



Matrícula:

Nombre:

Paralelo:

COMPROMISO DE HONOR: Al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además, no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior. "Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma

Notas: Desarrolle los ejercicios de forma ordenada y con letra legible en las hojas para desarrollo.

Tema 1 (20 puntos). Dibuje el diagrama de transición de estados y encuentre la distribución (estacionaria) de la cadena de Markov cuya matriz de transición es:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\
 \frac{9}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 \\
 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{9}{10} \\
 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}
 \end{bmatrix}$$

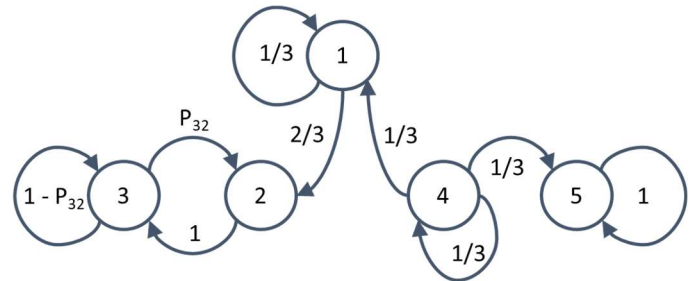
Nota: Realice el desarrollo paso a paso, planteando las ecuaciones.

Referencia: Prob. 12.8. Gubner, J. A. (2006). *Probability and random processes for electrical and computer engineers*. Cambridge University Press.

Rúbrica: diagrama (5 puntos), desarrollo paso a paso (10 puntos), resultados (5 puntos)

Tema 2 (20 puntos). Considere la siguiente cadena de Markov con estados finitos:

- Identifique los estados transientes
- Identifique las clases de los estados recurrentes
- Para cada clase recurrente, encuentre la probabilidad de estado estable π_i . Desarrolle paso a paso.
- Encuentre las probabilidades de transición para n pasos P_{ij}^n como una función de n . Con sus palabras describa cada una (no requiere ecuaciones).



- P_{44}^n
- P_{45}^n
- P_{41}^n
- $P_{43}^n + P_{42}^n$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{43}^n$

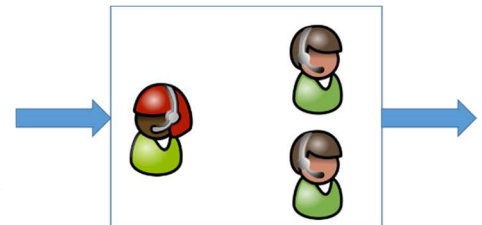
Rúbrica: literal a y b (5 puntos), literal c (5 puntos), literal d (10 puntos)

Tema 3 (30 puntos). Para obtener **soporte técnico** de un proveedor de internet se llama al número telefónico del call-center donde se encuentra una recepcionista y dos técnicos. Los clientes llaman a intervalos de tiempo de 10 minutos, distribuidos exponencialmente.

En una llamada, los clientes son atendidos por la recepcionista que toma los datos y redirige la llamada a uno de los técnicos disponibles. Si un cliente llama mientras la recepcionista atiende otra, el cliente recibe tono de ocupado y la pierde.

La recepcionista al pasar una llamada a los técnicos puede suceder que:

- Si ambos están disponibles, se selecciona uno con igual probabilidad.
- Si solo hay uno disponible, se le asigna la llamada.
- Si los dos técnicos están ocupados, se pierde la llamada.



Considere a un cliente como "satisfecho" si su llamada fue procesada por la recepcionista y cualquiera de los técnicos.

Los tiempos de atención siguen distribuciones exponenciales: recepcionista es de 3 minutos y por técnico es de 15 minutos.

- ¿Cuáles son los estados para un modelo Markov?
- Dibuje un modelo de Markov para el problema.
- Etiquete cada uno de las conexiones.

- d) En estado estable, ¿cuáles son las probabilidades de encontrarse en cada estado?
- e) Encuentre la probabilidad que los técnicos estén ocupados.
- f) ¿Cuál es la probabilidad que una llamada se pierda en la recepción?
- g) ¿Cuál es la tasa de clientes satisfechos? (salida del sistema, throughput)

Referencias: Chun Tung Chou. COMP9334 Capacity Planning of Computer Systems and Networks.

Rúbrica: literal a y b (10 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (4 puntos), literal f y g (6 puntos).

Tema 4 (30 puntos). La **portabilidad numérica** para redes de telefonía móvil es una funcionalidad que permite que un abonado pueda conservar su número telefónico cuando decide cambiar de operador de red [1]. En Ecuador la portabilidad numérica es posible desde el final del año 2009 y de acuerdo al Ministerio de Telecomunicaciones, con esta iniciativa se garantiza el derecho de los usuarios, se estimula la competencia e innovación y se incentiva a que las operadoras evolucionen rápidamente y creen nuevos servicios, beneficiando a sus suscriptores [2].

Según los datos de Agencia de Regulación y Control de las Telecomunicaciones (ARCOTEL), durante los primeros 6 años de vigencia 1'351.989 usuarios del servicio móvil avanzado (SMA) ejercieron su derecho a la portabilidad numérica.

Desde la operadora **ROJA** dejaron el servicio 602.952 usuarios, 536.157 se cambiaron a VERDE y 66.795 a AZUL. Mientras que salieron de la operadora **VERDE** 712.236 usuarios, 639.587 se cambiaron a ROJA y 72.649 a AZUL. Desde la operadora **AZUL** dejaron de utilizar su servicio 36.801 líneas, 19.471 migraron a ROJA y 17.330 a VERDE.

En el año 2015 se registraron **13,8 millones** de abonados de telefonía móvil, la participación de la operadora **ROJA** fue de 62,5%, le sigue **VERDE** con un 29% y **AZUL** de 8,5%. [3]. Suponga que los datos corresponden al final del año, tampoco considere las líneas que fueron anuladas por inactividad, como fue dispuesto en ese año por el organismo regulador.

Considerando todos los datos como un solo periodo y que la portabilidad de abonados supone un comportamiento aleatorio similar e independiente en cada periodo aproximado a un modelo tipo Markov, desarrolle las siguientes preguntas:

- a) Determine y escriba los estados
- b) Realice el diagrama de transición de estados
- c) Usando los datos del enunciado, determine las probabilidades de cambio de operadora y ubíquelas en el diagrama de transición de estados.
- d) Realice la matriz de transición equivalente

En adelante, para el ejercicio suponga que el resultado anterior es aplicable en varios periodos.

- e) Suponga que observa un abonado de la operadora **ROJA**:
 1. Determine la probabilidad que en el siguiente periodo sea abonado de VERDE.
 2. Luego el cliente del numeral anterior al segundo periodo decida cambiarse a la operadora AZUL
 3. Para otro abonado de la operadora **ROJA**, determine la probabilidad que luego de tres periodos no termine en la operadora VERDE.
- f) Determine las probabilidades de transición a largo plazo.
- g) Para cada uno de los valores encontrados en el literal anterior, con sus palabras describa en una línea el significado referenciado al problema.

Referencias:

[1] <http://www.arcotel.gob.ec/wp-content/uploads/2015/01/Portabilidad-Numerica-MOD.pdf>

[2] <http://www.eltelegrafo.com.ec/noticias/economia/8/13-millones-de-usuarios-de-la-telefonía-movil-cambiaron-de-operadora>

[3] <http://www.elcomercio.com/actualidad/ecuador-lineas-telefoniacelular-arcotel.html>

Rúbrica: literal a y b (8 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), literal e (4 puntos), literal f y g (8 puntos).

<p>Formulario:</p> <p>$(1/3) + (1/3)^2 + \dots (1/3)^n = \frac{1}{2} (1 - (1/3)^n)$</p> <p>$L = \lambda W$ Clientes promedio en el sistema</p> <p>$\rho = \lambda/\mu$ Ocupación promedio de un servidor</p>	<p>Si la cadena de Markov es finita, la matriz P será de nxn cuadrada y no negativa cuyas filas suman 1.</p> $1 = \sum_j P[X_{n+1} = j X_n = i] = \sum_j p_{ij}$ <p>Estado estacionario:</p> $\pi_j = \sum_i \pi_i P_{ij}, \text{ para todo } j$ $1 = \sum_i \pi_i$
--	---