



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2017	<b>PERIODO:</b>	PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Análisis Numérico	<b>PROFESORES:</b>	P. Álvarez, R. Cascante, E. Jaramillo, J. Páez
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	Lunes 11 de septiembre de 2017

## COMPROMISO DE HONOR

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

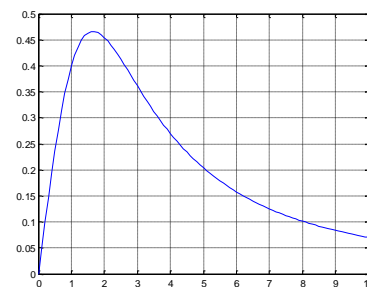
Firma

NÚMERO DE MATRÍCULA:.....PARALELO:.....

1. La razón de crecimiento específico  $g$  de una levadura que produce un antibiótico es una función de la concentración del alimento  $c$ ,

$$g = \frac{2c}{4 + 0.8c + c^2 + 0.2c^3}$$

Como se ilustra en la figura, el crecimiento parte de cero a muy bajas concentraciones debido a la limitación de alimento. También parte de cero en altas concentraciones debido a los efectos de toxicidad.



- a) Encuentre el valor de  $c$  para el cual el crecimiento es un máximo.
- b) Evalúe la función  $g$  del problema 1 para  $c=0,1,2,3$ , y encuentre el trazador cúbico natural para aproximar el máximo de  $g$ , encuentre el error.

2. Use un método de Runge Kutta para sistemas y aproxime la solución de la siguiente EDO de orden superior,

$$y''' + 2y'' - y' - 2y = e^t, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0, \quad \text{con } h = 0.25$$

3. El área de la sección transversal  $A_s$  ( $m^2$ ) de un lago, a cierta profundidad, se calcula a partir del volumen utilizando la diferenciación:  $A_s(z) = -\frac{dV}{dz}(z)$

Donde  $V$  = volumen ( $m^3$ ) y  $z$  = profundidad (m), se mide a partir de la superficie en dirección del fondo.

La concentración promedio de una sustancia que varía con la profundidad  $\bar{c}$  (g/m<sup>3</sup>) se obtiene por integración:

$$\bar{c} = \frac{\int_0^{Z_t} c(z)A_s(z)dz}{\int_0^{Z_t} A_s(z)dz}$$

Donde  $Z_t$  es la profundidad total (m).

Determine la concentración promedio con base en los siguientes datos:

z, m	0	4	8	12	16
V, 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>	9.82	5.11	1.96	0.393	0.000
c, g/m <sup>3</sup>	10.2	8.5	7.4	5.2	4.1

4. Aproxime la solución de la EDP elíptica:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}, \quad 1 < x < 2, \quad 1 < y < 2;$$

$$U(x, 1) = x \ln(x), \quad U(x, 2) = x \ln(4x^2), \quad 1 \leq x \leq 2;$$

$$U(1, y) = y \ln(y), \quad U(2, y) = 2y \ln(2y), \quad 1 \leq y \leq 2;$$

Use  $h=k=0.5$