económica del estudiante, sólo así tendremos recursos humanos mejor calificados y por ende el desarrollo de nuestra sociedad.

ANEXO A

Decreto-Ley del 2 de agosto de 1821, dictado por el Congreso General.

1. Importancia trascendental de la educación de todos los ciudadanos para el progreso del Estado y la felicidad pública.
2. Responsabilidad esencial del Estado en la educación de los habitantes del país y de los padres en la educación de sus hijos.
3. Obligatoriedad de los padres de enviar sus hijos a la escuela primaria, salvo casos de extrema distancia o fuerza mayor que les impidiera hacerlo.
4. Derecho de los padres a dar a sus hijos la educación que a bien tuvieren, pudiendo ponerlos en una escuela privada costeada con su peculio.
5. Métodos de enseñanza uniforme en toda la República.
6. Preocupación especial por la educación femenina e indígena.

ANEXO B

CUESTIONARIOS DE MATEMÁTICAS Y LENGUAJE

Prueba de matemáticas para los estudiantes del último año de bachillerato

Sexo:
Fecha de nacimiento:
Especialización:
Realiza usted alguna actividad extra-educativa que le demande tiempo y esfuerzo:
Sí____ Cuál:___________________________ No____

1. El valor de $8\,(10)^{3} + 8\,(10)^{-9} - 2\,(10) + 2\,(10)^{-3}$ es igual a:

2. Resuelva los siguientes problemas:

   a) Hace 5 años la edad de Pedro era el triple de la edad de su hijo, después de 10 años será el doble. ¿Cuál es la edad del hijo de Pedro?

b) 3 hombres trabajando 8 horas diarias han hecho 80 metros de una obra en 10 días. ¿Cuántos días necesitarán 5 hombres, trabajando 6 horas diarias para hacer 60 metros de la misma obra?.

c) se conoce que una pelota recorre cada minuto el doble de la distancia que recorrió en el minuto anterior; si ha recorrido 15 metros, tres minutos después habrá recorrido...................... metros.

3. De 100 estudiantes universitarios, se conoce que 45 practican fútbol, 20 practican natación, 32 practican tenis; 15 practican fútbol y tenis, 7 practican tenis y natación, 10 practican fútbol y natación, y 30 de los estudiantes no practican ningún deporte. ¿Cuántos estudiantes practican sólo natación?

4. En este problema, el referencial es el conjunto R de los número reales, y los predicados:

   $p(x)$: $3x - 1 \leq 5$
   $q(x)$: $4x + 1 > 0$

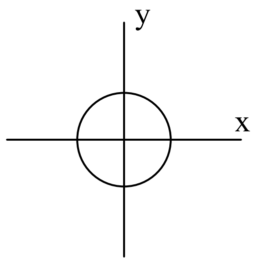
   Entonces el conjunto solución de $p(x)$ y $q(x)$ es:

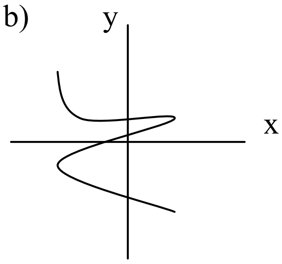
   a) $[-0.25 , 2]$ b) $(-0.25 , 2)$ c) $(-0.25 , 2]$ d) el conjunto vacío

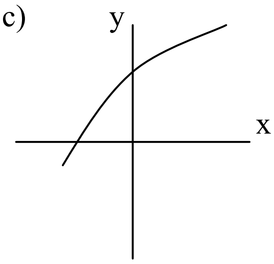
5. Realice las siguientes operaciones:
   a) $x^2 - 12x + 36 \quad \big| \; \underline{x - 6}$

   b) $(x + 1)^3 + (2x - 1)^2 \; =$

6. Señale cuál de la siguientes representa el gráfico de una función:

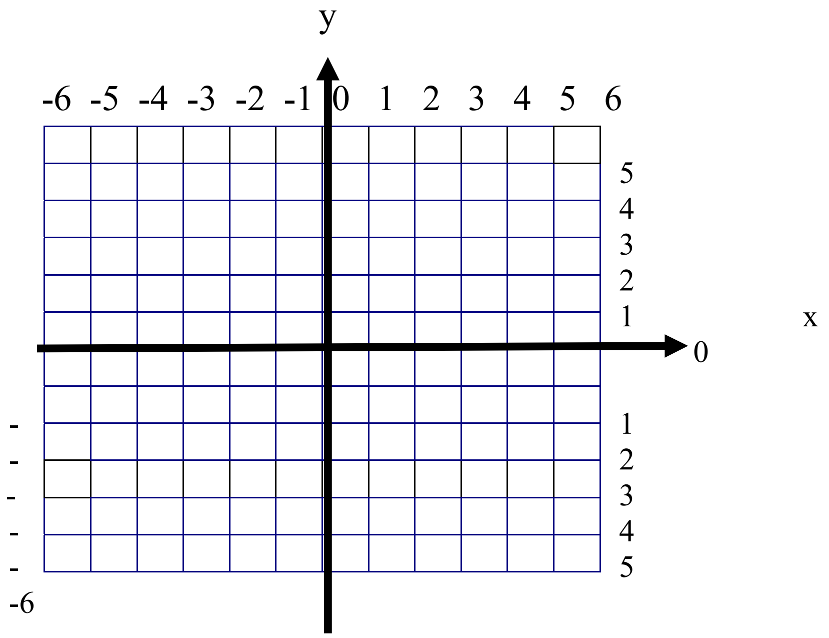
a)


b)


c)


7. Graficar la función de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ x, & x \leq 0 \end{cases}$$



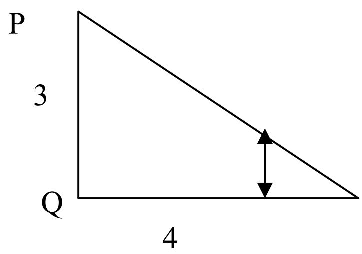
8. Determine la ecuación de la recta que contiene a los puntos (4, 3) y (-2, 5).

9. Hallar los valores de x, y que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -10x - 5y = 3 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

10. Determine la ecuación de la circunferencia que contiene al punto (3, -2), y cuyo centro es (-1, 3).

11. Sea PQR un triángulo rectángulo y PRQ el ángulo cuya medida es α, determine el valor de Sen α:



12. Escriba la respuesta correcta:

a) $sen^2\ \theta + cos^2\ \theta =$ …………

b) tan $(\Pi/4) =$ ....

c) cos 90° = ...

13. Hallar el área de un trapecio cuyas bases miden 10 y 12 metros, y su altura mide 6 metros. Grafique el trapecio.

14. El volumen de un cubo es 729 metros cúbicos, hallar el volumen de otro cubo cuyo lado mide un tercio del anterior.

15. Dados los siguientes datos, calcular la media aritmética:
    9,2 13,2 11,7 13,1 12,8

16. Se lanza un dado de seis caras al aire, calcule la probabilidad de obtener un número mayor que cuatro.

Prueba de lenguaje y comunicación para los estudiantes del último año de bachillerato

Lectura:

Ecuador: Otras Señales particulares

Toda indagación acerca de los rasgos que caracterizan nuestro comportamiento obtendrá como respuesta, entre cualesquiera otros, inevitablemente, la pereza, el incumplimiento, la improvisación y la "viveza criolla".

No es justo considerar la pereza como privativa de los ecuatorianos, ni siquiera de los latinoamericanos: en el mundo entero se la ubica vagamente en "el Sur", y se la considera más como factor biológico que cultural, y, con cierta generosidad, se la atribuye también al calor de los trópicos: la imagen más difundida de México en el extranjero es la del indio, aplastado por un gran sombrero, durmiendo sentado junto a un maguey o una puerta; en Europa se supone que es patrimonio de los pueblos latinos, excluyendo de ellos a Francia pero incluyendo a Italia: ¿no era personaje típico del neorrealismo cinematográfico italiano el joven adulto que pasa el día en la cama, habitualmente con la frente vendada para significar dolor de cabeza, que se levanta solo para comer? ¿No es típico de ello, aunque sea injusto, el dicho de "Hombre que trabaja pierde su tiempo precioso", atribuido a los españoles? Creo que ese prestigio corresponde, en general, a quienes no somos alemanes, suecos o japoneses – estos últimos no tenían, hasta hace algunos años, vacaciones obligatorias – y que, según la consabida exageración, seríamos los únicos que hacemos siesta y dejamos todo para mañana, palabra demasiado utilizada en la lengua española, se trata , entonces, de un desafío a la tenacidad, no solo a la paciencia , a la tozudez, no solo al capricho, a la testarudez, no solo al derecho, para saber quién aguanta más tiempo, como una justa de la cual uno de los dos saldría victorioso. (Y por lo general, tú, el individuo común, el que tiene cierto respeto de sí mismo, sales perdiendo precisamente por eso: no puedes aguantar tanto, tanto aguantar denigra). Y una actitud más acentuadamente racista, incluso en nuestros países pluriétnicos, y que tiene algo que ver con la paja y la viga en el ojo, hace que atribuyamos la pereza en especial a los negros y la vagancia a los indios.

1. De acuerdo a la lectura conteste las siguientes preguntas:

a. Nombre dos rasgos particulares que caracterizan el comportamiento de los ecuatorianos

____________________ ____________________

b. Cuál es la imagen más difundida de los mexicanos en el mundo?

____
____

c. Según los europeos a que pueblos se les atribuye como patrimonio la pereza.

____

d. ¿ A que nacionalidades no se les atribuye la característica de la pereza?

____

2. Ubique las siguientes palabras en lugar que correspondan.

Poesía, tengo, lengua, el, los, conocer.

S u s t a n t i v o	**A r t í c u l o**	**V e r b o**
____________________	__________________	__________________
____________________	__________________	__________________

3. Subraye el sujeto y el predicado de las siguientes oraciones y encierre en un círculo sus respectivos núcleos como se ilustra en el ejemplo:

Sujeto	Predicado
Alicia	ganó un pasaje a Brasil

a. Triunfa siempre el hombre honrado.

b. El camino hacia tu casa es largo.

c. El Cotopaxi y el Tungurahua son volcanes siempre activos.

d. Triunfará en la vida el alumno estudioso.

4. Clasifique las oraciones del siguiente texto en simples y compuestas. Subraye las oraciones simples y encierre las oraciones compuestas.

Podemos concebir un espacio sin tiempo, pero no concebimos un tiempo sin espacio. El tiempo necesita de las cosas para existir. En un universo vacío, el tiempo no existe. El tiempo es así una cualidad del ser. Le pertenece por definición pero no podemos separarlo. No podemos almacenar el tiempo, no podemos ahorrarlo para después. El tiempo desaparece conforme se usa.

5. Reescriba el siguiente párrafo corrigiendo las palabras que estén mal escritas.

Por entre sillas y marmoles llegan al rincon donde esta sentado y silencioso Ruben Dario: ante aquella aparicion el poeta sienta la amargura de la vida y, con gesto egoista de niño enfadado, cierra los ojos, y bebe un sorbo de su copa de licor. Finalmente, su masqara de idolo se aníma con una sonrisa cargada de humedad.

Ramón María del Valle-Inclán

____

____

____

____

____

6. Complete con la palabra que corresponda

así / a sí	Hazlo _________o no lo hagas.
sino / si no	Te lo diré _________ te enfadas.
sinfín / sin fin	Andrés tiene un _________de amigos.
Porqué/ Por qué	Dime el ________________ de tu actitud.

7. Clasifique las siguientes palabras en diptongos (D) triptongos (T) e hiatos (H).

Paraguay	( )	seríais	( )	comieron	( )
Desvía	( )	averigüéis	( )	raíz	( )
Viento	( )	tía	( )	cambiéis	( )
Cambiaríais	( )	Raúl	( )		

8. Complete estas oraciones con una de las siguientes palabras: *ímpetu, tenaz, anécdotas, mito, y mítico.*

a. Me gusta escuchar las ______________ relatadas por los grandes hombres

b. En la vida hay que luchar en forma __________________

c. Hay hechos en nuestra historia que parecen un _______________

d. Abdón Calderón es un héroe ______________

e. El mar golpea las rocas con ______________

9. Subraye el sinónimo correspondiente a cada palabra:

HURTO:	Préstamo,	robo,	compra,	alquiler.
PERSEVERANCIA:	Constancia,	civismo,	severidad,	inconstancia.
ALGARABÍA:	Tranquilidad,	griterío,	multitud,	ocupación.
EPÍLOGO:	Conclusión,	introducción,	índice	anexo.

10. Subraye el antónimo correspondiente a cada palabra:

VOLUBLE:	Constante,	concentrado,	decidido,	quieto,	perenne.
NATURALIDAD:	Arrogancia,	exageración,	artificiosidad,	pompa,	complejidad.
INTENCIONAL:	instintivo,	involuntario,	maquinal,	espontáneo,	irresoluto.
DISIMILITUD:	consonancia,	semejanza,	acuerdo,	concordancia,	parentesco.

11. Marque con una X los géneros literarios que correspondan a la prosa

Novela( ) Epica( ) Ensayo( ) Verso( )

12. Unir con una línea el título de la obra con su correspondiente autor.

La Iliada	José Joaquín Olmedo
Cien Años de Soledad	Juan Ramón Jiménez
Platero y Yo	Homero
Canto a Bolívar	Gabriel García Marquéz

13. Subraye en que ciudad nació el orador Cicerón.

Atenas Roma Florencia

ANEXO C

Puntaje y tiempo estimado para cada pregunta

Cuestionario de matemáticas:

Variable #6: Notación científica (3 minutos)

- No plantea el problema (1) 0 puntos
- Entiende notación científica (2) 2.5 puntos
- Entiende notación científica y realiza correctamente las

Operaciones (3) 5 puntos

- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta (4)

Variable #7: Planteamiento y resolución de problemas (5 minutos)

- No plantea el problema (1) 0 puntos
- Plantea correctamente el problema (2) 3 puntos
- Plantea y resuelve correctamente el problema (3) 6 puntos
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta (4)

Variable #8: Planteamiento y resolución de problemas (regla de tres, 5 minutos)

- No plantea el problema (1) 0 puntos
- Plantea correctamente el problema (2) 3.5 puntos
- Plantea y resuelve correctamente el problema (3) 7 puntos
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta (4)

Variable #9: Planteamiento y resolución de problemas (sucesiones, 5 minutos)

- No plantea el problema (1) 0 puntos
- Plantea correctamente el problema (2) 2.5 puntos
- Plantea y resuelve correctamente el problema (3) 5 puntos
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta (4)

Variable #10: Conjuntos (4 minutos)

- No plantea el problema (1) 0 puntos
- Plantea correctamente el problema (2) 3 puntos
- Plantea y resuelve correctamente el problema (3) 6 puntos
- No plantea el problema pero obtiene la respuesta correcta (4)

Variable #11: Desigualdades y conjunto solución (3 minutos)

• No resuelve el problema (1) 0 puntos

• Sabe trabajar con desigualdades (2) 2.5 puntos

• Sabe trabajar con desigualdades, y determina el conjunto solución de p(x) $\wedge$ q(x) (3) 5 puntos

Variable #12_a: Operaciones con polinomios (1.5 minutos)

• No resuelve el problema (1) 0 puntos

• Resuelve correctamente algunas operaciones (2) 1.25 puntos

• Resuelve correctamente todas las operaciones (3) 2.5 puntos

Variable #12_b: Operaciones con polinomios (1.5 minutos)

• No resuelve el problema (1) 0 puntos

• Resuelve correctamente algunas operaciones (2) 1.25 puntos

• Resuelve correctamente todas las operaciones (3) 2.5 puntos

Variable #13: Identificar gráficamente una función (1 minuto)

• Marca la respuesta incorrecta (1) 0 puntos

• Marca la respuesta correcta (2) 5 puntos

Variable #14: Gráfica de funciones (3 minutos)

- No resuelve el problema (1) o puntos
- Grafica correctamente la función lineal (2) 3 puntos
- Grafica correctamente la función cuadrática (3) 5 puntos
- Grafica correctamente la función lineal y la función

Cuadrática (4) 8 puntos

Variable #15: Ecuación de la recta (3 minutos)

- No resuelve el problema (1) o puntos
- Halla el valor correcto de la pendiente (2) 2.5 puntos
- Halla el valor correcto de la pendiente y determina la ecuación de la recta correspondiente (3) 5 puntos

Variable #16: Sistemas de ecuaciones lineales (3 minutos)

- No resuelve el problema (1) 0 puntos
- Entiende sistemas de ecuaciones lineales (2) 2.5 puntos
- Entiende sistemas de ecuaciones lineales y realiza

correctamente las operaciones (3) 5 puntos

Variable #17: Ecuación de la circunferencia (4 minutos)

• No resuelve el problema (1)   0 puntos

• Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia (2)   2 puntos

• Calcula el valor correcto del radio de la circunferencia y determina la ecuación de la misma (3)   4 puntos

Variable #18: Teorema de Pitágoras y trigonometría (3 minutos)

• No resuelve el problema (1)   0 puntos

• Calcula el valor correcto de la hipotenusa (2)   3 puntos

• Calcula el valor correcto de la hipotenusa y determina correctamente el valor de la función trigonométrica (3)   6 puntos

Variable #19: Trigonometría (2 minutos)

• Contesta incorrectamente todos los literales (1)   0 puntos

• Contesta correctamente uno de los tres literales (2)   2 puntos

• Contesta correctamente dos de los tres literales (3)   4 puntos

• Contesta correctamente todos los literales (4)   6 puntos

Variable #20: Superficie (4 minutos)

- No grafica el trapecio ni resuelve el problema (1) 0 puntos
- Grafica correctamente el trapecio (2) 1.5 puntos
- Grafica correctamente el trapecio y determina

correctamente el área de su superficie (3) 5 puntos

Variable #21: Volumen (4 minutos)

- No resuelve el problema (1) 0 puntos
- Calcula correctamente el valor de la arista del cubo (2) 2.5 puntos
- Calcula correctamente el valor de la arista del cubo

y calcula correctamente el volumen del cubo (3) 5 puntos

Variable #22: Cálculo de la media aritmética (3 minutos)

- No conoce la media aritmética (1) 0 puntos
- Conoce lo que es la media aritmética (2) 2.5 puntos
- Conoce lo que es la media aritmética y la calcula

Correctamente (3) 5 puntos

Variable #23: Probabilidad (1 minuto)

- Responde incorrectamente la pregunta (1)   0 puntos
- Responde correctamente la pregunta (2)   5 puntos

Cuestionario de matemáticas:

Variable #25: Lectura comprensiva (10 minutos)

- No contesta pregunta alguna (1)   0 puntos
- Contesta una pregunta correctamente (2)   6.25 puntos
- Contesta dos preguntas correctamente (3)   12.5 puntos
- Contesta tres preguntas correctamente (4)   18.75 puntos
- Contesta cuatro preguntas correctamente (5)   25 puntos

Variable # 26: Función de la palabra en la oración (3 minutos)

- No contesta la pregunta (1)   0 puntos
- Contesta correctamente una función de la palabra en la Oración (2)   2.5 puntos
- Contesta correctamente dos o más funciones de la palabra en la oración (3)   5 puntos

Variable # 27_a: Análisis sintáctico de oraciones (sujeto)

• No contesta la pregunta

1

• Identifica correctamente el sujeto en la oración 2

• Identifica correctamente el sujeto y el núcleo

del sujeto en la oración

3

Variable # 27_b: Análisis sintáctico de oraciones (predicado)

• No contesta la pregunta

1

• Identifica correctamente el predicado en la oración 2

• Identifica correctamente el predicado y el núcleo

del predicado en la oración

3

Variable # 28: Oraciones simples y compuestas

- Contesta incorrectamente la pregunta

1

- Identifica la oración simple

2

- Identifica la oración compuesta

3

- Identifica la oración simple y la oración compuesta 4

Variable # 29: Ortografía

- No corrige error alguno

1

- Identifica y corrige de uno a cuatro errores

2

- Identifica y corrige de cinco a siete errores

3

- Identifica y corrige más de siete errores

4

Variable # 30: Homónimos con dos palabras

- No contesta la pregunta

1

- Identifica correctamente un homónimo

2

- Identifica correctamente dos homónimos 3
- Identifica correctamente tres homónimos 4
- Identifica correctamente cuatro homónimos 5

Variable # 31_a: Diptongo

- No reconoce diptongos

1

- Identifica un diptongo

2

- Identifica más de un diptongo 3

Variable # 31_b: Triptongo

- No reconoce triptongos

1

- Identifica uno o dos triptongos 2

- Identifica más de dos triptongos 3

Variable # 31_c: Hiato

- No reconoce hiatos

1

- Identifica entre uno y tres hiatos 2
- Identifica más de tres hiatos 3

Variable # 32: Identificación del significado de palabras según el contexto de la oración

- No responde la pregunta

1

- Completa correctamente hasta tres oraciones 2
- Completa correctamente más de tres oraciones 3

Variable # 33: Sinónimos

- No responde la pregunta

1

- Completa correctamente hasta dos sinónimos 2
- Completa correctamente más de dos sinónimos 3

Variable # 34: Antónimos

- No responde la pregunta 1
- Completa correctamente hasta dos sinónimos 2
- Completa correctamente más de dos sinónimos 3

Variable # 34: Géneros literarios (la prosa)

- No responde la pregunta 1
- Identifica un género literario de la prosa 2
- Identifica dos géneros literarios de la prosa 3

Variable # 35: Autores y obras literarias

- No responde la pregunta 1
- Identifica hasta dos autores con sus obras 2
- Identifica más de dos autores con sus obras 3

Variable # 36: Géneros literarios (la oratoria)

- No conoce generalidades de Cicerón

1

	Puntaje	Duración minutos
Pregunta 1: Notación científica	5	3
Pregunta 2: Resolución de problemas		10
a)Planteamiento y resolución de problemas	6	
b) Regla de tres compuesta	7	
c) Sucesiones	5	
Pregunta 3: Conjuntos	6	4
Pregunta 4: Desigualdades y conjunto solución	5	3
Pregunta 5: Operaciones con polinomios	5	3
Pregunta 6: Identificar gráficamente una función	5	1
Pregunta 7: Grafica de funciones	8	3
Pregunta 8: Ecuación de la recta	6	3
Pregunta 9: Sistema de ecuaciones lineales	5	3
Pregunta 10: Ecuación de la circunferencia	5	4
Pregunta 11: Teorema de Pitágoras y trigonometría	6	3

Pregunta 12: Trigonometría	6	2
Pregunta 13: Superficie (trapecio)	5	4
Pregunta 14: Volumen (cubo)	5	4
Pregunta 15: Cálculo de la media aritmética	5	3
Pregunta 16: Probabilidad	5	1
TOTAL	100	54

Pregunta 1:	Lectura Comprensiva	25	10
Gramática	**MORFOSINTAXIS**		
	Función de la palabra en la oración		
Pregunta 2:	Sustantivo, artículo y verbo.	5	3
	Oración		
Pregunta 3:	Análisis sintáctico de oraciones: Núcleos	5	3
Pregunta 4:	Análisis sintáctico de oraciones: Modificadores y objetos directos e indirectos	5	3
Pregunta 5:	Oraciones simples y compuestas	10	5
Ortografía	**FONOLOGÍA**		
Pregunta 7:	Signos de puntuación y corrección de palabras	15	10
Pregunta 8:	Homónimos con dos palabras	5	3
Pregunta 9:	Diptongos, triptongos e hiatos	5	5
Vocabulario	**VOCABULARIO**		
Pregunta 10:	Identificar el significado		

	De las palabras a partir del contexto	11	3
Pregunta 11:	Sinónimos	7	3
Pregunta 12:	Antónimos	7	3
	TOTAL	**100**	**51**

ANEXO D

CONTENIDOS POR AÑOS

MATEMATICAS

SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales del 1 al 99.

Unidades y decenas.

Ordinales: primero... décimo.

Orden: ...mayor que...; ...menor que...

Representación en la semirrecta numérica.

Asociación entre conjuntos de objetos y números.

Cardinales del 0 al 99.

Adición y sustracción sin reagrupación (sin llevar). Aplicaciones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Clasificación de objetos a base de propiedades.

Noción de conjunto y elemento. Representación gráfica de conjuntos de objetos con curvas cerradas y con materiales.

Correspondencia uno a uno entre elementos de conjuntos. Cardinalidad.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Relaciones espaciales y temporales.

Figuras planas: representación.

Líneas abiertas y cerradas.

Regiones: interior, frontera y exterior.

Medición de longitudes, áreas y volúmenes.

Medidas de tiempo: día, semana, mes.

Unidad monetaria: el sucre.

TERCER AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales del 1 al 999.

Unidades, decenas y centenas.

Números ordinales.

Orden: ...mayor que...; ...menor que...

Adición y sustracción con reagrupación (llevando).

Multiplicaciones sin reagrupación.

Aplicaciones.

Números pares e impares.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Representación gráfica de conjuntos de letras y números.

Noción y representación de subconjuntos.

Unión de conjuntos en forma gráfica.

Correspondencia entre elementos de conjuntos (idea de función).

Operadores aditivo.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Rectas: trazos de paralelas e intersecantes.

Figuras planas: trazo y construcción de triángulos, cuadriláteros y círculos; interior, frontera y exterior.

Medición de perímetros y áreas con unidades no convencionales.

Medidas de longitud: metro, decímetro y centímetro.

Medidas de tiempo: horas minutos.

Lectura de reloj.

Unidades monetarias.

CUARTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMERICO

Números naturales: unidades, decenas, centenas, unidades de millar.

Orden: ...mayor que...; ... menor que....

Adición y sustracción con reagrupación.

División exacta.

Aplicaciones.

Múltiplos y divisores: aplicaciones.

Generación de sucesiones.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Representación de conjuntos por extensión y comprensión.

Subconjuntos.

Igualdad de conjuntos.

Unión, intersección y diferencia de conjuntos de objetos.

Operadores aditivos, sustractivos y multiplicativos.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Noción de semirrecta, segmento y ángulo.

Clasificación de ángulos: recto, agudo y obtuso.

Triángulos: clasificación por sus lados y por sus ángulos.

Definición de cuadrado, rectángulo, rombo, trapecio, paralelogramo.

Cálculo de perímetros.

Identificación de cubos, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Medidas aproximadas de longitud. Estimación de errores.

Medidas de longitud: múltiplos y submúltiplos del metro.

Medidas de tiempo: horas minutos y segundos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Recolección de datos y su representación en diagramas de barras.

QUINTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales:

Representación gráfica en la semirrecta numérica.

Adición, sustracción, multiplicación y división (con reagrupación).

Aplicaciones.

Números fraccionarios:

Representaciones gráficas.

Representación en la semirrecta numérica.

Orden: ...mayor que... ; ...menor que...

Números decimales:

Expresión decimal de fracciones.

Representación gráfica en la semirrecta numérica

Orden: ...mayor que... ; ...menor que...

Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

Aplicaciones

Números romanos, mayas, etc.: lectura y escritura.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Operaciones con conjuntos: unión intersección y diferencia.

Operadores combinados de suma, resta y multiplicación.

Ubicación en una cuadrícula.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Áreas de triángulos y cuadriláteros.

Polígonos regulares: trazo, construcción, identificación y caracterización. Cálculo de perímetros por medición y de áreas como suma de triángulos.

Construcción de prisma, cubo, pirámide y cilindro a partir de modelos.

Medidas de superficie: metro cuadrado, múltiplos y submúltiplos.

Transformaciones de medidas de superficie entre los del sistema internacional y las agrarias.

Medidas de áreas aproximadas. Estimación de errores.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Representación e interpretación de diagramas de barras.

SEXTO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales:

Potenciación y radicación.

Números primos y compuestos.

Criterios de divisibilidad.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo.

Números fraccionarios:

Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división.

Aplicaciones.

Generación de sucesiones.

Numeración en base 2.

Transformaciones entre la base 10 y la base 2.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Operaciones con conjuntos.

Operaciones combinados de suma, resta y multiplicación con números fraccionarios.

Posiciones verdaderas y falsas.

Negaciones de proposiciones.

Ubicación de pares de enteros positivos en el plano cartesiano.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Trazo de construcción de rectas paralelas, rectas perpendiculares, triángulos y cuadriláteros.

Círculo y circunferencia: elementos y regiones; longitud, área, el número pi.

Relación entre el número de caras, aristas y vértices en prismas y pirámides (fórmula de Euler).

Medidas de masa y peso: kilogramo, múltiplos y submúltiplos. Equivalencia con otros sistemas.

Medidas de masa y peso aproximadas.

Estimación de errores.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Media, mediana y moda.

Aplicaciones.

SÉPTIMO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números fraccionarios: potenciación y radicación.

Números decimales: potenciación y radicación (usar calculadora).

Notación científica.

Numeración en bases diferentes de 10.

Transformaciones.

Proporcionalidad:

  Razones y proporciones.

  Proporcionalidad directa e inversa.

Regala de tres simple y compuesta.

Repartimientos proporcionales.

Porcentajes.

Interés simple, documentos comerciales.

Aplicaciones.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Ubicación de pares fraccionarios positivos en el plano cartesiano.

Introducción de la noción de función en forma sagital (casos de potenciación, radicación, etc.).

Proposiciones compuestas con “o” e “y”.

Uso de cuantificadores.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Proposiciones relativas entre rectas y entre rectas y círculos.

Ángulos: clasificación y congruencia.

Trazo y construcción de sólidos.

Área y volumen: metro cúbico, múltiplos y submúltiplos.

Medidas de capacidad.

Relación entre las medidas de volumen, capacidad y peso.

Medidas de temperatura: grados centígrados.

Medidas angulares: grados, minutos y segundos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Representación e interpretación de diversos diagramas: barras, circulares, poligonales.

De caja, de tallo y hoja, etc.

OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números enteros:

- Enteros negativos.
- Representación gráfica en la recta numérica.
- Valor absoluto o módulo.
- Orden.
- Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división.
- Potenciación y radicación.

Números racionales:

- Racionales negativos.
- Representación gráfica en la recta numérica.
- Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.
- Potenciación y radicación.

Aplicaciones.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Producto cartesiano.

Relaciones.

Plano cartesiano.

Funciones: notación f(x).

Graficación de funciones en el plano cartesiano: leneal, potencia, raíz cuadrada, valor absoluto, etc.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Teorema de Thales.

Triángulos: líneas y puntos notables. Construcción con regla y compás. Congruencia y semejanza.

Equivalencias entre las medidas del sistema internacional de medidas con otros sistemas.

Usos horarios: longitud, latitud.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Frecuencias absolutas y relativas.

Frecuencias acumuladas.

Noción de probabilidad: juegos.

Sucesos: ciertos, imposibles y probables.

NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Números reales:

- Números racionales e irracionales.
- Representación gráfica en la recta numérica.
- Orden.
- Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.
- Aplicaciones.

SISTEMAS DE FUNCIONES

Funciones polinomiales.

Operaciones con polinomios: suma, resta, multiplicación y división.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Inecuaciones de primer grado con una incógnita.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Polígonos inscritos y circunscritos en la circunferencia.

Trazos de polígonos regulares.

Fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares.

Fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares.

Transformaciones geométricas: simetría, translación y rotación.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Medidas de dispersión: rango, desviación promedio, desviación estándar.

Varianza.

Probabilidad y conjunto de sucesos.

DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

SISTEMA NUMÉRICO

Factorización: factor común, suma y diferencia de potencias iguales, trinomios.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo de polinomios.

Funciones racionales: simplificación de fracciones, operaciones.

Funciones lineales. La ecuación de la recta.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Transformaciones geométricas, ampliaciones y reducciones.

Teorema de Pitágoras.

Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

Resolución de triángulos rectángulos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD.

Aplicaciones de la estadística y probabilidad.

LENGUAJE

SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Pragmática

Funciones del lenguaje

Variaciones idiomáticas

Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

Textos de la comunicación oral: usos y configuración

a. Semántica

   Formación de palabras

b. Fonología

   Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

   Utilización del código alfabético

Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

TERCER AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA

a. Pragmática

Funciones del lenguaje

Variaciones idiomáticas

Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

Textos de la comunicación oral: usos y configuración

b. Semántica

Formación de palabras

c. Fonología

Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

Utilización del código alfabético

Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

CUARTO AÑO DE EDUCACION BASICA

a. Pragmática

Funciones del lenguaje

Variaciones idiomáticas

Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

Textos de la comunicación oral: usos y configuración

b. Semántica

   Formación de palabras

c. Fonología

   Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

   Utilización del código alfabético

   Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

QUINTO AÑO DE EDUCACION BASICA

a. Pragmática

   Funciones del lenguaje

   Variaciones idiomáticas

   Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

   Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

   Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

   Textos de la comunicación oral: usos y configuración

b. Semántica

   Formación de palabras

c. Morfosintaxis

   Oración – Noción general

c. Fonología

   Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

   Utilización del código alfabético

   Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

SEXTO AÑO DE EDUCACION BASICA

a. Pragmática

Funciones del lenguaje

Variaciones idiomáticas

Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

Textos de la comunicación oral: usos y configuración

b. Semántica

Parrafo

Formación de palabras

c. Morfosintaxis

Oración

d. Fonología

Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

Utilización del código alfabético

Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

SEPTIMO AÑO DE EDUCACION BASICA

a. Pragmática

Funciones del lenguaje

Variaciones idiomáticas

Formas y usos del lenguaje coloquial y del lenguaje formal

Usos de la lectura en diferentes contextos y situaciones

Usos de la escritura en diferentes contextos y situaciones

Textos de la comunicación oral: usos y configuración

b. Semántica

Características del texto

Parrafo

Formación de palabras

c. Morfosintaxis

Oración

Forma y función de la palabra en la oración

d. Fonología

Los sonidos de acuerdo a su función en la lengua

Utilización del código alfabético

Lectura oral en la que se observe claridad y entonación

- Ortografía

PRIMER AÑO DE ESPECIALIZACION

Literatura Ecuatoriana y/o Española

Unidad 1. GENEROS LITERARIOS

Origen, características, elementos y funciones. La prosa y la poesía, sus clasificaciones.

Unidad 2. Escuelas Literarias

Principales escuelas literarias: estudio esquemático.

La Épica

Origen y formación del romance castellano, primeras manifestaciones literarias , tipos de epopeya.

La Lírica

Origen y esencia del fenómeno lírico , modalidades, diferencias entre poesía lírica y épica.

La Novela

Factores determinantes de la aparición de la novela, análisis de la prosa narrativa, principales obras de novelistas españoles y latinoamericanos.

El Ensayo y el teatro

Origenes, el Teatro español, y el de la colonia.

Redacción y Ortografía

Importancia

SEGUNDO AÑO DE ESPECIALIZACION

La épica

Origen y características de la epica, las principales obras epicas escritas por Homero, Virgilio y Dante Alighieri, y sus principales parámetros literarios

La Lirica

Origen y características de la lírica, lirica griega, lirica latina y greco-latina

Escuelas liricas modernas y contemporáneas

La Lirica Romántica

Origen y características

Los generos en prosa : la oratoria

Origenes y características de la prosa, la oratoria, principales oradores: Demóstenes, Cicerón

El ensayo, el teatro y la novela

Origenes y características de cada uno, con sus principales obras universales.

Teatro griego: Edipo Rey

Teatro Inglés: Shakespeare

ANEXO E
CONTENIDO POR SISTEMAS

Matemáticas:

Los sistemas propuestos para la educación básica son:

1.- Numérico

2.- De funciones

3.- Geométrico y de medida

4.- De estadística y probabilidad

SISTEMA NUMERICO

Caracterización de los sistemas numéricos:

Naturales.

Enteros

Decimales

Racionales

Reales

Orden

Representación de los conjuntos numéricos sobre una recta.

Definición y propiedades del orden

Valor absoluto

Operaciones en los distintos sistemas numéricos

Adición y sustracción.

Multiplicación y división.

Potenciación y radicación.

Divisibilidad

Números pares e impares.

Múltiplos y divisores

Números primos y compuestos

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo

Sistemas de numeración

Numeración en base 10

Numeración en base 2 y otras bases.

Otras clases de numeración: romana, maya, etc.

Proporcionalidad

Razones y proporciones.

Proporcionalidad directa e inversa.

Reglas de tres: simple y compuesta.

Porcentajes e interés simple. Documentos comerciales.

SISTEMA DE FUNCIONES

Lógica

Proposiciones: simples y compuestas.

Uso de conectivos lógicos y cuantificadores.

Formas de razonamiento.

Conjuntos

Clasificación de objetos a base de propiedades

Noción de conjunto y elemento.

Representación

Subconjuntos.

Igualdad.

Operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia.

Funciones

Producto cartesiano.

Plano cartesiano.

Relaciones.

Funciones: noción y representación gráfica.

Funciones reales: raíz cuadrada, valor absoluto, polinomiales, etc.

Operaciones con polinomios.

Factorizacion.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo de polinomios.

Funciones relacionales: operaciones.

Función lineal. Ecuación de la recta.

La ecuación lineal con una incógnita.

La inecuación lineal con una incógnita.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Geometría premétrica

Recorridos.

Líneas y superficies abiertas y cerradas.

Regiones: interior, frontera, exterior.

Propiedades geométricas invariantes por deformaciones.

Puntos y rectas en el plano

Trazos de puntos y rectas.

Rectas paralelas e intersecantes. Rectas perpendiculares.

Semirrecta.

Ángulos.

Segmentos.

Teorema de Thales.

Polígonos

Trazo y construcción de figuras planas.

Caracterización de polígonos.

Polígonos convexos y cóncavos.

Triángulos: clasificación por lados y por ángulos, elementos notables, congruencia y semejanza.

Cuadriláteros: clasificación (cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo, trapecio.

Polígonos regulares: clasificación.

Perímetros y áreas.

Círculo y circunferencia

Trazo y construcción.

Elementos: centro, radio, diámetro, cuerda, sector y segmento circular.

Longitud de la circunferencia y área del círculo. El número pi.

Sólidos

Trazo y construcción: cubo, paralelepípedo, prisma, pirámide, cilindro, cono, esfera.

Caracterización y elementos: caras, aristas y vértices. Formula de Euler.

Áreas y volúmenes

Transformaciones geométricas planas

Simetrías axiales y centrales.

Rotaciones, traslaciones, ampliaciones y reducciones.

El triángulo rectángulo

Teorema de Pitágoras.

Teorema de Euclides.

Razones Trigonométricas.

Medida

Estimación de medidas con unidades no convencionales.

Errores de medición.

Sistema internacional de medidas (SI).

Unidades fundamentales, derivadas y suplementarias.

Unidades monetarias.

Múltiplos y submúltiplos.

Equivalencias con otros sistemas.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Estadística

Recolección, disposición y clasificación de datos.

Tablas de frecuencias.

Diagramas de barras y circulares.

Medidas de centralización: media, mediana, moda.

Medidas de dispersión: rango, desviación promedia, desviación estándar.

Probabilidad

Noción de probabilidad.

Probabilidad y conjunto de eventos.

ANEXO F **MATRIZ DE CORRELACIÓN**

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12_a}	X_{12_b}	X_{13}
X_1	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
X_2	-0,6010	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
X_3	0,3130	-0,4940	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
X_4	0,0250	-0,0140	-0,0920	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
X_5	0,1820	-0,1310	0,3740	-0,1610	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.
X_6	-0,3750	0,1340	-0,1610	0,2120	-0,0980	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.
X_7	-0,3360	0,2040	-0,0430	-0,1230	0,0550	0,1500	1,0000	.	.	.	.	.	.	.
X_8	-0,0700	0,0750	-0,1570	0,0470	-0,0730	0,2950	0,2550	1,0000	.	.	.	.	.	.
X_9	0,0090	0,1520	-0,0970	-0,0150	-0,1280	0,1810	-0,0930	0,4190	1,0000	.	.	.	.	.
X_{10}	0,0570	0,1940	-0,0920	0,1300	-0,1900	0,1450	0,0960	0,4260	0,5260	1,0000	.	.	.	.
X_{11}	0,3520	-0,2790	0,1630	0,0630	-0,0060	-0,1220	-0,0190	0,3620	0,2470	0,4170	1,0000	.	.	.
X_{12_a}	-0,3030	0,0640	0,2270	-0,1630	0,0800	0,2780	0,3440	0,3610	0,0620	0,3960	0,3260	1,0000	.	.
X_{12_b}	-0,1310	0,0240	0,1300	-0,0330	0,0060	0,2310	0,1620	0,1800	0,0770	0,2870	0,0460	0,5510	1,0000	.
X_{13}	0,0830	0,0600	-0,0620	0,0210	-0,0660	-0,0030	0,2470	0,1870	0,2080	0,2950	0,3900	0,2590	-0,0830	1,0000
X_{14}	0,2140	0,1040	-0,0670	0,1500	-0,1000	-0,0510	0,0610	0,1820	0,4370	0,5670	0,4350	0,3220	0,1590	0,5560
X_{15}	-0,1110	0,3500	-0,2630	-0,0440	-0,2940	0,2070	0,1630	0,3090	0,6700	0,6870	0,2790	0,1690	0,2660	0,2360
X_{16}	0,0680	0,0490	-0,0510	-0,0710	-0,1180	-0,0630	0,0280	0,1970	0,2380	0,5450	0,2830	0,2460	0,2250	0,2870
X_{17}	-0,0110	0,2890	-0,1720	-0,1150	-0,1930	0,1060	0,3900	0,0560	0,2110	0,5250	0,0760	0,2080	0,4600	0,1220
X_{18}	0,2950	-0,1440	-0,0690	0,0710	-0,1090	0,1450	0,1630	0,3340	0,4050	0,3260	0,3720	0,1640	0,0950	0,2290
X_{19}	0,0680	0,0620	-0,1910	0,1770	-0,2380	0,2900	0,2350	0,2780	0,2890	0,3560	0,2660	0,2430	0,1190	0,3750
X_{20}	-	0,2400	-0,3130	-0,2240	-0,2820	-0,0050	0,1370	0,2640	0,3680	0,5790	0,0820	0,1120	0,1010	0,1700
X_{21}	0,2090	0,0330	-0,1180	-0,0790	-0,2760	0,1220	-0,0220	0,1670	0,3880	0,3290	-0,0140	-0,0010	-0,0470	0,0870
X_{22}	0,0010	0,0060	-0,0260	0,0700	-0,1340	0,2940	0,1590	0,1860	0,2530	0,2590	0,2070	0,3880	0,1650	0,3720
X_{24}	0,0950	0,0890	-0,1010	0,0790	-0,2200	0,2750	0,2950	0,4950	0,5530	0,7090	0,5450	0,5070	0,3250	0,5540
X_{25}	-0,2880	0,2240	-0,0090	0,1140	0,0380	0,0880	-0,0200	-0,1400	-0,1210	0,0800	-0,1750	0,1080	0,1520	-0,2510
X_{26}	-0,2190	0,1160	-0,0700	0,0130	-0,2790	0,3040	0,1440	0,0490	0,1570	0,0720	-0,2020	0,0410	-0,0350	-0,1490
X_{27_a}	-0,0480	0,1060	0,0330	0,0420	-0,1440	0,1110	-0,0920	-0,0530	0,1470	0,1960	0,1080	0,1010	0,1740	-0,0620
X_{27_b}	-0,1330	0,1730	0,0950	0,0760	-0,0800	0,1610	-0,0730	-0,1480	0,1690	0,2250	0,0840	0,1670	0,2180	-0,0150
X_{28}	0,0320	0,0060	-0,0220	0,0930	-0,2240	-0,1120	-0,0530	0,1000	0,2690	-0,0510	0,0820	-0,1810	-0,0710	-0,0610
X_{29}	-0,0730	0,0520	-0,0250	0,2830	-0,0130	-0,0580	-0,1680	-0,0770	0,0640	-0,0860	-0,0610	-0,1060	-0,0570	0,0040
X_{30}	0,2430	-0,1550	-0,0540	-0,1070	-0,0680	0,0620	0,0150	0,2440	0,0650	-0,0190	0,1420	-0,1050	0,0460	0,2700
X_{31_a}	-0,1970	0,1880	-0,2340	-0,1120	-0,1750	0,0540	0,2110	0,0460	0,0210	0,1080	0,0280	0,1000	0,0840	-0,0500

X_{31_b}	-0,3910	0,2710	-0,1700	0,0640	-0,0250	0,1710	0,3050	0,0520	0,1480	-0,0090	-0,0750	0,0270	0,0230	-0,0690
X_{31_c}	-0,1820	0,0450	-0,0780	0,1800	-0,2940	0,0580	0,2610	0,0770	0,1520	0,2080	0,0320	-0,0010	0,0570	-0,0040
X_{32}	0,2070	-0,0070	-0,1430	-0,2040	0,2440	-0,0740	-0,1780	-0,0280	0,1800	-0,1660	-0,0870	-0,2800	-0,1850	-0,1060
X_{33}	0,0900	0,0220	-0,0680	0,1180	-0,1360	0,1310	-0,0620	0,3690	0,2880	0,4330	0,3540	0,2130	0,2090	-
X_{34}	-0,1280	-0,0020	-0,0350	0,2580	-0,2190	-0,0040	-0,0560	0,0850	0,1290	0,3080	0,1490	0,1170	0,2370	-0,0230
X_{35}	0,3730	-0,2570	0,1730	-0,1060	0,0510	-0,1660	-0,2050	-0,0720	0,2310	0,1580	0,1830	-0,1780	-0,0940	0,1490
X_{36}	-0,0420	-0,0660	0,1950	-0,2900	0,0960	-0,0630	0,0710	-0,1210	0,0110	-0,0490	-0,0340	0,2020	0,1080	-0,0530
X_{37}	0,3240	-0,2450	0,0620	-0,1280	0,1200	-0,3010	-0,0740	0,0110	0,1710	-0,0530	0,2070	-0,2500	-0,2060	-0,1370
X_{38}	-0,0080	0,1370	-0,0290	0,0070	-0,0470	0,0440	-0,0930	-0,0030	0,2950	0,2020	0,0540	-0,0290	0,0560	-0,1630

ANEXO F **MATRIZ DE CORRELACIÓN**

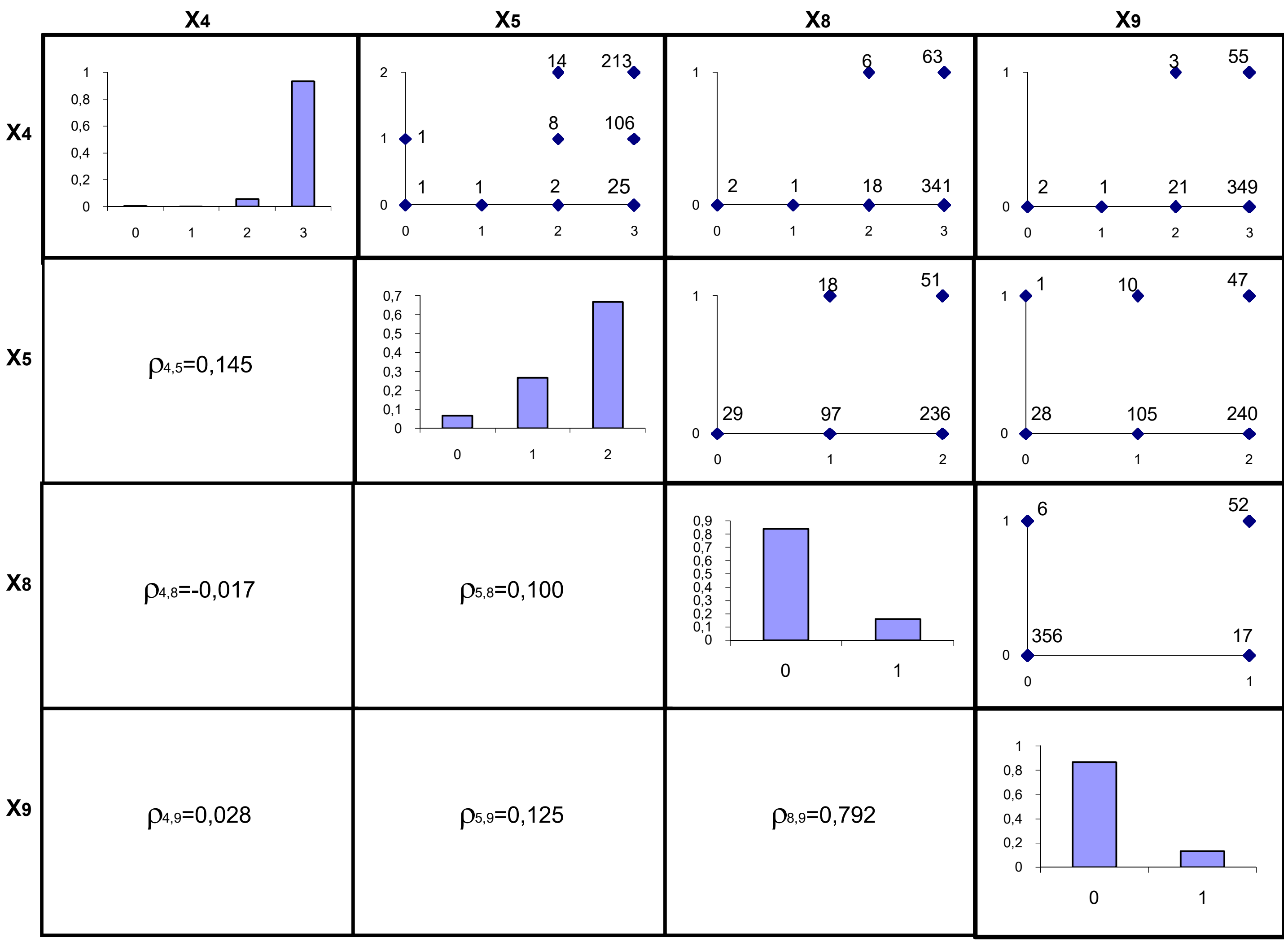
X_{14}		X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27_a}	X_{27_b}
.	**X_1**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_2**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_3**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_4**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_5**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_6**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_7**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_8**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_9**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_{10}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_{11}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_{12_a}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_{12_b}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	**X_{13}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1,0000	**X_{14}**	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,3740	**X_{15}**	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,4830	**X_{16}**	0,4360	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,3630	**X_{17}**	0,6570	0,4190	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,4040	**X_{18}**	0,4180	0,2230	0,2740	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,3900	**X_{19}**	0,4390	0,2290	0,2250	0,7600	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.
0,2720	**X_{20}**	0,6090	0,4010	0,5590	0,4080	0,3000	1,0000	.	.	.	.	.	.	.
0,3710	**X_{21}**	0,3370	0,2710	0,1240	0,3650	0,3310	0,3200	1,0000	.	.	.	.	.	.
0,3920	**X_{22}**	0,2610	0,0890	0,1710	0,4030	0,5050	0,1280	0,3490	1,0000	.	.	.	.	.
0,7180	**X_{24}**	0,6700	0,5350	0,5000	0,7150	0,7510	0,4790	0,4380	0,6090	1,0000	.	.	.	.
0,0390	**X_{25}**	-0,0510	0,0650	0,0800	-0,1580	-0,2730	-0,0520	-0,0860	-0,1660	-0,1340	1,0000	.	.	.
-0,0140	**X_{26}**	0,1620	-0,0760	0,1060	0,0610	0,0420	0,1280	0,2170	0,3060	0,1120	0,1540	1,0000	.	.
0,1450	**X_{27_a}**	0,2380	0,0590	0,2360	0,1640	0,1320	0,3360	0,1310	-0,0570	0,1930	0,1520	0,1610	1,0000	.
0,1870	**X_{27_b}**	0,2630	0,1000	0,2550	0,0720	0,1280	0,2390	0,0570	-0,0450	0,2000	0,1680	0,1290	0,9460	1,0000
0,0340	**X_{28}**	0,1350	-0,1920	-0,1080	0,1990	0,1110	0,1070	0,2500	-0,0020	0,0760	-0,1660	0,3530	0,3420	0,2600
0,0090	**X_{29}**	-0,0040	-0,0840	-0,2370	-0,0380	0,1690	-0,0450	-0,0550	-0,0750	-0,0380	-0,1270	0,1670	0,3230	0,3560
0,1660	**X_{30}**	0,0850	0,2210	0,1340	0,0810	-0,0230	0,1410	0,0760	0,0090	0,1420	-0,2720	0,0950	-0,0560	-0,1050
0,0870	**X_{31_a}**	0,2150	0,1760	0,1840	0,3370	0,3220	0,3970	0,1080	0,0160	0,2470	-0,0940	0,1430	0,4680	0,3880

-0,0550	$\mathbf{X_{31\_b}}$	0,1800	0,1110	-0,0050	0,1990	0,2830	0,0900	-0,0860	-0,1710	0,1230	0,0400	0,0860	0,1570	0,2060
0,0990	$\mathbf{X_{31\_c}}$	0,1010	0,0840	0,0660	0,0090	0,0820	0,2020	-0,0250	-0,0700	0,1500	-0,1220	0,1720	0,1590	0,1400
-0,0960	$\mathbf{X_{32}}$	0,0670	-0,0330	-0,0870	-0,0350	-0,0540	0,0180	0,1510	-0,0390	-0,0890	-0,2440	0,1310	0,1310	0,0920
0,3740	$\mathbf{X_{33}}$	0,2600	0,3510	0,1140	0,4150	0,4170	0,2800	0,2140	0,0770	0,4790	-0,0410	0,1510	0,1750	0,1800
0,1490	$\mathbf{X_{34}}$	0,2460	0,2850	0,0880	0,0870	0,1600	0,1980	-0,0530	0,0990	0,1990	-0,0950	-0,0530	0,1090	0,1330
0,1960	$\mathbf{X_{35}}$	0,2140	0,4370	0,1790	0,1780	0,1330	0,1520	0,0520	-0,0230	0,1930	-0,1430	-0,0790	0,1000	0,1750
-0,0370	$\mathbf{X_{36}}$	-0,0040	0,1460	-0,0720	0,1120	0,2040	0,0080	0,2010	-0,0180	0,0740	-0,1370	0,0590	0,1120	0,1410
-0,0660	$\mathbf{X_{37}}$	0,0530	0,0170	-0,1540	0,0560	0,0080	-0,1150	-0,0180	-0,0880	-0,0620	-0,3800	-0,0800	-0,3040	-0,2590
0,1800	$\mathbf{X_{38}}$	0,2830	0,3410	0,0940	0,2030	0,2030	0,2140	0,1660	-0,0700	0,2130	0,1950	0,3500	0,5130	0,5420

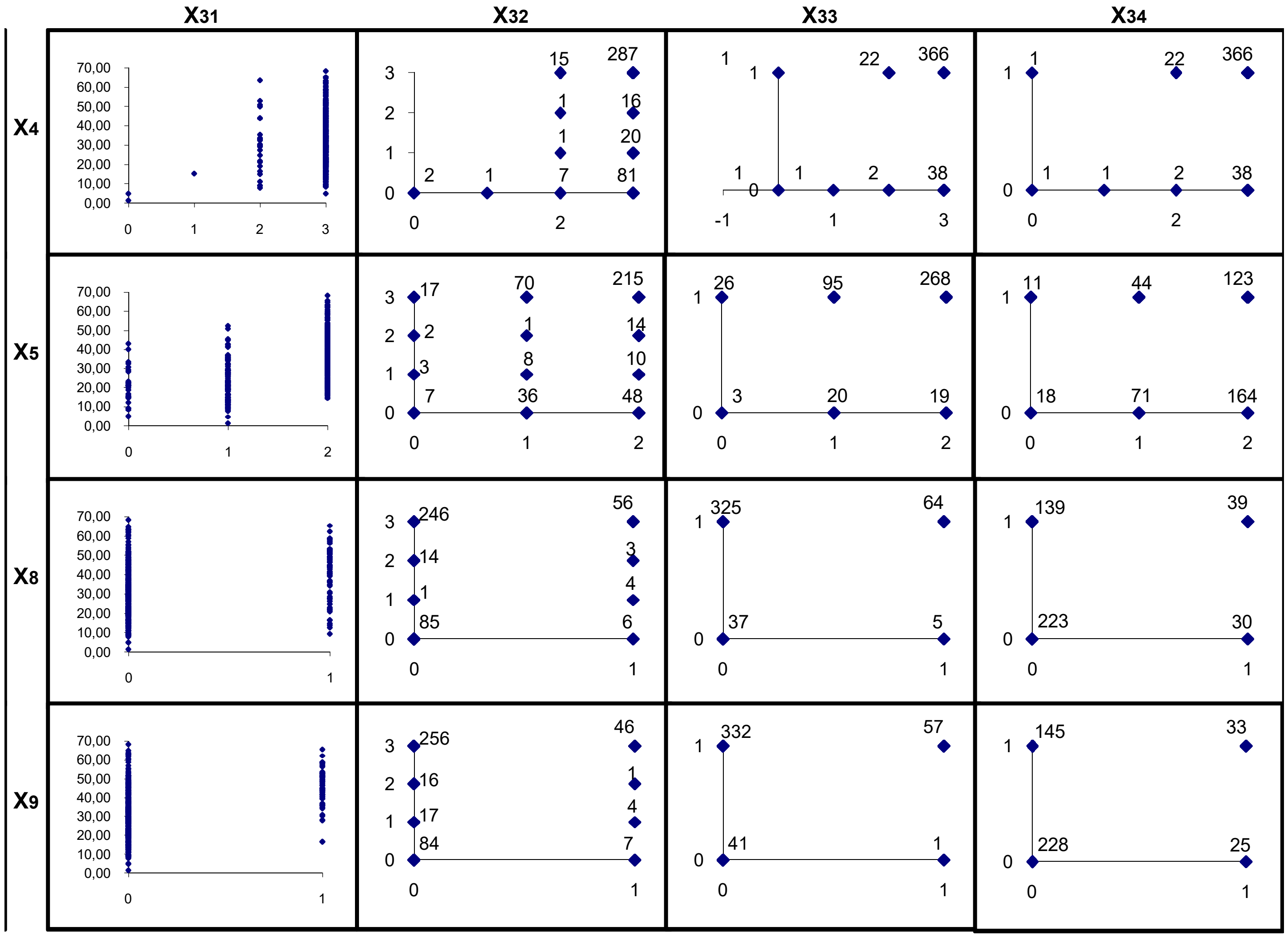
ANEXO F MATRIZ DE CORRELACIÓN

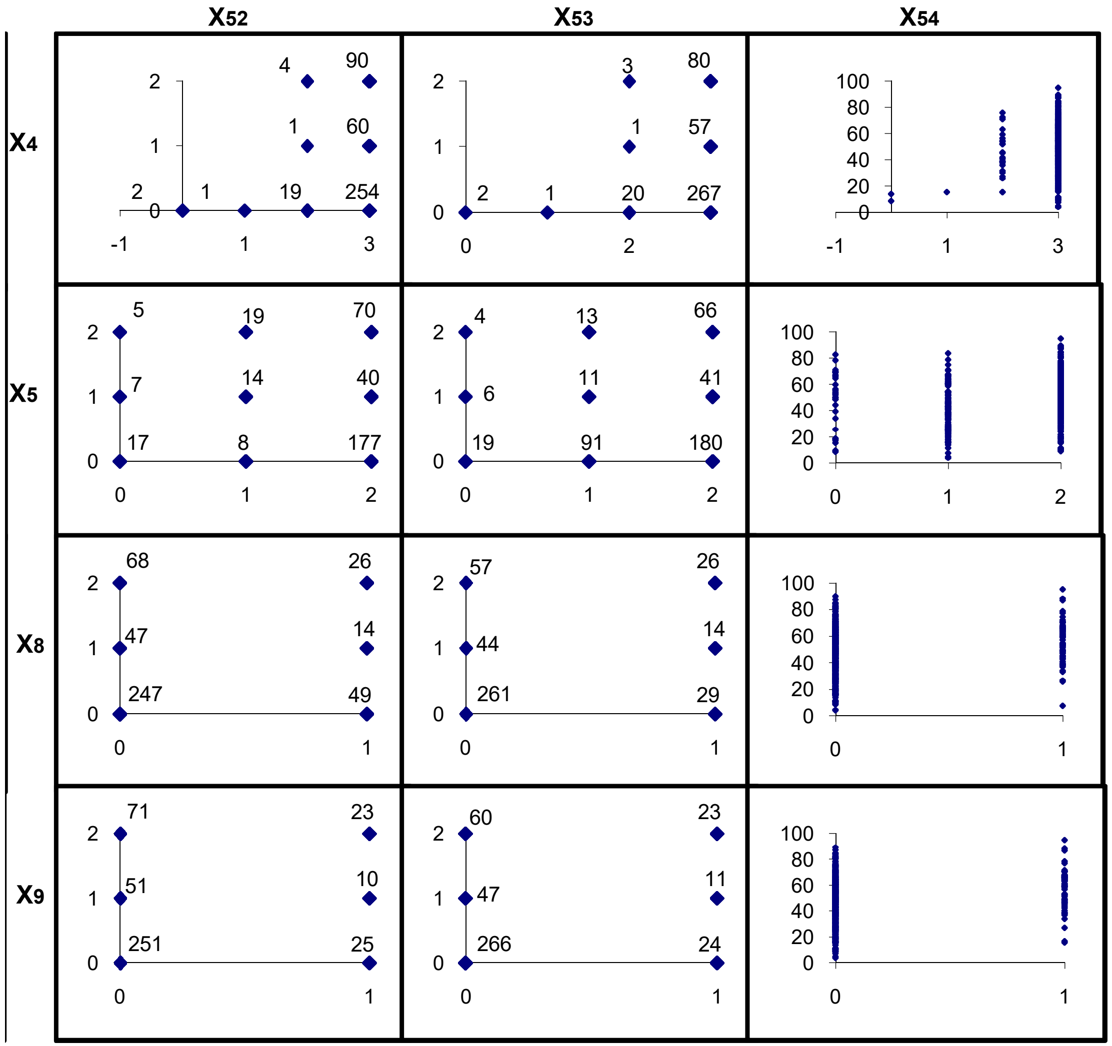
X_{28}	X_{29}	X_{30}		X_{31_a}	X_{31_b}	X_{31_c}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{37}	X_{38}
.	.	.	X_1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_9	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{10}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{11}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{12_a}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{12_b}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{13}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{14}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{15}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{16}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{17}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{18}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{19}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{20}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{21}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{22}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{24}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{25}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{26}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{27_a}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	X_{27_b}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1,0000	.	.	X_{28}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,4840	1,0000	.	X_{29}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,0250	-0,0020	1,0000	X_{30}	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
0,2710	0,2020	0,0740	X_{31_a}	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.	.

0,2530	0,2950	-0,1480	**X_{31_b}**	0,5040	1,0000	.	.	.	.	.	.	.	.
0,2580	0,1980	-0,0850	**X_{31_c}**	0,3920	0,5480	1,0000	.	.	.	.	.	.	.
0,0080	0,1490	0,2430	**X_{32}**	0,0790	-0,0250	-0,1490	1,0000	.	.	.	.	.	.
0,2530	0,1410	0,0580	**X_{33}**	0,3720	0,1800	0,1880	-0,0580	1,0000	.	.	.	.	.
0,0390	-0,0350	0,0090	**X_{34}**	0,2470	0,1670	0,3200	-0,1610	0,3800	1,0000	.	.	.	.
0,0800	-0,0140	0,1150	**X_{35}**	-0,0730	-0,0870	-0,1750	0,0650	0,1260	0,0810	1,0000	.	.	.
0,2970	0,1660	-0,1660	**X_{36}**	0,2930	0,2090	-0,0520	-0,0260	0,2530	0,0500	0,1890	1,0000	.	.
0,0160	0,0150	0,0240	**X_{37}**	-0,0920	0,0790	-0,0150	0,2270	0,0690	0,0910	0,2540	0,0730	1,0000	.
0,4820	0,3780	0,0570	**X_{38}**	0,4740	0,4720	0,2160	0,2040	0,4420	0,2760	0,4020	0,4280	0,0750	1,0000



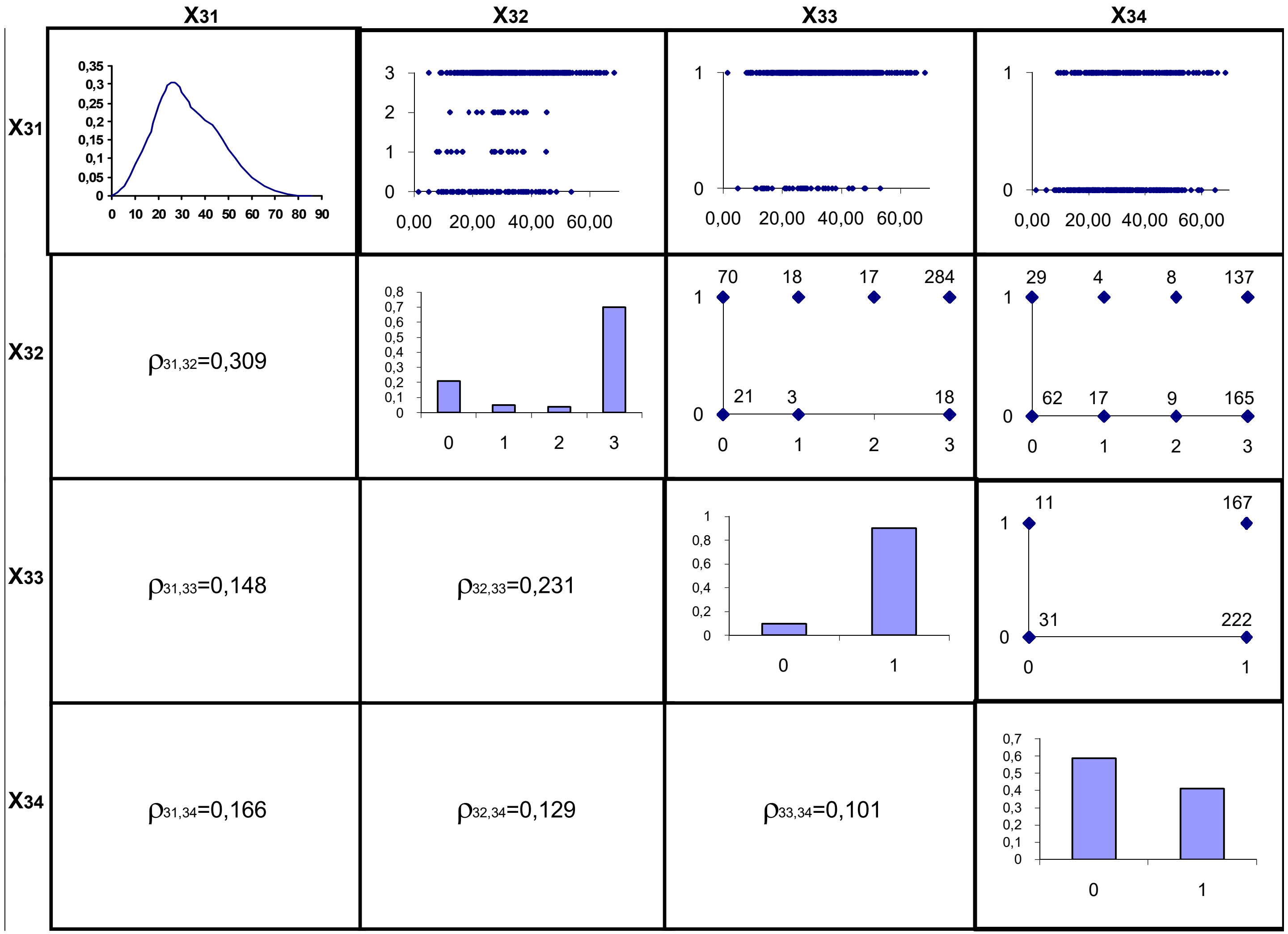
X4
X5
X8
X9
14
213
1
8
106
1
1
2
25
6
63
2
1
18
341
3
55
2
1
21
349
ρ4,5=0,145
18
51
29
97
236
1
10
47
28
105
240
ρ4,8=-0,017
ρ5,8=0,100
6
52
356
17
ρ4,9=0,028
ρ5,9=0,125
ρ8,9=0,792


X31
X32
X33
X34
X4
X5
X8
X9

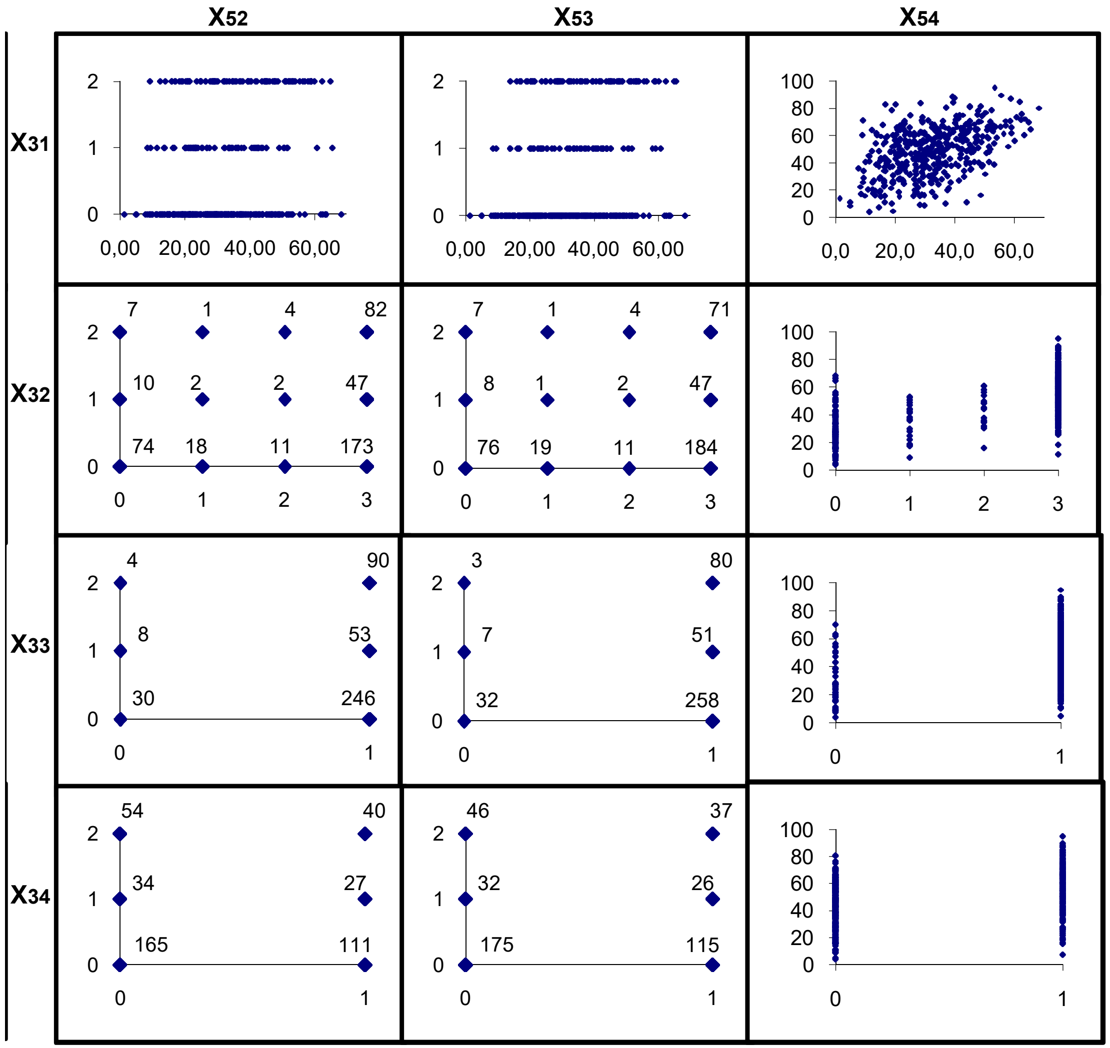


X52
X53
X54
X4
X5
X8
X9

	x_4	x_5	x_8	x_9
x_{31}	$\rho_{4,31}$=0,147	$\rho_{5,31}$=0,479	$\rho_{8,31}$=0,267	$\rho_{9,31}$=0,372
x_{32}	$\rho_{4,32}$=0,137	$\rho_{5,32}$=0,152	$\rho_{8,32}$=0,123	$\rho_{9,32}$=0,080
x_{33}	$\rho_{4,33}$=0,095	$\rho_{5,33}$=0,117	$\rho_{8,33}$=0,037	$\rho_{9,33}$=0,107
x_{34}	$\rho_{4,34}$=0,018	$\rho_{5,34}$=0,042	$\rho_{8,34}$=0,135	$\rho_{9,34}$=0,125



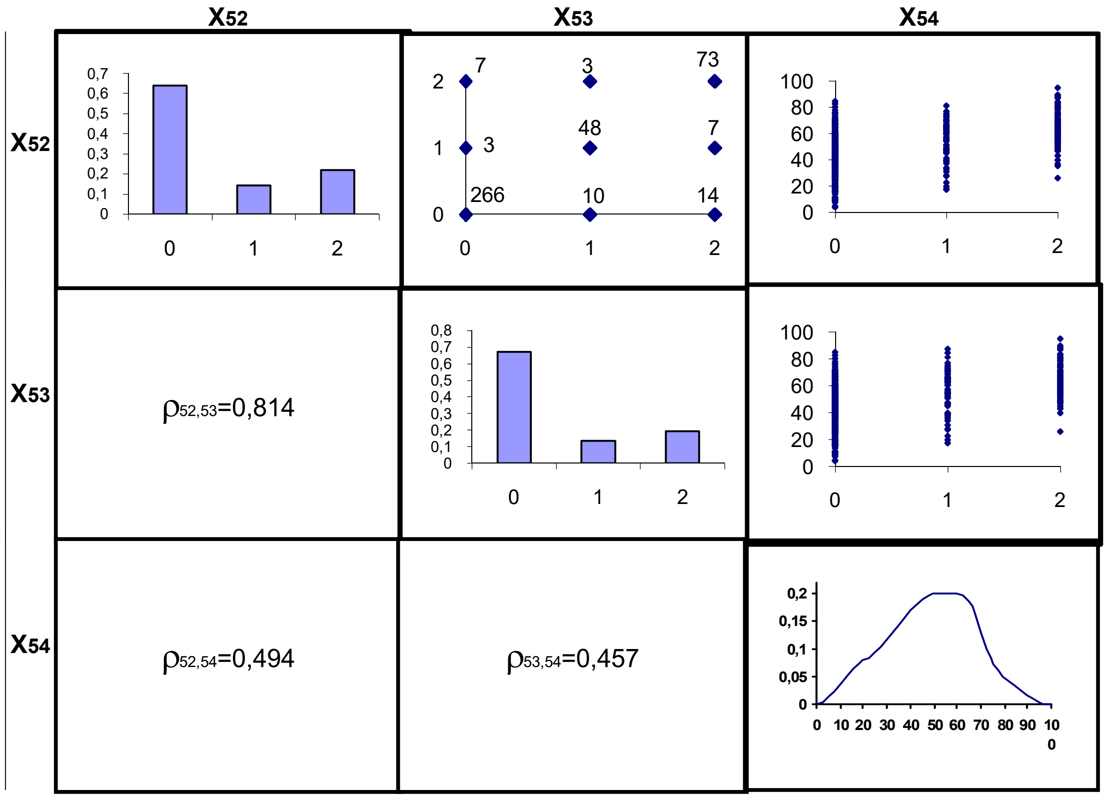
X31
X32
X33
X34
ρ31,32=0,309
ρ31,33=0,148
ρ32,33=0,231
ρ31,34=0,166
ρ32,34=0,129
ρ33,34=0,101
70
18
17
284
21
3
18
29
4
8
137
62
17
9
165
11
167
31
222



X52
X53
X54
X31
X32
X33
X34

	X_4	X_5	X_8	X_9
X_{52}	$\rho_{4,52}=0{,}084$	$\rho_{5,52}=0{,}064$	$\rho_{8,52}=0{,}201$	$\rho_{9,52}=0{,}185$
X_{53}	$\rho_{4,53}=0{,}088$	$\rho_{5,53}=0{,}118$	$\rho_{8,53}=0{,}239$	$\rho_{9,53}=0{,}229$
X_{54}	$\rho_{4,54}=0{,}155$	$\rho_{5,54}=0{,}180$	$\rho_{8,54}=0{,}200$	$\rho_{9,54}=0{,}202$

	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}
X_{52}	$\rho_{31,52}$=0,239	$\rho_{32,52}$=0,231	$\rho_{33,52}$=0,078	$\rho_{34,52}$=0,024
X_{53}	$\rho_{31,53}$=0,259	$\rho_{32,53}$=0,212	$\rho_{33,53}$=0,087	$\rho_{34,53}$=0,044
X_{54}	$\rho_{31,54}$=0,470	$\rho_{32,54}$=0,610	$\rho_{33,54}$=0,342	$\rho_{34,54}$=0,334



X_{52}
X_{53}
X_{54}
X_{52}
X_{53}
X_{54}
7
3
73
3
48
7
266
10
14
$\rho_{52,53}$=0,814
$\rho_{52,54}$=0,494
$\rho_{53,54}$=0,457

Anexo G

Coeficientes de los componentes principales
Calculados a partir de la matriz de datos estandarizados

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
X_1	-0.001	-0.576	0.634	0.055	-0.026
X_2	0.194	0.428	-0.432	-0.252	-0.308
X_3	-0.189	-0.224	0.231	0.630	0.211
X_4	0.0753	0.0896	-0.083	-0.038	0.113
X_5	-0.317	-0.185	0.116	0.361	0.117
X_6	0.267	0.179	-0.454	-0.084	0.044
X_7	0.217	0.0492	-0.475	-0.052	0.396
X_8	0.479	-0.227	-0.237	-0.174	0.157
X_9	0.623	0.0836	0.149	-0.233	-0.193
X_{10}	0.752	-0.178	-0.150	0.131	-0.268
X_{11}	0.447	-0.459	0.180	0.249	0.177
X_{12-a}	0.416	-0.121	-0.498	0.524	0.191
X_{12-b}	0.312	0.0369	-0.316	0.490	0.017
X_{13}	0.399	-0.443	-0.147	-0.064	0.052
X_{14}	0.658	-0.317	0.004	0.120	-0.159
X_{15}	0.752	0.0004	-0.054	-0.172	-0.283
X_{16}	0.560	-0.198	0.0773	0.217	-0.243
X_{18}	0.670	-0.216	0.141	-0.108	0.246
X_{19}	0.701	-0.101	-0.013	-0.151	0.341
X_{20}	0.622	0.0704	0.005	-0.170	-0.313
X_{21}	0.461	-0.108	0.145	-0.292	-0.215
X_{22}	0.457	-0.311	-0.258	-0.120	0.118
X_{24}	0.927	-0.290	-0.125	0.022	0.068
X_{25}	-0.09	0.301	-0.331	0.362	-0.432
X_{26}	0.214	0.369	-0.035	-0.263	-0.525
X_{27_a}	0.388	0.531	0.250	0.324	-0.279
X_{27_b}	0.381	0.535	0.210	0.418	-0.279

X_{28}	0.258	0.411	0.441	-0.184	0.212
X_{29}	0.104	0.454	0.356	-0.040	0.188
X_{30}	0.135	-0.262	0.171	-0.233	-0.089
X_{31_a}	0.447	0.515	0.127	-0.020	0.231
X_{31_b}	0.277	0.580	0.0018	-0.080	0.429
X_{31_c}	0.280	0.401	-0.0411	-0.104	0.354
X_{32}	-0.052	0.034	0.422	-0.324	-0.222
X_{33}	0.602	0.071	0.194	0.126	0.176
X_{34}	0.346	0.116	0.0275	0.165	0.130
X_{35}	0.216	-0.235	0.564	0.178	-0.214
X_{36}	0.166	0.215	0.301	0.278	0.311
X_{37}	0.067	-0.263	0.477	-0.218	0.265
X_{38}	0.462	0.530	0.495	0.165	-0.066

	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
X_1	0.093	-0.153	-0.017	-0.017	-0.155
X_2	-0.151	0.168	-0.169	-0.063	0.323
X_3	0.225	0.013	0.122	0.066	-0.03
X_4	-0.022	-0.831	0.035	0.007	0.208
X_5	0.984	0.339	-0.069	0.283	0.441
X_6	0.361	-0.079	0.276	0.244	0.077
X_7	-0.016	0.373	-0.212	0.022	-0.036
X_8	-0.045	0.03	0.232	0.456	0.019
X_9	0.009	0.009	0.231	0.176	0.345
X_{10}	-0.224	-0.101	0.127	0.018	0.067
X_{11}	-0.116	-0.197	-0.123	0.215	0.04
X_{12-a}	0.168	0.202	0.03	0.113	-0.009
X_{12-b}	0.023	0.089	0.234	0.218	-0.166
X_{13}	0.046	-0.053	-0.597	-0.024	0.095
X_{14}	-0.0004	-0.185	-.0225	-0.110	0.112
X_{15}	-0.139	0.130	0.074	0.054	0.152

X_{16}	-0.390	0.184	0.01	-0.105	-0.032
X_{18}	0.194	0.01	0.003	-0.156	-0.009
X_{19}	0.193	-0.044	-0.118	-0.242	0.130
X_{20}	-0.199	0.227	-0.104	-0.052	-0.294
X_{21}	0.333	0.100	0.193	-0.317	-0.135
X_{22}	0.476	-0.067	0.052	-0.159	0.001
X_{24}	0.105	-0.006	-0.062	-0.023	0.055
X_{25}	0.002	-0.105	0.186	-0.159	0.153
X_{26}	0.418	0.01	0.352	0.046	-0.151
X_{27_a}	0.243	-0.110	-0.269	0.153	-0.151
X_{27_b}	0.207	-0.105	-0.269	0.138	0.016
X_{28}	0.237	-0.164	0.046	-0.013	-0.065
X_{29}	0.180	-0.268	-0.233	0.155	0.239
X_{30}	0.014	0.09	-0.134	0.511	-0.418
X_{31_a}	-0.108	0.229	-0.220	-0.014	-0.306
X_{31_b}	-0.280	0.147	-0.078	0.017	0.272
X_{31_c}	-0.372	-0.216	-0.056	0.082	-0.190
X_{32}	0.189	0.315	-0.051	0.414	0.140
X_{33}	-0.134	-0.102	0.315	0.033	-0.059
X_{34}	-0.486	-0.246	0.238	-0.009	-0.185
X_{35}	-0.117	0.106	0.022	-0.161	0.135
X_{36}	0.160	0.456	0.126	-0.368	0.022
X_{37}	-0.309	0.168	.263	0.056	0.252
X_{38}	-0.021	0.104	0.153	0.005	0.130

	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}
X_1	-0.109	-0.118	0.178	0.124
X_2	0.043	0.023	0.007	-0.255
X_3	0.281	-0.067	-0.07	0.234
X_4	-0.178	0.157	0.03	0.06
X_5	-0.128	-0-03	0.166	0.058

X_6	-0.305	0.165	-0.116	0.193
X_7	0.180	0.014	0.122	0.319
X_8	0.047	-0.098	0.277	-0.187
X_9	0.224	-0.193	-0.107	0.034
X_{10}	0.128	-0.144	0.017	0.015
X_{11}	0.106	-0.176	0.133	-0.078
$X_{12\text{-}a}$	0.122	-0.015	-0.06	-0.174
$X_{12\text{-}b}$	-0.092	-0.013	-0.192	-0.122
X_{13}	0.219	0.242	-0.077	-0.037
X_{14}	0.160	0.171	0.147	-0.056
X_{15}	0.052	-0.163	-0.214	0.08
X_{16}	-0.017	0.395	0.041	0.373
X_{18}	-0.328	-0.191	0.222	0.170
X_{19}	-0.356	0.006	-0.071	0.011
X_{20}	-0.161	-0.250	0.03	0.044
X_{21}	0.066	-0.056	0.106	-0.062
X_{22}	0.021	0.095	-0.301	0.04
X_{24}	-0.015	0.013	0.007	0.055
X_{25}	0.007	0.092	0.457	0.173
X_{26}	0.325	0.245	0.032	0.234
X_{27_a}	-0.095	-0.249	-0.048	0.063
X_{27_b}	-0.063	-0.140	-0.171	0.084
X_{28}	0.397	-0.106	0.124	-0.192
X_{29}	0.127	0.151	-0.069	-0.265
X_{30}	-0.007	0.471	0.08	-0.005
X_{31_a}	-0.248	-0.034	0.093	-0.023
X_{31_b}	-0.059	0.057	0.103	0.234
X_{31_c}	0.290	-0.085	-0.03	0.294
X_{32}	-0.212	0.028	-0.105	-0.006
X_{33}	-0.157	0.091	0.267	-0.308
X_{34}	-0.124	0.107	-0.392	-0.081

X_{35}	-0.003	0.255	-0.159	0.252
X_{36}	0.07	0.130	-0.066	-0.296
X_{37}	0.057	-0.107	-0.171	0.075
X_{38}	0.008	0.279	0.109	0.076

ANEXO H

CARGAS CANONICAS DEL PRIMER VECTOR (U_i)

	1	2	3	4	5	6	7	8
X_{25}	- 0.238	-0.171	-0.203	-0.301	-0.065	0.123	-0.214	-0.322
X_{26}	- 0.268	0.126	0.164	-0.191	0.081	0.151	-0.552	0.266
X_{27_a}	0.149	-0.209	-0.172	-0.073	0.351	0.225	-0.110	0.041
X_{27_b}	- 0.048	-0.340	-0.242	0.012	0.291	0.198	-0.046	0.143
X_{28}	0.313	0.319	-0.082	0.294	0.215	0.069	-0.159	0.255
X_{29}	0.038	-0.062	0.070	0.360	-0.025	0.123	0.355	0.286
X_{30}	0.388	-0.020	-0.030	-0.030	-0.349	-0.586	-0.004	0.131
X_{31_a}	0.171	-0.291	0.283	0.001	0.349	0.101	-0.316	-0.153
X_{31_b}	- 0.015	-0.425	0.254	0.432	0.288	-0.188	-0.325	0.254
X_{31_c}	0.026	-0.329	-0.245	0.127	0.088	0.033	-0.372	0.240
X_{32}	0.118	0.211	0.065	0.315	-0.138	-0.131	-0.149	0.109
X_{33}	0.436	-0.467	0.005	-0.036	0.133	0.480	-0.072	0.255
X_{34}	0.048	-0.325	0.015	-0.016	-0.238	0.343	-0.027	0.059
X_{35}	0.201	-0.329	0.090	0.274	-0.459	-0.096	-0.087	-0.099
X_{36}	- 0.060	-0.207	0.084	0.483	0.488	0.040	0.100	-0.382
X_{37}	0.190	0.114	-0.009	0.600	-0.273	0.140	-0.242	0.041

	9	10	11	12	13	14	15	16
X_{25}	0.356	0.526	-0.116	0.481	0.137	-0.188	-0.094	0.153
X_{26}	-0.16	-0.233	-0.328	-0.01	-0.056	0.096	0.213	0.456
X_{27_a}	-0.753	-0.04	-0.081	0.627	-0.998	2.427	0.233	1.117
X_{27_b}	1.219	-0.282	0.259	-0.863	0.688	-1.721	0.181	-0.86
X_{28}	0.468	0.022	0.047	-0.121	0.208	-0.558	-0.745	-0.094
X_{29}	-0.138	0.014	0.207	0.625	0.038	-0.087	0.268	0.539
X_{30}	0.13	0.005	-0.176	0.006	0.445	0.03	0.289	0.363
X_{31_a}	0.267	-0.232	0.705	0.017	0.392	-0.99	0.129	-0.374
X_{31_b}	0.212	0.516	-0.072	-0.04	-0.153	0.638	-0.22	0.086
X_{31_c}	-0.811	-0.282	0.145	0.359	-0.056	-0.099	-0.053	-0.042
X_{32}	0.143	-0.194	-0.428	0.591	0.012	0.017	-0.013	-0.767
X_{33}	-0.122	0.312	-0.439	-0.015	-0.148	-0.297	0.109	-0.242
X_{34}	0.235	-0.218	-0.141	0.019	0.665	0.572	-0.446	0.012
X_{35}	-0.038	-0.338	-0.014	-0.095	-0.57	-0.168	-0.281	0.127
X_{36}	-0.242	-0.193	-0.562	0.062	0.206	0.126	0.037	0.262
X_{37}	0.096	0.285	0.247	-0.346	0.268	0.134	0.686	0.374

CARGAS CANONICAS DEL SEGUNDO VECTOR (V_i)

	1	2	3	4	5	6	7	8
X_6	-0.228	-0.253	0.177	-0.388	0.349	-0.077	-0.126	0.579
X_7	-0.214	-0.127	0.106	-0.096	0.394	-0.309	-0.367	0.071
X_8	0.478	-0.053	0.144	-0.249	0.129	0.048	-0.086	0.423
X_9	0.202	-0.097	-0.125	0.231	-0.068	0.084	-0.321	0.56
X_{10}	0.112	-0.44	-0.183	-0.256	-0.066	0.427	-0.171	0.214
X_{11}	0.468	-0.154	-0.207	-0.02	0.003	0.207	0.04	0.184
X_{12_A}	-0.238	-0.333	-0.027	-0.297	0.476	0.207	0.178	0.015
X_{12_B}	-0.054	-0.31	-0.234	-0.251	0.233	0.092	0.134	-0.012
X_{13}	0.052	-0.159	0.014	-0.183	-0.046	-0.384	0.34	0.282
X_{14}	0.183	-0.344	-0.263	-0.219	-0.117	0.122	0.001	0.203
X_{15}	0.086	-0.218	0.09	-0.01	-0.029	0.106	-0.339	0.374
X_{16}	0.193	-0.682	0.059	-0.057	-0.28	-0.083	-0.11	-0.246
X_{18}	0.462	-0.165	0.432	-0.049	0.261	0.172	-0.245	0.155
X_{19}	0.202	-0.337	0.499	0.087	0.28	0.23	0.088	0.384
X_{20}	0.309	-0.246	0.155	-0.255	0.102	0.148	-0.346	-0.057
X_{21}	0.202	0.126	-0.024	-0.016	0.262	0.115	-0.235	-0.015
X_{22}	-0.219	0.117	0.269	-0.293	0.014	0.238	-0.046	0.303

	9	10	11	12	13	14	15	16
X_6	0.052	0.041	-0.292	0.087	-0.11	0.222	0.097	0.179
X_7	-0.356	0.145	0.274	-0.199	0.41	-0.218	-0.139	-0.162
X_8	-0.274	0.215	-0.304	-0.082	0.272	0.117	-0.119	-0.368
X_9	0.175	-0.243	-0.337	-0.086	-0.097	-0.053	-0.359	-0.215
X_{10}	-0.031	-0.189	-0.112	-0.272	-0.003	-0.042	-0.324	-0.431
X_{11}	0.043	-0.053	0.052	-0.698	0.088	-0.049	0.305	-0.132
X_{12_A}	0.008	0.052	-0.215	-0.327	0.308	-0.046	-0.024	-0.238
X_{12_B}	0.223	-0.009	-0.17	-0.085	0.58	0.21	-0.418	0.245
X_{13}	-0.157	-0.33	0.091	-0.438	-0.087	-0.392	-0.096	-0.282
X_{14}	0.138	-0.169	-0.113	-0.179	0.046	-0.721	-0.112	-0.122
X_{15}	0.416	-0.342	-0.041	-0.234	0.206	0.016	-0.3	-0.391
X_{16}	0.066	-0.213	-0.356	-0.196	0.162	-0.125	-0.036	-0.264
X_{18}	0.129	-0.094	-0.033	-0.361	-0.096	-0.312	-0.297	0.18
X_{19}	-0.033	-0.234	0.014	-0.217	0.088	-0.356	-0.158	0.095
X_{20}	0.058	-0.561	0.173	0.13	0.01	0.038	-0.29	-0.38
X_{21}	0.003	-0.369	-0.57	0.052	-0.11	-0.409	-0.125	-0.138
X_{22}	-0.151	-0.436	-0.294	-0.357	0.209	-0.321	-0.019	0.188

ANEXO I

CARGAS CANONICAS DEL PRIMER VECTOR (U_i)

	1	2	3	4	5	6	7	8
X_{25}	- 0.238	-0.171	-0.203	-0.301	-0.065	0.123	-0.214	-0.322
X_{26}	- 0.268	0.126	0.164	-0.191	0.081	0.151	-0.552	0.266
X_{27_a}	0.149	-0.209	-0.172	-0.073	0.351	0.225	-0.110	0.041
X_{27_b}	- 0.048	-0.340	-0.242	0.012	0.291	0.198	-0.046	0.143
X_{28}	0.313	0.319	-0.082	0.294	0.215	0.069	-0.159	0.255
X_{29}	0.038	-0.062	0.070	0.360	-0.025	0.123	0.355	0.286
X_{30}	0.388	-0.020	-0.030	-0.030	-0.349	-0.586	-0.004	0.131
X_{31_a}	0.171	-0.291	0.283	0.001	0.349	0.101	-0.316	-0.153
X_{31_b}	- 0.015	-0.425	0.254	0.432	0.288	-0.188	-0.325	0.254
X_{31_c}	0.026	-0.329	-0.245	0.127	0.088	0.033	-0.372	0.240
X_{32}	0.118	0.211	0.065	0.315	-0.138	-0.131	-0.149	0.109
X_{33}	0.436	-0.467	0.005	-0.036	0.133	0.480	-0.072	0.255
X_{34}	0.048	-0.325	0.015	-0.016	-0.238	0.343	-0.027	0.059
X_{35}	0.201	-0.329	0.090	0.274	-0.459	-0.096	-0.087	-0.099
X_{36}	- 0.060	-0.207	0.084	0.483	0.488	0.040	0.100	-0.382
X_{37}	0.190	0.114	-0.009	0.600	-0.273	0.140	-0.242	0.041

	9	10	11	12	13	14	15	16
X_{25}	0.356	0.526	-0.116	0.481	0.137	-0.188	-0.094	0.153
X_{26}	-0.16	-0.233	-0.328	-0.01	-0.056	0.096	0.213	0.456
X_{27_a}	-0.753	-0.04	-0.081	0.627	-0.998	2.427	0.233	1.117
X_{27_b}	1.219	-0.282	0.259	-0.863	0.688	-1.721	0.181	-0.86
X_{28}	0.468	0.022	0.047	-0.121	0.208	-0.558	-0.745	-0.094
X_{29}	-0.138	0.014	0.207	0.625	0.038	-0.087	0.268	0.539
X_{30}	0.13	0.005	-0.176	0.006	0.445	0.03	0.289	0.363
X_{31_a}	0.267	-0.232	0.705	0.017	0.392	-0.99	0.129	-0.374
X_{31_b}	0.212	0.516	-0.072	-0.04	-0.153	0.638	-0.22	0.086
X_{31_c}	-0.811	-0.282	0.145	0.359	-0.056	-0.099	-0.053	-0.042
X_{32}	0.143	-0.194	-0.428	0.591	0.012	0.017	-0.013	-0.767
X_{33}	-0.122	0.312	-0.439	-0.015	-0.148	-0.297	0.109	-0.242
X_{34}	0.235	-0.218	-0.141	0.019	0.665	0.572	-0.446	0.012
X_{35}	-0.038	-0.338	-0.014	-0.095	-0.57	-0.168	-0.281	0.127
X_{36}	-0.242	-0.193	-0.562	0.062	0.206	0.126	0.037	0.262
X_{37}	0.096	0.285	0.247	-0.346	0.268	0.134	0.686	0.374

CARGAS CANONICAS DEL SEGUNDO VECTOR (V_i)

	1	2	3	4	5	6	7	8
X_6	-0.228	-0.253	0.177	-0.388	0.349	-0.077	-0.126	0.579
X_7	-0.214	-0.127	0.106	-0.096	0.394	-0.309	-0.367	0.071
X_8	0.478	-0.053	0.144	-0.249	0.129	0.048	-0.086	0.423
X_9	0.202	-0.097	-0.125	0.231	-0.068	0.084	-0.321	0.56
X_{10}	0.112	-0.44	-0.183	-0.256	-0.066	0.427	-0.171	0.214
X_{11}	0.468	-0.154	-0.207	-0.02	0.003	0.207	0.04	0.184
X_{12_A}	-0.238	-0.333	-0.027	-0.297	0.476	0.207	0.178	0.015
X_{12_B}	-0.054	-0.31	-0.234	-0.251	0.233	0.092	0.134	-0.012
X_{13}	0.052	-0.159	0.014	-0.183	-0.046	-0.384	0.34	0.282
X_{14}	0.183	-0.344	-0.263	-0.219	-0.117	0.122	0.001	0.203
X_{15}	0.086	-0.218	0.09	-0.01	-0.029	0.106	-0.339	0.374
X_{16}	0.193	-0.682	0.059	-0.057	-0.28	-0.083	-0.11	-0.246
X_{18}	0.462	-0.165	0.432	-0.049	0.261	0.172	-0.245	0.155
X_{19}	0.202	-0.337	0.499	0.087	0.28	0.23	0.088	0.384
X_{20}	0.309	-0.246	0.155	-0.255	0.102	0.148	-0.346	-0.057
X_{21}	0.202	0.126	-0.024	-0.016	0.262	0.115	-0.235	-0.015
X_{22}	-0.219	0.117	0.269	-0.293	0.014	0.238	-0.046	0.303

	9	10	11	12	13	14	15	16
X_6	0.052	0.041	-0.292	0.087	-0.11	0.222	0.097	0.179
X_7	-0.356	0.145	0.274	-0.199	0.41	-0.218	-0.139	-0.162
X_8	-0.274	0.215	-0.304	-0.082	0.272	0.117	-0.119	-0.368
X_9	0.175	-0.243	-0.337	-0.086	-0.097	-0.053	-0.359	-0.215
X_{10}	-0.031	-0.189	-0.112	-0.272	-0.003	-0.042	-0.324	-0.431
X_{11}	0.043	-0.053	0.052	-0.698	0.088	-0.049	0.305	-0.132
X_{12_A}	0.008	0.052	-0.215	-0.327	0.308	-0.046	-0.024	-0.238
X_{12_B}	0.223	-0.009	-0.17	-0.085	0.58	0.21	-0.418	0.245
X_{13}	-0.157	-0.33	0.091	-0.438	-0.087	-0.392	-0.096	-0.282
X_{14}	0.138	-0.169	-0.113	-0.179	0.046	-0.721	-0.112	-0.122
X_{15}	0.416	-0.342	-0.041	-0.234	0.206	0.016	-0.3	-0.391
X_{16}	0.066	-0.213	-0.356	-0.196	0.162	-0.125	-0.036	-0.264
X_{18}	0.129	-0.094	-0.033	-0.361	-0.096	-0.312	-0.297	0.18
X_{19}	-0.033	-0.234	0.014	-0.217	0.088	-0.356	-0.158	0.095
X_{20}	0.058	-0.561	0.173	0.13	0.01	0.038	-0.29	-0.38
X_{21}	0.003	-0.369	-0.57	0.052	-0.11	-0.409	-0.125	-0.138
X_{22}	-0.151	-0.436	-0.294	-0.357	0.209	-0.321	-0.019	0.188

BIBLIOGRAFÍA

1. Sánchez, J., Cárdenas, M., (1999) *Historia de la Educación*, Corporación editora Nacional, Quito, Ecuador

2. Yánez, C., (1999) *La educación indígena en el Ecuador*, Editorial Abya-Yala Quito, Ecuador

3. Sáenz, A., Rivera, J., (1999) *Visión a futuro de la educación*, Editorial Quigráfica Quito, Ecuador

4. *http://almez.pntic.mec.es*

5. *http:// www2.chas.ncsu.edu/garzón/pa765/corr*

6. *http:// www2.chas.ncsu.edu/garzón/pa765/canonic*

7. Mendenhall, Reinmuth (1978) *Estadística para administración y economía*, Grupo Editorial Iberoamérica, México D. F., México

8. Mendenhall, W., Wackerly, D., Scheaffer, R., (1994) *Estadística Matemática con Aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica, México D. F., México

9. Freund, J., Walpole, R., (1994) *Estadística Matemática con Aplicaciones*, Editorial PRENTICE-HALL HISPANOAMERICA, México D. F., México

10. Visauta, B., (1998) *Análisis estadístico con SPSS para Windows*, Editorial Mc Graw Hill, España

11. Batista, J., Martínez, M., (1989) *Análisis multivariante*, Editorial Hispano Europea, España

12. Jonson, R., Wichern, D., (1998) *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Editorial PRENTICE-HALL, Estados Unidos

13. Montgomery, D., *Diseño y análisis de experimentos*, Grupo Editorial Iberoamética, México D. F., México

14. Zill, D., Dewar, J., (1992) Algebra y trigonometría, Editorial Mc Graw Hill, México

15. Baldor, A., (1995) Aritmética, Editorial Cultural, Habana, Cuba

16. Becerra, J., (1986) Literatura ecuatoriana e hispanoamericana, Editorial Don Bosco, Quito, Ecuador