ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE (colocar el departamento al que corresponda)

AÑO:	2017	**PERIODO:**	PRIMER TÈRMINO
MATERIA:	ESTADÍSTICA	**PROFESORES:**	CARDENAS N./CASTRO J./CEVALLOS L./CEVALLOS H./REYES S./UGARTE J./VERA X.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	Jueves 31 de Agosto 2017

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:…………….……………………PARALELO:…………***

TEMA 1: (20 PUNTOS)

El tiempo en horas que un camión permanece en un almacén está definido por una variable aleatoria X. Sea Y la variable tiempo de espera en la cola, y Z el tiempo de descarga (X=Y+Z). La distribución conjunta de X y Y es:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} & 0 \le y < \infty, \quad 0 \le x < \infty \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

a. Calcular el tiempo medio de descarga.
b. Determine si el tiempo total y el tiempo de espera en la cola son independientes.
c. Calcular la probabilidad de que el tiempo total que permanece el camión sea menor a una hora y que el tiempo de espera sea mayor a 30 minutos.

TEMA 2: (15 PUNTOS)

En una planta pasteurizadora se observa que la máquina que llena las fundas de leche, envasa el líquido con una media μ y una desviación estándar σ = 20 cm3. Determine el número de mediciones que deben realizarse para que $\bar{x}$ difiera de μ en menos de 8 cm3 con una probabilidad de 0.99.

TEMA 3: (20 PUNTOS)

Muestras de sangre (0.8 ml) fueron tomadas de 37 ranas a las que se midió el pH intracelular. Se encontró una media pH de 6.7. Un investigador construye un intervalo de confianza del 95% basándose en esta media muestral y obtiene el intervalo $[6.0, 7.7]$.

a) Como estudiante politécnico que tomó el curso de Estadística para Ingenieros se le ha pedido que verifique el cálculo del investigador. Demuestre si el resultado para el intervalo de confianza obtenido por el investigador es correcto o no.
b) En las muestras de sangre se tiene que la dispersión promedio de los niveles pH alrededor de la media pH fue de 2.10. Obtenga un intervalo de confianza del 95% para la media pH en la población de ranas analizada.
c) Enliste las condiciones que necesitan cumplirse para que el intervalo de confianza del literal anterior sea válido.
d) Una vez calculado el intervalo de confianza del literal b), el investigador interpreta que existe el 95% de probabilidad que la media pH se encuentre en los límites calculados. ¿Cómo interpretaría ud. el intervalo de confianza calculado en el literal b)?
e) El investigador afirma que la media pH en la población de ranas analizada es mayor a 6.5. ¿Existe evidencia estadística para calificar como válida la afirmación del investigador, al 5% de significancia? Use los datos del literal b).
f) Se tiene otra población de ranas en una localidad aledaña. Se toma una muestra aleatoria de 50 ranas de esta población, donde se obtuvo una media pH de 6 y una desviación estándar de 2. Usando los datos del literal

anterior para la primera población de ranas, ¿existe evidencia estadística para afirmar que la primera población de ranas y la de la localidad aledaña tienen la misma media pH, al 5% de significancia? Suponga que las varianzas de las poblaciones son iguales. Concluya con valor P.

TEMA 4: (20 PUNTOS)

. Tabla I

Accidentes	Número de operarios
0	29
1	14
2	9
3	8
4	6

Los siguientes datos muestran las frecuencias del número de accidentes ocurridos de los operadores que laboran en una Exportadora de Mariscos ubicada en la ciudad de Manta.

¿Es razonable suponer que la variable X: número de accidentes ocurridos se puede modelar como una variable aleatoria Poisson $\lambda=1.52$?. Utilizar la Prueba Ji-Cuadrado con $\alpha=0.05$.

TEMA 5: (15 PUNTOS)

En la tabla adjunta se presentan el número de páginas y el precio de doce libros técnicos:

páginas	precio	páginas	precio	páginas	precio
310	3.50	400	8.00	420	2.50
300	3.50	170	1.80	610	5.00
280	3.50	430	7.00	420	5.40
310	7.30	230	3.20	450	3.70

a) Determine un modelo de regresión lineal que explique el precio en función del número de páginas.
b) Interprete los resultados

FÓRMULAS:

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$P(X=x) = f(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad P(X=x) = f(x) = (1-p)^{x-1}$$

$$T = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-d_0}{s_p\sqrt{(1/n_1+1/n_2)}} \qquad {s_p}^2 = \frac{s_1^2(n_1-1)+s_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2} \qquad \text{gl: } n_1+n_2-2$$

$$b_1 = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum (x-\bar{x})^2} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} \qquad b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$$

Distribución Chi Cuadrado χ^2

P = Probabilidad de encontrar un valor mayor o igual que el chi cuadrado tabulado, ν = Grados de Libertad

ν /p	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415	2,7055	2,0722	1,6424	1,3233	1,0742	0,8735	0,7083	0,5707	0,4549
2	13,8150	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915	4,6052	3,7942	3,2189	2,7726	2,4079	2,0996	1,8326	1,5970	1,3863
3	16,2660	14,3202	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147	6,2514	5,3170	4,6416	4,1083	3,6649	3,2831	2,9462	2,6430	2,3660
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877	7,7794	6,7449	5,9886	5,3853	4,8784	4,4377	4,0446	3,6871	3,3567
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705	9,2363	8,1152	7,2893	6,6257	6,0644	5,5731	5,1319	4,7278	4,3515
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916	10,6446	9,4461	8,5581	7,8408	7,2311	6,6948	6,2108	5,7652	5,3481
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671	12,0170	10,7479	9,8032	9,0371	8,3834	7,8061	7,2832	6,8000	6,3458
8	26,1239	23,7742	21,9549	20,0902	17,5345	15,5073	13,3616	12,0271	11,0301	10,2189	9,5245	8,9094	8,3505	7,8325	7,3441
9	27,8767	25,4625	23,5893	21,6660	19,0228	16,9190	14,6837	13,2880	12,2421	11,3887	10,6564	10,0060	9,4136	8,8632	8,3428
10	29,5879	27,1119	25,1881	23,2093	20,4832	18,3070	15,9872	14,5339	13,4420	12,5489	11,7807	11,0971	10,4732	9,8922	9,3418
11	31,2635	28,7291	26,7569	24,7250	21,9200	19,6752	17,2750	15,7671	14,6314	13,7007	12,8987	12,1836	11,5298	10,9199	10,3410
12	32,9092	30,3182	28,2997	26,2170	23,3367	21,0261	18,5493	16,9893	15,8120	14,8454	14,0111	13,2661	12,5838	11,9463	11,3403
13	34,5274	31,8830	29,8193	27,6882	24,7356	22,3620	19,8119	18,2020	16,9848	15,9839	15,1187	14,3451	13,6356	12,9717	12,3398
14	36,1239	33,4262	31,3194	29,1412	26,1189	23,6848	21,0641	19,4062	18,1508	17,1169	16,2221	15,4209	14,6853	13,9961	13,3393
15	37,6978	34,9494	32,8015	30,5780	27,4884	24,9958	22,3071	20,6030	19,3107	18,2451	17,3217	16,4940	15,7332	15,0197	14,3389

Tabla T- Student $P(X \geq t_0)$

Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3137	12.7062	31.8210	63.6559
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9645	9.9250
34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	0.6816	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
36	0.6814	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
37	0.6812	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
84	0.6774	1.2917	1.6632	1.9886	2.3716	2.6356
85	0.6774	1.2916	1.6630	1.9883	2.3710	2.6349
86	0.6774	1.2915	1.6628	1.9879	2.3705	2.6342
87	0.6773	1.2914	1.6626	1.9876	2.3700	2.6335

Tabla Normal $P(X \leq z_0)$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9762	0,9767
2,0	0,9773	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9865	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9975	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0.9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FCNM

AÑO:	2017	**PERIODO:**	PRIMER TÈRMINO
MATERIA:	ESTADÍSTICA	**PROFESORES:**	CARDENAS N./CASTRO J./CEVALLOS L./CEVALLOS H./REYES S./UGARTE J./VERA X.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	Jueves 31 de Agosto 2017

TEMA 1: (20 PUNTOS)

El tiempo en horas que un camión permanece en un almacén está definido por una variable aleatoria X. Sea Y la variable tiempo de espera en la cola, y Z el tiempo de descarga (X=Y+Z). La distribución conjunta de X y Y es:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} & 0 \leq y < \infty, \quad 0 \leq x < \infty \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

a. **5pts** Calcular el tiempo medio de descarga.
b. **10pts** Determine si el tiempo total y el tiempo de espera en la cola son independientes.
(2.5 las Marginales) (5 la demostración de independencia.)
c. **5pts** Calcular la probabilidad de que el tiempo total que permanece el camión sea menor a una hora y que el tiempo de espera sea mayor a 30 minutos.

SOLUCIÓN:

El tiempo en horas que un camión permanece en un almacén está definido por una variable aleatoria X. Sea Y la variable tiempo de espera en la cola, y Z el tiempo de descarga (X=Y+Z). La distribución conjunta de X y Y es:

$$\mathbf{f(x,y)} = \begin{cases} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\mathbf{e}^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} & \mathbf{0 \leq y < \infty}, \quad \mathbf{0 \leq x < \infty} \\ \mathbf{0} & \textbf{en otro punto} \end{cases}$$

a. Calcular el tiempo medio de descarga.

$$E[Z] = E[X-Y] = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x-y}{4} e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} dx\, dy$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x}{4} e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} dx\, dy - \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{y}{4} e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} dx\, dy$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{2} e^{-\frac{y}{2}} \int_0^\infty \frac{x}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx\, dy - \int_0^\infty \frac{y}{2} e^{-\frac{y}{2}} \int_0^\infty \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx\, dy$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{2} e^{-\frac{y}{2}} (2) dy - \int_0^\infty \frac{y}{2} e^{-\frac{y}{2}} (1) dy = 2 - 2 = 0$$

RUBRICA:

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
Criterios	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente la E[Z] pero no coloca los límites de integración correctos.	Plantea correctamente la E[Z] y coloca los límites de integración correctos, encuentra el resultado pero no es el correcto.	Hace los planteamientos pertinentes y encuentra la solución correcta.

Puntos	0	50%	70%	100%

b. Calcular el coeficiente de correlación entre el tiempo total y el tiempo de espera en la cola.

FORMA 1

La función de densidad conjunta resulta de la multiplicación de sus marginales, mostrando que las variables X y Y son independientes

$$f_X(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} dy = \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}}$$

$$f_Y(y) = \int_0^{\infty} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}} dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{y}{2}}$$

$$f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$$

RUBRICA:

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Encuentra las funciones marginales.	Evidencia conocer lo que implica que dos variables sean independientes. $f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$	Concluye que son independientes.
Puntos	0	50%	80%	100%

c. Calcular la probabilidad de que el tiempo total que permanece el camión sea menor a una hora y que el tiempo de espera sea mayor a 30 minutos.

$$P\left(X \le 1, Y \ge \frac{1}{2}\right) = \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}}}{4} dx\, dy = \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{2}}}{2} \int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{2} dx\, dy = \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{2}}}{2} \left[-e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1 dy$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{2}}}{2} \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right) dy = \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right) \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{y}{2}}}{2} dy = \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right) \left[-e^{-\frac{y}{2}}\right]_{\frac{1}{2}}^{\infty} = \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right)\left(e^{-\frac{1}{4}}\right)$$

$$= e^{-\frac{1}{4}} - e^{-\frac{3}{4}}$$

RUBRICA:

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Define correctamente los límites de integración (horas).	Realiza el cálculo correcto pero se equivoca en la evaluación.	Realiza el cálculo correcto y obtiene la respuesta.
Puntos	0	50%	70%	100%

TEMA 2: (20 PUNTOS)

En una planta pasteurizadora se observa que la máquina que llena las fundas de leche, envasa el líquido con una media μ y una desviación estándar σ = 20 cm^3. Determine el número de mediciones que deben realizarse para que $\bar{x}$ difiera de μ en menos de 8 cm^3 con una probabilidad de 0.99.

Solución

$$P(-8 \leq \bar{x} - \mu \leq 8) = P = \left(\frac{-8/\sqrt{n}}{20} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{8/\sqrt{n}}{20}\right)$$
$$P(-0.4\sqrt{n} \leq Z \leq 0.4\sqrt{n}) = 0.99$$
$$0.4\sqrt{n} = 2.57$$
$$n = 40.96 \approx 41$$

Rúbrica

Nivel	Insuficiente	Regular	Intermedio	Satisfactorio	Excelente
Criterios	No realiza càlculo alguno	Plantea la desigualdad entre x̅ y μ..	Aplica el teorema de límite central y determina la desigualdad para la variable Z	Relaciona la probabilidad con el valor de la tabla 2.57	Obtiene el valor de n de manera correcta
Puntos	0	20%	60%	80%	100%

TEMA 3: (20 PUNTOS)

Muestras de sangre (0.8 ml) fueron tomadas de 37 ranas a las que se midió el pH intracelular. Se encontró una media pH de 6.7. Un investigador construye un intervalo de confianza del 95% basándose en esta media muestral y obtiene el intervalo $[6.0, 7.7]$.

a. **2.5pts** Como estudiante politécnico que tomó el curso de Estadística para Ingenieros se le ha pedido que verifique el cálculo del investigador. *Demuestre* si el resultado para el intervalo de confianza obtenido por el investigador es correcto o no.

b. **2.5pts** En las muestras de sangre se tiene que la dispersión promedio de los niveles pH alrededor de la media pH fue de 2.10. Obtenga un intervalo de confianza del 95% para la media pH en la población de ranas analizada.

c.- **2.5pts** Enliste las condiciones que necesitan cumplirse para que el intervalo de confianza del literal anterior sea válido.

d. **2.5pts** Una vez calculado el intervalo de confianza del literal b), el investigador interpreta que existe el 95% de probabilidad que la media pH se encuentre en los límites calculados. ¿Cómo interpretaría ud. el intervalo de confianza calculado en el literal b)?

e 5pts El investigador afirma que la media pH en la población de ranas analizada es mayor a 6.5. ¿Existe evidencia estadística para calificar como válida la afirmación del investigador, al 5% de significancia? Use los datos del literal b).

f. **5pts** Se tiene *otra población de ranas* en una localidad aledaña. Se toma una muestra aleatoria de 50 ranas de esta población, donde se obtuvo una media pH de 6 y una desviación estándar de 2. Usando los datos del literal anterior para la primera población de ranas, ¿existe evidencia estadística para afirmar que la primera población de ranas y la de la localidad aledaña tienen la misma media pH, al 5% de significancia? Suponga que las varianzas de las poblaciones son iguales. Concluya con valor P.

SOLUCIÓN:

SOLUCIÓN:

a) Ya que $n = 37$, podemos usar el Teorema del Límite Central. Tenemos que:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$$

es una buena aproximación. Por tanto un intervalo que contiene el parámetro μ con una probabilidad aproximada del 95% es:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2\,(n-1)}\ \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2\,(n-1)}\ \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Los datos del experimento son:

$\bar{x} = 6.7$
$n = 37$
$\alpha = 0.05$
$t_{0.025(36)} = 2.028$

Para el límite superior tenemos:

$$6.7 + 2.028\ \frac{s}{\sqrt{37}} = 7.7$$

Despejando la desviación estándar muestral s obtenemos:

$$s = 16.39$$

Para el límite inferior tenemos:

$$6.7 - 2.028\ \frac{s}{\sqrt{37}} = 6$$

Despejando la desviación estándar muestral s obtenemos:

$$s = 2.10$$

Por tanto $[6.0, 7.7]$ no es un intervalo de confianza del 95% correcto.

Cálculos parecidos se pueden hacer si se toma como distribución aproximada del estadístico $\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ a la normal estándar, usando el Teorema del Límite Central.

RÚBRICA:

	Desarrollo			
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno	Identifica correctamente la distribución aproximada del estadístico	Escribe correctamente la fórmula para calcular el intervalo de confianza del 95%, usando la distribución aproximada del estadístico	Calcula la desviación estándar muestral para ambos límites y concluye que el intervalo $[6.0, 7.7]$ es incorrecto
Puntos	0	10% - 20%	30% - 40%	50% - 100%

b) Con $s = 2.10$ el intervalo de confianza del 95% se calcula de la siguiente manera:

$$6.7 - 2.028\,\frac{2.10}{\sqrt{37}} \le \mu \le 6.7 + 2.028\,\frac{2.10}{\sqrt{37}}$$

$$5.99 \le \mu \le 7.40$$

RÚBRICA:

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno	Identifica correctamente la distribución aproximada del estadístico	Escribe correctamente la fórmula para calcular el intervalo de confianza del 95%, usando la distribución aproximada del estadístico	Calcula correctamente el intervalo de confianza del 95%
Puntos	0	10% - 20%	30% - 40%	50% - 100%

c)

- Nivel de pH para la población de ranas analizada que siga una distribución normal, o, n suficientemente grande para tener una buena aproximación por el Teorema del Límite Central
- Muestras independientes

RÚBRICA:

Desarrollo			
Nivel	**Insuficiente**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No responde nada o responde incorrectamente	Indica correctamente al menos un supuesto	Indica correctamente ambos supuestos
Puntos	0	10% - 50%	60% - 100%

d) El intervalo de confianza del 95% calculado $5.99 \le \mu \le 7.40$ ya no tiene una interpretación probabilística. Por tanto, no se puede afirmar que existe una probabilidad del 95% que la verdadera media pH se encuentre entre 5.99 y 7.40. Sin embargo, se espera que de entre muchísimos intervalos que se pueden construir, solamente el 5% de ellos no incluya μ. Si no tenemos muy mala suerte, $5.99 \le \mu \le 7.40$ no es uno de ellos.

RÚBRICA:

Desarrollo			
Nivel	**Insuficiente**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No responde nada o responde incorrectamente	Hay evidencia de que el estudiante sabe la respuesta a la pregunta pero no organiza correctamente sus ideas para construir una respuesta con sentido.	Da la respuesta correcta a la pregunta.
Puntos	0	10% - 40%	50% - 100%

e) Las hipótesis son las siguientes:

$$H_0: \mu = 6.5$$
$$H_A: \mu > 6.5$$

Bajo H_0 tenemos que:

$$T_0 = \frac{\bar{x} - 6.5}{s/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$$

Los datos del experimento son:

$\bar{x} = 6.7$
$n = 37$
$\alpha = 0.05$
$t_{0.05(36)} = 1.69$

Con los datos del experimento obtenemos el estadístico de prueba:

$$\frac{6.7 - 6.5}{2.10/\sqrt{37}} = 0.58$$

Ya que $0.58 < 1.69$, no existe evidencia estadística para rechazar H_0 al 5% de significancia. En otras palabras, no existe evidencia estadística para tomar como válida la afirmación del investigador, al 5% de significancia.
La misma conclusión obtendríamos si usáramos el valor P ya que:

$$P(T_0 > 0.58) = 28.22\%$$

y $28.22\% > 5\%$.

RÚBRICA:

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente las hipótesis	Escribe correctamente la fórmula para calcular el estadístico de prueba bajo H_0	Concluye correctamente que no se rechaza H_0 al 5% de significancia
Puntos	0	10% - 20%	30% - 40%	50% - 100%

f)

$$H_o: \mu_1 - \mu_2 = 0$$
$$H_A: \ \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Bajo H_o, tenemos que:

$$T_o = \frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - 0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$$

donde

$$s_p{}^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

Con los datos del problema obtenemos:

$$s_p{}^2 = \frac{2.10^2(36) + 2^2(49)}{37 + 50 - 2} = 4.17$$

$$T_o = \frac{(6.7-6)-0}{\sqrt{4.17}\sqrt{1/37+1/50}} = 1.58$$

$$Valor\ P = P(T > 1.58) = 5.88\%$$

Debido a que $Valor\ P > 2.5\%$ no existe evidencia estadística para rechazar H_o de igualdad de medias pH en las dos poblaciones de ranas analizadas, al 5% de significancia.

RÚBRICA:

Desarrollo				
Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente las hipótesis	Escribe correctamente la fórmula para calcular el estadístico de prueba bajo H_0	Concluye correctamente que no se rechaza H_0 al 5% de significancia, usando el $Valor\ P$
Puntos	0	10% - 20%	30% - 40%	50% - 100%

TEMA 4: (20 PUNTOS)

. Tabla I

Accidentes	Número de operarios
0	29
1	14
2	9
3	8
4	6

Los siguientes datos muestran las frecuencias del número de accidentes ocurridos de los operadores que laboran en una Exportadora de Mariscos ubicada en la ciudad de Manta.
¿Es razonable suponer que la variable X: número de accidentes ocurridos se puede modelar como una variable aleatoria Poisson λ =1.52 ?. Utilizar la Prueba Ji-Cuadrado con α =0.05.

SOLUCIÓN

➔ λ =1.52

Ho: La muestra ha sido tomada de una Población X que tiene distribución Poisson (1.52)

Ha: No es verdad que La muestra ha sido tomada de una Población X que tiene distribución Poisson (1.52)

Con $(1-\alpha)100\%$ de confianza, la Hipótesis Nula $\mathbf{H_0}$ debe ser rechazada si

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} > \chi^2_{(\alpha;\, k-p-1)}$$

1,52

no.	Accidentes	Número de operarios	Prob	Frecuencia esperada	Distancias
1	0	29	0,218711887	14,43498454	14,69621771
2	1	14	0,332442068	21,9411765	2,874152359
3	2	9	0,252655972	16,67529414	3,53277967
4	3	8	0,128012359	8,448815697	0,023841866
5	4	6	0,048644696	3,210549965	2,423582122

$\chi^2 =$ 23,5505737

$$\chi^2_{(\alpha;\, k-p-1)} = \chi^2_{(0.05;5-0-1)} = 9.48$$

Se rechaza la hipótesis nula por tanto no existe evidencia estadística para afirmar que la muestra ha sido tomada de una Población con distribución Poisson (1.52) con 5% de significancia.

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Realiza correctamente el cálculo de la media. Presenta errores en el cálculo del estadístico de prueba.	Realiza correctamente el cálculo de la media, estadístico de prueba aunque no define correctamente la región de rechazo y no concluye.	Realiza correctamente el cálculo de la media, estadístico de prueba, región de rechazo y concluye correctamente.
Puntos	0	50%	70%	100%

TEMA 5: (20 PUNTOS)

En la tabla adjunta se presentan el número de páginas y el precio de doce libros técnicos:

páginas	precio	páginas	precio	páginas	precio
310	3.50	400	8.00	420	2.50
300	3.50	170	1.80	610	5.00
280	3.50	430	7.00	420	5.40
310	7.30	230	3.20	450	3.70

a) **10 pts** Determine un modelo de regresión lineal que explique el precio en función del número de páginas.
b) **10 pts** Interprete los resultados

1. Ajustar una recta de regresión que explique el precio en función del número de páginas

$\bar{x} = 360,83 \qquad \bar{y} = 4,53$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{1033,66}{152291,67} = 0,007$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 453,33 - 0,679(360,83) = 2,084,$$

$$\hat{y} = 2,084 + 0,007x$$

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Calcula las sumatorias	Calcula medias	Calcula bo y b1 y define modelo lineal
Puntos	0	50%	70%	100%

2 interpretar los resultados.

b0 intercepto con el eje y, corresponde al precio del libro cuando su número de hojas es cero, se puede considerar el valor mínimo o base.

b1 pendiente de la recta, es el incremento en el precio por cada hoja adicional.

Nivel	**Insuficiente**	**Regular**	**Satisfactorio**	**Excelente**
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Interpreta bo o b1	realiza interpretación geométrica de bo y b1	Realiza interpretación geométrica y la aplica al ejercicio.
Puntos	0	50%	70%	100%