



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación

**“MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE UN MOTOR/GENERADOR
ELECTRICO DE CORRIENTE CONTINUA CONTROLADO POR
CAMPO/ARMADURA Y CON CARGA VARIABLE”**

INFORME DE MATERIA DE GRADUACIÓN

Previo a la obtención del título de:

**INGENIERO EN ELECTRICIDAD ESPECIALIZACIÓN ELÉCTRICA
Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL**

Presentado por:

Diego Leonel Córdova Crespo

GUAYAQUIL – ECUADOR

2015

AGRADECIMIENTO

A toda ESPOL por la oportunidad de crecimiento
en especial a mis profesores.

A mis amigos por su camaradería.

DEDICATORIA

A Dios por darme sabiduría y humildad.
A mi familia con mucho cariño, por su apoyo, confianza y sobre todo su amor incondicional.

TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN



Phd, Douglas Plaza

Profesor de la Materia de Graduación



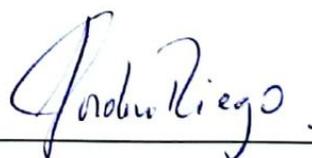
MSc. Holger Cevallos

Profesor Delegado por la Unidad Académica

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad del contenido de este Informe, nos corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma, a la "ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

(Reglamento de Graduación de la ESPOL)



Diego Leonel Córdova Crespo

RESUMEN

Los simuladores se basan en el modelado matemático de los elementos que constituyen los sistemas, la validez de los simuladores depende de la aproximación que hay entre los modelos matemáticos de los componentes y sus verdaderos comportamientos físicos. Por tanto, no es de extrañar la importancia que tienen los simuladores en las empresas.

La Introducción a Xcos-Scilab y Open Modelica es motivada por las limitaciones presentadas por Simulink-Matlab ya que al ser un software comercial se vuelve un problema para el estudiante obtener su licencia de uso debido a su alto costo en el mercado.

El siguiente trabajo tiene como objetivo modelar y simular un sistema motor/generador eléctrico de corriente continua controlado por campo/armadura y con carga variable, evaluar desempeño de los programas de simulación del propietario Matlab/Simulink, y los programas libres Scilab/Xcos y (Open) Modelica.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTO	II
DEDICATORIA	III
TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN	IV
DECLARACIÓN EXPRESA	V
RESUMEN	VI
ÍNDICE GENERAL	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	IX
ABREVIATURAS	X
SIMBOLOGÍA	XI
INTRODUCCIÓN	XIV
1. MÁQUINA ELÉCTRICA GENERALIZADA	1
1.1. Esquema general	1
1.1.1. Matriz de inductancias	3
1.1.2. Matriz de par.....	4

1.1.3. Matriz de resistencias	4
1.2. Cálculo de par generado	5
1.3. Transformación de coordenadas	8
1.4. Invarianza en potencia	12
1.4.1. Matriz de inductancias $\alpha\beta dq$	14
1.4.2. Matriz de resistencias $\alpha\beta dq$	15
1.4.3. Matrices de generación $\alpha\beta dq$	15
1.5. Ecuaciones generales en coordenadas $\alpha\beta dq$	17
1.6. Introducción a las máquinas de corriente continua	18
2. MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA	20
2.1. Partes o elementos constitutivos	21
2.2. Principio de funcionamiento.....	22
2.3. Reacción del inducido E_a	24
2.4. Conmutación	26
2.5. Clasificación	28
2.6. Flujo de potencia y pérdidas	30
3. MODELO MATEMÁTICO DE LA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTI-	
 NUA	32
3.1. Motor derivación	32
3.1.1. Característica par - velocidad	34
3.1.2. Característica par - corriente de armadura.....	35

3.2. Generador de excitación separada	36
3.2.1. Característica en los terminales	37
3.3. Obtención de los parámetros bajo experimentación	37
3.4. Diagrama de bloques para la simulación	41
4. SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA CON SOPORTE EN SIMULINK, XCOS Y MODELICA	43
4.1. Simulink-Matlab	43
4.1.1. Motor derivación en vacío, Simulink	44
4.1.1.1. Corriente de armadura en vacío, Simulink	44
4.1.1.2. Velocidad generada en vacío, Simulink	45
4.1.1.3. Par generado en vacío, Simulink	46
4.1.1.4. Corriente del motor en vacío, Simulink	47
4.1.2. Motor derivación bajo carga, Simulink	48
4.1.2.1. Corriente de armadura bajo carga, Simulink . . .	49
4.1.2.2. Par generado bajo carga, Simulink	50
4.1.2.3. Velocidad generada bajo carga, Simulink	51
4.1.2.4. Corriente del motor bajo carga, Simulink	52
4.1.3. Generador de excitación separada, Simulink	52
4.2. Xcos-Scilab	54
4.2.1. Motor derivación en vacío, Xcos	54
4.2.1.1. Corriente de armadura en vacío, Xcos	55

4.2.1.2.	Velocidad generada en vacío, Xcos	56
4.2.1.3.	Par generado en vacío, Xcos.....	57
4.2.1.4.	Corriente del motor en vacío, Xcos	58
4.2.2.	Motor derivación bajo carga, Xcos	60
4.2.2.1.	Corriente de armadura bajo carga, Xcos.....	61
4.2.2.2.	Velocidad generada bajo carga, Xcos.....	62
4.2.2.3.	Par generado bajo carga, Xcos.....	63
4.2.2.4.	Corriente del motor bajo carga, Xcos.....	64
4.2.3.	Generador de excitación separada, entorno Xcos	65
4.3.	Open Modelica.....	66
4.3.1.	Motor derivación en vacío, Modelica	67
4.3.1.1.	Corriente de armadura en vacío, Modelica . . .	67
4.3.1.2.	Velocidad generada en vacío, Modelica	68
4.3.1.3.	Par generado en vacío, Modelica	69
4.3.1.4.	Corriente del motor en vacío, Modelica	69
4.3.2.	Motor derivación bajo carga, Modelica	70
4.3.2.1.	Corriente de armadura bajo carga, Modelica . . .	71
4.3.2.2.	Velocidad generada bajo carga, Modelica	71
4.3.2.3.	Par generado bajo carga, Modelica.....	72
4.3.2.4.	Corriente del motor bajo carga, Modelica	73
4.3.3.	Generador de excitación separada, Modelica	73
4.4.	Análisis comparativo de los resultados obtenidos en Simulink,	

Xcos, Modelica	75
4.4.1. Motor derivación en vacío, análisis de resultados	75
4.4.2. Motor derivación bajo carga, análisis de resultados	76
4.5. Curvas características de la máquina de cc	77
4.5.1. Curvas características para incrementos de carga	77
4.5.2. Curvas características desde el régimen transitorio hasta el régimen permanente	80
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFÍA	85

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Esquema de la máquina generalizada	1
1.2. Transformación de coordenadas	10
1.3. Esquema generalizado.....	18
1.4. Esquema básico de la máquina de corriente continua	19
2.1. Elementos constitutivos de la máquina de cc	21
2.2. Modelo elemental de la máquina de cc	22
2.3. Voltaje a la salida del conmutador.....	23
2.4. Modelo equivalente de la máquina de cc	24
2.5. Desplazamiento de la línea neutra en un generador debido a la reacción del inducido	25
2.6. Proceso de conmutación en una sección del inducido	27
2.7. Variación de la corriente en la conmutación	28
2.8. Tipos de excitación de las máquinas de cc	30
2.9. Diagrama de flujo de potencia: a) Generador, b) Motor.....	31
3.1. Motor derivación	33
3.2. Diagrama funcional del motor derivación	34

3.3. Característica par - velocidad, motor derivación	35
3.4. Característica par - corriente, motor derivación	35
3.5. Generador de excitación separada	36
3.6. Diagrama funcional del generador de excitación separada	36
3.7. Voltaje generado - corriente de carga, generador.....	37
3.8. Obtención de los parámetros de la máquina de cc	38
3.9. Señales de voltaje y corriente en el devanado de campo	39
3.10. Señales de voltaje y corriente en el devanado de armadura.	39
3.11. Diagrama de bloques del motor derivación	42
3.12. Diagrama de bloques del generador de excitación separada . . .	42
4.1. Motor derivación en vacío, entorno Simulink	44
4.2. Corriente de armadura en vacío, Simulink	45
4.3. Velocidad generada en vacío, Simulink	46
4.4. Par generado en vacío , Simulink	47
4.5. Corriente del motor en vacío, Simulink	48
4.6. Motor derivación bajo carga, entorno Simulink	49
4.7. Corriente de armadura bajo carga, Simulink	50
4.8. Par generado bajo carga, Simulink.....	51
4.9. Velocidad generada bajo carga, Simulink	51
4.10. Corriente del motor bajo carga, Simulink	52
4.11. Generador de excitación separada, entorno Simulink	53
4.12. Corriente demandada por la carga, Simulink	53

4.13. Voltaje generado en los terminales del generador, Simulink . . .	54
4.14. Motor derivación en vacío, entorno Xcos	55
4.15. Corriente de armadura en vacío, Xcos	56
4.16. Velocidad generada en vacío, Xcos	57
4.17. Par generado en vacío, Xcos	58
4.18. Corriente del motor en vacío , Xcos	59
4.19. Motor derivación bajo carga, entorno Xcos	60
4.20. Corriente de armadura bajo carga, Xcos	61
4.21. Velocidad generada bajo carga, Xcos	62
4.22. Par generado bajo carga, Xcos.....	63
4.23. Corriente del motor bajo carga, Xcos	64
4.24. Generador de excitación separada, entorno Xcos	65
4.25. Corriente demandada por la carga, Xcos.....	65
4.26. Voltaje generado en los terminales del generador, Xcos.....	66
4.27. Motor derivación en vacío, entorno Modelica	67
4.28. Corriente de armadura en vacío, Modelica	68
4.29. Velocidad generada en vacío, Modelica	68
4.30. Par generado en vacío, Modelica	69
4.31. Corriente del motor en vacío, Modelica	70
4.32. Motor derivación bajo carga, entorno Modelica	70
4.33. Corriente de armadura bajo carga, Modelica	71
4.34. Velocidad desarrollada bajo carga, Modelica	72

4.35. Par generado bajo carga, Modelica.....	72
4.36. Corriente del motor bajo carga, Modelica	73
4.37. Generador de excitación separada, entorno Modelica	74
4.38. Corriente de carga, Modelica	74
4.39. Voltaje de salida del generador, Modelica.....	74
4.40. Velocidad vs par generado del motor derivación , Simulink	78
4.41. Par generado vs corriente de armadura del motor derivación, Simulink	78
4.42. Voltaje de salida vs corriente de carga del generador, Xcos . . .	79
4.43. Velocidad vs par generado, motor derivación. Modelica	80
4.44. Par generado vs Corriente de armadura, motor derivación. Mo- delica	80
4.45. Corriente de armadura vs fem inducida, motor derivación. Modelica	81
4.46. Fem inducida vs velocidad, motor derivación, Modelica	81

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Datos de placa.....	37
3.2. Parámetros a calcular para la simulación de la máquina cc . . .	38
3.3. Parámetros obtenidos para la simulación de la máquina de cc . .	41
4.1. Valores de la corriente de armadura en vacío, Simulink.....	45
4.2. Valores de velocidad generada en vacío, Simulink.....	46
4.3. Valores de par generado en vacío, Simulink.....	46
4.4. Valores de corriente del motor en vacío, Simulink.....	47
4.5. Valores de corriente de armadura bajo carga, Simulink.....	49
4.6. Valores de par generado bajo carga.....	50
4.7. Valores de velocidad generada bajo carga, Simulink.....	51
4.8. Valores de corriente del motor bajo carga, Simulink.....	52
4.9. Valores de la corriente de armadura en vacío, Xcos.....	55
4.10. Valores de velocidad generada en vacío, Xcos.....	56
4.11. Valores de par generado en vacío, Xcos.....	57
4.12. Valores de corriente del motor en vacío, Xcos.....	58
4.13. Valores de corriente de armadura bajo carga, Xcos.....	61

4.14. Valores de velocidad generada bajo carga	62
4.15. Valores de par generado bajo carga, Xcos	63
4.16. Valores de corriente del motor bajo carga, Xcos.....	64
4.17. Valores de la corriente de armadura en vacío, Modelica	67
4.18. Valores de velocidad generada en vacío, Modelica.....	68
4.19. Valores de par generado en vacío, Modelica.....	69
4.20. Valores de corriente del motor en vacío, Modelica	69
4.21. Valores de corriente de armadura bajo carga, Modelica.....	71
4.22. Valores de velocidad generada bajo carga	71
4.23. Valores de par generado bajo carga, Modelica	72
4.24. Valores de corriente del motor bajo carga, Modelica.....	73
4.25. Análisis comparativo de la corriente de armadura en vacío	75
4.26. Análisis comparativo de la velocidad generada en vacío	75
4.27. Análisis comparativo del par generado en vacío	75
4.28. Análisis comparativo de la corriente del motor en vacío	76
4.29. Análisis comparativo de la corriente de armadura bajo carga . . .	76
4.30. Análisis comparativo de la velocidad generada bajo carga	76
4.31. Análisis comparativo del par generado bajo carga	76
4.32. Análisis comparativo de la corriente del motor bajo carga	77
4.33. Comportamiento del motor bajo un incremento en la carga . . .	77
4.34. Valores de corriente de armadura bajo carga, Modelica.....	79

ABREVIATURAS

<i>ac</i>	Corriente alterna
<i>dc</i>	Corriente directa
<i>cc</i>	Corriente continua
<i>fem</i>	Fuerza electromotriz

SIMBOLOGÍA

$[G_{\alpha\beta,dq}]$	Matriz de generación $\alpha\beta dq$
$[H_{\alpha\beta,dq}]$	Matriz en términos no-holonómicos $\alpha\beta dq$
$i_{e\alpha}$	Corriente del estator en el eje alfa
$i_{e\beta}$	Corriente del estator en el eje beta
$i_{r\alpha}$	Corriente del rotor en el eje alfa
$i_{r\beta}$	Corriente del rotor en el eje beta
$[I]$	Matriz de corrientes
$[i_{\alpha e \beta e, \alpha r \beta r}]$	Matriz de corriente en coordenadas primitivas
$[I_{\alpha\beta,dq}]$	Matriz corriente en las nuevas coordenadas
I_a	Corriente de armadura
I_f	Corriente de campo
I_m	Corriente del motor
J	Inercia
L_a	Inductancia de armadura
L_{ee}	Inductancia del estator

L_{er}	Inductancia mutua estator-rotor
L_f	Inductancia de campo
L_{rr}	Inductancia del rotor
L_{ar}	Inductancia del rotor en el eje alfa
L_{ae}	Inductancia del estator en el eje alfa
$L_{\beta r}$	Inductancia del rotor en el eje beta
$L_{\beta e}$	Inductancia del estator en el eje beta
$[L]$	Matriz de inductancias
$[L_{\alpha\beta,dq}]$	Matriz de inductancias $\alpha\beta dq$
R_a	Resistencia de armadura
R_f	Resistencia de campo
R_{ar}	Resistencia del rotor en el eje alfa
R_{ae}	Resistencia del estator en el eje alfa
$R_{\beta r}$	Resistencia del rotor en el eje beta
$R_{\beta e}$	Resistencia del estator en el eje beta
$[R]$	Matriz de resistencias
$[R_{\alpha\beta,dq}]$	Matriz de resistencias $\alpha\beta dq$
x_{dr}	Reactancia del rotor en el eje directo
x_{qr}	Reactancia del rotor en el eje de cuadratura
x_{ar}	Reactancia del rotor en el eje alfa
$x_{\beta r}$	Reactancia del rotor en el eje beta
T_m	Par generado

T_d	Perturbación
$V_{generado}$	Voltaje generado
V_{in}	Voltaje aplicado
$[V]$	Matriz de voltajes
$[V_{\alpha e \beta e, \alpha r \beta r}]$	Matriz de tension en coordenadas primitivas
$[V_{\alpha \beta, dq}]$	Matriz de tension en las nuevas coordenadas
α_e	Eje alfa del estator
α_r	Eje alfa del rotor
β_e	Eje beta del estator
β_r	Eje beta del rotor
θ	Posición angular
ω_e	Frecuencia de las corrientes del estator
ω_r	Frecuencia de las corrientes del rotor
ω_m	Velocidad mecánica del rotor
ρ	Fricción viscosa
$[T_{\alpha \beta, dq}]$	Matriz de par $\alpha \beta dq$

INTRODUCCIÓN

Los métodos científicos se basan en la experimentación, que consiste en la realización de ensayos sobre el sistema, en la observación de las reacciones del mismo, y en la obtención de leyes de su comportamiento, expresadas por lo general mediante el lenguaje matemático.

El método experimental no siempre es viable ya que en algunos casos existen factores que limitan o impiden su aplicación, por ejemplo: costos, riesgos. Cuando no se puede experimentar sobre los sistemas se recurre a su modelado.

Un modelo de un sistema es básicamente una herramienta que permite responder interrogantes sobre este último sin tener que recurrir a la experimentación sobre el mismo. Es una representación siempre simplificada de la realidad.

En el capítulo 1 se da un tratamiento generalizado de las máquinas eléctricas, ya que las máquinas convencionales pueden ser notablemente simplificadas utilizando hipótesis apropiadas y realizando la transformación de las coord-

nadas de las variables de estado a un nuevo sistema de coordenadas donde se independiza al modelo de la posición angular del rotor. El capítulo termina con el paso del modelo general de la máquina eléctrica al caso particular de una máquina de corriente continua por medio de ajustes al modelo general.

En el capítulo 2 se da paso a los aspectos más relevantes de la máquina de corriente continua como principio de funcionamiento, sistemas de excitación, flujo de potencia y problemas reales de funcionamiento.

En el capítulo 3 se describen las ecuaciones que modelan la máquina de corriente continua y sus características de funcionamiento bajo carga. Se obtienen los parámetros del sistema bajo un tratamiento matemático y la experimentación, el capítulo finaliza con el modelamiento de la máquina de cc representado por medio de diagramas de bloques.

En el capítulo 4, a partir del diagrama de bloques obtenido en el capítulo 3 se da paso al modelamiento de la máquina de corriente continua en los entornos de Matlab/Simulink, Scilab/Xcos y Modelica, se realiza un análisis comparativo del desempeño de cada uno de los software evaluados sobre un sistema electromecánico.

CAPÍTULO 1

MÁQUINA ELÉCTRICA GENERALIZADA

1.1. Esquema general

Todas las máquinas eléctricas rotativas presentan características en común, y pueden ser representadas a partir del esquema generalizado que se muestra en la figura 1.1 .

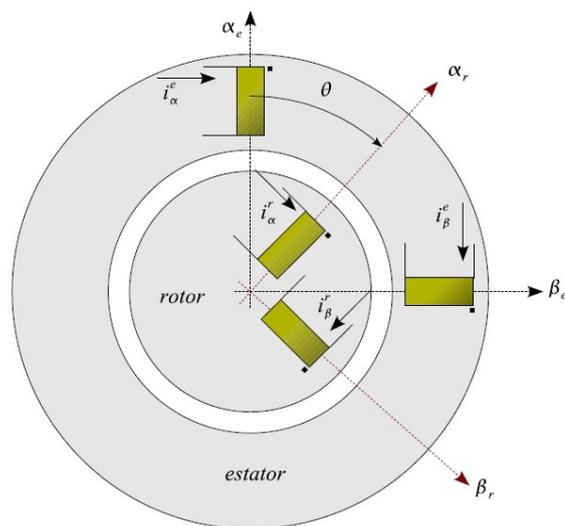


Figura 1.1: Esquema de la máquina generalizada

El flujo total presente en la máquina eléctrica generalizada producido por el es-

tator y rotor puede ser descompuesto en dos componentes ortogonales α , β , de forma que el flujo en el estator se compone de los flujos producidos por las corrientes $i_{e\alpha}$ e $i_{e\beta}$ en los devanados ubicados en los ejes α_e y β_e respectivamente, de forma análoga el flujo en el rotor se compone de los flujos producidos por las corrientes $i_{r\alpha}$ e $i_{r\beta}$ en los devanados ubicados en los ejes α_r y β_r respectivamente.

Los devanados no necesariamente tienen una existencia física, pero ayuda a representar de forma clara la máquina eléctrica generalizada, en general en el presente documento expone a la máquina eléctrica con cuatro ejes $\alpha_e, \beta_e, \alpha_r, \beta_r$, donde la posición del estator relativa al rotor queda dictaminada por el ángulo " θ " formado entre los ejes α_e, α_r . Las ecuaciones de la máquina generalizada en forma matricial se muestran a continuación:

$$[V] = [R][i] + \dot{\theta}[\tau(\theta)][i] + [L(\theta)] \frac{d}{dt}[i] \quad (1.1)$$

$$T_m = J\ddot{\theta} + \rho\dot{\theta} + T_d \quad (1.2)$$

Donde $[R]$, θ , $[\tau(\theta)]$, $[L(\theta)]$, representan la matriz de resistencias, posición angular, matriz de par, matriz de inductancias respectivamente en la ecuación (1.1), así mismo T_m, ρ, T_d representan el par generado, el coeficiente de fricción y una perturbación respectivamente en la ecuación (1.2).

1.1.1. Matriz de inductancias

Debido a los enlaces de flujo existentes en la máquina, resultado del movimiento relativo entre el rotor y el estator, el cálculo de la matriz de inductancias es dependiente de θ con una variación cosenoidal para los enlaces de flujo mutuo.

$$[L] = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta & r_\alpha & r_\beta \\ e_\alpha & Q & Q & Q & Q \\ e_\beta & Q & Q & Q & Q \\ r_\alpha & Q & Q & Q & Q \\ r_\beta & Q & Q & Q & Q \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Cada término encerrado en cada casillero "Q" obedece a la expresión $\vec{L}_{e_i} \cdot \vec{L}_{r_j}$

con $i, j = 1, 2, 3, 4$, desarrollando tenemos:

$$\begin{bmatrix} L_{ee} & 0 & L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta \\ 0 & L_{ee} & L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta \\ L_{er} \cos \theta & L_{er} \sin \theta & L_{rr} & 0 \\ -L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Considerando al estator y rotor como perfectamente cilíndricos y homogéneos al girar el rotor no se altera la reluctancia del camino magnético, debido a esto la inductancia propia del estator L_{ee} y la inductancia propia del rotor L_{rr} permanecen constantes e independiente de la posición relativa estator-rotor θ . La nulidad de la inductancia mutua entre los devanados α y β se debe a su ortogonalidad, así el flujo de una de ellas no puede enlazar a la otra.

1.1.2. Matriz de par

La matriz par es resultado de la tasa de cambio entre la matriz de inductancias $[L]$ y θ .

$$[r(\theta)] = \frac{d}{d\theta} [L(\theta)] \quad (1.5)$$

Obteniendo así:

$$[r(\theta)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_{er} \sin \theta & -L_{er} \cos \theta \\ 0 & 0 & L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta \\ -L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta & 0 & 0 \\ -L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

1.1.3. Matriz de resistencias

Las resistencias de los devanados son propias de cada bobina, debido a esto la matriz de resistencias tiene forma diagonal.

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{e\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{e\beta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{r\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

1.2. Cálculo de par generado

El cálculo del par generado por la máquina generalizada obedece a:

$$T_m = \frac{1}{2} [\dot{\lambda}]^t [\tau(\theta)] [\dot{\lambda}] \quad (1.8)$$

Utilizando (1.6) en (1.8) tenemos:

$$T_m = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{i}_{e\alpha} \\ \dot{i}_{e\beta} \\ \dot{i}_{r\alpha} \\ \dot{i}_{r\beta} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_{er} \sin \theta & -L_{er} \cos \theta \\ 0 & 0 & L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta \\ -L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta & 0 & 0 \\ -L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{e\alpha} \\ i_{e\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Realizando las operaciones matriciales se obtiene:

$$T_m = L_{er} \{ \sin \theta (-i_{e\alpha} i_{r\alpha} - i_{e\beta} i_{r\beta}) + \cos \theta (-i_{e\alpha} i_{r\beta} + i_{e\beta} i_{r\alpha}) \} \quad (1.10)$$

Al inyectar corrientes constantes por los devanados del rotor y estator, el par generado tiene la forma:

$$T_m = L_{er} \{ C_1 \sin \theta + C_2 \cos \theta \} \quad (1.11)$$

La ecuación (1.11) presenta distintos valores de par generado para cada valor de θ , pero el par promedio en un giro completo de la máquina es cero con ello se concluye la imposibilidad del funcionamiento en régimen permanente de

una máquina eléctrica con corriente continua en todos sus devanados. Debe quedar claro que el correcto funcionamiento de las máquinas eléctricas de corriente continua es posible gracias al conmutador, que cambia la dirección de la corriente en cada semigiro de la máquina.

El cálculo del par promedio generado por la máquina en un giro se obtiene como:

$$(T_m) = \frac{L_{er}}{T} \int_0^T \{ \sin \theta (-i_{e\alpha} i_{r\alpha} - i_{e\beta} i_{r\beta}) + \cos \theta (-i_{e\alpha} i_{r\beta} + i_{e\beta} i_{r\alpha}) \} d\theta \quad (1.12)$$

En régimen permanente el rotor debe girar a velocidad angular constante ω_m , con ello podemos expresar la posición relativa del estator-rotor θ como:

$$\theta = \omega_m t + \theta_0 \quad (1.13)$$

Consideremos ahora el caso de corrientes cosenoidales a través de los devanados:

$$i_{e\alpha} = \sqrt{2} I_{e\alpha} \cos(\omega_{e\alpha} t + \theta_{e\alpha}) \quad (1.14)$$

$$i_{e\beta} = \sqrt{2} I_{e\beta} \cos(\omega_{e\beta} t + \theta_{e\beta}) \quad (1.15)$$

$$i_{r\alpha} = \sqrt{2} I_{r\alpha} \cos(\omega_{r\alpha} t + \theta_{r\alpha}) \quad (1.16)$$

$$i_{r\beta} = \sqrt{2} I_{r\beta} \cos(\omega_{r\beta} t + \theta_{r\beta}) \quad (1.17)$$

La ecuación (1.12) presenta dos partes, la primera formada por el producto

entre el $\sin \theta$ y las corrientes cosenoidales de los devanados. Recordando que:

$$\frac{1}{T} \int_0^T (\sin \theta \cos \theta) d\theta = 0 \quad (1.18)$$

La primera parte de la ecuación (1.12) queda anulada y puede ser reescrita como:

$$(T_m) = \frac{L_{er}}{T} \int_0^T \{\cos \theta (-i_{ea} i_{r\beta} + i_{e\beta} i_{ra})\} d\theta \quad (1.19)$$

Sustituyendo (1.13) en (1.19) tenemos:

$$(T_m) = \frac{L_{er}}{T} \int_0^T \{\cos(\omega_m t + \theta_0) (-i_{ea} i_{r\beta} + i_{e\beta} i_{ra})\} d\theta \quad (1.20)$$

Debido a que las corrientes rotóricas y estatóricas son periódicas es posible expresarlas mediante series de Fourier. Utilizando expansión de las funciones en series de cosenos:

$$i_e = \sum_{k=1}^{\infty} I_{e_k} \cos(k\omega_e t - \gamma_e) \quad (1.21)$$

$$i_r = \sum_{j=1}^{\infty} I_{r_j} \cos(j\omega_r t - \gamma_r) \quad (1.22)$$

De esta manera los términos del par son de la forma:

$$\cos(\omega_m t + \theta_0) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} I_{e_k} \cos(k\omega_e t - \gamma_e) \cdot \sum_{j=1}^{\infty} I_{r_j} \cos(j\omega_r t - \gamma_r) \quad (1.23)$$

Recordando la propiedad trigonométrica:

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma &= \frac{1}{4} [\cos(\alpha + \beta + \gamma) + \cos(\alpha + \beta - \gamma) + \dots & (1.24) \\ &= \dots + \cos(\alpha - \beta + \gamma) + \cos(-\alpha + \beta + \gamma)] \end{aligned}$$

Utilizando la propiedad trigonométrica en el término genérico del par eléctrico, finalmente (1.23) se escribe como:

$$\cos(\omega_m t + \theta_0 \pm k\omega_e t \pm j\omega_r t \pm \gamma_e \pm \gamma_r) \quad (1.25)$$

Para que el término (1.25) tenga un valor promedio distinto de cero en un período, es necesario la independencia del tiempo en el argumento. Con ello:

$$\omega_m \pm k\omega_e \pm j\omega_r = 0 \quad (1.26)$$

La ecuación (1.26) juega un papel trascendental en el análisis de máquinas eléctricas rotativas, se le conoce como *condición necesaria para par promedio*, ω_m es la velocidad mecánica de giro, ω_e representa la frecuencia angular de las corrientes en las bobinas del estator y ω_r es la frecuencia angular de las corrientes en el rotor.

Las máquinas de corriente continua, sincrónicas y de inducción presentan diferentes mecanismos de excitación en sus bobinas rotóricas y estatóricas pero están obligadas a cumplir la condición de par promedio que permite la conversión de energía. Un análisis más a fondo de la condición necesaria para par promedio se describe en el capítulo 4.4 de [1]

1.3. Transformación de coordenadas

La transformación de coordenadas es el cambio de posición de los ejes de referencia en un sistema de coordenadas, ya sea por traslación, rotación, o ambas. El propósito de dicho cambio por lo general es simplificar la ecuación de una curva para manejo posterior.

La no linealidad del sistema de ecuaciones (1.1) , (1.2) y la dependencia de θ dificulta notablemente la solución de cualquier problema. Un nuevo sistema de coordenadas se puede definir mediante una matriz de transformación aplicada a las variables en coordenadas primitivas $\alpha\beta$.

Una transformación ventajosa en el análisis de máquinas rotativas consiste en realizar la proyección de las coordenadas del rotor en ejes colineales a los ejes del estator, este cambio permite anular el movimiento de las bobinas del rotor. Así la inductancia rotor-estator es constante en el nuevo sistema de coordenadas cuyos ejes denominaremos directo d_r y cuadratura q_r , obteniendo así el nuevo sistema de coordenadas $\alpha\beta dq$.

El diagrama de transformación propuesto se muestra en la figura 1.2, las tensiones y corrientes en el nuevo sistema serán:

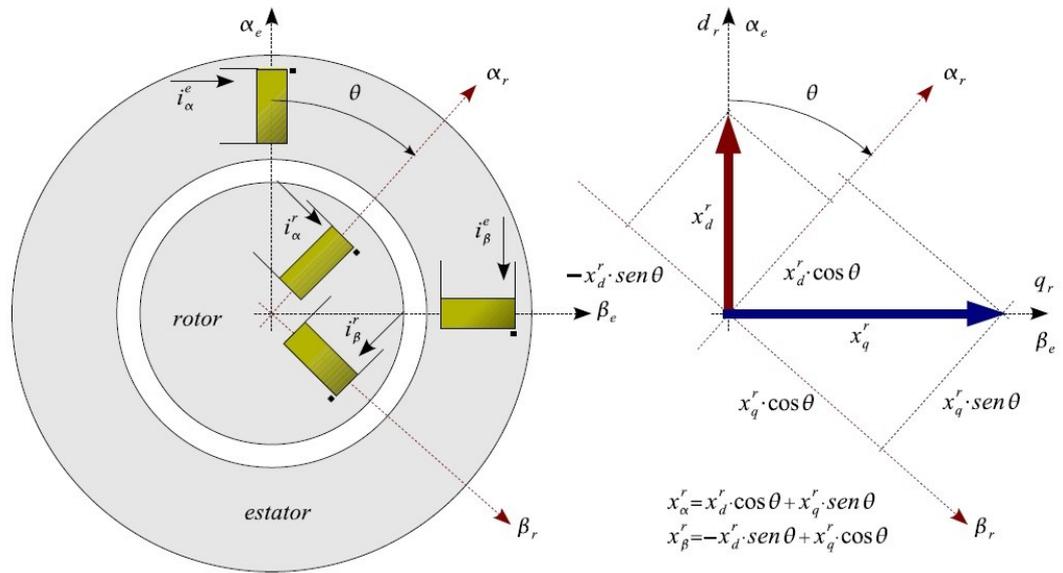


Figura 1.2: Transformación de coordenadas

$$[V_{\alpha\beta e, \alpha\beta r}] = [A_{\alpha\beta dq}] [V_{\alpha\beta, dq}] \quad (1.27)$$

$$[I_{\alpha\beta e, \alpha\beta r}] = [A_{\alpha\beta dq}] [I_{\alpha\beta, dq}] \quad (1.28)$$

donde:

- $[A_{\alpha\beta dq}]$: Matriz de transformación de coordenadas
- $[V_{\alpha\beta e, \alpha\beta r}]$: Matriz de tensión en coordenadas primitivas
- $[V_{\alpha\beta, dq}]$: Matriz de tensión en las nuevas coordenadas
- $[I_{\alpha\beta e, \alpha\beta r}]$: Matriz de corriente en coordenadas primitivas
- $[I_{\alpha\beta, dq}]$: Matriz corriente en las nuevas coordenadas

La matriz de transformación de coordenadas se puede particionar de la si-

guiente forma:

$$[A_{\alpha\beta dq}] = \begin{bmatrix} [A_{ee}] & [0] \\ [0] & [A_{rr}] \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Las coordenadas del estator no cambian en la transformación, debido a esto la submatriz $[A_{ee}]$ debe ser unitaria:

$$[A_{ee}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Para determinar $[A_{rr}]$ debemos tener presente que la matriz de reactancias del rotor en el nuevo sistema de coordenadas se calcula como:

$$[X_{\alpha_r\beta_r}] = [A_{rr}][X_{d_rq_r}] \quad (1.31)$$

A partir de la figura 1.2 podemos escribir:

$$\begin{bmatrix} x_{\alpha_r} \\ x_{\beta_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{d_r} \cos \theta + x_{q_r} \sin \theta \\ -x_{d_r} \sin \theta + x_{q_r} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

$$\begin{bmatrix} x_{\alpha_r} \\ x_{\beta_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d_r} \\ x_{q_r} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Estableciendo una comparación entre (1.31) y (1.33) se obtiene que:

$$[A_{rr}] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Quedando de esta forma la matriz de transformación $[A_{\alpha\beta dq}]$ como:

$$[A^{\alpha\beta dq}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

1.4. Invarianza en potencia

La potencia en coordenadas primitivas se calcula a partir de:

$$p = [i_{\alpha\beta, \alpha\beta}]^{*t} \cdot [v_{\alpha\beta, \alpha\beta}] \quad (1.36)$$

El asterisco (*) representa la conjugada del vector en caso de ser complejo, el superíndice (t) representa la transpuesta del vector. Sustituyendo (1.27) y (1.28) en (1.36) tenemos:

$$p = [i_{\alpha\beta, dq}]^{*t} \cdot [A_{\alpha\beta, dq}]^{*t} \cdot [A_{\alpha\beta, dq}] \cdot [v_{\alpha\beta, dq}] \quad (1.37)$$

Para que la transformación utilizada sea invariante en potencia es necesario:

$$[A_{\alpha\beta, dq}]^{*t} \cdot [A_{\alpha\beta, dq}] = [I] \quad (1.38)$$

Mediante operaciones matriciales fácilmente se comprueba que la matriz $[A_{\alpha\beta dq}]$ obtenida en 1.35 es invariante en potencia. En síntesis, a partir de la Matriz de

Transformación en $[A_{\alpha\beta dq}]$ es posible calcular potencias en variables transformadas sin necesidad de regresar a las condiciones primitivas. Las ecuaciones de los ejes eléctricos de la máquina se pueden escribir como:

$$[v_{\alpha\beta, \alpha\beta}] = [[R_{\alpha\beta, \alpha\beta}] + [L_{\alpha\beta, \alpha\beta}]\rho + \dot{\theta}[\tau_{\alpha\beta, \alpha\beta}]] \cdot [i_{\alpha\beta, \alpha\beta}] \quad (1.39)$$

Procediendo a realizar la transformación de coordenadas a (1.39) se obtiene:

$$[A_{\alpha\beta dq}][v_{\alpha\beta, dq}] = [[R_{\alpha\beta, \alpha\beta}] + [L_{\alpha\beta, \alpha\beta}]\rho + \dot{\theta}[\tau_{\alpha\beta, \alpha\beta}]] \cdot [A_{\alpha\beta dq}][i_{\alpha\beta, dq}] \quad (1.40)$$

Despejando el vector de tensiones de (1.40) se obtiene:

$$[v_{\alpha\beta, dq}] = \{ [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [R_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] + [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta, \alpha\beta}] \rho [A_{\alpha\beta dq}] + \dots \\ \dots + [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta, \alpha\beta}] \frac{d}{dt} [A_{\alpha\beta dq}] + \dot{\theta} [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [\tau_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \} [i_{\alpha\beta, dq}]$$

Como la matriz de transformación depende de la posición angular θ , se tiene:

$$\frac{d}{dt} [A_{\alpha\beta dq}] = \frac{d}{d\theta} [A_{\alpha\beta dq}] \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (1.42)$$

Utilizando las siguientes definiciones:

$$[R_{\alpha\beta, dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [R_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \quad (1.43)$$

$$[L_{\alpha\beta, dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \quad (1.44)$$

$$[\tau_{\alpha\beta, dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [\tau_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \quad (1.45)$$

$$[H_{\alpha\beta,dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta,\alpha\beta}] \frac{d}{d\theta} [A_{\alpha\beta dq}] \quad (1.46)$$

La ecuación (1.41) se puede escribir como:

$$[V_{\alpha\beta,dq}] = \{ [R_{\alpha\beta,dq}] + [L_{\alpha\beta,dq}] \rho + \dot{\theta} [[\tau_{\alpha\beta,dq}] + [H_{\alpha\beta,dq}]] \} \quad (1.47)$$

En la ecuación (1.47) el segundo término de la sumatoria representa las fuerzas electromotrices de transformación y el tercer término las fuerzas electromotrices de generación. El tercer término lo conforman la matriz par $[\tau_{\alpha\beta,dq}]$ y la matriz de generación $[H_{\alpha\beta,dq}]$ generada por el movimiento relativo de los ejes transformados con respecto a los ejes reales.

De forma análoga el par generado T_m :

$$T_m = \frac{1}{2} [i_{\alpha\beta,\alpha\beta}]^* [\tau_{\alpha\beta,\alpha\beta}] [i_{\alpha\beta,\alpha\beta}] \quad (1.48)$$

Quedaría expresado como:

$$T_m = \frac{1}{2} [i_{\alpha\beta,dq}]^* [\tau_{\alpha\beta,dq}] [i_{\alpha\beta,dq}] \quad (1.49)$$

1.4.1. Matriz de inductancias $\alpha\beta dq$

La matriz de inductancia $[L_{\alpha\beta,dq}]$ en las nuevas coordenadas se obtiene a partir de:

$$[L_{\alpha\beta,dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta,\alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}]$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & L_e & 0 & L_{er} \cos \theta & -L_{er} \sin \theta \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & L_e & L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta \\
 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & L_{er} \cos \theta & L_{er} \sin \theta & L_r & 0 \\
 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & -L_{er} \sin \theta & L_{er} \cos \theta & 0 & L_r
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \dots & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\
 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta
 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}
 L_e & 0 & L_{er} & 0 \\
 0 & L_e & 0 & L_{er} \\
 L_{er} & 0 & L_r & 0 \\
 0 & L_{er} & 0 & L_r
 \end{bmatrix} \tag{1.50}$$

1.4.2. Matriz de resistencias $\alpha\beta dq$

La matriz de resistencia $[R_{\alpha\beta, dq}]$ en las nuevas coordenadas se obtiene como:

$$[R_{\alpha\beta, dq}] = [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [R_{\alpha\beta, \alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}]$$

$$= \begin{bmatrix}
 R_e & 0 & 0 & 0 \\
 0 & R_e & 0 & 0 \\
 0 & 0 & R_r & 0 \\
 0 & 0 & 0 & R_r
 \end{bmatrix} \tag{1.51}$$

1.4.3. Matrices de generación $\alpha\beta dq$

La matriz par $[\tau_{\alpha\beta,dq}]$ en las nuevas coordenadas es independiente del ángulo θ y se obtiene a partir de:

$$\begin{aligned}
 [\tau_{\alpha\beta,dq}] &= [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [\tau_{\alpha\beta,\alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -L_{er} \\ 0 & 0 & L_{er} & 0 \\ 0 & L_{er} & 0 & 0 \\ -L_{er} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.52}$$

La matriz en términos de generación no-holonomos $[H_{\alpha\beta\beta,dq}]$ se calcula a partir de:

$$\begin{aligned}
 [H_{\alpha\beta,dq}] &= [A_{\alpha\beta dq}]^{-1} [L_{\alpha\beta,\alpha\beta}] [A_{\alpha\beta dq}] \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_{er} \\ 0 & 0 & -L_{er} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_r \\ 0 & 0 & L_r & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

La suma matricial entre $[\tau_{\alpha\beta,dq}]$ y $[H_{\alpha\beta,dq}]$ da como resultado la matriz de generación $[G_{\alpha\beta,dq}]$:

$$[G_{\alpha\beta,dq}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{er} & 0 & L_r \\ -L_{er} & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

1.5. Ecuaciones generales en coordenadas $\alpha\beta dq$

Una vez realizada la transformación de coordenadas, a partir de las ecuaciones 1.40 y 1.49 las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de la máquina eléctrica generalizada se escriben como:

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha e} \\ v_{\beta e} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + L_e p & 0 & L_{er} p & 0 \\ 0 & R_e + L_e p & 0 & L_{er} p \\ L_{er} p & \dot{\theta} L_{er} & R_r + L_r p & \dot{\theta} L_r \\ -\dot{\theta} L_{er} & L_{er} p & \dot{\theta} L_r & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (1.55)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{er} & 0 \\ 0 & L_{er} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{er} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha e} \\ i_{\beta e} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

$$T_m = L_{er}(i_{\beta e} i_{dr} - i_{\alpha e} i_{qr}) \quad (1.56)$$

La construcción física de la máquina es posible gracias a la incorporación de un par de conmutadores como los que se muestran en la figura 1.3. Para un análisis más detallado del modelo generalizado de la máquina eléctrica rotativa revisar el capítulo 4 de [1].

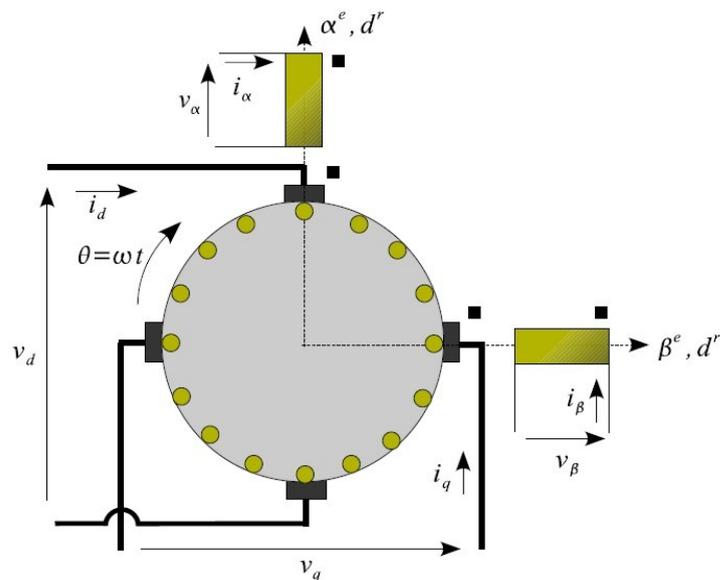


Figura 1.3: Esquemageneralizado

1.6. Introducción a las máquinas de corriente continua

Las máquinas de corriente continua son un caso particular de convertidor electromecánico que utilizan conmutador, gracias al conmutador es posible transformar físicamente los ejes α_r y β_r del rotor en ejes d_r y q_r .

Las diferentes conexiones de las máquinas de corriente continua convencionales se pueden analizar considerando la existencia de una bobina en el estator

orientada en la dirección del eje β y una bobina en el rotor orientada en la dirección del eje d , accesible mediante un par de escobillas como se muestra en la figura 1.4.

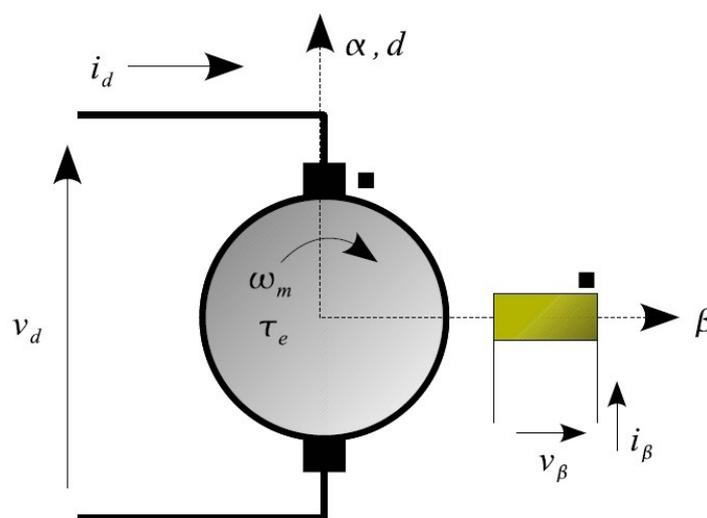


Figura 1.4: Esquema básico de la máquina de corriente continua

A partir de las ecuaciones 1.55 y 1.56 del modelo generalizado podemos obtener el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que describe propiamente a la máquina de corriente continua

$$\begin{bmatrix} V_{\beta e} \\ V_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + L_e p & 0 \\ K \dot{\theta} & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\beta e} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \tag{1.57}$$

$$T_m = K i_{\beta e} i_{dr} \tag{1.58}$$

En las ecuaciones 1.57 y 1.58 la inductancia mutua entre el rotor y estator se ha denominado como *constante de generación* K . Si al devanado del estator (campo) se le aplica una tensión constante V_f y un voltaje V_a al circuito del

rotor (armadura), en régimen permanente las corrientes I_a e I_f también son constantes y su funcionamiento queda determinado por:

$$V_f = R_f I_f \quad (1.59)$$

$$V_a = R_a I_a + K \dot{\theta} I_f \quad (1.60)$$

$$T_m = K I_a I_f \quad (1.61)$$

CAPÍTULO 2

MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

Las máquinas de corriente continua transforman la energía eléctrica en energía mecánica y viceversa, gran cantidad de máquinas de cc son similares en principio y funcionamiento a las máquinas de ca presentando incluso señales ac internas de voltaje y corriente. Tienen salida dc gracias a su mecanismo convertidor de voltajes ac en voltajes dc, dicho mecanismo se conoce como conmutador.

Las máquinas de corriente continua fue el primer tipo de máquina en conversión electromecánica que existió, hoy en día sigue siendo parte fundamental en procesos donde su precisión en el control de velocidad la hace predilecta.

Su paso por la industria ha caído en desuso desde finales de los 60 debido al creciente desarrollo de la electrónica de potencia, sin embargo en la actualidad sistemas de tranvías, elevadores prefieren los motores de cc debido a su par de arranque elevado que permite vencer la inercia y entrar en movimiento fácilmente.

mente. Sistemas electrónicos, robótica son algunas áreas donde los motores de cd son ampliamente escogidos por su precisión y fiabilidad en el control de posición, torque y velocidad.

2.1. Partes o elementos constitutivos

En la figura 2.1 se presenta algunas de las partes más importantes de la máquina de cc.

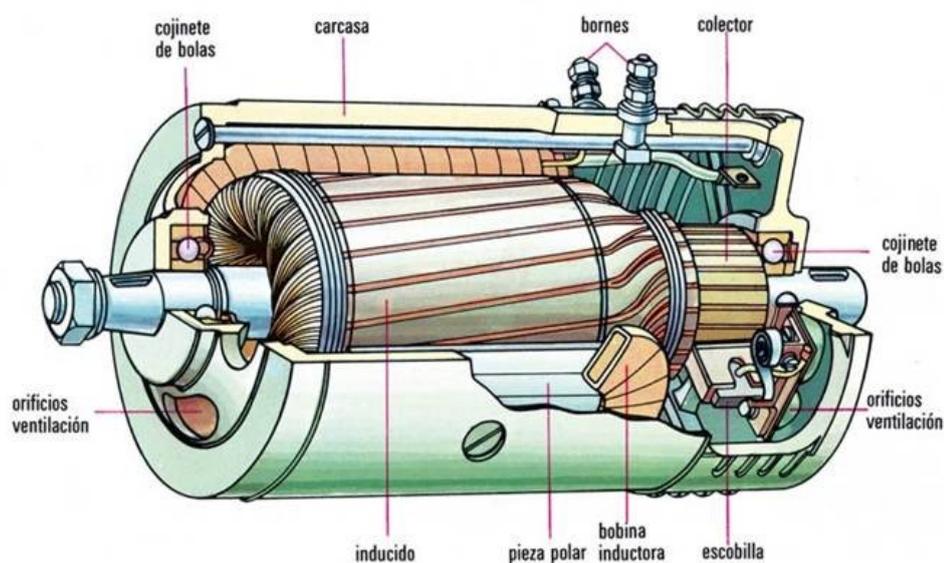


Figura 2.1: Elementos constitutivos de la máquina de cc

Estator, formado por:

- Culata: ejerce la función de soporte mecánico, esta construida de material ferromagnético.
- Polos inductores: formado por los núcleos polares y arrollamiento de excitación.
- Polos de conmutación y de compensación.

Rotor, parte formado por:

- Inducido: aquí se produce la transformación de la energía eléctrica en mecánica y viceversa mediante inducción electromagnética
- Escobillas: establecen el enlace eléctrico entre el colector y el circuito eléctrico exterior.
- Conmutador: Formado por delgas de cobre con sección trapezoidal separados y aislados eléctricamente por medio de láminas de mica.

2.2. Principio de funcionamiento

La máquina de corriente directa más elemental se muestra en la figura 2.2, en ella se puede describir el principio de su funcionamiento. Los polos norte y sur simulan el estator de la máquina el cual crea un campo magnético constante, con el movimiento rotativo el flujo relativo a la espira cambia, generando un voltaje inducido según la ley de Lenz.

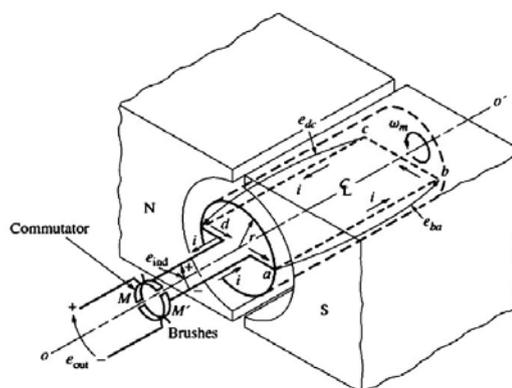


Figura 2.2: Modelo elemental de la máquina de cc

Gracias al conmutador es posible rectificar el voltaje producido por la espira, la forma de onda del voltaje inducido se muestra en la figura 2.3, notese que dicho voltaje es proporcional tanto al flujo que atraviesa la espira como a la velocidad de giro de la espira.

La energía dc cayó en desuso debido a su dificultad de transmisión en comparación con las ventajas de transmisión de la energía ac, la utilización de energía dc en motores de corriente continua es gracias a la ayuda de rectificadores que convierten la energía ac en dc con una mayor eficiencia.

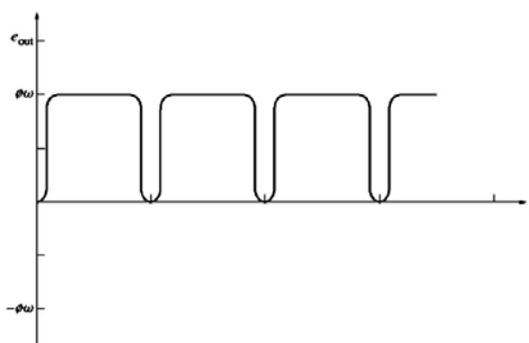


Figura 2.3: Voltaje a la salida del conmutador

Las máquinas de corriente continua presentan el inductor colocado en el estator, el cual provee el flujo magnético en el interior de la máquina (entrehierro). El giro del rotor dentro del campo magnético genera una fem que es proporcional a la velocidad de giro de la máquina como también a la corriente de excitación que produce el flujo en el entrehierro.

El circuito equivalente del inducido es en realidad un equivalente Thévenin

por lo que presenta una resistencia en serie. La figura 2.4 presenta el circuito equivalente de la máquina de corriente directa, en ella claramente se puede apreciar el inductor y el inducido de la máquina. Para un análisis más a detalle acerca del principio de funcionamiento de las máquinas de cc revisar capítulo 6.3 de [2] y capítulo 8.1 de [3]

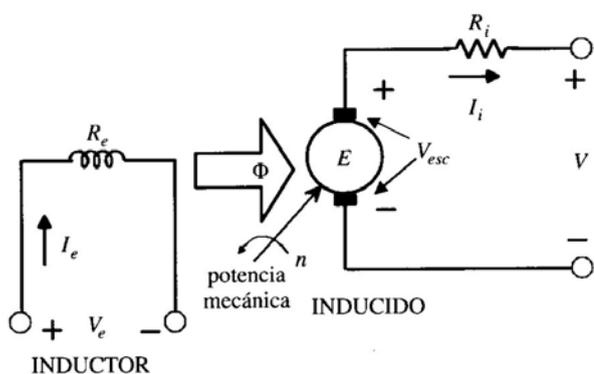


Figura 2.4: Modelo equivalente de la máquina de cc

2.3. Reacción del inducido E_a

La reacción del inducido se produce cuando se pone carga en la máquina sea bien eléctrica (generador) o mecánica (motor), la carga prevista en el rotor cierra el circuito de armadura generando así corriente en el inducido. La corriente producida en el inducido crea un campo magnético que reacciona con el campo magnético producido en el estator (debilitándolo) generando problemas como:

- Disminución de la fem bajo carga
- Disminución del rendimiento
- Crea peligro de chispas en el conductor

-Genera problemas en la conmutación

Durante el proceso de conmutación las escobillas deben provocar un cortocircuito en los segmentos del conmutador justo en el instante en que el voltaje inducido en ellos es cero o donde la distribución de campo magnético lo es, este punto es conocido como línea neutra y es en esta línea donde se disponen la ubicación de las escobillas.

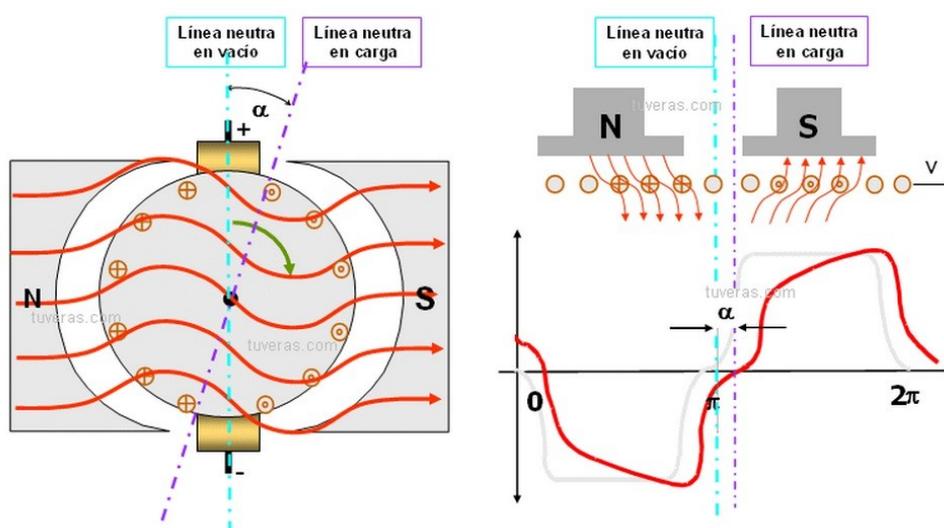


Figura 2.5: Desplazamiento de la línea neutra en un generador debido a la reacción del inducido

El problema radica en que esta línea no es fija, tomemos el caso de una máquina bipolar en régimen no saturado, si la máquina trabaja en vacío la línea neutra es vertical y cuando trabaja bajo carga la línea se desplaza " α grados" debido a la reacción del inducido, ver figura 2.5.

Si las escobillas se disponen de manera vertical el proceso de conmutación no

presentará problemas cuando la máquina opera en vacío pero bajo carga la reacción del inducido provocará cambios en la distribución del campo magnético lo que genera que el voltaje en los segmentos del conmutador que serán cortocircuitos por las escobillas no sea cero, el resultado final es la formación de un arco y la generación de chispas en las escobillas.

Este es un gran problema ya que reduce la vida útil de la máquina e incrementa fuertemente los costos de mantenimiento.

Se debe tener presente que plano neutro de la máquina de cc se desplaza en la dirección de la velocidad si trabaja como generador y en dirección contraria si trabajase como motor. La corriente demandada por la carga aumenta el desplazamiento de la línea neutra. Para un detalle más sobre problemas reales en la conmutación, revisar capítulo 5 de [4].

El debilitamiento es otro problema a tomar en cuenta tanto en los motores como en los generadores, en el motor la disminución del campo conlleva a un incremento de la velocidad del motor lo que a su vez origina un incremento de la reacción del inducido que provoca nuevamente el debilitamiento del campo y con esto el incremento de la velocidad lo que podría llegar a incurrir en un embalamiento del motor. En el generador el debilitamiento del campo produce la caída de la tensión suministrada.

2.4. Conmutación

La conmutación es el conjunto de fenómenos relacionados con la inversión del sentido de la corriente en las espiras del inducido cortocircuitado. Si durante la conmutación se produce chispas esto incurrirá en daños a corto y largo plazo en la máquina, cuando existe chisporroteo entre las escobillas y el colector se debe a fallas electromecánicas entre las cuales podemos mencionar las más comunes:

- Ajuste defectuoso entre las escobillas y el colector.
- Elevación de tensión entre delgas adyacentes del colector.

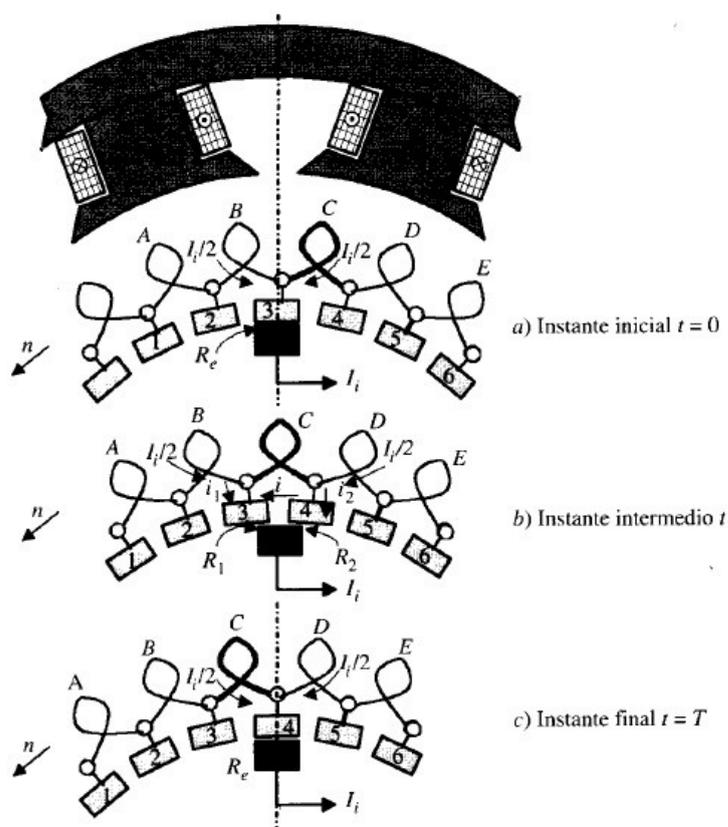


Figura 2.6: Proceso de conmutación en una sección del inducido

Durante el período de conmutación T_c la sección C se encuentra cortocircuitada, esto mientras sus conductores activos franquean la línea neutra apareciendo el reparto de corrientes mostradas en la figura 2.6, estas corrientes son el efecto de la creación de dos fem en la espira:

1. Una fem de autoinductancia $e_a = L \frac{di}{dt}$ variando la corriente i en el tiempo t de valor I_i a $-I_i$.
2. Una fem de inducción $e_i = \frac{d\Phi_a}{dt}$ donde Φ_a es el flujo del inducido cortado por los conductores activos en el tiempo T_c .

La creación de estas fem tienen un impacto desfavorable, sin ellas el reparto de corrientes i_1, i_2 que circulan entre los delgas y las escobillas sería de forma lineal, debido a este reparto de corriente es retardada como se aprecia en la figura 2.7.

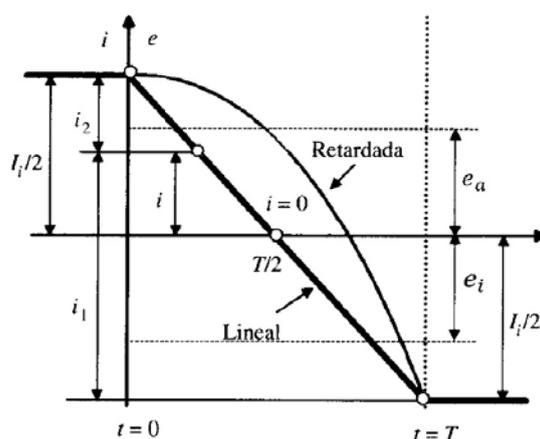


Figura 2.7: Variación de la corriente en la conmutación

2.5. Clasificación

Si clasificamos a las máquinas de cc mediante su mecanismo de excitación tenemos dos grupos:

1. Máquinas con excitación independiente. Son aquellas en donde el inductor es alimentado por una alimentación externa como por ejemplo baterías.

2. Máquinas autoexcitadas. Se excitan a sí mismas tomando la corriente inductora de la red que alimenta la armadura si funciona como motor o de la propia armadura si trabajase como generador. Las máquinas de cc autoexcitadas se clasifican a su vez en:

a) Máquina de cc en serie. El devanado de excitación es colocado en serie a la armadura, para su construcción dicho devanado está formado por pocas espiras de hilo grueso.

b) Máquina de cc en paralelo. Conocidas también como máquinas dc en derivación o shunt. El devanado de excitación es colocado en paralelo a la armadura, para su construcción dicho devanado está formado por un gran número de espiras de hilo delgado.

c) Máquina de cc compuesta. La excitación de la máquina está dispuesta por dos devanados, uno conectado en serie y otro en paralelo. Dependiendo de la disposición del devanado inductor, sea ésta directamente a las escobillas del inducido o después del devanado en serie se obtienen máquinas compuestas con corta y larga derivación respectivamente.

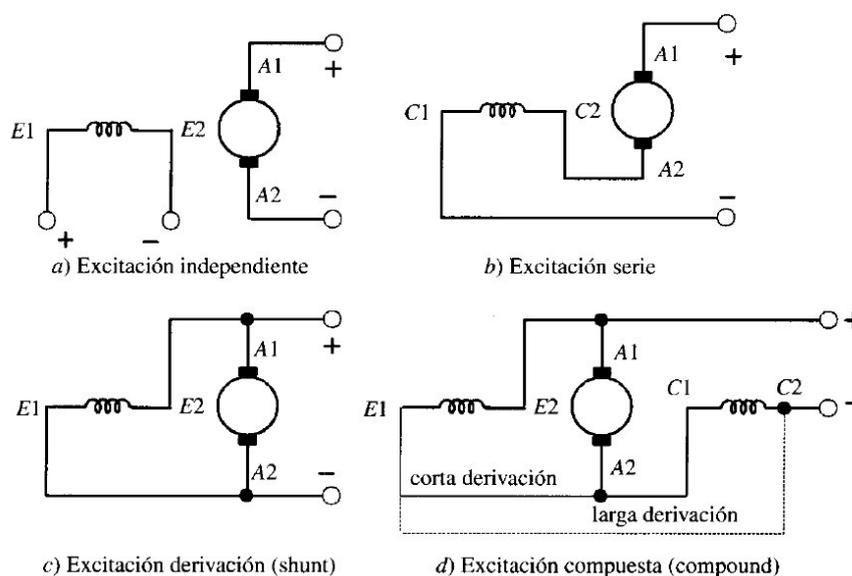


Figura 2.8: Tipos de excitación de las máquinas de cc

La figura 2.8 muestra la clasificación de las máquinas de cc mediante el tipo de excitación, cada una de estas conexiones presentan bondades que los hacen ser utilizados en diferentes aplicaciones. Es así que la característica principal de los motores serie es su gran par de arranque por lo que son usadas en transporte de cargas ya que tienen que vencer la elevada inercia propia de la carga, mientras que los motores en derivación son usados en aplicaciones donde el control de la velocidad bajo carga es esencial. La combinación serie-paralelo combina de mejor forma ambas características.

2.6. Flujo de potencia y pérdidas

No toda la energía eléctrica suministrada al motor es convertida en energía mecánica así mismo no toda la energía mecánica entregada al generador es convertida en energía eléctrica, en ambos casos existen pérdidas. Cuanto más elevadas sean las pérdidas menor será la eficiencia de la máquina, entre las pérdidas más frecuentes tenemos:

- Pérdidas de cobre
- Pérdidas en las escobillas
- Pérdidas en el núcleo
- Pérdidas mecánicas por fricción
- Pérdidas misceláneas

En la figura 2.9 se presenta el diagrama de flujo de potencia tanto para generador como para motor.

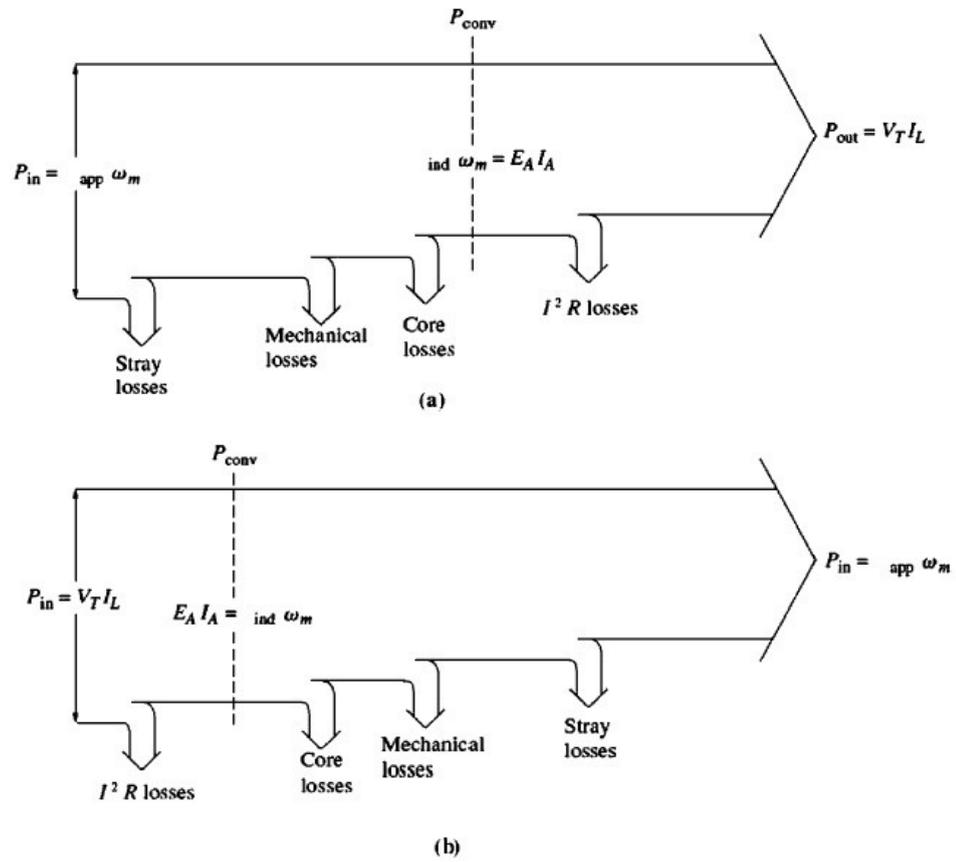


Figura 2.9: Diagrama de flujo de potencia: a) Generador, b) Motor

CAPÍTULO 3

MODELO MATEMÁTICO DE LA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

Para el modelo matemático de la máquina de cc se tomarán los casos particulares de un motor derivación (shunt) y un generador con excitación separada controlados por armadura [5].

3.1. Motor derivación

En un motor las características más importantes son el par de salida, la corriente de armadura y su velocidad, por ello es interesante conocer cómo se comporta la velocidad del motor derivación para cambios del par de salida. Entonces si se incrementase la carga en el motor, el par de la carga excederá al par de salida lo que incurrirá en una disminución de la velocidad $\omega \downarrow$, que a su vez disminuye la reacción del inducido $E_a \downarrow$ incrementando de esta forma la corriente a través de la armadura $i_a \uparrow$, conforme aumenta la corriente en el inducido lo hará también el par del motor, finalmente el par del motor se igualará al de la carga en una velocidad menor.

Las ecuaciones de funcionamiento del motor derivación las podemos obtener a partir de figura 3.1.

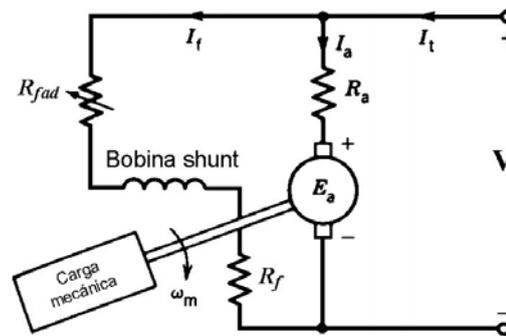


Figura 3.1: Motor derivación

Utilizando la ley de voltaje de Kirchhoff en la armadura tenemos:

$$V_{in} - E_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \quad (3.1)$$

El voltaje generado en el inducido es proporcional a la velocidad de giro de la máquina y al flujo en el entrehierro, así:

$$E_a = k\phi\omega$$

$$E_a = K\omega \quad (3.2)$$

La corriente demandada por el motor es la suma de las corrientes de campo y armadura:

$$i_{motor} = i_a + i_f \quad (3.3)$$

El par generado es directamente proporcional al flujo en el entrehierro y a la corriente a través de la armadura:

$$T_m = k\phi i_a$$

$$T_m = K i_a \quad (3.4)$$

La mecánica rotacional está dada a partir de:

$$T_m - T_d = J_L \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (3.5)$$

A partir de estas ecuaciones podemos establecer el diagrama funcional del motor, figura 3.2.

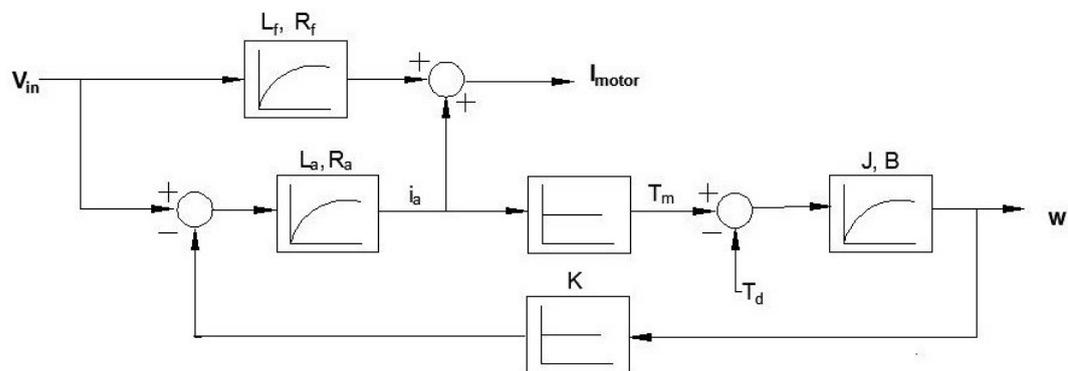


Figura 3.2: Diagrama funcional del motor derivación

3.1.1. Característica par - velocidad

Si utilizamos las ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.4 entonces tenemos:

$$\omega = \frac{V_{in}}{K} - \frac{R_a}{K^2} T_m \quad (3.6)$$

La figura 3.3 muestra la reducción lineal de la velocidad conforme al incremento del par de salida del motor.

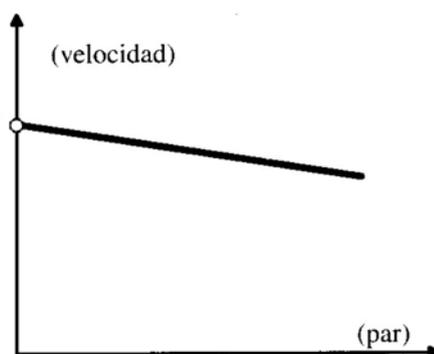


Figura 3.3: Característica par - velocidad, motor derivación

3.1.2. Característica par - corriente de armadura

A partir de la ecuación 3.4 podemos obtener la característica par-corriente de armadura del motor de cc

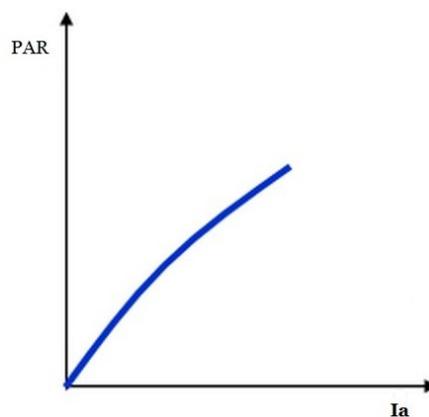


Figura 3.4: Característica par - corriente, motor derivación

3.2. Generador de excitación separada

Una máquina de cc de excitación separada tiene su circuito inductor (campo) alimentado desde una fuente independiente al circuito del inducido (armadura). El circuito equivalente se muestra a continuación en la figura 4.11.

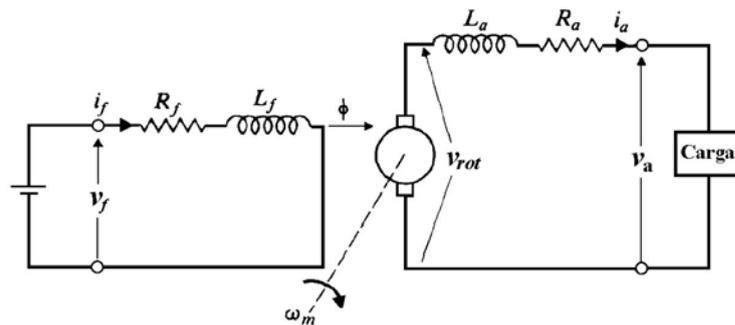


Figura 3.5: Generador de excitación separada

La ecuación que gobierna el comportamiento del generador de cc es:

$$V_{generado} = E_a - R_a i_a \quad (3.7)$$

A partir de la ecuación 3.7 podemos plantear el diagrama funcional del generador de excitación separada, figura 3.6.

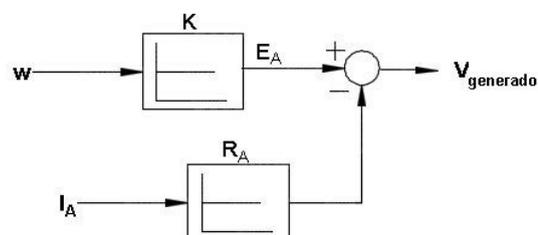


Figura 3.6: Diagrama funcional del generador de excitación separada

3.2.1. Característica en los terminales

La característica en los terminales de un generador de excitación separada es entonces una gráfica del voltaje generado vs la corriente demandada por la carga, cuando la corriente demandada por la carga incrementa se incrementan las pérdidas $I_a R_a$ lo que incurre en una caída en el potencial en los terminales del generador. La figura 3.7 muestra la característica de los terminales para cambios en la carga.

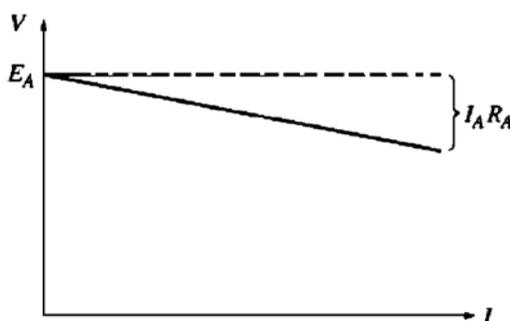


Figura 3.7: Voltaje generado - corriente de carga, generador

3.3. Obtención de los parámetros bajo experimentación

La obtención de los parámetros de la máquina de cc se realizó experimentalmente, la máquina en referencia tiene el número de serie No 14237. En la figura 3.8 se puede observar la máquina a ser estudiada, así mismo el cuadro 3.1 muestra alguno de sus valores de placa [6]

Tabla 3.1: Datos de placa

Tensión de alimentación	220V
Motor derivación	1700rpm - 1kw
Motor serie	1400rpm - 1kw
Generador	1700rpm 1.2 kw



Figura 3.8: Obtención de los parámetros de la máquina de cc

Los parámetros a obtener mediante la experimentación son:

Tabla 3.2: Parámetros a calcular para la simulación de la máquina cc

Resistencia de campo	R_f
Resistencia de armadura	R_a
Inductancia de campo	L_f
Inductancia de armadura	L_a
Constante de fuerza contra electromotriz	K
Coefficiente de fricción viscosa	B
Inercia del motor	J_m

1. La medición de los de la resistencias de los devanados de campo y armadura se realizó mediante la ayuda de un multímetro, obteniendo los resultados:

$$R_s = 340 [\Omega] \text{ y } R_a = 4 [\Omega].$$

2. Las inductancias de los devanados se obtuvo experimentalmente con ayuda de un osciloscopio, registrando el desfase de la corriente para un voltaje alterno aplicado en los devanados. Para ello es posible observar la figura 3.9, la imagen registra el retraso de la corriente en el devanado de campo. El cálculo respectivo de la inductancia se obtiene mediante:

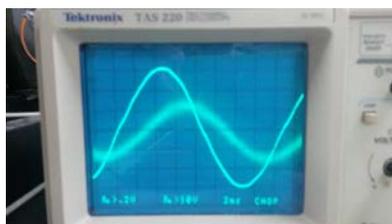


Figura 3.9: Señales de voltaje y corriente en el devanado de campo.

$$L = \frac{R \cdot \tan \theta}{\omega} \quad (3.8)$$

$$L = \frac{(340) \cdot \tan 65,4}{377}$$

$$L = 1,97 [H]$$

3. De forma análoga el cálculo de la inductancia en el devanado de la armadura, se aplicó un voltaje alterno y se midió el desfase entre las señales de voltaje y corriente. El desfase entre estas dos señales se aprecia en la figura 3.10.

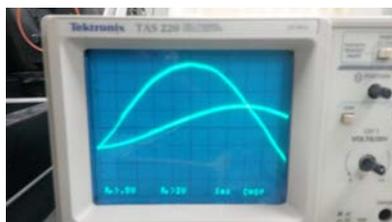


Figura 3.10: Señales de voltaje y corriente en el devanado de armadura.

$$L = \frac{R \cdot \tan \theta}{\omega}$$

$$L = \frac{(4) \cdot \tan 43,3}{377}$$

$$L = 0,01 [H]$$

4. Para el cálculo de la constante de la fuerza contra electromotriz se realizó aplicando un voltaje de 220 y midiendo tanto la corriente como la velocidad del motor y aplicando la siguiente expresión.

$$K_b = \frac{V_{in} - (R_a + R_s)I_a}{\omega_m} \quad (3.9)$$

$$K_b = 1,224 \left[\frac{V \cdot \text{rad}}{s} \right]$$

5. Para el cálculo de la fricción viscosa podemos utilizar que:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = k_b i_a - B_m \omega_m$$

En estado estable:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = 0$$

entonces:

$$B_m = \frac{k_b i_a}{\omega_m} \quad (3.10)$$

calculando tenemos:

$$B_m = \frac{(1,224)(0,50)}{178} \quad (3.11)$$

$$B_m = 0,00344 \left[\frac{\text{Nm}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \right] \quad (3.12)$$

6. La constante mecánica τ_m se midió indirectamente considerando como como tiempo la tercera parte del tiempo que transcurre entre desconectar la alimentación de la máquina y la detención del eje. Se realizaron varias mediciones obteniendo el valor promedio de:

$$\tau_m = 0,80[\text{s}]$$

7. La inercia J_m de la máquina se calcula a partir de:

$$J_m = B_m \tau_m \quad (3.13)$$

$$J_m = (0,00344)(0,80) \quad (3.14)$$

$$J_m = 0,00274 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (3.15)$$

Finalmente la tabla 3.3 resume los parámetros obtenidos de la máquina de corriente continua.

Tabla 3.3: Parámetros obtenidos para la simulación de la máquina de cc

Resistencia de campo	R_f	340 Ω
Resistencia de armadura	R_a	4 Ω
Inductancia de campo	L_f	1.97 H
Inductancia de armadura	L_a	0.01 H
Constante de fuerza contraelectromotriz	K^t	1.224 V/[rad/s]
Coefficiente de fricción viscosa	B	0.00344 Nm/[rad/s]
Inercia del motor	J_m	0.00274 kgm ²

3.4. Diagrama de bloques para la simulación

Con la obtención de los parámetros podemos recrear el diagrama de bloques a utilizar para las simulaciones en matlab yscilab.

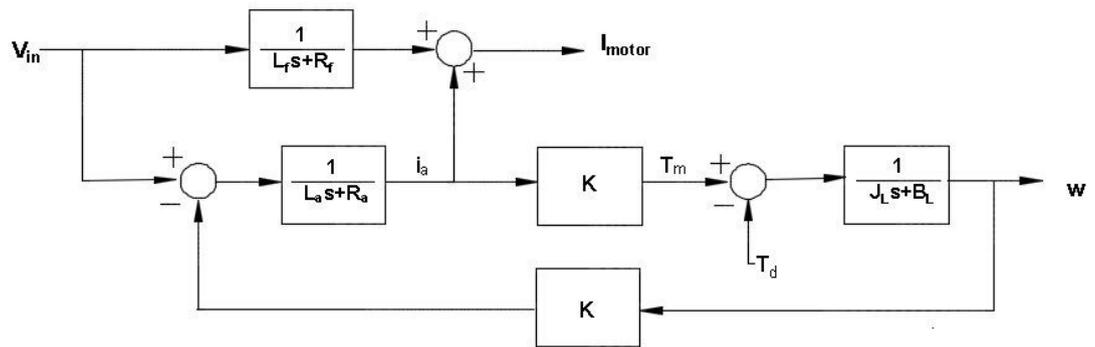


Figura 3.11: Diagrama de bloques del motor derivación

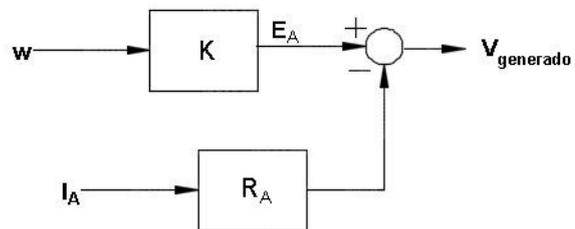


Figura 3.12: Diagrama de bloques del generador de excitación separada

CAPÍTULO 4

SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA CON SOPORTE EN SIMULINK, XCOS Y MODELICA

4.1. Simulink-Matlab

Simulink es un software de programación visual con un lenguaje de alto nivel creado sobre una de las herramientas de desarrollo matemático más usado: Matlab. Basado en una programación por diagrama de bloques, Simulink puede lograr la modelación de sistemas dinámicos, su verificación y prueba continua gracias a su editor gráfico y una amplia librería de bloques que pueden ser personalizados según el criterio y necesidad del usuario.

Simulink da paso a la incorporación de algoritmos desde Matlab, así como también la exportación de los resultados de sus simulaciones, comunicación que ayuda a un mejor análisis de los sistemas o modelos desarrollados.

4.1.1.1 Corriente de armadura en vacío, Simulink

La gráfica 4.2 muestra el comportamiento de la corriente de armadura en el tiempo, cuyo pico característico se debe a que inicialmente la armadura no gira y la única oposición al flujo de corriente es la resistencia de los devanados. Dicha corriente satura las bobinas creando un fuerte campo magnético que finalmente crea el par suficiente para hacer rotar el inducido, dando lugar a la fuerza contraelectromotriz que es opuesta en polaridad a la tensión aplicada, disminuyendo de esta manera la corriente y estabilizándola. La tabla 4.1 presenta el pico de la corriente de armadura y su valor en estado estable.

Tabla 4.1: Valores de la corriente de armadura en vacío, Simulink

Medición	Simulink
I_a pico [A]	38.27
I_a estable [A]	0.50

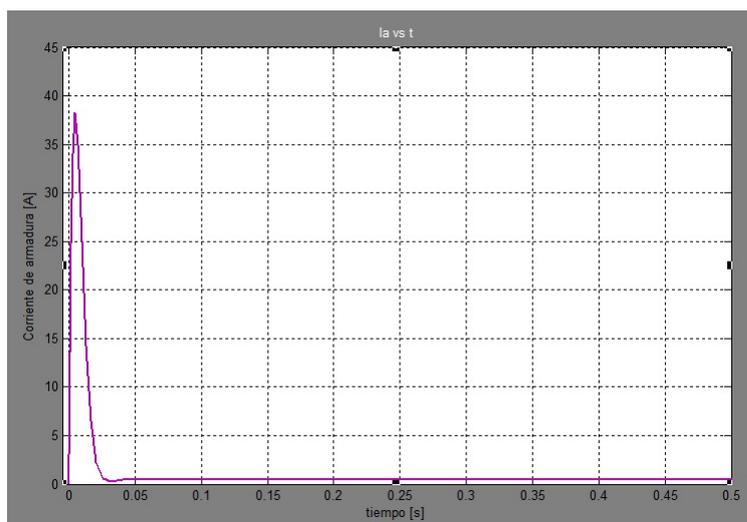


Figura 4.2: Corriente de armadura en vacío, Simulink

4.1.1.2 Velocidad generada en vacío, Simulink

La velocidad del motor es función del voltaje aplicado, es así que a tensiones por debajo de la nominal se espera una menor cantidad de rpm de la máquina, la tensión nominal del motor aplicada a la armadura es de 220 V generando así 178 rad/s o 1700 rpm.

La figura 4.3 muestra el incremento de la velocidad en el tiempo hasta estabilizarse en su valor nominal. Los valores de velocidad en régimen permanente se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: Valores de velocidad generada en vacío, Simulink

Medición	Simulink
w estable [rad/s]	178.103

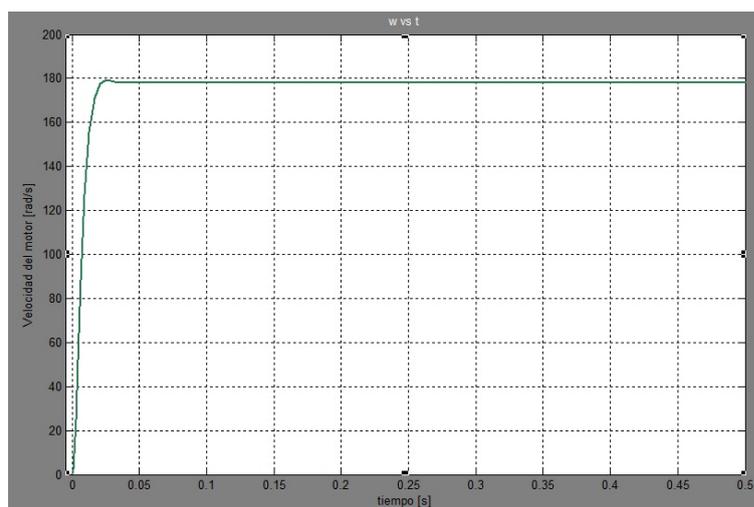


Figura 4.3: Velocidad generada en vacío, Simulink

4.1.1.3 Par generado en vacío, Simulink

El par generado por el motor es proporcional a la corriente en la armadura por tanto tendrá un comportamiento similar en el tiempo, la figura 4.4 muestra dicho comportamiento. La tabla 4.3 presenta el pico del par de salida y su valor en estado estable tanto para Simulink como para Xcos.

Tabla 4.3: Valores de par generado en vacío, Simulink

Medición	Simulink
T_m pico [Nm]	46.842
T_m estable [Nm]	0.612

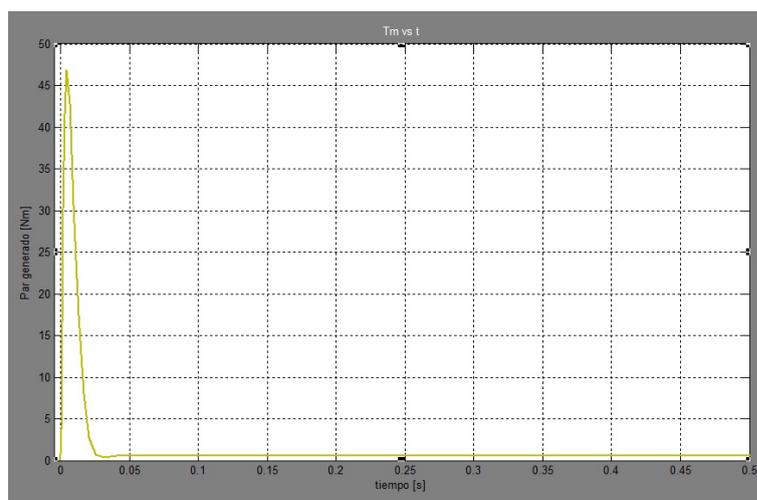


Figura 4.4: Par generado en vacío, Simulink

4.1.1.4 Corriente del motor en vacío, Simulink

Debido a la forma de conexión (paralelo) la corriente del motor será la suma entre las corrientes de campo y armadura, la figura 4.5 y muestran el compor-

tamiento de la corriente en el tiempo, muy similar a la corriente en el inducido y esto es debido a que la aportación de la corriente de campo es pequeña debido a la elevada resistencia de su devanado. La tabla 4.4 muestra su valor pico de transiente y su corriente en estado estable.

Tabla 4.4: Valores de corriente del motor en vacío, Simulink

Medición	Simulink
$I_{m\text{ pico}} [\text{A}]$	38.615
$I_{m\text{ estable}} [\text{A}]$	1.150

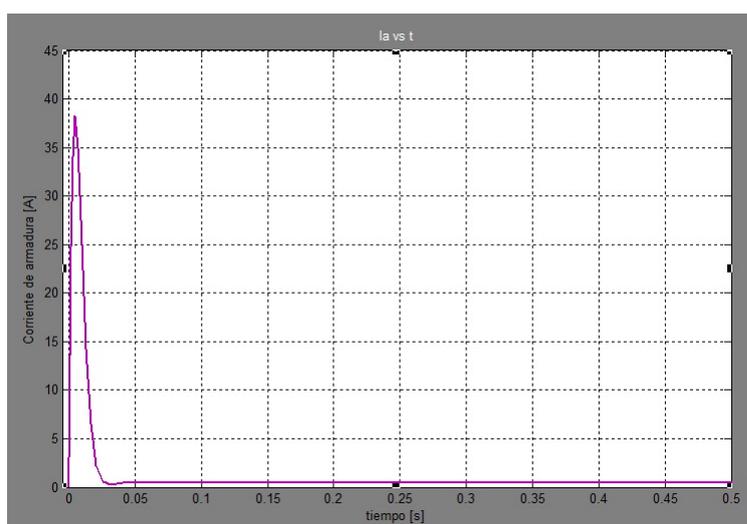


Figura 4.5: Corriente del motor en vacío, Simulink

4.1.2. Motor derivación bajo carga, Simulink

Para analizar el comportamiento del motor bajo carga se aplicará una carga de inercia $J = 0,50 \text{kgm}^2$ y una constante de fricción rotacional de $B = 0,042 \text{Nm}/(\text{rad/s})$, colocar carga en el eje implica un incremento en el par de arranque para vencer la inercia de la carga lo que lleva a un incremento en el

valores alcanzados por la corriente de armadura.

Tabla 4.5: Valores de corriente de armadura bajo carga, Simulink

Medición	Simulink
I_a pico [A]	54.438
I_a estable [A]	5.920

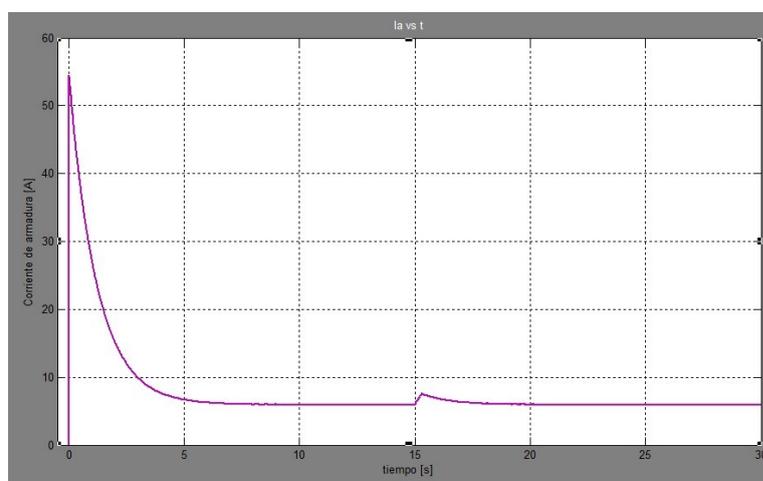


Figura 4.7: Corriente de armadura bajo carga, Simulink

4.1.2.2 Par generado bajo carga, Simulink

Para vencer la inercia de la carga será necesario incrementar el par generado por motor, el par generado tendrá igual comportamiento que la corriente que demande la armadura, así la figura 4.8 muestra dicho comportamiento.

Los valores pico y de estado estable del par están en proporción a la corriente en la armadura, la tabla 4.6 muestra a detalle los valores alcanzados por el par generado en la máquina.

Tabla 4.6: Valores de par generado bajo carga

Medición	Simulink
T_m pico [Nm]	66.632
T_m estable [Nm]	7.246

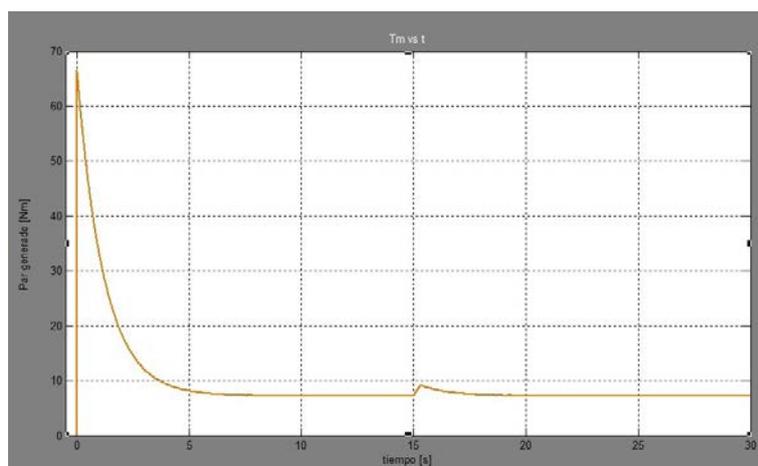


Figura 4.8: Par generado bajo carga, Simulink

4.1.2.3 Velocidad generada bajo carga, Simulink

La figura 4.9 muestra el incremento de la velocidad hasta llegar a su valor estable de 160.2 rad/seg antes de los 10 segundos, un torque de perturbación es aplicado a los 15 segundos lo que lleva a una reducción de la velocidad pero se repone segundos después que la perturbación desaparece. Los valores de velocidad en régimen permanente se aprecian en el cuadro 4.7

Tabla 4.7: Valores de velocidad generada bajo carga, Simulink

Medición	Simulink
w estable [rad/s]	160.292

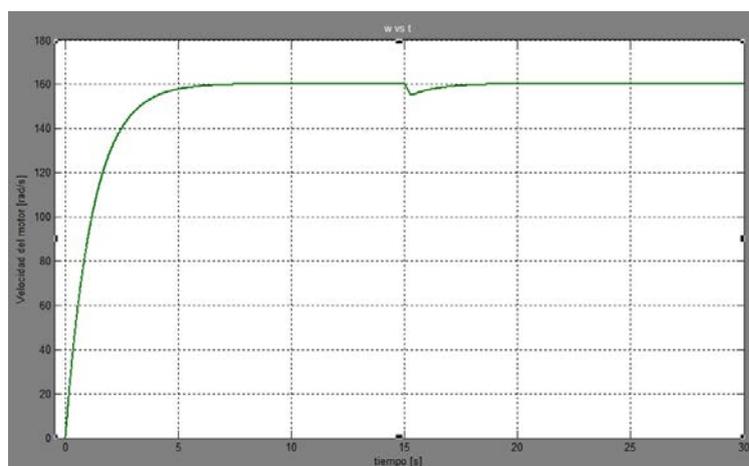


Figura 4.9: Velocidad generada bajo carga, Simulink

4.1.2.4 Corriente del motor bajo carga, Simulink

Debido a la forma de conexión (paralelo) la corriente del motor será la suma entre las corrientes de campo y armadura, la figura 4.10 muestra el comportamiento de la corriente en el tiempo, muy similar a la corriente en el inducido y esto es debido a que la aportación de la corriente de campo es pequeña debido a la elevada resistencia del devanado. La tabla 4.8 muestra su valor pico de transiente y su corriente en estado estable.

Tabla 4.8: Valores de corriente del motor bajo carga, Simulink

Medición	Simulink
I_m pico [A]	55.032
I_m estable [A]	6.565

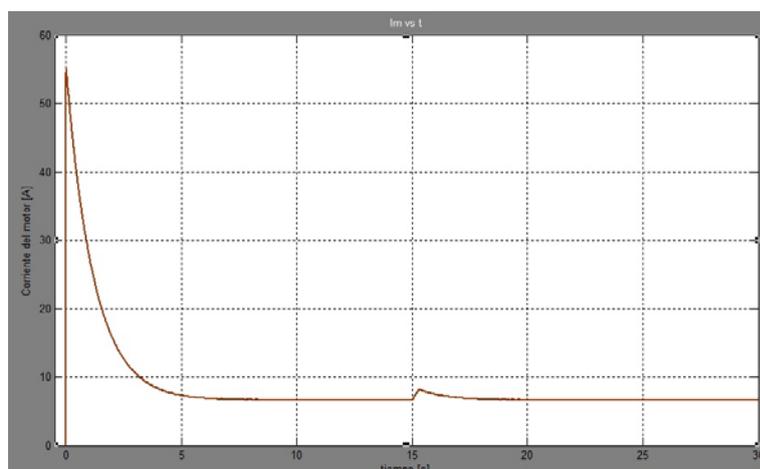


Figura 4.10: Corriente del motor bajo carga, Simulink

4.1.3. Generador de excitación separada, Simulink

Para lograr el funcionamiento del generador controlado por armadura es necesario aplicar un par en el eje de la máquina, esto se puede lograr con la ayuda de una máquina motriz acoplada al rotor del generador llevándolo así hasta su velocidad nominal. El diagrama que modela al generador de excitación separada se muestra en la figura 4.11 para el entorno de Simulink.

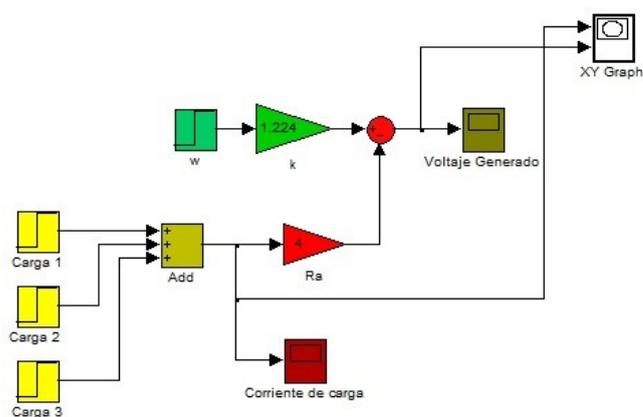


Figura 4.11: Generador de excitación separada, entorno Simulink

La corriente que entrega el generador depende de la carga instalada, es así que una mayor carga demandará una mayor corriente pero esto conlleva a un efecto negativo que es la caída de potencial en los terminales. La figura 4.12 muestra demanda de corriente bajo el incremento de carga en el generador, análogamente la figura 4.13 muestra el comportamiento en el tiempo bajo un incremento en la carga del generador.

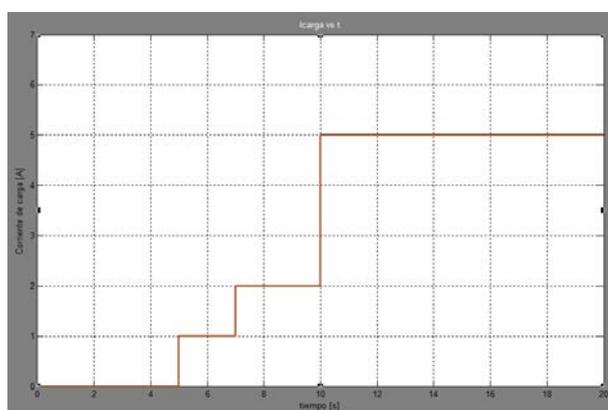


Figura 4.12: Corriente demandada por la carga, Simulink

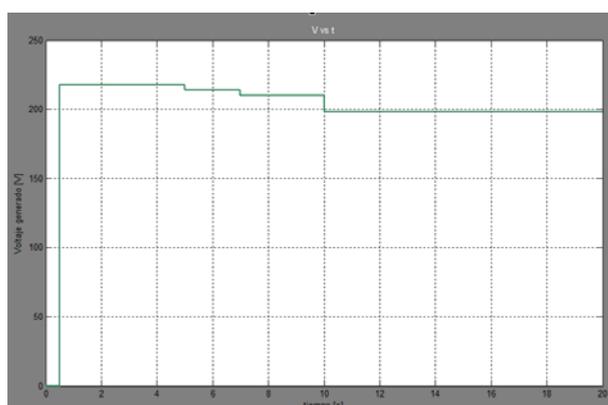


Figura 4.13: Voltaje generado en los terminales del generador, Simulink

4.2. Xcos-Scilab

Xcos permite el diseño de modelos o sistemas dinámicos, está especializado en sistemas complejos y sistemas híbridos pero permite también el modelamiento de sistemas simples y diversos, está basado en una programación gráfica por diagrama de bloques posible gracias a que es un software de programación con lenguaje de alto nivel, con una gran extensión de bloques organizados por categorías muy bien definidas. Es un software libre y una importante herramienta del entorno de programación matemática de Scilab, lo que le permite ver las simulaciones en tiempo real y poder construir un análisis más detallado de sus resultados.

4.2.1. Motor derivación en vacío, Xcos

La figura 4.14 muestra al motor derivación sin carga en el entorno de Xcos.

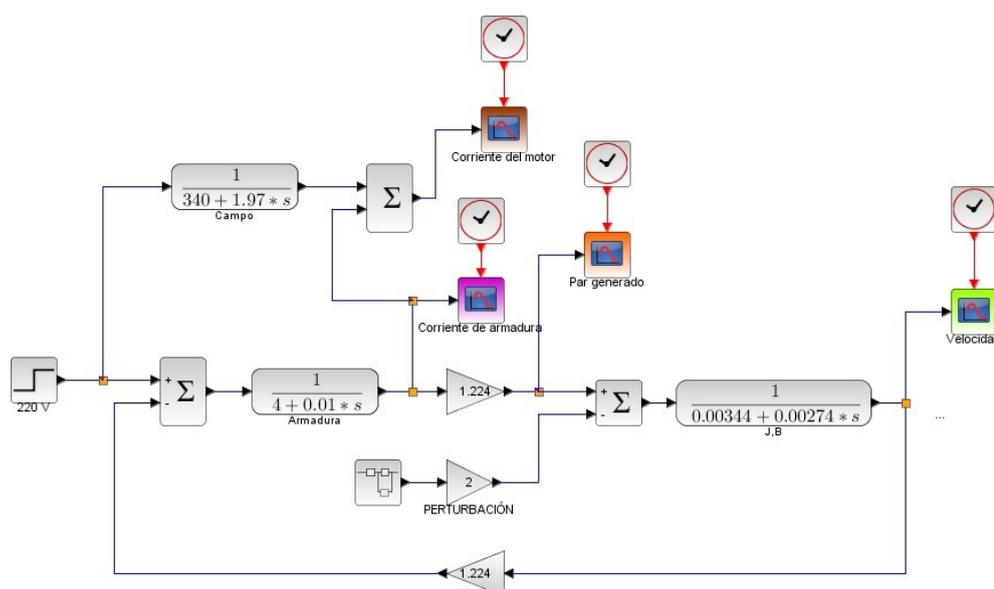


Figura 4.14: Motor derivación en vacío, entorno Xcos

Las curvas de funcionamiento del motor derivación sin carga en el eje se muestran a continuación con sus respectivos valores de pico máximo y estado estable.

4.2.1.1 Corriente de armadura en vacío, X_{cos}

Tabla 4.9: Valores de la corriente de armadura en vacío, X_{cos}

Medición	Entorno X_{cos}
I_a pico [A]	38.29
I_a estable [A]	0.50

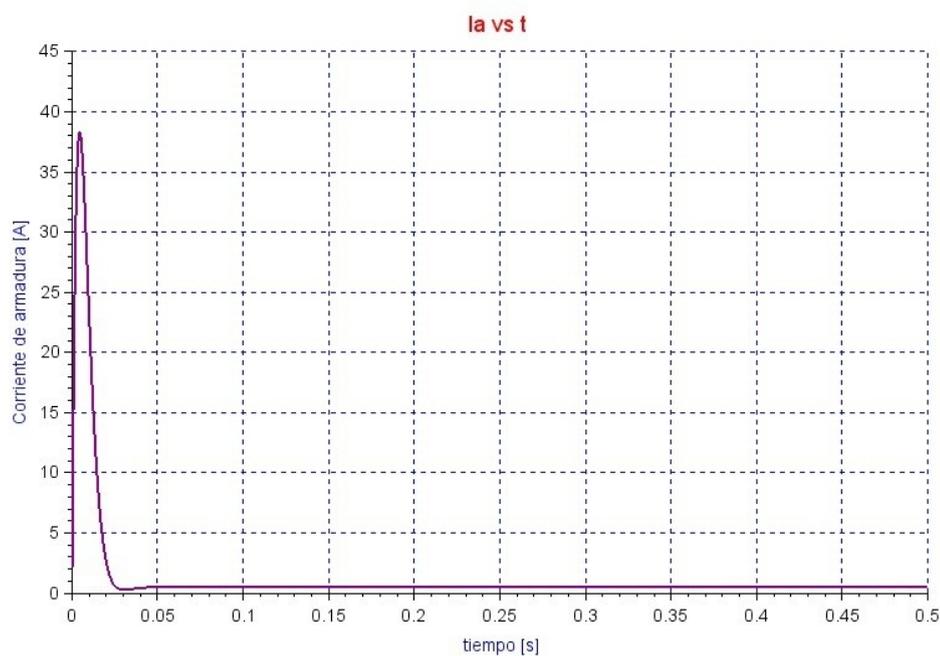


Figura 4.15: Corriente de armadura en vacío, X_{cos}

4.2.1.2 Velocidad generada en vacío, Xcos

Tabla 4.10: Valores de velocidad generada en vacío, Xcos

Medición	Entorno
ω estable [rad/s]	Xcos
	178.103

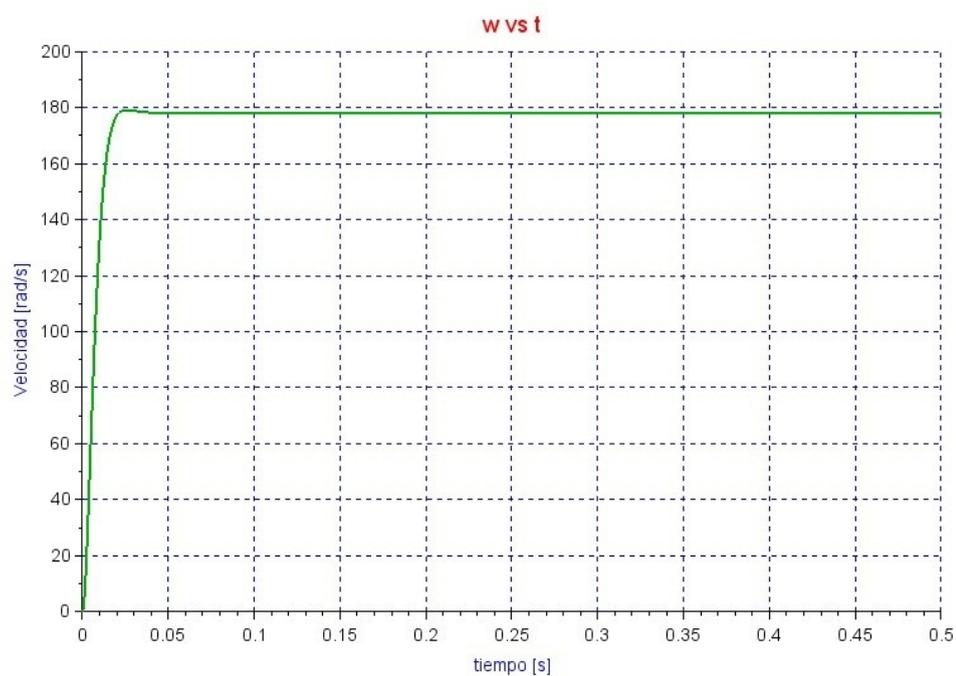


Figura 4.16: Velocidad generada en vacío, Xcos

4.2.1.3 Par generado en vacío, Xcos

Tabla 4.11: Valores de par generado en vacío, Xcos

Medición	Entorno Xcos
T_m pico [Nm]	46.867
T_m estable [Nm]	0.612

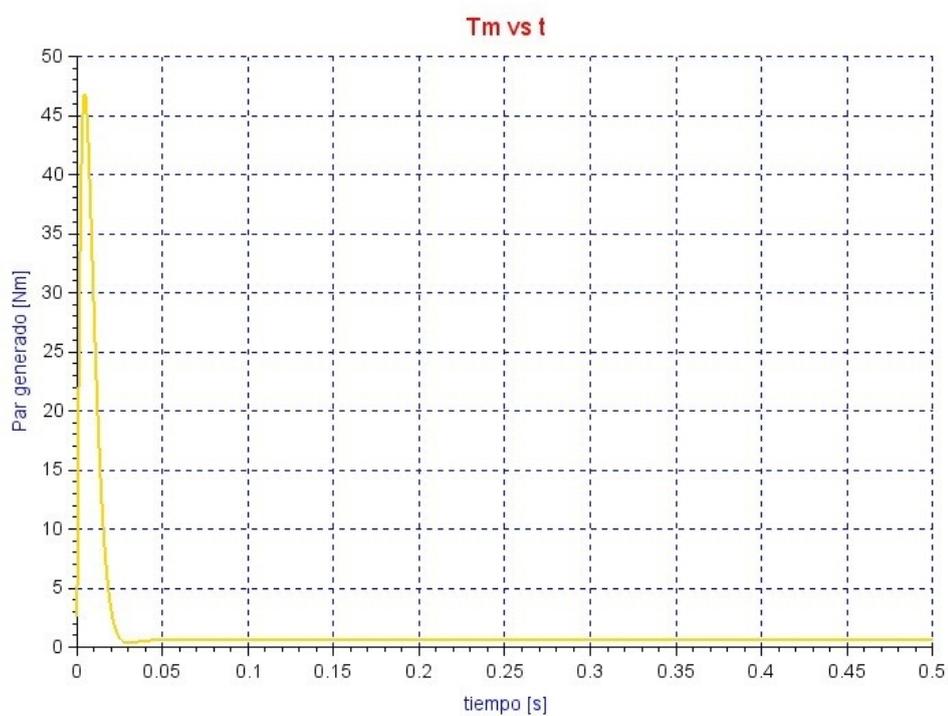


Figura 4.17: Par generado en vacío, Xcos

4.2.1.4 Corriente del motor en vacío, X_{cos}

Tabla 4.12: Valores de corriente del motor en vacío, X_{cos}

Medición	X_{cos}
$I_{m\text{ pico}} [A]$	38.643
$I_{m\text{ estable}} [A]$	1.147

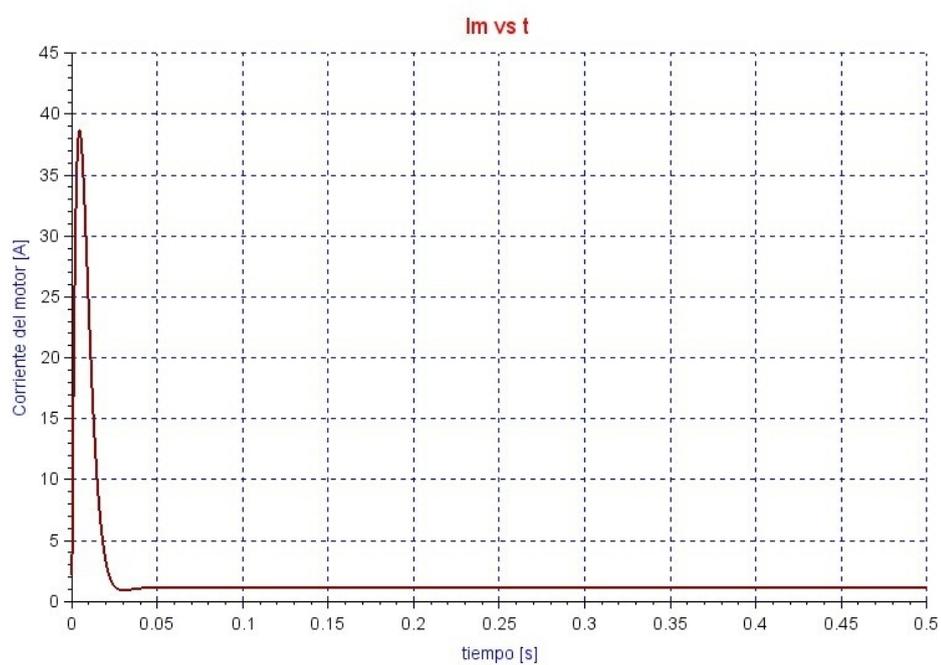


Figura 4.18: Corriente del motor en vacío, X_{cos}

4.2.2. Motor derivación bajo carga, Xcos

La figura 4.19 muestra al motor derivación bajo carga modelado en el entorno de Xcos.

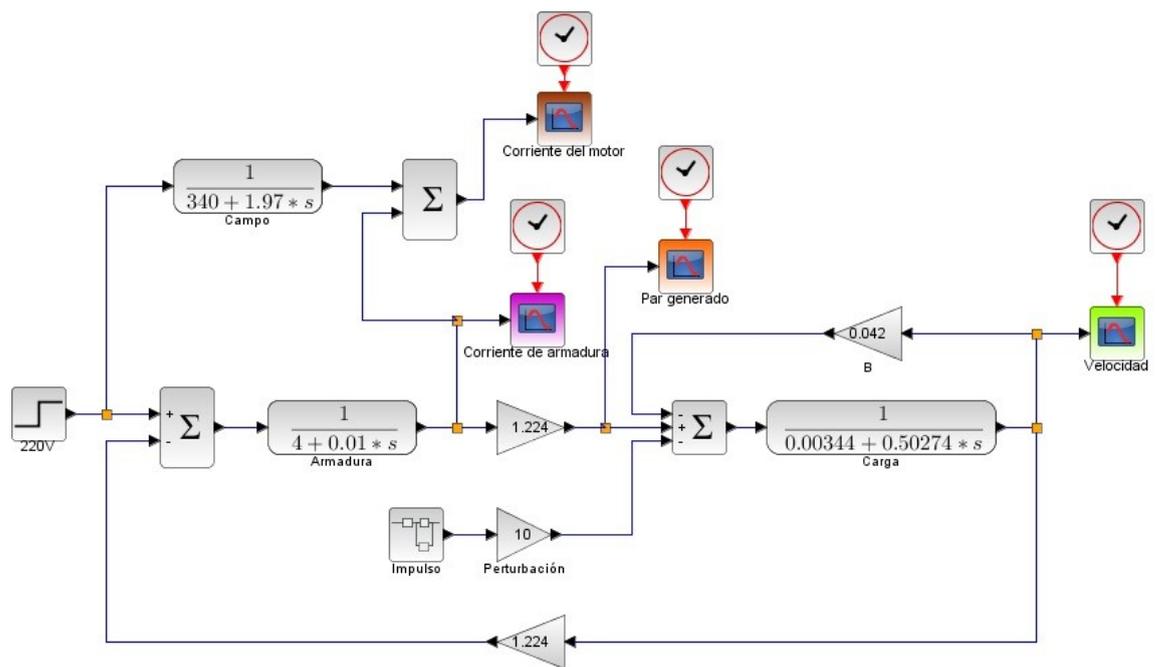


Figura 4.19: Motor derivación bajo carga, entorno Xcos

4.2.2.1 Corriente de armadura bajo carga, Xcos

Tabla 4.13: Valores de corriente de armadura bajo carga, Xcos

Medición	Entorno	Xcos
I_a pico [A]		54.365
I_a estable [A]		5.951

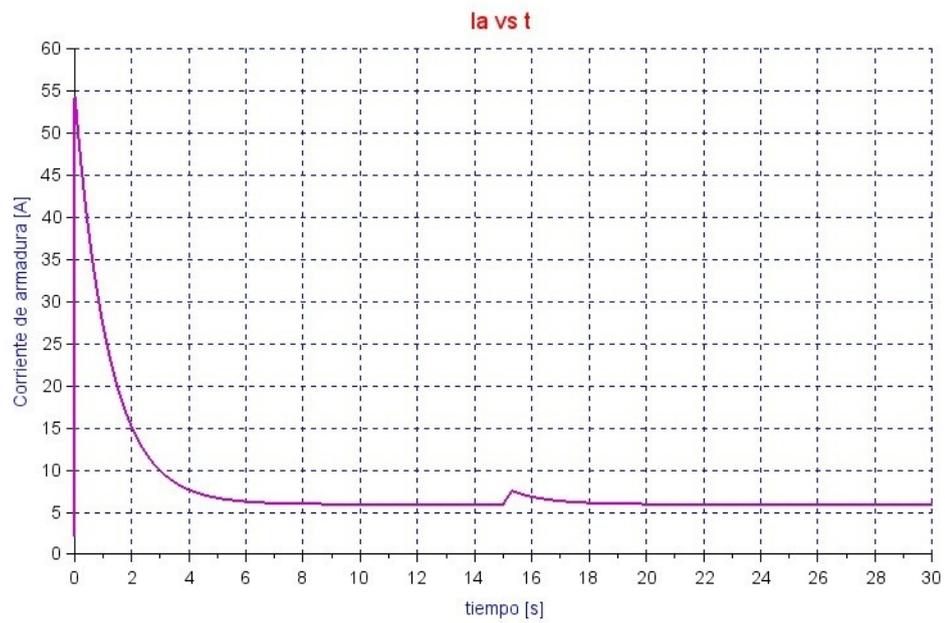


Figura 4.20: Corriente de armadura bajo carga, Xcos

4.2.2.2 Velocidad generada bajo carga, Xcos

Tabla 4.14: Valores de velocidad generada bajo carga

Medición	Entorno	Simulink
w estable [rad/s]		160.292

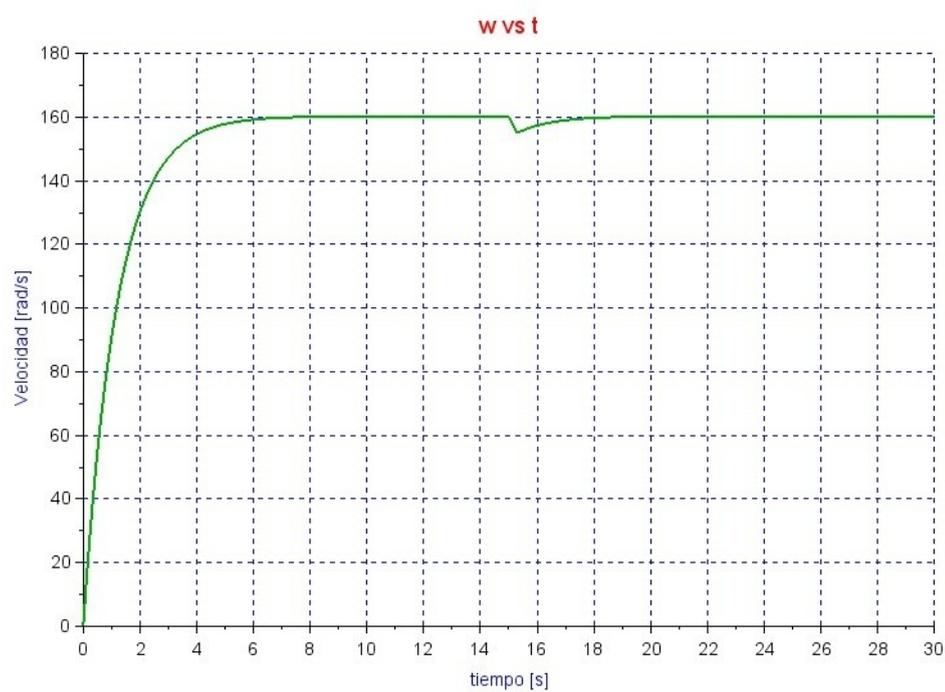


Figura 4.21: Velocidad generada bajo carga, Xcos

4.2.2.3 Par generado bajo carga, Xcos

Tabla 4.15: Valores de par generado bajo carga, Xcos

Medición	Entorno	Xcos
T_m pico [Nm]		66.543
T_m estable [Nm]		7.284

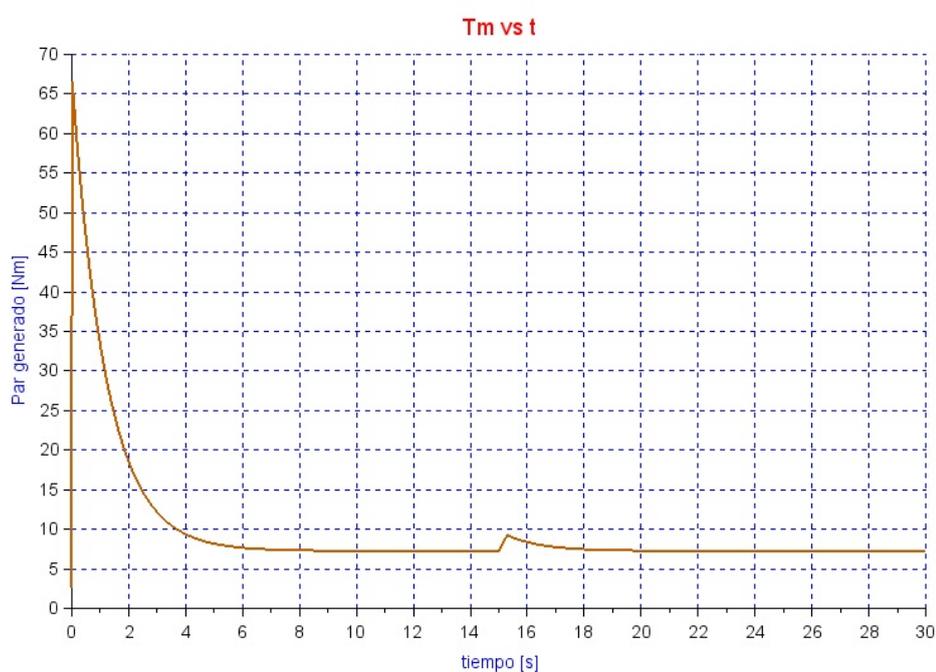


Figura 4.22: Par generado bajo carga, Xcos

4.2.2.4 Corriente del motor bajo carga, Xcos

Tabla 4.16: Valores de corriente del motor bajo carga, Xcos

Medición	Entorno	Xcos
$I_{m\text{ pico}} [A]$		54.993
$I_{m\text{ estable}} [A]$		6.598

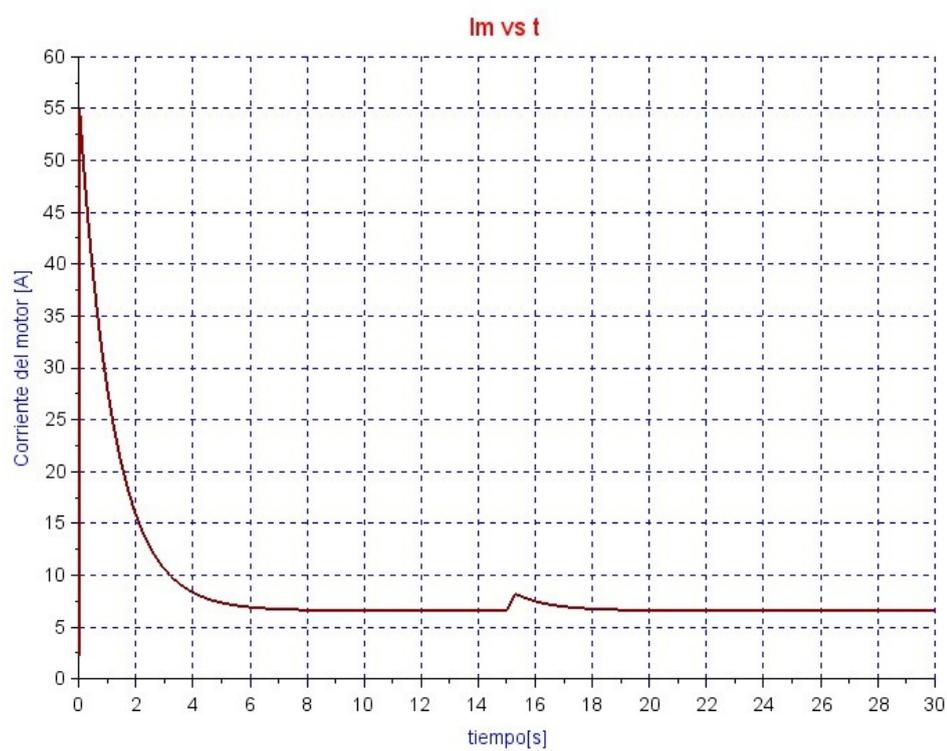


Figura 4.23: Corriente del motor bajo carga, Xcos

4.2.3. Generador de excitación separada, entorno Xcos

La figura 4.24 muestra al generador de excitación separada modelado en el entorno de Xcos.

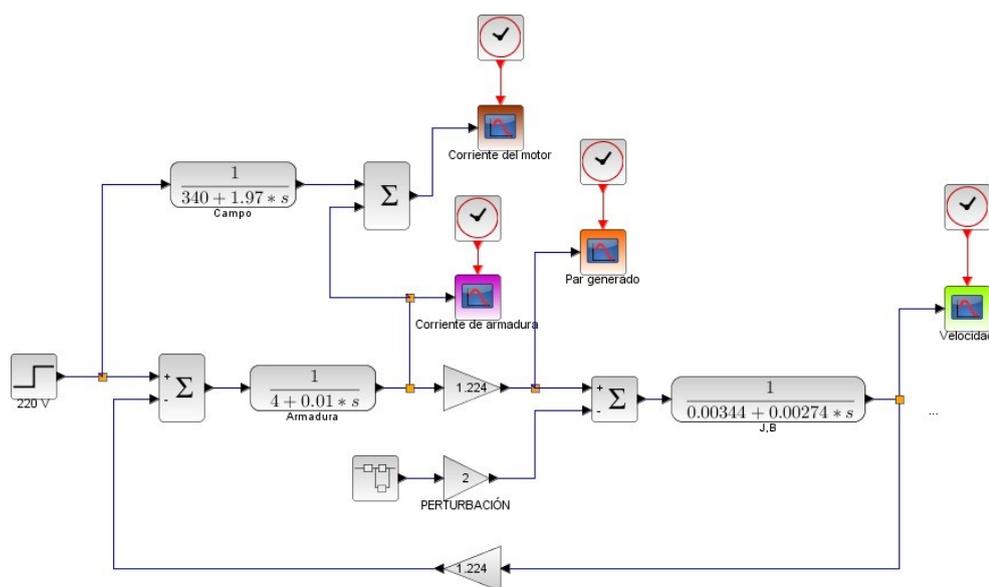


Figura 4.24: Generador de excitación separada, entorno Xcos

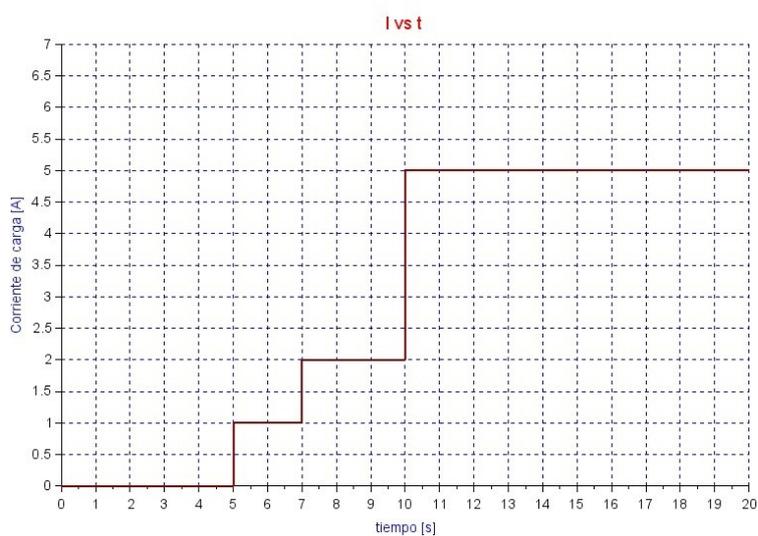


Figura 4.25: Corriente demandada por la carga, Xcos

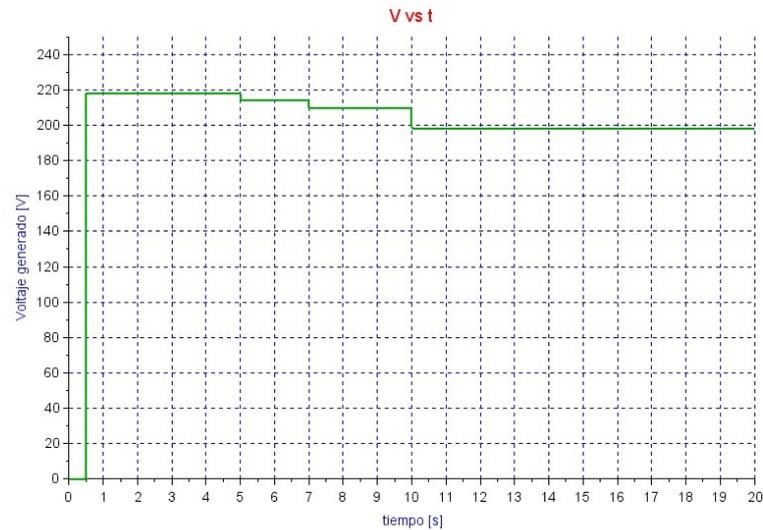


Figura 4.26: Voltaje generado en los terminales del generador, Xcos

4.3. Open Modelica

Modelica es un software libre de programación modelada para la simulación de entornos y sistemas orientados a objetos, a diferencia de otros softwares de programación gráfica, aunque el modelado de sistemas se da en un entorno gráfico, Modelica se basa en un análisis interno de ecuaciones lo que le permite un desarrollo más completo y la facilidad de modificar los sistemas.

Los sistemas desarrollados en Modelica pueden ser importados desde otros programas de semejantes características lo que le brinda mayor flexibilidad y dinamismo.

4.3.1. Motor derivación en vacío, Modelica

La figura 4.27 muestra al motor derivación sin carga en el entorno de Modelica.

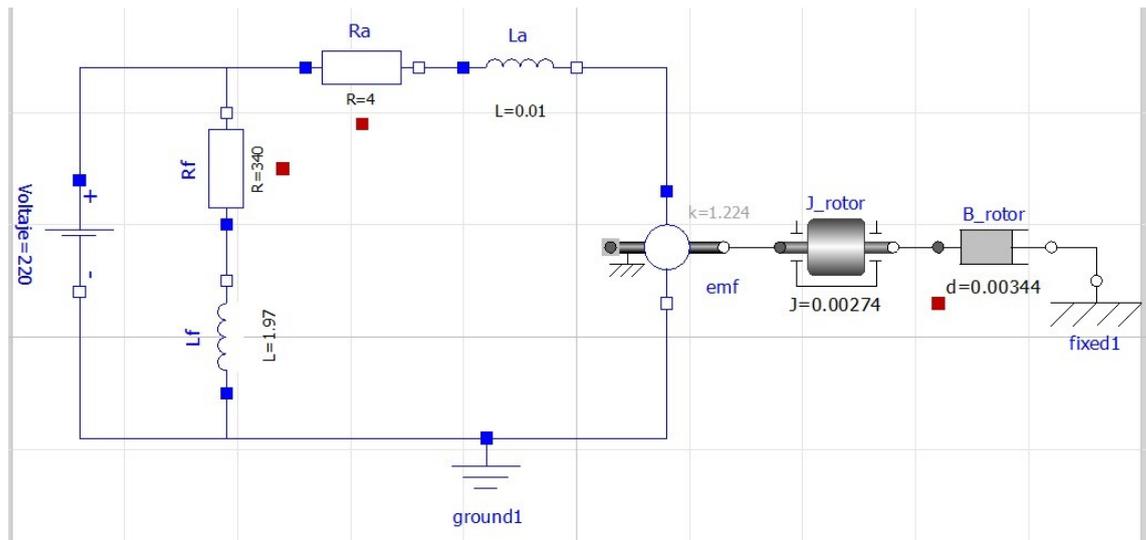


Figura 4.27: Motor derivación en vacío, entorno Modelica

4.3.1.1 Corriente de armadura en vacío, Modelica

Tabla 4.17: Valores de la corriente de armadura en vacío, Modelica

Medición	Modelica
I_a pico [A]	38.20
I_a estable [A]	0.50

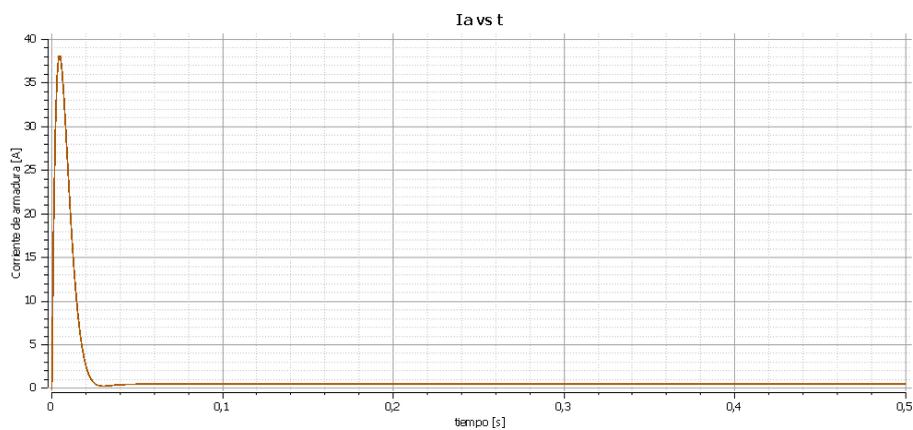


Figura 4.28: Corriente de armadura en vacío, Modelica

4.3.1.2 Velocidad generada en vacío, Modelica

Tabla 4.18: Valores de velocidad generada en vacío, Modelica

Medición	Modelica
w estable [rad/s]	178.103

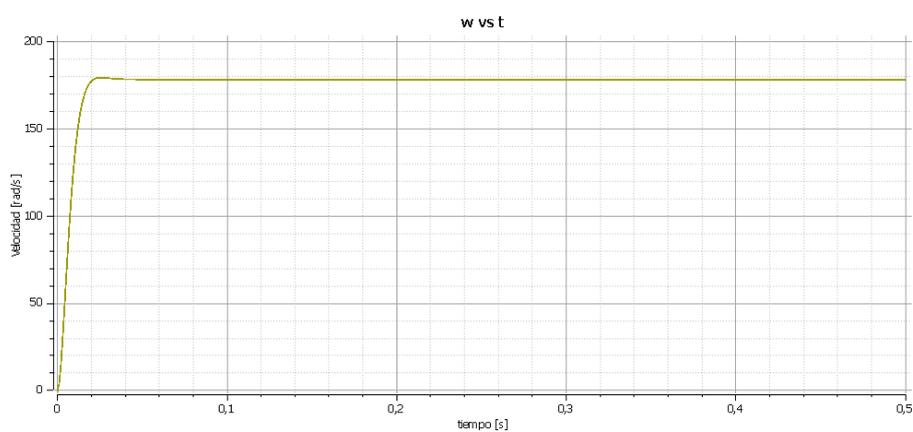


Figura 4.29: Velocidad generada en vacío, Modelica

4.3.1.3 Par generado en vacío, Modelica

Tabla 4.19: Valores de par generado en vacío, Modelica

Medición	Entorno	Modelica
T_m pico [Nm]		46.536
T_m estable [Nm]		0.613

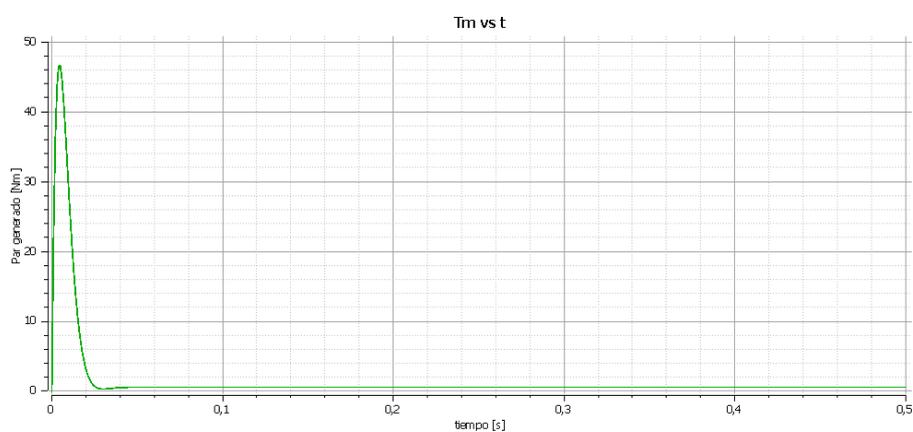


Figura 4.30: Par generado en vacío, Modelica

4.3.1.4 Corriente del motor en vacío, Modelica

Tabla 4.20: Valores de corriente del motor en vacío, Modelica

Medición	Entorno	Modelica
I_m pico [A]		38.342
I_m estable [A]		1.148

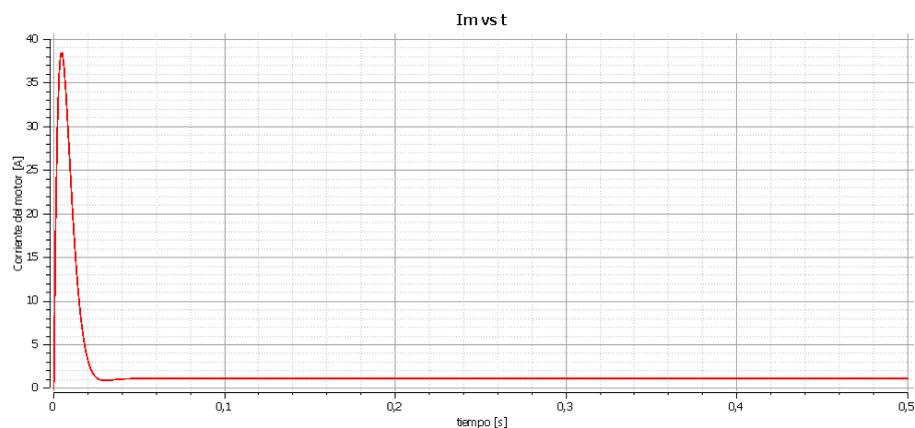


Figura 4.31: Corriente del motor en vacío, Modelica

4.3.2. Motor derivación bajo carga, Modelica

La figura 4.32 muestra el modelo del motor derivación bajo carga en el entorno de Modelica.

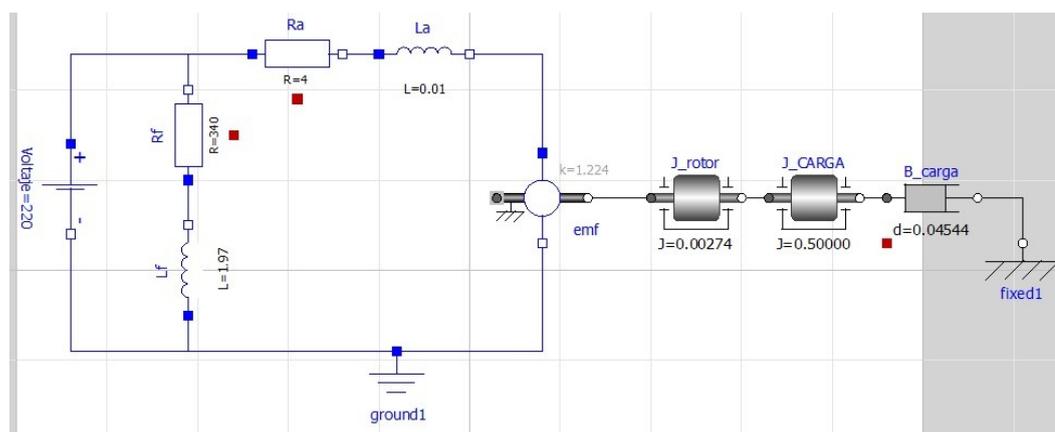


Figura 4.32: Motor derivación bajo carga, entorno Modelica

4.3.2.1 Corriente de armadura bajo carga, Modelica

Tabla 4.21: Valores de corriente de armadura bajo carga, Modelica

Medición	Entorno	Modelica
I_a pico [A]		54.458
I_a estable [A]		5.951

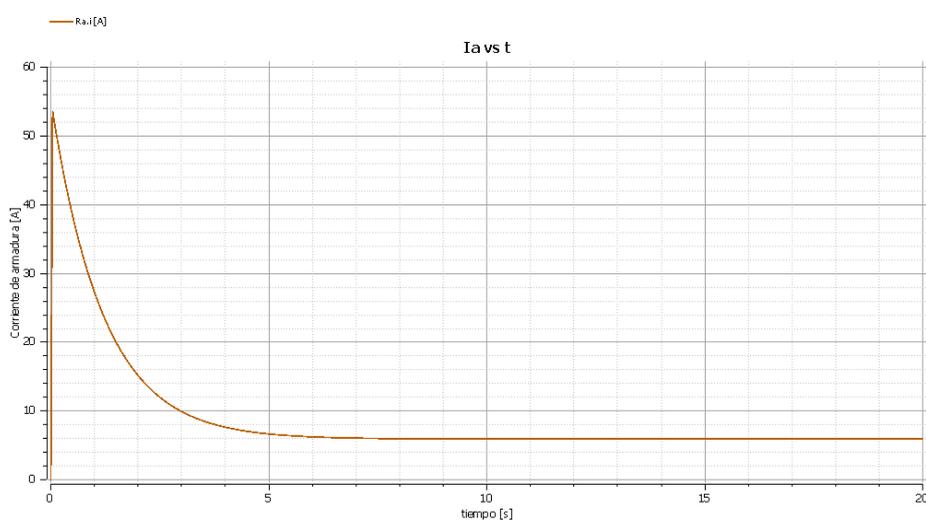


Figura 4.33: Corriente de armadura bajo carga, Modelica

4.3.2.2 Velocidad generada bajo carga, Modelica

Tabla 4.22: Valores de velocidad generada bajo carga

Medición	Entorno	Modelica
ω estable [rad/s]		160.292

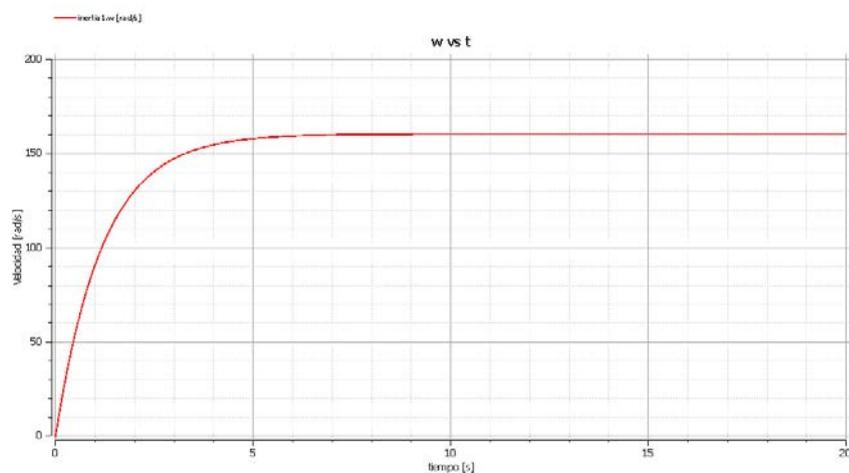


Figura 4.34: Velocidade desenvolvida baixo carga, Modelica

4.3.2.3 Par generado baixo carga, Modelica

Tabla 4.23: Valores de par generado baixo carga, Modelica

Medición	Modelica
T_m pico [Nm]	66.655
T_m estable [Nm]	7.284

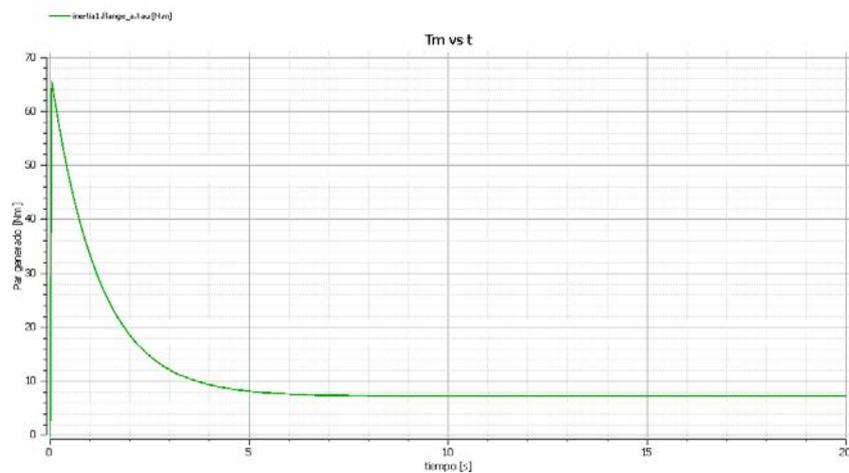


Figura 4.35: Par generado baixo carga, Modelica

4.3.2.4 Corriente del motor bajo carga, Modelica

Tabla 4.24: Valores de corriente del motor bajo carga, Modelica

Medición	Entorno	Modelica
I_m pico [A]		55.065
I_m estable [A]		6.598

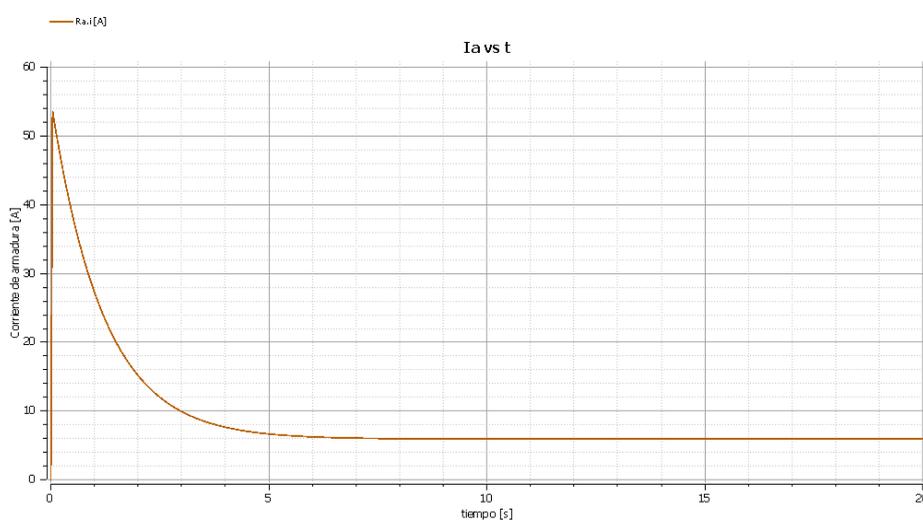


Figura 4.36: Corriente del motor bajo carga, Modelica

4.3.3. Generador de excitación separada, Modelica

La figura 4.37 muestra el generador de cc de excitación separada en el entorno de Modelica, así como las gráficas del voltaje generado y la corriente de carga demandada se presentan en las figuras 4.38 y 4.39 respectivamente.

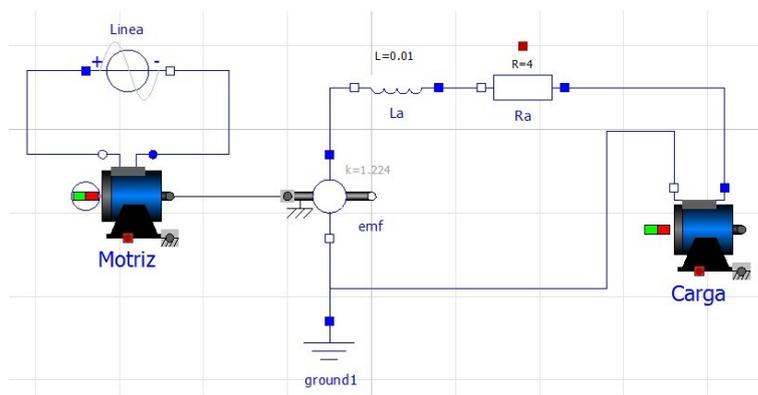


Figura 4.37: Generador de excitación separada, entorno Modelica

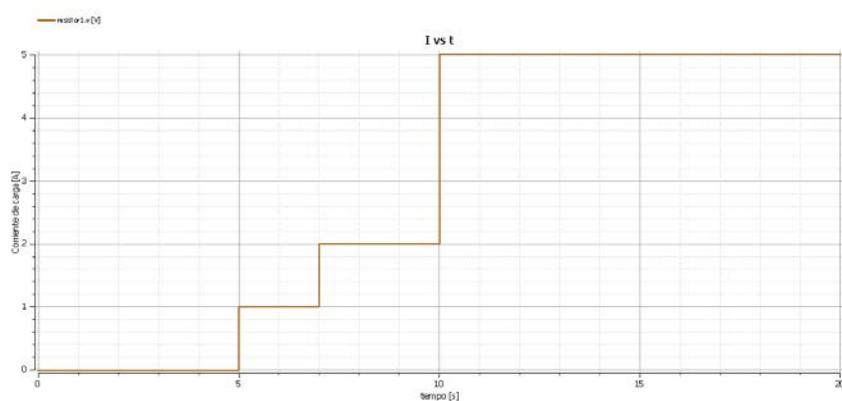


Figura 4.38: Corriente de carga, Modelica

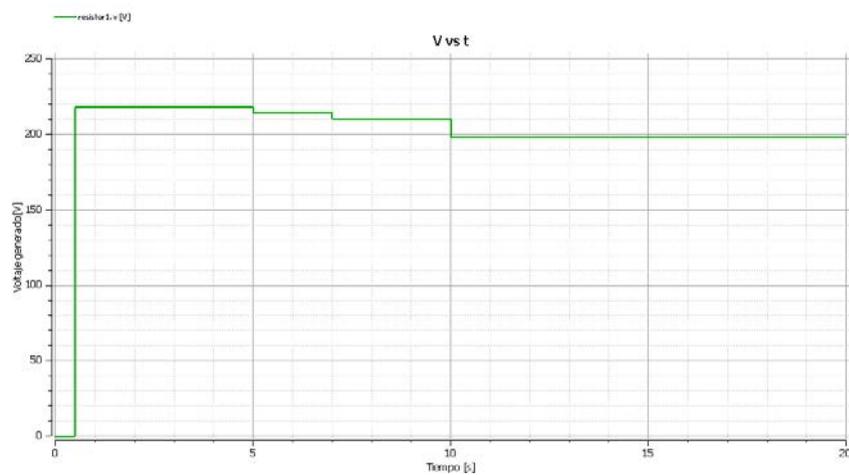


Figura 4.39: Voltaje de salida del generador, Modelica

4.4. Análisis comparativo de los resultados obtenidos en Simulink, Xcos, Modelica

Los valores obtenidos por los simuladores Siulink, Xcos, Modelica se reflejan en las tablas a continuación, en ellas se a calculado la precisión de los simuladores Xcos Y Modelica respecto a la del simulador comercial Simulink de Matlab. La precisión se cuantifica indirectamente con el cálculo del porcentaje de error en cada una de las tablas.

4.4.1. Motor derivación en vacío, análisis de resultados

Tabla 4.25: Análisis comparativo de la corriente de armadura en vacío

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
I_a pico [A]	38.270	38.290	38.020	0.05 %	0.65 %
I_a estable [A]	0.500	0.500	0.500	0 %	0 %

Tabla 4.26: Análisis comparativo de la velocidad generada en vacío

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
w estable [rad/s]	178.103	178.103	178.103	0 %	0 %

Tabla 4.27: Análisis comparativo del par generado en vacío

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
T_m pico [Nm]	46.842	46.867	46.536	0.05 %	0.65 %
T_m estable [Nm]	0.612	0.612	0.613	0 %	0.16 %

Tabla 4.28: Análisis comparativo de la corriente del motor en vacío

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
I_m pico [A]	38.615	38.643	38.342	0.07 %	0.78 %
I_m estable [A]	1.150	1.147	1.147	0.26 %	0.26 %

4.4.2. Motor derivación bajo carga, análisis de resultados

Tabla 4.29: Análisis comparativo de la corriente de armadura bajo carga

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
I_a pico [A]	54,438	54.365	54.458	0.13 %	0.04 %
I_a estable [A]	5.920	5.951	5.951	0.50 %	0.50 %

Tabla 4.30: Análisis comparativo de la velocidad generada bajo carga

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
w estable [rad/s]	160.292	160.292	160.292	0 %	0 %

Tabla 4.31: Análisis comparativo del par generado bajo carga

Medición	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
T_m pico [Nm]	66.632	66.543	66.655	0.13 %	0.03 %
T_m estable [Nm]	7.246	7.284	7.284	0.52 %	0.52 %

Tabla 4.32: Análisis comparativo de la corriente del motor bajo carga

Medición	Entorno	Simulink	Xcos	Modelica	ϵ_{xcos}	$\epsilon_{modelica}$
$I_{m\text{ pico}} [A]$		55.032	54.993	55.065	0.07 %	0.06 %
$I_{m\text{ estable}} [A]$		6.565	6.598	6.598	0.50 %	0.50 %

4.5. Curvas características de la máquina de cc

4.5.1. Curvas características para incrementos de carga

A continuación se presenta el comportamiento de la corriente de armadura, velocidad y par inducido para cambios en la carga en el eje del motor, la tabla 4.33 resume cuantitativamente dichos cambios.

Tabla 4.33: Comportamiento del motor bajo un incremento en la carga

$J [kgm^2]$	$B [Nms/rad]$	$w [rad/s]$	$I_a [A]$	$T_m [Nm]$
0.00274	0.00344	178.1	0.4774	0.584
0.12774	0.01394	173.3	1.9640	2.404
0.25274	0.02444	168.7	3.3652	4.119
0.37774	0.03494	164.4	4.7042	5.758
0.50274	0.04544	160.3	5.9640	7.300

Incrementos en la carga generan un decaimiento en la velocidad del motor, pero para poder mantener esta velocidad es necesario incrementar el par generado por el motor.

La figura 4.40 muestra los cambios de la velocidad vs el par generado al incrementar la carga del motor en el entorno de Simulink.

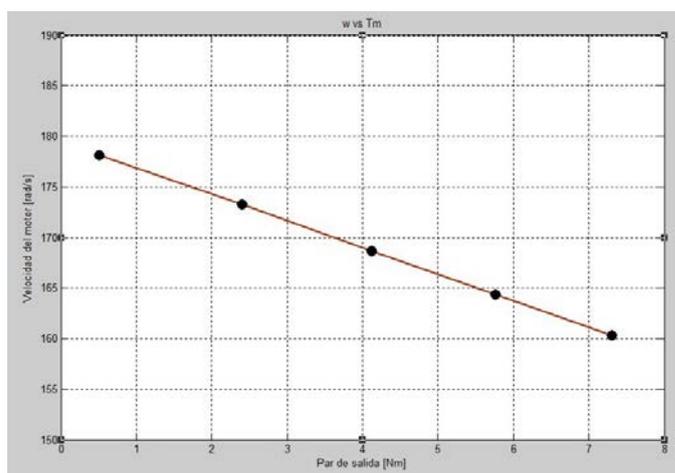


Figura 4.40: Velocidad vs par generado del motor derivación , Simulink

Así mismo incrementos en la carga obliga al motor al incrementar el par generado, pero esto sólo es posible incrementando la corriente en el inducido. La figura 4.41 muestra los cambios en la corriente de armadura al incrementar el par generado de la máquina en el entorno de Simulink.

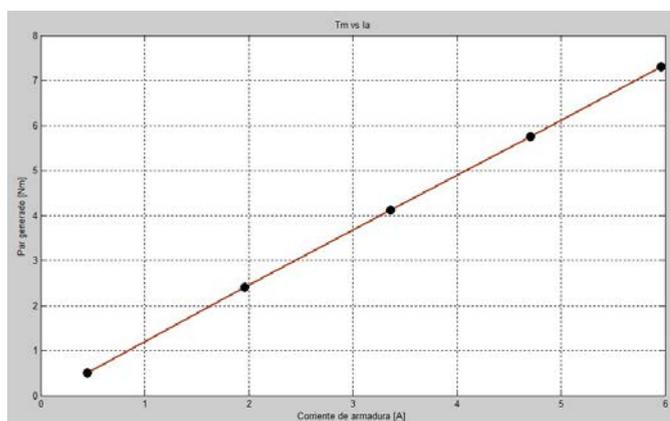


Figura 4.41: Par generado vs corriente de armadura del motor derivación, Simulink

La característica mas importante de la máquina de corriente continua en su funcionamiento como generador es conocer cómo cambia el voltaje en sus ter-

minales para cambios en la carga. Una vez el generador entra a operar lo hace a voltaje nominal, a medida que la carga en el generador incrementa también lo hace la corriente en la armadura, lo que incurre en una caída de potencial $I_a R_a$ en los terminales del generador.

La tabla 4.34 y la figura 4.42 muestran el voltaje a la salida de los terminales para incrementos en la corriente demandada por la carga.

Tabla 4.34: Valores de corriente de armadura bajo carga, Modelica

Medición	I_{carga} [A]	V_{salida} [V]
Vacío	0	217.872
Carga 1	1	213.872
Carga 2	2	209.872
Carga 3	5	197.872

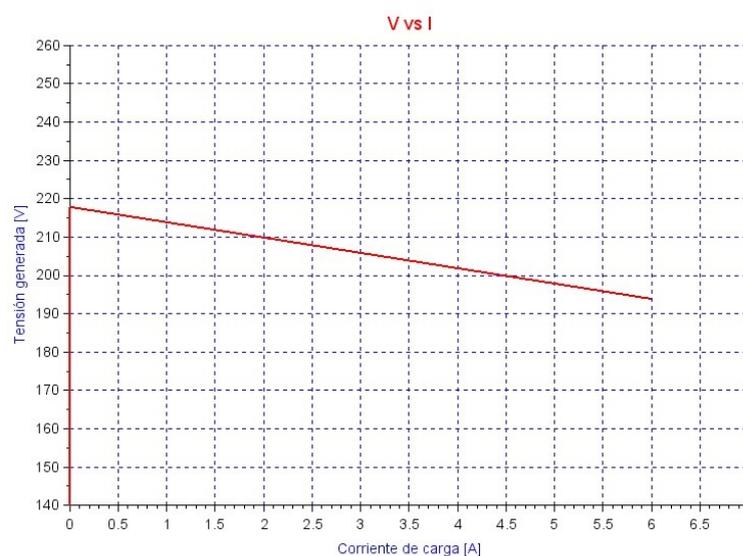


Figura 4.42: Voltaje de salida vs corriente de carga del generador, Xcos

4.5.2. Curvas características desde el régimen transitorio hasta el régimen permanente

A continuación se presentará las curvas características del motor derivación desde el arranque hasta su estabilización.

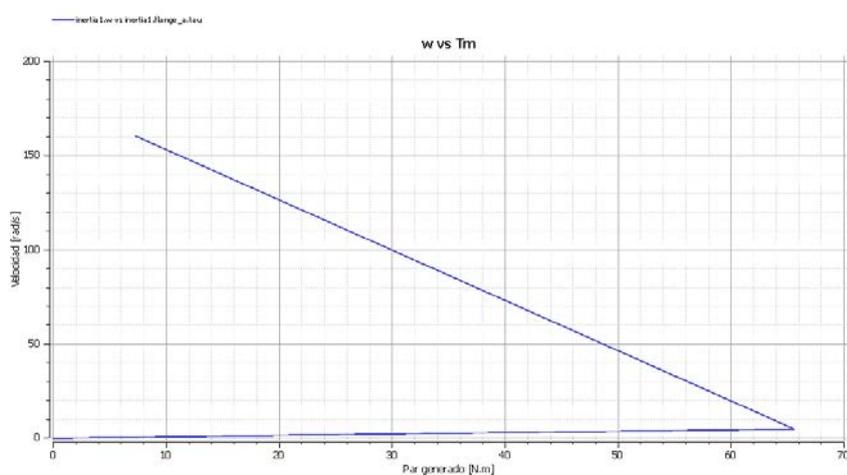


Figura 4.43: Velocidad vs par generado, motor derivación. Modelica

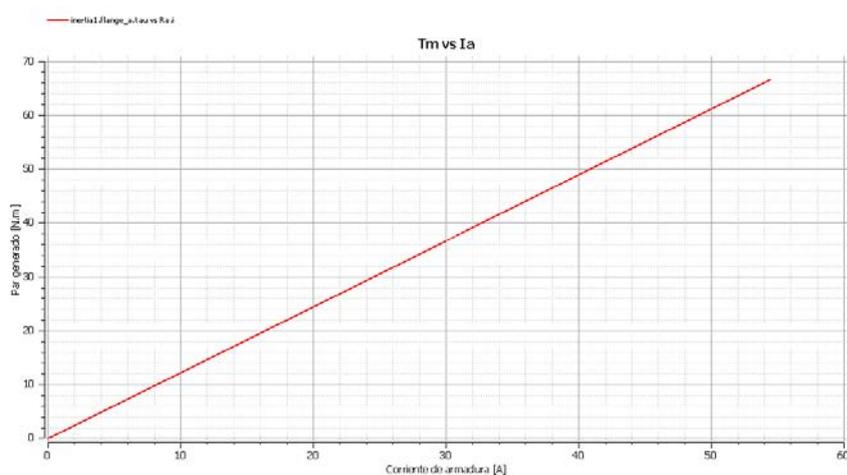


Figura 4.44: Par generado vs Corriente de armadura, motor derivación. Modelica

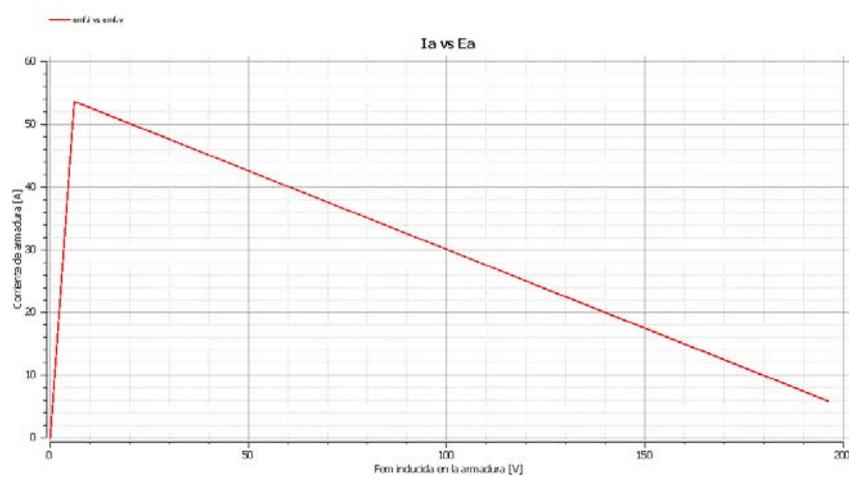


Figura 4.45: Corriente de armadura vs fem inducida, motor derivación. Modelica

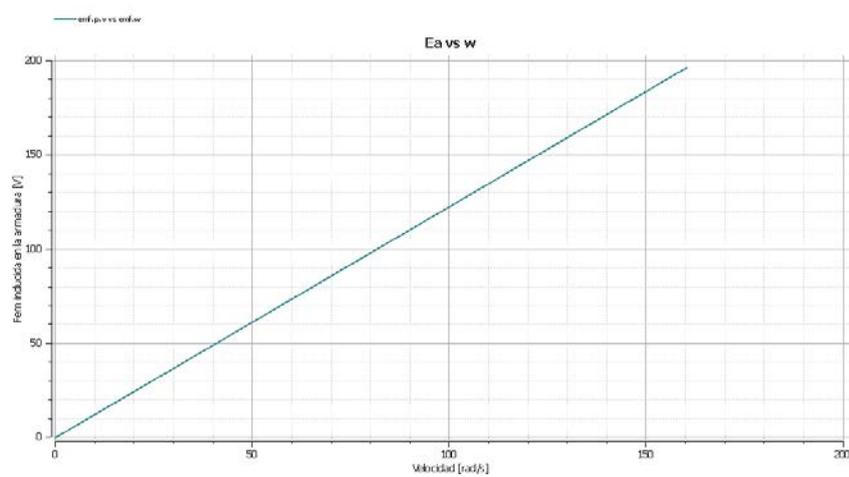


Figura 4.46: Fem inducida vs velocidad, motor derivación, Modelica

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1. Para un correcto análisis comparativo de los resultados obtenidos en las simulaciones de Simulink, Xcos, Modelica se utilizó la misma frecuencia de muestreo ajustada a 10 kHz.
2. Se comprobó la equivalencia de las simulaciones entre el software comercial Simulink y los software libres Xcos Modelica por medio del modelamiento del sistema motor/generador de corriente continua.
3. Considerando la confiabilidad de los resultados obtenidos en Simulink debido a que es un software comercial, los errores comparativos de Xcos y Modelica respecto a Simulink están en el rango de 0 a 0.52 % y 0 a 0.78 % respectivamente.
4. Una de las ventajas que presenta el software Xcos es poder ajustar diferentes tiempos de muestreo para bloques que los necesite en comparación a

Simulink en donde se configura un tiempo de muestreo general.

5. Los resultados obtenidos de las simulaciones de Simulink, Xcos, Modelica son más dispersos en régimen transitorio que en régimen permanente donde casi no se presenta dispersión entre sus valores.

RECOMENDACIONES

1. Para obtener una mayor precisión de los resultados, sobre todo en los transitorios de las señales es recomendable elevar la frecuencia de muestreo de los simuladores.
2. Se recomienda profundizar el estudio de los simuladores Xcos-Scilab y Open Modelica ya que al ser programas libres de licencia pueden ser usados por la universidad en reemplazo de software comerciales.
3. Para trabajar con el simulador Open modelica es recomendable trabajar en Linux debido a que el sistema operativo de Windows tarda mucho más segundos en ejecutar comandos pero sobre todo en procesar gráficas resultantes.
4. Se recomienda abrir sólo una ventana de Open Modelica y verificar que no exista más de un proceso omc.exe ya que esto incurre en lapsos de tiempos más prolongados en la simulación.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. M. Aller, “Máquinas eléctricas rotativas: Introducción a la teoría general,” *Editorial Equinoccio*, 2006.
- [2] J. Fraile Mora, “Máquinas eléctricas,” *McGraw-Hill. Madrid. Teoría y Problemas*, 2008.
- [3] S. J. Chapman, *Máquinas eléctricas*. McGraw-Hill, 1991.
- [4] M. Liwshitz-Garik, C. C. Whipple, J. C. Jorba, and R. P. Trepát, *Máquinas de corriente continua*. Compañía Editorial Continental, 1972.
- [5] R. Stephan, “A simple model for a thyristor-driven dc motor considering continuous and discontinuous current modes,” *Education, IEEE Transactions on*, vol. 34, pp. 330–335, Nov 1991.
- [6] Z. Meng, R. Chen, C. Sun, and Y. An, “The mathematical simulation model of brushless dc motor system,” in *Computer Application and System Modeling (ICCASM), 2010 International Conference on*, vol. 12, pp. V12–625–V12–629, Oct 2010.