(MECG1020)

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y CIENCIAS DE LA PRODUCCIÓN

CINEMÁTICA DE MAQUINARIAS

EXAMEN PARCIAL

Nombres: Livingston, David

Apellidos: Castro Valladares

No. de matrícula

Fecha de emisión: 28/06/2017

Profesor

NOTA: Durante la resolución de la presente evaluación, como durante el desarrollo de todo el contenido del curso de Cinemática de Maquinaria, los estudiantes deben actuar acorde al código de ética y al reglamento de estudios de pregrado de ESPOL.

Firma: Solución

C.I.:

Instrucciones:

1.) Este es un examen en el que no se permite ningún tipo de apuntes o libro.
2.) Marcar de forma específica las respuestas.
3.) Procedimiento de resolución debe ser claro y conciso.
4.) La duración del presente examen es de 120 min.

(MECG1020)

Problema 1.) (2 puntos)

a.) Determine la movilidad del mecanismo mostrado en la figura 1.

A.) 1
B.) 2
C.) 3
$\boxed{\text{D.)}}$ ~~4~~ 10

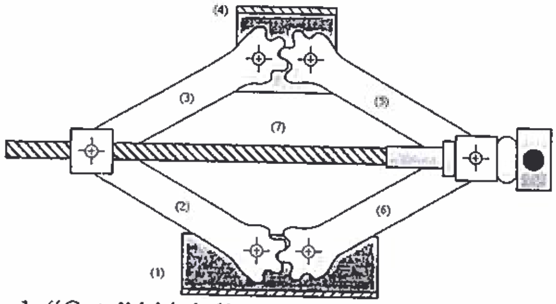
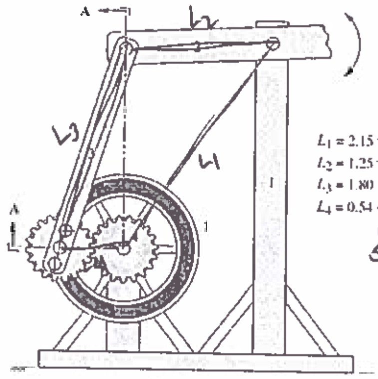


Figura 1. "Gata" hidráulica. Fuente: Norton, R. L. (2004).

Problema 2.) (2 puntos)

a.) Realizar un análisis de Grashof sobre el mecanismo mostrado en la figura 2.



$S + L = 0.54 + 2.15 = 2.69$

$S_1 + S_2 = 1.25 + 1.80 = 3.05$

$S + L < S_1 + S_2$

$\boxed{2.69 < 3.05}$ (A)

↳ $\boxed{\text{Caso I}}$ (*)

Figura 2. Máquina para trabajos hidráulicos. Fuente: Norton, R. L. (2004).

Problema 3.) (6 puntos)

Analizando el mecanismo mostrado en la figura 3, determine de forma conceptual:

a.) Dirección de la velocidad angular del eslabón BD. ↻ $\vec{\omega}_{BD}$
b.) Dirección de la velocidad angular del eslabón GE. ↳ $\vec{\omega}_{GE}$
c.) Dirección de la velocidad del punto E. → $\vec{V}_E$

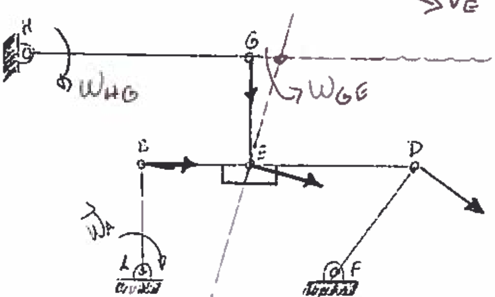
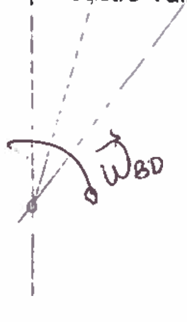


Figura 3. Mecanismo articulado. Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.



(MECG1020)

Problema 4.) (15 puntos)

Para el mecanismo intermitente mostrado en la figura 4, usando el método de vectores unitarios, determinar:

a.) $\vec{\omega}_{salida}$.
b.) $\vec{V}_{relativa}$.
c.) $\vec{\alpha}_{salida}$.
d.) $\vec{A}_{relativa}$.

NOTA: $|\vec{\omega}_2| = 200\, rad/s$.

I.) Sistema de referencia

II.) $|\vec V_A| = |\vec\omega_2||\vec r_{A/O_2}|$

$= (200)(68)$

$|\vec V_A| = 13600\ (\mu/s)$

III.) $\vec V_P = \vec V_O + \vec v + (\vec\omega \times \vec r_{P/O_4})$ (sistema móvil todo)

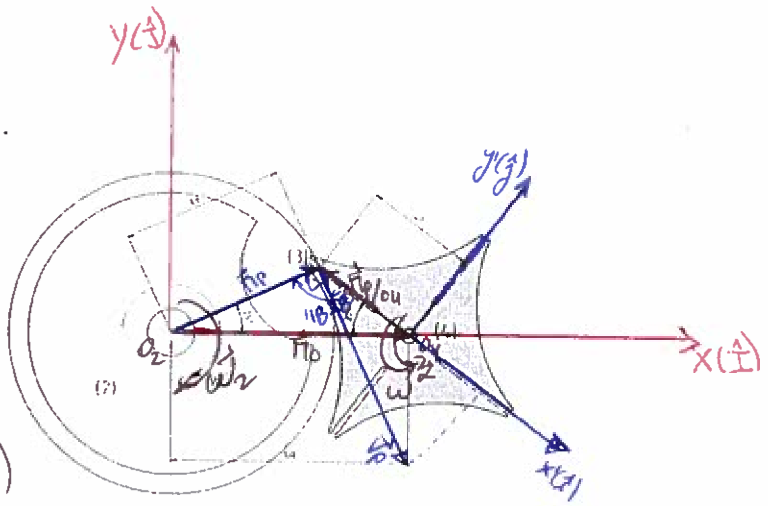


Figura 4. Mecanismo de Ginebra. Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

$\vec V_P = |\vec V_P|\begin{pmatrix}\cos 28\\ -\sin 28\\ 0\end{pmatrix}$

$\vec V_O = \vec 0$

$\vec v = |\vec v|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

$(\vec\omega\times\vec r_{P/O_4}) =$; $\underset{output}{\vec\omega} = |\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$; $\vec r_{P/O_4} = |\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} \rightarrow (\vec\omega\times\vec r_{P/O_4}) = |\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times|\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} = |\vec\omega||\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec V_P = \vec V_O + \vec v + (\vec\omega\times\vec r_{P/O_4})$

$\Rightarrow |\vec V_P|\begin{pmatrix}\cos 28\\ -\sin 28\\ 0\end{pmatrix} = |\vec v|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + |\vec\omega||\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} \rightarrow$ (i): $|\vec V_P|\cos 28 = |\vec v|$; (j): $|\vec V_P|(\cancel{-}\sin 28) = |\vec\omega||\vec r_{P/O_4}|(\cancel{-}1)$

$\Rightarrow |\vec v| = (13600)(\cos 28) = 12008.09\ (\mu/s)$

$|\vec\omega| = \dfrac{|\vec V_P|(\sin 28)}{|\vec r_{P/O_4}|} = \dfrac{(13600)(\sin 28)}{47} = \boxed{135.85\ (rad/s)} = |\vec\omega_{salida}|$

$\Rightarrow \boxed{\vec v = 12008.09\ (\mu/s)(\hat i) \quad \vec\omega = 135.85\ (rad/s)\ \hat k}$

IV.) $\vec A_P = \vec A_O + \vec A + 2(\vec\omega\times\vec v) + (\vec\alpha\times\vec r_{P/O_4}) + \vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r_{P/O_4})$

$\vec A_O = \vec 0$

$\vec A = |\vec A|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

$2\vec\omega\times\vec v = 2\left[|\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times|\vec v|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right] = 2|\vec\omega||\vec v|\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

$(\vec\alpha\times\vec r_{P/O_4}) = |\vec\alpha|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times|\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} = |\vec\alpha||\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}$

$\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r_{P/O_4}) = |\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times\left[|\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times|\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix}\right] = |\vec\omega|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\times\left[|\vec\omega||\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}\right] = |\vec\omega|^2|\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

$|\vec A_P| = |\vec\omega_2|^2|\vec r_{P/O_2}| = (200)^2(68) = 2720000\ (\mu/s^2) \rightarrow \vec A_P = |\vec A_P|\begin{pmatrix}-\cos 62°\\ -\sin 62°\\ 0\end{pmatrix}$

$|\vec A_P|\begin{pmatrix}-\cos 62°\\ -\sin 62°\\ 0\end{pmatrix} = \vec 0 + |\vec A|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + 2|\vec\omega||\vec v|\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + |\vec\alpha||\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} + |\vec\omega|^2|\vec r_{P/O_4}|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

i: $|\vec A_P|(-\cos 62°) = |\vec A| + |\vec\omega|^2|\vec r_{P/O_4}|$

j: $|\vec A_P|(-\sin 62°) = 2|\vec\omega||\vec v| - |\vec\alpha||\vec r_{P/O_4}| + \cancel{|\vec\omega|^2|\vec r_{P/O_4}|}$

$\rightarrow \boxed{|\vec A| = -|\vec A_P|\cos 62° - |\vec\omega|^2|\vec r_{P/O_4}|}$

$\boxed{|\vec\alpha| = \dfrac{2|\vec\omega||\vec v| + |\vec A_P|\sin 62°}{|\vec r_{P/O_4}|}}$

$|\vec A| = \cancel{3156962.65}$ 2144358.11 (μ/s^2)

$|\vec\alpha| = \cancel{153294.75}$ 120515.22 (rad/s^2)

$\Rightarrow \boxed{\vec A = |\vec A|\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \vec\alpha = |\vec\alpha|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}$ → Sistema móvil

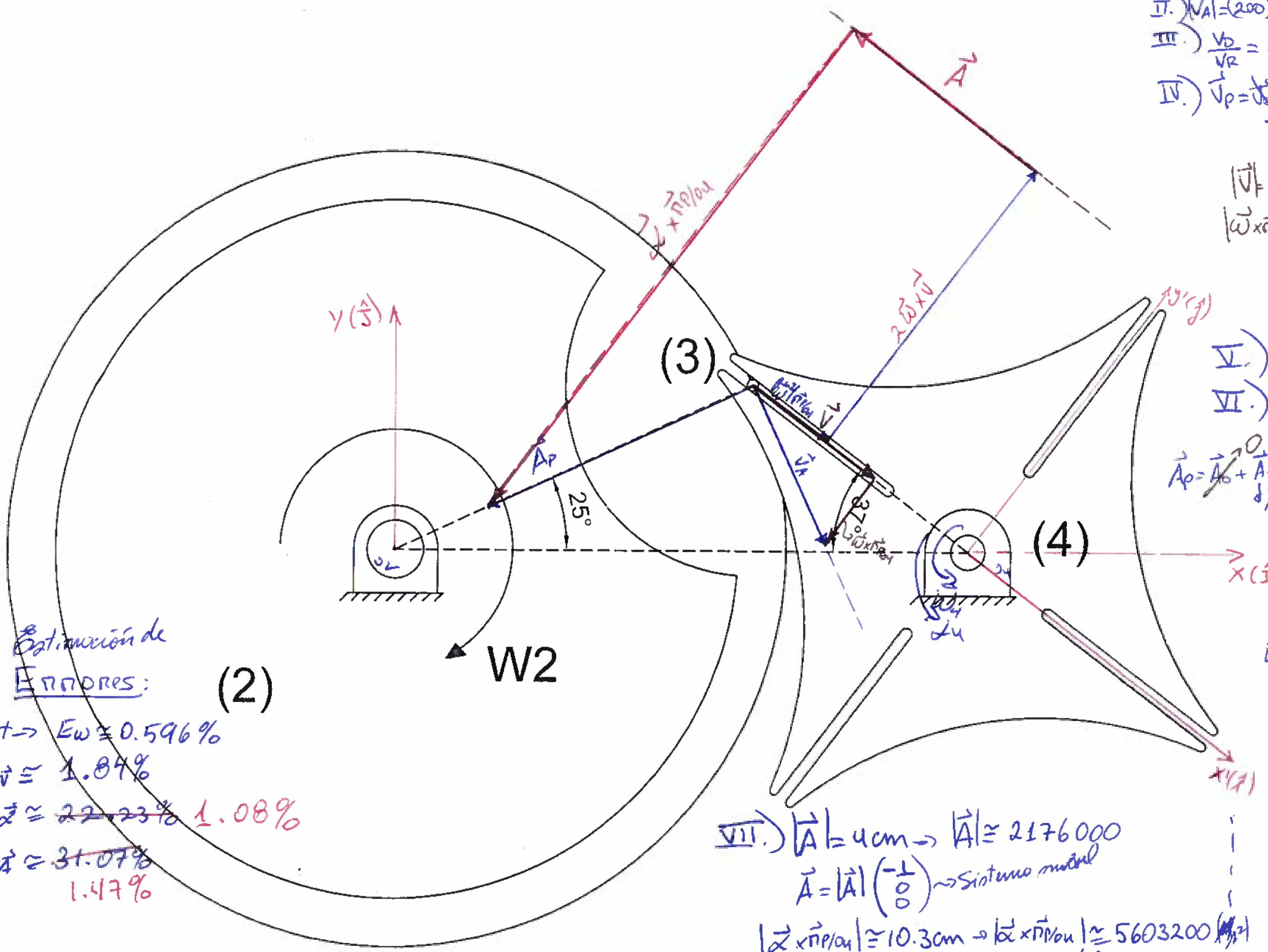
(MECG1020)

Problema 5.) (25 puntos)

Para el mecanismo intermitente mostrado en la figura 4, usando el método grafo-analítico, determinar:

a.) $\vec{\omega}_{salida}$.
b.) $\vec{V}_{relativa}$.
c.) $\vec{\alpha}_{salida}$.
d.) $\vec{A}_{relativa}$.
e.) Comparar con las respuestas obtenidas en el problema 4.

Nota: el desarrollo gráfico se deberá realizar en gráfico proporcionado en la siguiente página (escala 1:1). Además, en esta hoja, puede escribir las respuestas de forma concisa y ordenada.



II.) $|\vec{V}_A| = (200)(68) = 13600\ (cm/s)$

III.) $\frac{V_D}{V_R} = \frac{3\,cm}{13600\,(cm/s)}$

IV.) $\vec{V}_P = \cancel{\vec{V}_O} + \vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{P/O_4}$

$|\vec{V}| = 2.6\,cm \rightarrow \boxed{|\vec{V}| \cong 11786.67\ (cm/s)}$

$|\vec{\omega} \times \vec{r}_{P/O_4}| = 1.4\,cm$

$\rightarrow |\vec{\omega} \times \vec{r}_{P/O_4}| \cong 6346.67\ (cm/s)$

$\Rightarrow \boxed{|\vec{\omega}| \cong 135.04\ (rad/s)}$

V.) $|\vec{A}_P| = |\vec{\omega}_2|^2 |\vec{r}_{P/O_2}| = 2720000\ (cm/s^2)$

VI.) $\frac{A_D}{A_R} = \frac{5\,cm}{2720000\,(cm/s^2)}$

$\vec{A}_P = \cancel{\vec{A}_O} + \vec{A} + (2\vec{\omega} \times \vec{V}) + (\vec{\alpha} \times \vec{r}_{P/O_4}) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{P/O_4})$

$2|\vec{\omega}||\vec{V}_{rel}| = 3183...\ (cm/s^2)$

$|\vec{\omega}|^2 |\vec{r}_{P/O_4}| = 857082.68\ (cm/s^2) = 1.58\,cm$

VII.) $|\vec{A}| = 4\,cm \rightarrow |\vec{A}| \cong 2176000$

$\vec{A} = |\vec{A}| \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ → Sistema móvil

$|\vec{\alpha} \times \vec{r}_{P/O_4}| \cong 10.3\,cm \rightarrow |\vec{\alpha} \times \vec{r}_{P/O_4}| \cong 5603200\ (cm/s^2)$

$\rightarrow |\vec{\alpha}| = 119217.02\ (rad/s^2)$

$\rightarrow \vec{\alpha} = |\vec{\alpha}| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ → Sistema móvil y fijo.

VIII.) Estimación de Errores:

1.) $\vec{\omega}_{act} \rightarrow E_\omega \cong 0.596\%$

2.) $E_{\vec{V}} \cong 1.84\%$

3.) $E_{\vec{\alpha}} \cong$ ~~22.23%~~ 1.08%

4.) $E_{\vec{A}} \cong$ ~~31.07%~~ 1.47%

Dibujado por: Ing. L. Castro, M.S.M.E.

(MECG1020)

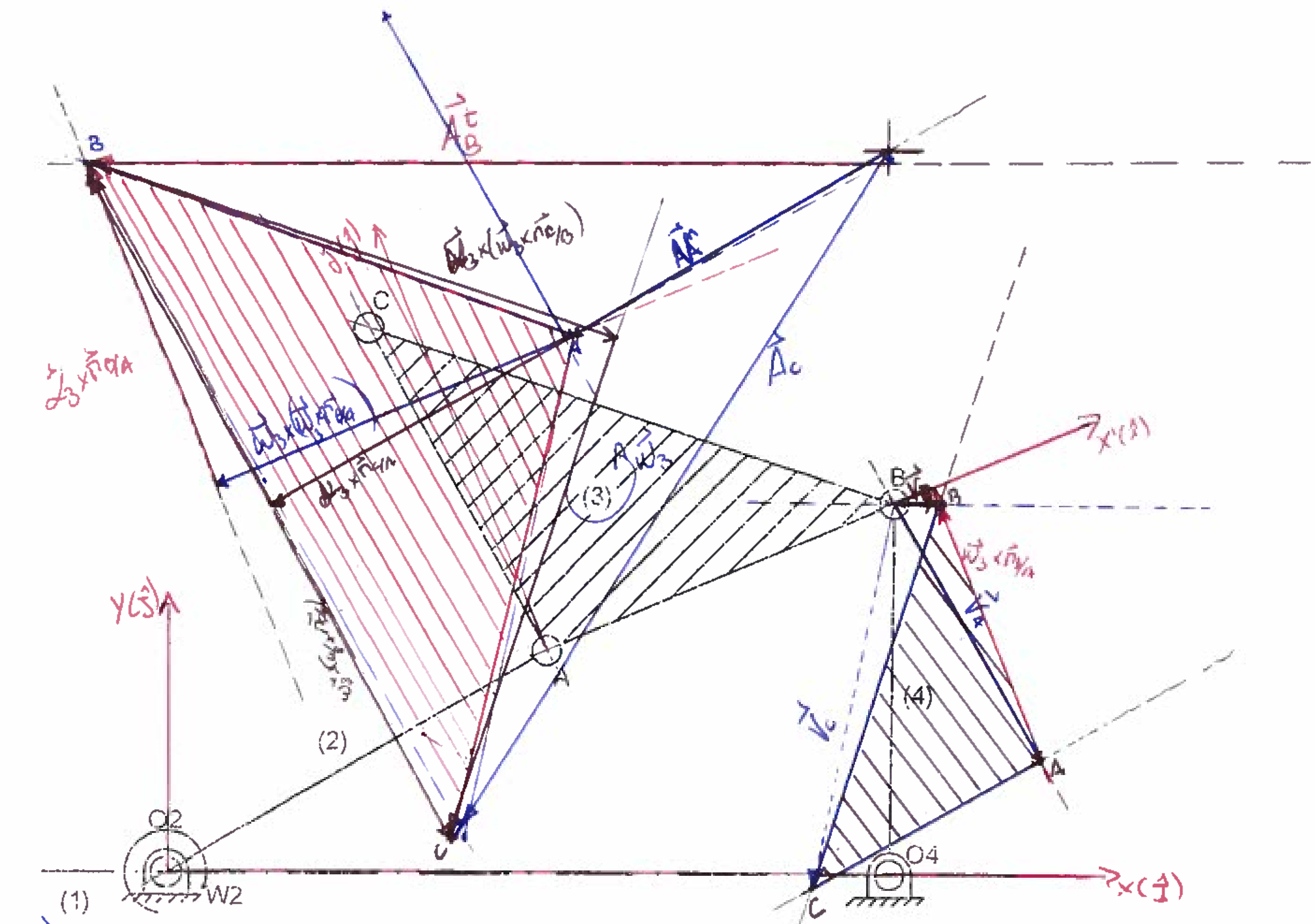
Problema 6.) (25 puntos)

Para el sistema mecánico mostrado en la figura 5, usando el método grafo-analítico, determinar:

a.) La imagen de velocidades del eslabón (3).
b.) Estimar $\vec{V}_c$.
c.) La imagen de aceleraciones del eslabón (3)
d.) Estimar $\vec{A}_c$.

NOTA: $\vec{\omega}_2 = 150(\frac{rad}{s})$

Nota: el desarrollo gráfico se deberá realizar en gráfico proporcionado en la siguiente página (escala 1:1). Además, en esta hoja, puede escribir las respuestas de forma concisa y ordenada.



I.) Sist. Referencia

II.) $\vec{V}_A = |\vec{\omega}_2|(60mm) = 9000 (mm/s)$

$\frac{V_D}{V_R} = \frac{4cm}{9000 mm/s}$

III.) $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \cancel{\vec{V}} + \underbrace{\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}}_{\hat{k} \times (\hat{i}) \rightarrow (\hat{j})}$

$|\vec{V}_B| = 6mm \cong 0.6cm$

$\Rightarrow \boxed{|\vec{V}_B| \cong 1350 (mm/s)}$ ⊛

$(\vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}) = 3.8 cm \cong \boxed{8550 (mm/s)}$

$\rightarrow |\vec{\omega}_3| \cong 166.02 (rad/s)$

IV.) $\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{C/A}$
$\quad \hookrightarrow (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A})$
$\quad \hat{k} \times (\hat{j})$
$\quad \perp \overline{AC}$

$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{C/B} \rightarrow \perp \overline{BC}$

$101.5°$

$|\vec{V}_C| \cong 5.45 cm \cong \boxed{12262.5 (mm/s)}$ ⊛

V.) $|\vec{A}_A^n| = |\vec{\omega}_2|^2 |\vec{r}_{A/O_2}| = (150)^2 (60mm) = 1350000 (mm/s^2)$

$\frac{A_D}{A_R} = \frac{5cm}{1350000 (mm/s^2)}$

VI.) $\vec{A}_B = \vec{A}_A + \cancel{\vec{A}} + 2(\cancel{\vec{\omega} \times \vec{v}}) + (\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{B/A}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A})$

$|\vec{A}_B^n| = |\vec{\omega}_4|^2 (\vec{r}_{B/O_4}) = \left(\frac{1350}{50}\right)^2 (50) = 36450 (mm/s^2) \rightarrow \boxed{0.135 cm}$ ⊛

$(\vec{A}_B^t) = \vec{\alpha}_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow // \ \vec{V}_B$

$(\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{B/A}) \rightarrow (\hat{k}) \times (\hat{i}) = \hat{j}$

$\vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}) = \hat{k} \times (\hat{k} \times \hat{i}) = \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$

$|\vec{\omega}_3|^2 |\vec{r}_{B/A}| = (166.02 rad/s)^2 (51.5mm) = 1419475.98 (mm/s^2)$

$\cong \cancel{4.21 cm} \ \boxed{5.26 cm}$ ⊛

$|\vec{A}_B^t| = 10.9cm \Rightarrow |\vec{A}_B^t| \cong 2943000 (mm/s^2) \rightarrow |\vec{\alpha}_4| =$

$|\vec{\alpha}_4| = 58860 (rad/s^2) \Rightarrow \vec{\alpha}_4 = |\vec{\alpha}_4| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

VII.) $|\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{B/A}| = 4.7 cm \cong 1269000 (mm/s^2)$

$\boxed{|\vec{\alpha}_3| = 24640.78 (rad/s^2)}$ ⊛

VIII.) $\vec{A}_C = \vec{A}_A + (\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{C/A}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A})$

4.57 (mm) 0.99cm $\perp$ a $\overline{CA}$ (5.05) // $\overline{CA}$

$\vec{A}_C = \vec{A}_B^n + \vec{A}_B^t + (\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{C/B}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B})$

(6.85) $\perp \overline{CB}$ (7.66) // $\overline{CB}$

IX.) $|\vec{A}_C| \cong 11cm \cong 270000 (mm/s^2)$

122°

CB = 7.5cm
AB = 5.15cm
CA = 4.95cm
O_2A = 6cm

$\vec{\omega}_2 = 150$ rad/s

Dibujado por: Ing. L. Castro, M.S.M.E.

$\ddot{X}: -r_4\ddot{\theta}_4 S\theta_4 - r_4(\dot{\theta}_4)^2 C\theta_4 + \ddot{r}_5 - \ddot{r}_3 C\theta_3 + \dot{r}_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 + \dot{r}_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 + r_3(\ddot{\theta}_3) S\theta_3 + r_3(\dot{\theta}_3)^2 C\theta_3 = 0$

$\ddot{Y}: r_4\ddot{\theta}_4 C\theta_4 - r_4(\dot{\theta}_4)^2 S\theta_4 - \ddot{r}_3 S\theta_3 - \dot{r}_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 - \dot{r}_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 - r_3\ddot{\theta}_3 C\theta_3 + r_3(\dot{\theta}_3)^2 S\theta_3 = 0$

$$\begin{bmatrix} -r_4 S\theta_4 & +1 \\ r_4 C\theta_4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{r}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_4(\dot{\theta}_4)^2 C\theta_4 + \ddot{r}_3 C\theta_3 - \dot{r}_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 - \dot{r}_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 - r_3(\ddot{\theta}_3) S\theta_3 - r_3(\dot{\theta}_3)^2 C\theta_3 \\ r_4(\dot{\theta}_4)^2 S\theta_2 + \ddot{r}_3 S\theta_3 - r_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 + \dot{r}_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 + r_3\ddot{\theta}_3 C\theta_3 + r_3(\dot{\theta}_3)^2 S\theta_3 \end{bmatrix}$$

Problema 7.) (25 puntos) (MECG1020)

Para el mecanismo de retorno rápido mostrado en la figura 6; usando el método vectorial de lazo cerrado, determinar:

a.) Las ecuaciones de posición del mecanismo.
b.) Las ecuaciones de velocidad del mecanismo.
c.) Las ecuaciones de aceleración del mecanismo.
d.) Determinar la posición del punto A.
e.) Determinar la posición del punto B.

Restricciones Mecánicas

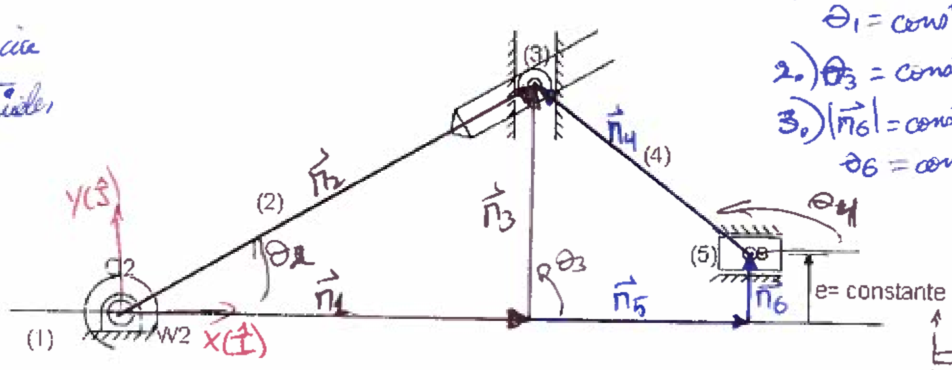
1) $\vec{r}_1$ = constant, θ_1 = constante $= 0°$
2.) θ_3 = constante $= 90°$
3.) $|\vec{r}_6|$ = constante, θ_6 = constante

I.) Sistema de referencia

II.) Ecuaciones Vectoriales

$\boxed{\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_3}$ ①

$\boxed{\vec{r}_3 = \vec{r}_4 + \vec{r}_6 + \vec{r}_5}$ ②



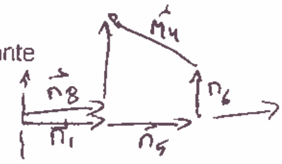


Figura 6. Mecanismo articulado. Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

$\vec{r}_1 + \vec{r}_5 + \vec{r}_6 + \vec{r}_4 = \vec{r}_8$

III.) Primer Sistema:

$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 - \vec{r}_3 = \vec{0}$

$X: r_2 C\theta_2 - r_1 = 0$
$Y: r_2 S\theta_2 - r_3 = 0$

$\rightarrow$ Posición de $\boxed{A}$ $\Rightarrow$ $\boxed{A_x = r_1 = \text{constante} \quad A_y = r_3 = r_2 \sin\theta_2}$

$\dot{X}: \dot{r}_2 C\theta_2 - r_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 = 0$
$\dot{Y}: \dot{r}_2 S\theta_2 + r_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 - \dot{r}_3 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{bmatrix} C\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 \\ -r_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 \end{bmatrix}}$$

$\ddot{X}: \ddot{r}_2 C\theta_2 - \dot{r}_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 - \dot{r}_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 - r_2\ddot{\theta}_2 S\theta_2 - r_2(\dot{\theta}_2)^2 C\theta_2 = 0$
$\ddot{Y}: \ddot{r}_2 S\theta_2 + \dot{r}_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 + \dot{r}_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 + r_2(\ddot{\theta}_2) C\theta_2 - r_2(\dot{\theta}_2)^2 S\theta_2 - \ddot{r}_3 = 0$

$$\hookrightarrow \boxed{\begin{bmatrix} C\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{r}_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 + \dot{r}_2\dot{\theta}_2 S\theta_2 + r_2\ddot{\theta}_2 S\theta_2 + r_2(\dot{\theta}_2)^2 C\theta_2 \\ -\dot{r}_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 - \dot{r}_2\dot{\theta}_2 C\theta_2 - r_2(\ddot{\theta}_2) C\theta_2 + r_2(\dot{\theta}_2)^2 S\theta_2 \end{bmatrix}}$$

IV.) $\boxed{\vec{r}_3 = \vec{r}_4 + \vec{r}_5 + \vec{r}_6}$ $\rightarrow$ Conocido ahora $|\vec{r}_3|$ y θ_3

$\hookrightarrow \vec{0} = \vec{r}_4 + \vec{r}_5 + \vec{r}_6 - \vec{r}_3 = \vec{0}$

$X: r_4 C\theta_4 + r_5 \cancel{C\theta_5} + \cancel{r_6 C\theta_6} - r_3 C\theta_3 = 0$
$Y: r_4 S\theta_4 + \cancel{r_5 S\theta_5} + r_6 S\theta_6 - r_3 S\theta_3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \begin{pmatrix} r_1 + r_5 \\ r_6 \end{pmatrix}}$

$\boxed{\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{r_3 S\theta_3 - r_6 S\theta_6}{r_4}\right)}$

~~$r_4 = \frac{r_5 C\theta_3 - r_5}{C\theta_4}$~~

$\boxed{r_5 = r_3 C\theta_3 - r_4 C\theta_4}$

$\dot{X}: -r_4\dot{\theta}_4 S\theta_4 + \dot{r}_5 - \dot{r}_3 C\theta_3 + r_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 = 0$
$\dot{Y}: r_4\dot{\theta}_4 C\theta_4 - \dot{r}_3 S\theta_3 - r_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{bmatrix} -r_4 S\theta_4 & +1 \\ r_4 C\theta_4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_4 \\ \dot{r}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{r}_3 C\theta_3 - r_3\dot{\theta}_3 S\theta_3 \\ \dot{r}_3 S\theta_3 + r_3\dot{\theta}_3 C\theta_3 \end{bmatrix}}$$