



**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**  
**Facultad de Ingeniería Eléctrica**



“ ANALISIS DE ESTABILIDAD, DISEÑO Y  
SIMULACION DE UN SISTEMA DE CONTROL  
DE VELOCIDAD DE UN MOTOR C.C. GOBER-  
NADO POR UN CONVERTIDOR A TIRISTORES ”

TESIS DE GRADO  
Previa a la obtención del Título de  
INGENIERO EN ELECTRICIDAD  
Especialización: ELECTRONICA

Presentada por:  
**JUAN MARISCAL PEREZ**

Guayaquil - Ecuador  
1.988

D E D I C A T O R I A

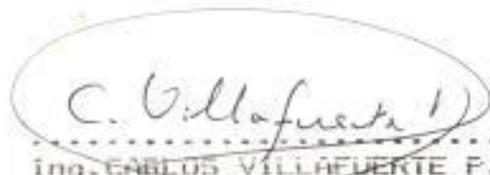
A MIS PADRES

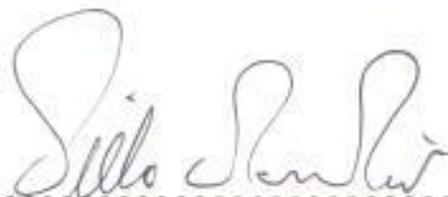
MI ESPOSA Y MI PEQUEÑA HIJA

## AGRADECIMIENTO

AL ING. CARLOS VILLAFUERTE PEÑA  
DIRECTOR DE TESIS, POR SU AYUDA  
Y COLABORACION PARA LA REALIZA-  
CION DE ESTE TRABAJO.

  
.....  
Ing. HERNÁN GUTIÉRREZ V.  
Decano de la F.I.E.

  
.....  
Ing. CARLOS VILLAFUERTE P.  
Director de Tesis

  
.....  
Ing. HUGO VILLAVICENCIO V.  
Miembro del Tribunal

  
.....  
Ing. RODRIGO BERREZUETA P.  
Miembro del Tribunal

DECLARACION EXPRESA

"LA RESPONSABILIDAD POR LOS HECHOS, IDEAS Y DOCTRINAS EXPUESTOS EN ESTA TESIS, ME CORRESPONDE EXCLUSIVAMENTE; Y, EL PATRIMONIO INTELECTUAL DE LA MISMA, A LA ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".

(REGLAMENTO DE EXAMENES Y TITULOS PROFESIONALES DE LA ESPOL)



FIRMA

## R E S U M E N

Los controladores de velocidad de un motor c.c. en actualidad son ampliamente usados por la relativa facilidad de control y versatilidad de los motores de c.c. de excitación separada.

Una de las cualidades de un buen diseño es el de poder controlar todas las propiedades de un determinado sistema tratando de evitar en lo posible la pérdida de tiempo, energía, costos, etc. Dentro de este contexto es muy importante estudiar la estabilidad de los sistemas de control.

El Capítulo I presenta una introducción al estudio de la estabilidad en los sistemas dinámicos, definiéndose los diferentes tipos de estabilidad, aplicándose luego algunos de estos conceptos tanto a los sistemas lineales invariantes como a los variantes con sus diferentes alternativas, ya sean sistemas forzados o no, etc., presentándose ejemplos de los mismos. Concluye el Capítulo I con la introducción al Segundo Método de Liapunov, que sirve para estudiar la estabilidad de sistemas invariantes y variantes de cualquier orden.

En el Capítulo II se analiza el sistema controlador electrónico, haciéndose un estudio teórico del sistema; también incluye la descripción de los subsistemas que lo componen con su sus respectivas funciones de transferencia.

En el Capítulo III se aborda el estudio de los sistemas no lineales y su correspondiente linealización como paso previo al diseño de los controladores, en base al criterio de estabilidad alrededor del punto de operación.

En el Capítulo IV se realiza la simulación del sistema, diferenciándose los periodos de conducción continua de los discontinuos como resultado de la variación del ángulo de disparo entre otro factores. Luego se analiza los resultados de las salida del sistema a diferentes condiciones de operación.

## INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN .....	VI
INDICE GENERAL .....	VIII
INDICE DE FIGURAS .....	XI
INDICE DE TABLAS .....	XIV
LISTA DE SINGULOS .....	XV
INTRODUCCION .....	i8
I. INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD .....	20
1.1 Generalidades sobre sistemas .....	20
1.2 Definición de estabilidad .....	24
1.3 Tipos de estabilidad .....	24
1.3.1 Estabilidad de sistemas no forzados ...	24
1.3.2 Estabilidad de sistemas forzados .....	28
1.4 Estabilidad de sistemas lineales .....	31
1.4.1 Estabilidad de sistemas lineales: invariantes .....	31
1.4.2 Estabilidad de sistemas lineales: variantes .....	36
1.5 Método para determinar la estabilidad de sistemas variantes e invariantes de cualquier orden .....	39

	Pág.
II. ANÁLISIS TEÓRICO DEL SISTEMA CONTROLADOR .....	42
2.1 Análisis teórico del sistema .....	42
2.2 Descripción gráfica del sistema .....	43
2.3 Motor de c.c. y su función de transferencia. ....	46
2.4 Estudio de controladores .....	49
2.5 Puente rectificador a tiristores .....	50
2.6 Circuito de encendido .....	62
III. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y DISEÑO DE LOS CONTROLADORES .....	65
3.1 Modelo matemático del sistema .....	65
3.1.1 Sistema de segundo orden .....	67
3.2 Análisis de sistemas no lineales .....	69
3.2.1 Linealización de las ecuaciones del sistema .....	70
3.3 Criterio de estabilidad alrededor del punto de operación .....	73
3.4 Diseño de los controladores .....	75
3.5 Aplicación del Criterio de Popov para la determinación de la estabilidad global del sistema .....	79
IV. SIMULACIÓN DIGITAL DEL SISTEMA .....	86
4.1 Modelo para la simulación .....	87

	Pág.
4.2 Características y técnicas de simulación ...	88
4.2.1 Ventajas de la simulación .....	88
4.2.2 Métodos de simulación .....	90
4.3 Programa de simulación para controladores P.I. ....	91
4.4 Descripción dinámica del sistema durante la conducción continua .....	93
4.4.1 Descripción dinámica del sistema durante la conducción discontinua ....	94
4.5 Simulación en periodos de conducción continua y discontinua .....	95
4.6 Conclusiones y resultados .....	96
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	122
APÉNDICES .....	124
BIBLIOGRAFÍA .....	133

## INTRODUCCION

En el diseño de sistemas de control automático con retroalimentación y de todos los sistemas dinámicos en general, el estudio y la determinación de la estabilidad es una de las características que deben ser consideradas en la etapa de diseño.

Cualquiera que sea el objetivo del sistema de control debe comprobarse la estabilidad resultante respecto a perturbaciones y desviaciones limitadas de las condiciones del punto de operación.

En el desarrollo de este tema se ha puesto énfasis en aquellos conceptos y relaciones que dan una clara idea de los procedimientos necesarios para el análisis de estos temas.

Los parámetros de los controladores del sistema se los ha diseñado para que aseguren la estabilidad del sistema alrededor del punto de operación.

El sistema bajo estudio es un controlador de velocidad de un motor de c.c. gobernado por un convertidor a tiristor al que se aplica el

criterio de estabilidad de Popov para determinar la estabilidad global; luego se realiza una simulación digital para determinar las características del sistema controlado.

## CAPITULO I

### INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD

#### 1.1 GENERALIDADES SOBRE SISTEMAS

Un sistema dinámico y continuo puede ser descrito por una ecuación diferencial como en (1.1)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t; u(t)) \quad (1.1)$$

Donde  $x(t)$  es el valor al tiempo  $t$  del vector de estado  $n$ -dimensional, donde  $x$  luce de la siguiente manera:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{donde } n \text{ es el orden del sistema}$$

Además  $u(t)$  es el valor al tiempo del vector de entrada  $m$ -dimensional:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

La salida del sistema está representada por

$$(1.2)$$

$$y(t) = g(x(t), t; u(t)) \quad (1.2)$$

Esto siempre asumiendo que existe una única solución del sistema (1.1) para un estado inicial  $x_0$  dado al tiempo  $t_0$ , y para todo  $t \geq t_0$ . Dichas asunciones son verdaderas si (1.1) es un modelo matemático exacto del sistema físico.

El sistema dinámico es llamado libre o no forzado si no existe señal de entrada es decir  $u(t) = 0$ ; entonces la ecuación resultante será:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (1.3)$$

Si el sistema tiene una entrada cualquiera, es decir,  $u(t) \neq 0$ , entonces este es denominado sistema forzado.

El sistema dinámico representado por (1.1) es llamado estacionario si el vector función  $f$  no depende explícitamente del tiempo; un sistema libre estacionario es llamado autónomo si está regido por (1.4).

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (1.4)$$

Un sistema dinámico es llamado lineal cuando las funciones  $f$  y  $g$  son lineales respecto a  $x$  y  $u$ , por lo que el sistema de ecuaciones puede representarse de la siguiente forma

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \quad (1.5)$$

Donde  $A(t)$  es una matriz de orden  $n \times n$  y  $B(t)$  es una matriz de orden  $n \times m$ , y su salida está dada por:

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t) \quad (1.6)$$

Si  $y$  es un vector con  $p$  componentes, luego  $C(t)$  y  $D(t)$  son del orden  $p \times n$  y  $p \times m$  respectivamente.

De lo anterior podemos decir que la ecuación de un sistema lineal autónomo está dada por

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) \quad (1.7)$$

y su salida por

$$y(t) = C \cdot x(t) \quad (1.8)$$

Si para todo  $t$ ,  $F(x_e, t) = 0$  entonces (1.9)

$$x(x_e, t; t_0) = x_e$$

Concluyéndose que para cualquier  $t_0$ , una solución que pasa a través de  $x_e$  en algún instante, se mantiene para el resto del tiempo, a esta solución la llamamos solución de equilibrio, y si  $x_e = 0$ , entonces se la denomina solución nula, y el vector de estado  $x_e$  es llamado vector de estado de equilibrio.

## 1.2 DEFINICION DE ESTABILIDAD

El concepto de estabilidad para sistemas no lineales es variable y muy complejo, sin embargo discutiremos los más útiles para nuestro estudio.

Las definiciones pueden ser divididas en dos clases, la primera que concierne al comportamiento de los sistemas forzados con una entrada, y la segunda se relaciona con las respuestas de sistemas forzados con varias señales de entradas.

## 1.3 TIPOS DE ESTABILIDAD

Estudiaremos la estabilidad de un sistema partiendo de la existencia o no de la parte forzante del sistema.

### 1.3.1 ESTABILIDAD DE SISTEMAS NO FORZADOS

Si  $x_e$  es un estado de equilibrio de un sistema dinámico no forzado, es decir,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (1.10)$$

con  $f(x_e, t) = 0$  para todo  $t$

Definición 1.1 El estado de equilibrio  $x_w$  es llamado estable si para cualquier  $t_0$  y  $\delta$  positivos existe un  $\delta(t, t_0)$  positivo tal que se cumple:

$$\|x_0 - x_w\| < \delta \quad \text{implica}$$

$$\|x(t; x_0, t_0) - x_w\| < \epsilon \quad \text{para todo } t \geq t_0$$

Definición 1.2 El estado de equilibrio  $x_w$  es llamado convergente o quasi asintóticamente estable si para cualquier  $t_0$  existe un  $\delta_1(t_0)$  tal que:

$$\|x_0 - x_w\| < \delta_1 \quad \text{implica que el}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t; x_0, t_0) - x_w\| = 0 \quad \text{para todo } t_0$$

En otras palabras para cualquier  $\epsilon_1$  existe un  $T(\epsilon_1, x_0, t_0)$  tal que

$$\|x_0 - x_w\| < \delta_1 \quad \text{implica}$$

$$\|x(t; x_0, t_0) - x_w\| < \epsilon_1 \quad \text{para todo } t > t_0 + T$$

Definición 1.3 El vector de estado  $x_w$  es llamado asintóticamente estable si es

convergente y es estable.

El concepto de estabilidad lo podemos caracterizar de la siguiente manera; si un sistema es perturbado suavemente de su estado de equilibrio, luego todos los subsecuentes desplazamientos se mantendrán en una pequeña vecindad del estado de equilibrio; y en estabilidad asintótica se requiere que todos los subsecuentes desplazamientos retornen al estado de equilibrio después de una pequeña perturbación. Para un sistema de primer orden, esto es ilustrado en las figuras 1.1.a y 1.1.b.

Definición 1.4. El vector de estado de equilibrio  $x_0$  es llamado **globalmente asintóticamente estable** si éste es estable y si toda trayectoria converge al estado de equilibrio cuando  $t$  tiende al infinito.

La trayectoria o movimiento de un sistema libre es proporcional al estado inicial y está dado por :

$$x(t, x_0, t_0) = \Phi(t, t_0) \cdot x_0$$

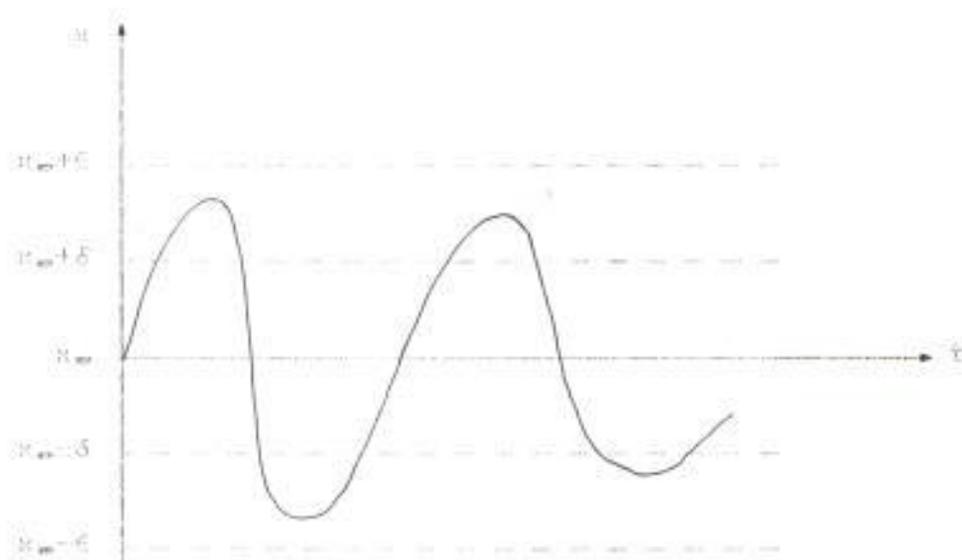


fig. 1.1.a. Estado de Equilibrio  $x_w$  estable

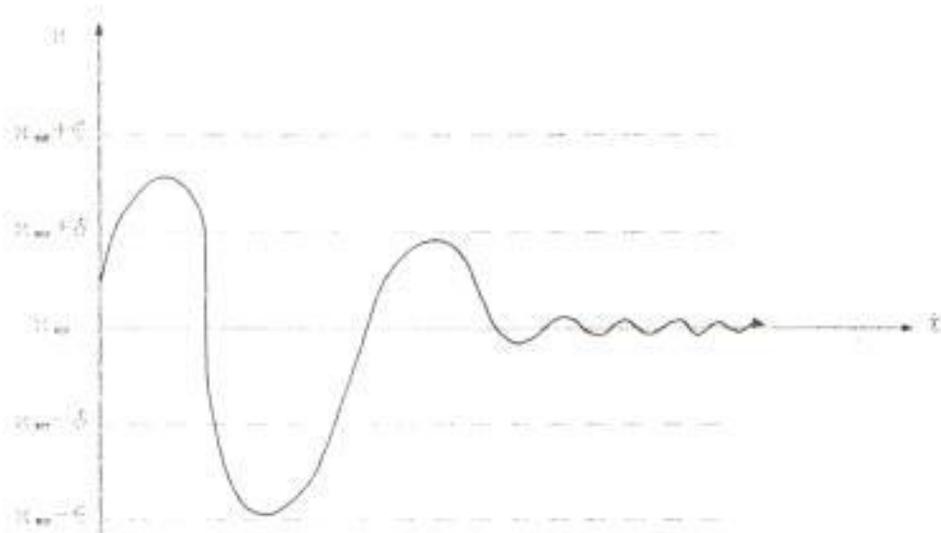


fig. 1.1.b. Estado de Equilibrio  $x_w$  asintóticamente estable

Donde  $\Phi(t, t_0)$  es la matriz transición de estado. Esto demuestra que un sistema lineal que es asintóticamente estable también es globalmente asintóticamente estable.

### 1.3.2 ESTABILIDAD DE SISTEMAS FORZADOS

Cuando se tienen aplicadas señales de entrada al sistema, se puede estudiar la estabilidad de este tipo, denominándose el sistema dinámico forzado y su representación en forma matemática está dada por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t; u(t)) \quad (1.11)$$

y su salida por

$$y(t) = g(x(t), t; u(t)) \quad (1.12)$$

siendo

$$f(x_e, t; 0) = 0 \text{ para todo } t$$

Donde  $x_e$  es un vector de estado de equilibrio del sistema con entrada cero.

Definición 1.5 El vector de estado de equilibrio  $x_e$  del sistema es llamado entrada-salida estable si para cualquier  $N$

positivo existe un número positivo  $M$  tal que :

$$\|u(t)\| < M \text{ para } t \geq t_0 \text{ implica}$$

$$\|g(x(t); x_0, t_0, t; u(t))\| < M \text{ para todo } t \geq t_0$$

Definición 1.5a. El estado de equilibrio  $x_0$  de un sistema dinámico lineal es llamado **entrada-salida estable** si existe un número positivo  $M$  tal que:

$$\sup_{t \geq t_0} \|g(x(t); x_0, t_0, t; u(t))\| \leq K \sup_{t \geq t_0} \|u(t)\|$$

Definición 1.6. El estado de equilibrio  $x_0$  del sistema (1.10) es **entrada-limitada, salida-limitada estable** si para cualquier entrada limitada, la cual es aplicada al sistema, produce una salida limitada es decir, si:

$$\|u(t)\| < M \text{ para } t \geq t_0,$$

implica que existe un  $K$  positivo, el cual depende de  $u$  tal que

$$\|g[x](t, x_0, t_0), t; u(t)\| < K$$

Definición 1.7. El sistema dinámico (1.11) es llamado **estable** si para cualquier  $x_0$  y  $N$  positivo, existe un  $M$  positivo tal que

$$\|u(t)\| < M \text{ para } t \geq t_0 \text{ implica}$$

$$\|g[x](t, x_0, t_0), t; u(t)\| < N$$

Definición 1.8. El sistema dinámico (1.11) es llamado **entrada-limitada, salida-limitada estable** si cualquier entrada limitada produce una salida limitada, sin considerar el estado inicial, es decir,

$$\|u(t)\| < M \text{ para } t \geq t_0,$$

implica que existe un  $N$  positivo, el cual puede depender de  $x_0$  y  $u$  tal que

$$\|g[x](t, x_0, t_0), t; u(t)\| < N \text{ para } t \geq t_0$$

#### 1.4. ESTABILIDAD DE SISTEMAS LINEALES

Todo sistema lineal está caracterizado por el cumplimiento de tanto el principio de la superposición así como también la propiedad de homogeneidad.

Los sistemas lineales pueden clasificarse según sus características respecto al tiempo en variantes o invariantes.

##### 1.4.1 ESTABILIDAD DE SISTEMAS LINEALES INVARIANTES

Cuando el sistema es homogéneo se lo representa por:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) \quad (1.13)$$

Donde  $A$  es una matriz cuadrada de orden  $n$ , cuya característica es que los componentes de la matriz  $A$  son constantes.

Si el sistema posee entradas, entonces tendremos que

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (1.14)$$

y además si posee un vector de estado de equilibrio  $x_e$  esto es, si la ecuación

$$A \cdot x(t) + B \cdot u(t) = 0$$

tiene una solución  $x_0$ , se deduce que sus propiedades de estabilidad son equivalentes a las propiedades de estabilidad de la solución nula de (1.13); es decir, las propiedades de estabilidad de cualquier solución de (1.13) o (1.14) son equivalentes a las propiedades de estabilidad de la solución nula del sistema (1.13).

La solución general de (1.13) puede ser expresada por la matriz exponencial

$$x(t, x_0, t_0) = \exp [A(t - t_0)] \cdot x_0 \quad (1.15)$$

Si  $J$  es la forma canónica de Jordán para la matriz  $A$ , luego

$$J = T^{-1} \cdot A \cdot T \quad (1.16)$$

donde  $T$  es la matriz de transformación no singular de orden  $n$ , con:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & & & & \\ & J_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & J_m \end{bmatrix}$$

Donde cada bloque de Jordan  $J_i$  tiene la siguiente forma

$$J_i = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & & & \\ & \lambda_i & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \lambda_i & 1 \\ & & & & \lambda_i \end{bmatrix}$$

y  $\lambda_i$  es un valor propio de la matriz  $\hat{A}$ ; uno o más bloques de Jordan corresponden a distintos valores propios de  $\hat{A}$  y la suma de los ordenes de esos bloques es igual a la multiplicidad de los valores propios. De lo que concluimos que el orden de  $J_i$  no es mayor que la multiplicidad de los valores propios  $\lambda_i$ .

Por medio de la expansión de la siguiente expresión

$$\exp(t\hat{A}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\hat{A}^k}{k!} t^k$$

$$\exp[\hat{A}(t-t_0)] = T \cdot \exp\{C J (t-t_0) C^{-1}\} \cdot T^{-1} \quad (1.17)$$

con

$$\exp[\mathbf{J}(t-t_0)] = \begin{bmatrix} \exp[\mathbf{J}_1(t-t_0)] \\ \exp[\mathbf{J}_2(t-t_0)] \\ \vdots \\ \exp[\mathbf{J}_m(t-t_0)] \end{bmatrix}$$

y

$$\exp[\mathbf{J}_s(t-t_0)] = \begin{bmatrix} 1 & (t-t_0)/s! & \dots & (t-t_0)^{s-1}/(s-1)! \\ 0 & 1 & \dots & (t-t_0)^{s-2}/(s-2)! \\ 0 & 0 & \dots & (t-t_0)^{s-3}/(s-3)! \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \exp[\lambda_s(t-t_0)]$$

donde  $r$  es el orden del bloque de Jordan  $\mathbf{J}_s$ . La solución de (1.14) es

$$x(t; x_0, t_0) = T \exp [ \int_{t_0}^t (A - \lambda I) dt ] T^{-1} x_0 \quad (1.18)$$

De esta expresión los siguientes teoremas de estabilidad se derivan.

**Teorema 1.1.**

La solución nula del sistema (1.13) es **asintóticamente estable** si y sólo si los valores propios de la matriz  $A$  tienen partes reales negativas.

**Teorema 1.2.**

La solución nula del sistema (1.13) es **estable** si y sólo si la matriz  $A$  no tiene valores propios con partes reales positivas, y si los valores propios con parte real nula corresponden al bloque de Jordan de orden 1.

**Teorema 1.3.**

La solución nula del sistema (1.13) es **inestable** si la matriz  $A$  tiene, ya sea un valor propio con parte real positiva o un valor propio con parte real nula con un correspondiente bloque de Jordan cuyo orden es mayor a 1.

### 1.4.2 ESTABILIDAD EN SISTEMAS LINEALES VARIANTES

Los sistemas lineales variantes se representan de la siguiente manera, en el caso de un sistema no forzado.

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) \quad (1.19)$$

Siendo  $A(t)$  una matriz cuadrada en función del tiempo cuyo orden es  $n$ .

Para este sistema la matriz fundamental  $F(t, t_0)$  es definida como una solución de la ecuación diferencial matricial.

$$\dot{F}(t) = A(t) \cdot F(t) \quad (1.20)$$

Donde el valor inicial  $F(t, t_0)$  es una matriz no singular; esto quiere decir que las columnas de  $F(t, t_0)$  son soluciones linealmente independientes de (1.19) y  $F(t, t_0)$  es no singular para todo  $t$ ; aún más cualquier solución de (1.19) es una función lineal de  $n$  soluciones independientes.

Si  $F_1(t, t_0)$  y  $F_2(t, t_0)$  son dos matrices fundamentales de (1.19) entonces existe una matriz constante no singular  $H$  tal que

$$F_1(t, t_0) \cdot \dot{N} = F_2(t, t_0) \quad (1.21)$$

si definimos

$$N(t) = F_1^{-1}(t, t_0) \cdot F_2(t, t_0) \quad (1.22)$$

al diferenciar (1.21)

$$\dot{F}_1(t, t_0) \cdot N(t) + F_1(t, t_0) \cdot \dot{N}(t) = F_2 \dot{(t, t_0)} \quad (1.23)$$

ya que  $F_1(t, t_0)$  y  $F_2(t, t_0)$  satisfacen (1.20) obtendremos que

$$\dot{N}(t) = 0$$

Lo que nos afirma que  $N(t)$  es invariante en el tiempo y además es no singular ya que está definida como el producto de dos matrices no singulares.

La matriz transición  $\Phi(t, t_0)$  es la matriz particular fundamental con valor inicial  $\Phi(t, t_0) = I$

Esta puede ser calculada de cualquier matriz fundamental, ya que

$$\Phi(t, t_0) = F(t, t_0) \cdot F^{-1}(t, t_0) \quad (1.24)$$

Por lo que cualquier solución de (1.17) puede ser expresada por medio de la matriz transición.

$$x(t, x_0, t_0) = \Phi(t, t_0) \cdot x_0 \quad (1.25)$$

De este último se deduce una propiedad importante acerca de la estabilidad de sistemas lineales no estacionarios.

La estabilidad asintótica de la solución nula de (1.17) implica su estabilidad asintótica global.

**Teorema 1.4.**

La solución nula del sistema dinámico lineal (1.17) es estable si y sólo si existe un límite  $M$ , el cual puede depender de  $t_0$  tal que

$$\|\Phi(t, t_0)\| \leq M \text{ para } t \geq t_0 \quad (1.26)$$

**Teorema 1.5.**

La solución nula del sistema dinámico lineal (1.17) es uniformemente estable si y sólo si la matriz transición es uniformemente limitada; esto es si y sólo si existe un

límite  $M$ , independiente de  $t_0$ , tal que

$$\| \Phi(t, t_0) \| \leq M \quad \text{para } t \geq t_0 \quad (1.27)$$

Teorema 1.6:

La solución nula del sistema dinámico lineal (1.12) es **asintóticamente estable** si y sólo si para cualesquiera  $t_0$  se cumple que:

$$i.) \text{ Existe un límite } M \text{ tal que para } t \geq t_0 \\ \| \Phi(t, t_0) \| \leq M \quad (1.28)$$

$$ii.) \lim_{t \rightarrow \infty} \| \Phi(t, t_0) \| = 0$$

## 1.5 METODO PARA DETERMINAR LA ESTABILIDAD DE SISTEMAS VARIANTES E INVARIANTES DE CUALQUIER ORDEN

Una de las necesidades de la ingeniería de control es la de poder determinar la estabilidad de los sistemas de control sin la explícita resolución de la determinación de los valores propios del mismo, esto es especialmente importante cuando tenemos sistemas de orden superior.

Con el segundo método de Liapunov, llamado también Método Directo, se estudia este tipo de problema:

La condición suficiente pero no necesaria de este método requiere la determinación de una función escalar  $V$  llamada función de Liapunov.

Esta es fácilmente determinada para sistemas lineales invariantes en el tiempo, sin embargo la determinación de la misma se dificulta para sistemas no lineales y variantes en el tiempo, pero a pesar de esto ha demostrado ser de utilidad.

Este método radica su base en dos teoremas fundamentales, a saber:

Teorema 1.2:

#### Estabilidad Asintótica de Liapunov.

Un sistema es asintóticamente estable si en la vecindad del punto de equilibrio, existe una función escalar  $V(x)$  tal que:

- 1)  $V(x)$  es continua y tiene primeras derivadas parciales continuas, con respecto a las componentes del vector  $x$ , en una región  $S$  alrededor del origen.

$$2) \quad V(x) > 0 \text{ para } x \neq 0$$

$$3) \quad V(0) = 0$$

$$4) \quad \dot{V}(x) < 0 \text{ para } x \neq 0$$

Teorema 1.8:

### Estabilidad Asintótica Global de Liapunov

Un sistema es global asintóticamente estable si existe un punto de equilibrio y una función escalar  $V(x)$  tal que:

1)  $V(x)$  es continua y tiene primeras derivadas continuas en el espacio vectorial.

$$2) \quad V(x) > 0 \text{ para } x \neq 0$$

$$3) \quad V(0) = 0$$

4)  $V(x)$  tiende a infinito cuando  $x$  tiende a infinito

$$5) \quad \dot{V}(x) < 0$$

6) Ya sea  $\dot{V}(x) = 0$  excepto para  $x = 0$  ó cualquier lugar en el espacio vectorial donde  $\dot{V}(x) = 0$  no es una solución ó trayectoria del sistema.

## CAPITULO II

### ANALISIS TEORICO DEL SISTEMA CONTROLADOR ELECTRONICO

#### 2.1 ANALISIS TEORICO DEL SISTEMA

La obtención de sistemas controladores de velocidad de motores de c.c. se encuentra ampliamente difundido en el sector industrial.

Estos sistemas tienen como elementos principales a los tiristores, los mismos que poseen una serie de cualidades que los hace imprescindibles en la construcción de circuitos controladores.

El amplio uso de estos sistemas radica en la facilidad de control y versatilidad de los motores de c.c. con excitación separada; estos sistemas se encuentran conformados generalmente por controladores proporcionales-integrales PI, tanto en el control de velocidad así como de corriente.

Un lazo de control sensa el nivel de corriente en el circuito rectificador para controlar el ángulo de disparo y así el nivel de voltaje a la salida del mismo.

El diseño de los controladores es usualmente efectuado utilizando un modelo lineal del sistema y teoría clásica de control; en cambio, en el presente trabajo el motor de c.c. es modelado como un sistema de segundo orden y el diseño del sistema de control se hace usando teoría moderna de control (variables de estado).

La no linealidad del convertidor a tiristor, también es considerada; en la asignación de valores propios para su diseño se utiliza la técnica de variables de estado.

La velocidad del motor es sensada a través de un tacó-generador, y la saturación inherente en el controlador de velocidad es utilizada para proveer una limitación en la corriente.

## 2.2 DESCRIPCIÓN GRÁFICA DEL SISTEMA

La descripción detallada del sistema bajo estudio con sus respectivos bloques que lo integran se encuentra ilustrada en la figuras (2.1) y (2.2).

Cada bloque describe su papel en el sistema, a través de sus respectivas funciones de transferencias y/o respuestas características.

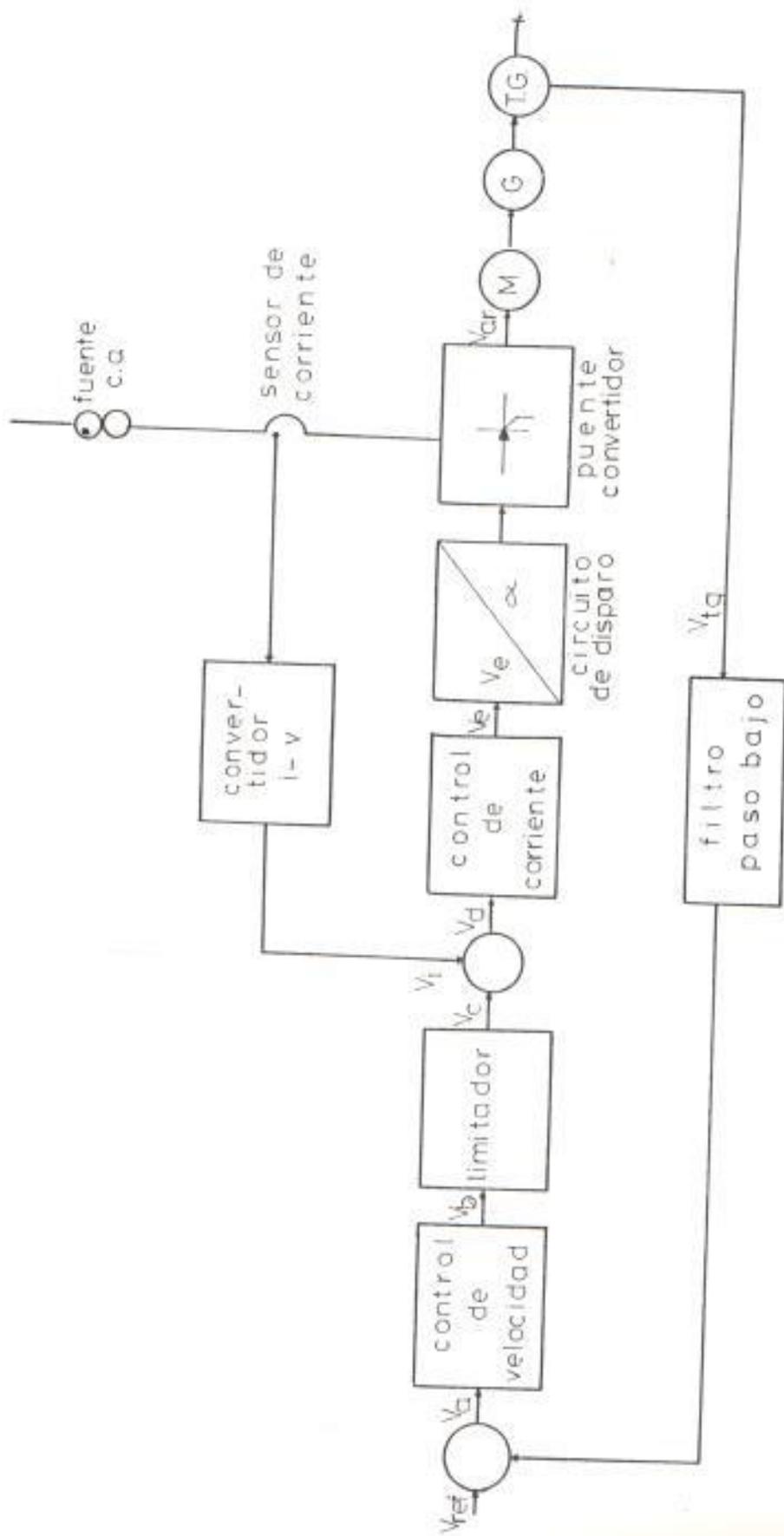


fig 2.1 Diagrama esquemático del sistema controlador

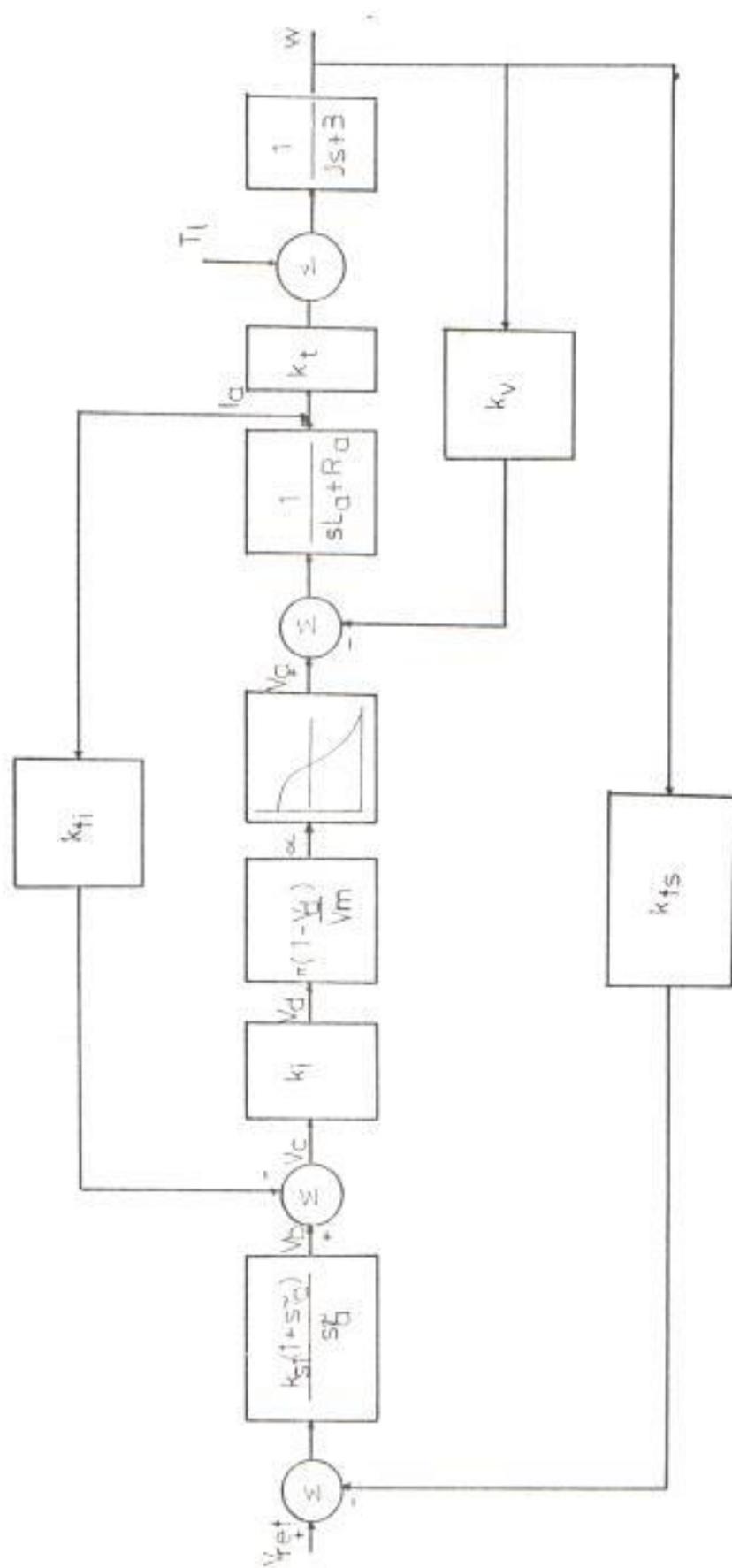


fig 2.2 Diagrama de bloques del sistema controlador

### 2.3 MOTOR DE C.C. Y SU FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

El motor utilizado, es un motor de c.c. de excitación separada, el circuito esquemático que representa al motor, se muestra en la figura (2.3), siendo ésta la representación más elemental, luego de despreciar los factores de pérdidas de menor orden tales como la histéresis y la caída de potencial en las escobillas.

Las ecuaciones diferenciales que describen la operación del motor sin fricción mecánica y excitación de campo constante son:

$$v_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + v_b \quad (2.1)$$

$$T_m - T_L = J \frac{d\theta}{dt} \quad \text{ecuación de torque} \quad (2.2)$$

donde  $v_b = k_v \omega$ , que es la fuerza contraelectromotriz, producto de las inductancias propias de los devanados del motor,

y

$T_m = k_t i_a$  es el torque generado por el motor.

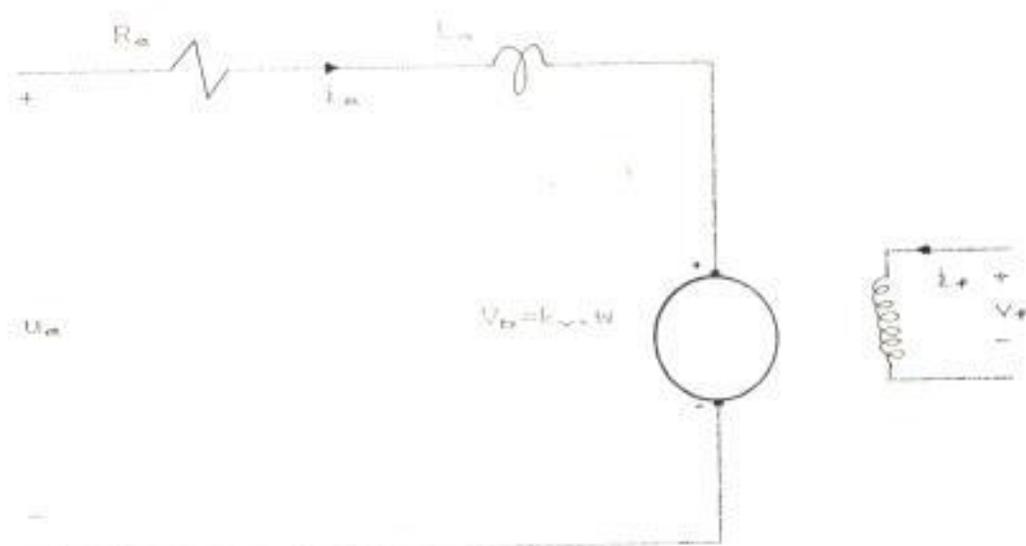


fig. 2.3 Diagrama simplificado del motor de c.c.

Tanto las fricciones de Coulomb como estáticas son despreciadas por su pequeña incidencia en el análisis del sistema.

Aplicando Laplace para ambas ecuaciones diferenciales y asumiendo condiciones iniciales iguales a cero tendremos las siguientes ecuaciones:

$$I_a(s) (1 + s\tau_e) = B_a(s) + V_a(s) \quad (2.3)$$

donde  $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$  constante de tiempo eléctrica

$$I_a(s) = \mathcal{L} \{ i_a(t) \}$$

$$B_a(s) = \mathcal{L} \{ b_a(t) \}$$

$$V_a(s) = \mathcal{L} \{ v_a(t) \}$$

y la ecuación para la velocidad angular es

$$W(s) (1 + s\tau_m) = \frac{k_e}{J} I_a(s) + \frac{T_f(s)}{J} \quad (2.4)$$

donde  $W(s) = \mathcal{L} \{ w(t) \}$

$$T_f(s) = \mathcal{L} \{ T_f(t) \}$$

$\tau_m = \frac{J}{D}$  = constante de tiempo mecánica

## 2.4 ESTUDIO DE CONTROLADORES

En sistemas de control automático se mide y se compara el valor efectivo de la salida del sistema con el valor deseado, determinándose de esta diferencia la desviación y una señal de control que la reduce a cero.

En el estudio de controladores automáticos, la acción que produce esta señal de control se denomina acción de control.

Según su acción de control, los controladores automáticos industriales se pueden clasificar en:

- 1.- De dos posiciones ó de sí-no
- 2.- Proporcionales
- 3.- Integrales
- 4.- Proporcionales Integrales
- 5.- Proporcionales y Derivativos
- 6.- Proporcionales Derivativos e Integrales

La figura (2.4) muestra el diagrama de bloques de un control automático y su elemento de medición.

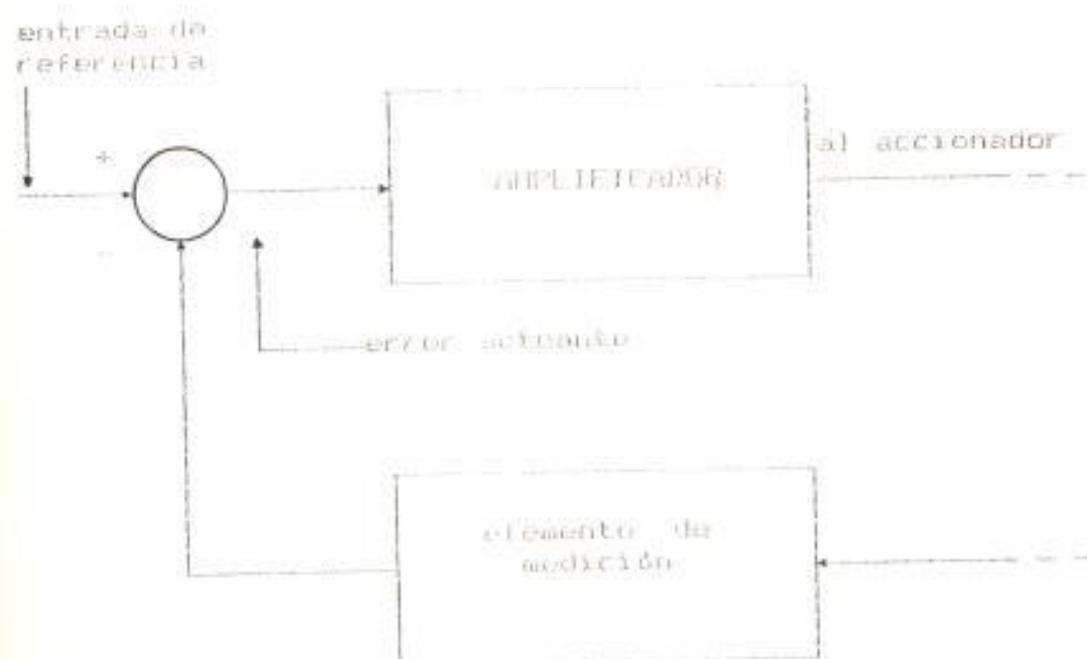


fig. 2.4 Diagrama de bloques de un Control Automático

#### 2.4.1. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL-INTEGRAL PI

La acción proporcional e integral queda definida por la siguiente ecuación

$$m(t) = K_w e(t) + \frac{K_w}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (2.5)$$

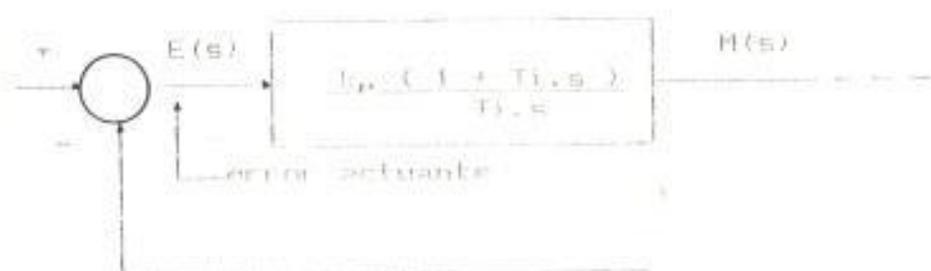
y su función de transferencia

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_w \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (2.6)$$

donde  $K_p$  se denomina ganancia proporcional y  $T_i$  tiempo integral; estos valores son regulables, para obtener una respuesta deseada.

El tiempo integral  $T_i$  es el que regula la acción de control integral, mientras que una modificación en  $K_p$  afecta a la parte proporcional pero también a la parte integral de la acción de control. El inverso de  $T_i$  se la llama frecuencia de reposición, definiéndose esta como el número de veces por minuto, en que se duplica la parte proporcional de control.

La figura (2.5a) muestra un diagrama de bloques de un control proporcional e integral. Si la señal de error actuante  $e(t)$  es una función escalón unitario como se muestra en la figura (2.5b), la salida de control  $u(t)$  pasa a ser la indicada en la figura (2.5c).



a) controlador P.I.



b) error actuante

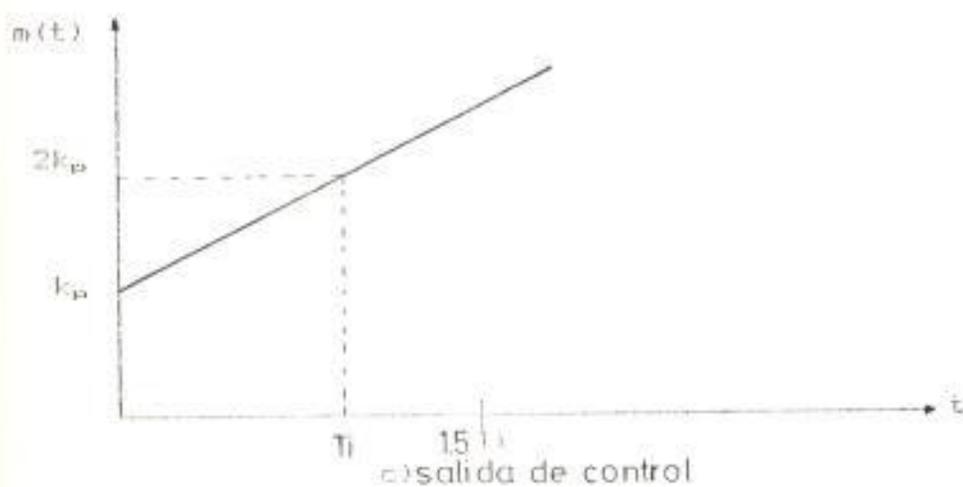


Fig. 2.5 Diagrama de bloques de un control P.I

#### 2.4.2 CARACTERISTICAS DEL LAZO DE CONTROL DE VELOCIDAD

En el estudio y desarrollo del diseño de este tipo de control se requiere una alta velocidad de respuesta y un error en estado estacionario cercano a cero.

En el diseño se utiliza el controlador electrónico tipo proporcional-integral (P-I); su ventaja es la de poseer una elevada capacidad de control de respuesta dinámica del sistema.

El controlador mantiene a un valor de referencia fijo, tal que la velocidad deseada es mantenida constante independientemente de la carga del motor, es decir, reduce de manera sustancial las variaciones de la señal de salida respecto a disturbios como los que se presentan al variar mínimamente la carga del motor.

Los parámetros del controlador de velocidad como de corriente son obtenidos en el Capítulo III. La figura (2.6) muestra el lazo de control de velocidad con su respectiva función de transferencia.

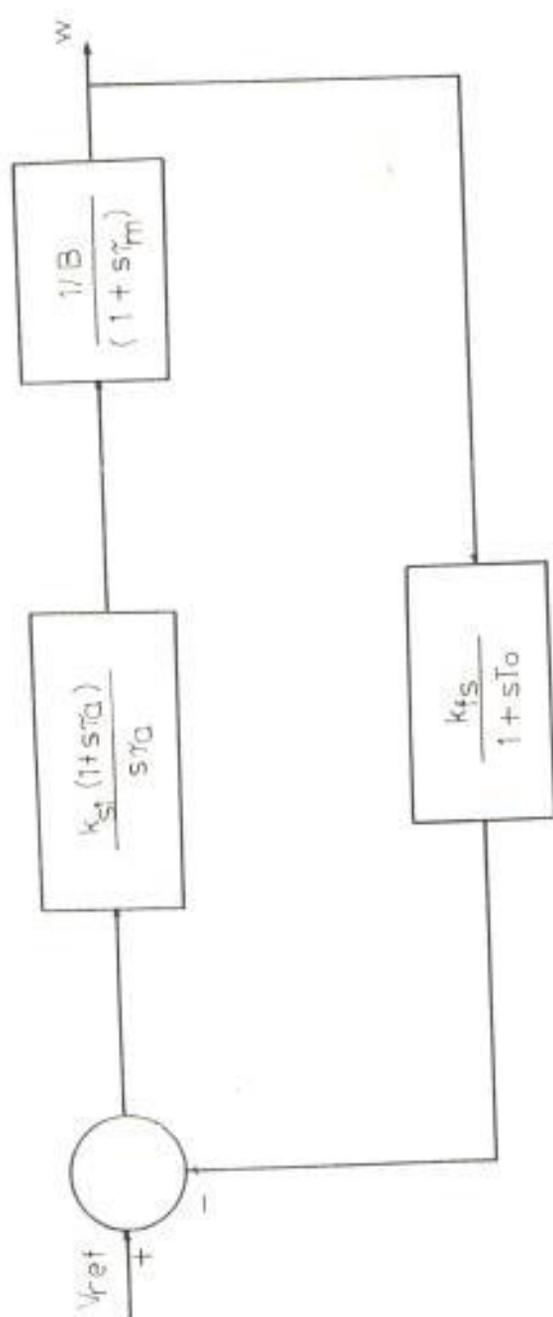


fig. 2.6 Lazo de Control de Velocidad

#### 2.4.2.1 COMPONENTE TRANSDUCTOR DEL LAZO

El transductor de velocidad es un tacómetro, cuya función principal es la de generar un voltaje que está en relación directa con la velocidad del eje del motor; esta señal se realimenta y se compara con el valor de referencia de la velocidad.

#### 2.4.2.2 FUNCION DE TRANSFERENCIA

El tacómetro provee la señal de realimentación y posee una ganancia caracterizada por

$$V_t(t) = k_{t\omega} \cdot \omega(t) \quad (2.7)$$

y su función de transferencia es

$$V_t(s) = k_{t\omega} \cdot \omega(s) \quad (2.8)$$

donde  $k_{t\omega}$  es la constante del tacómetro.

El voltaje que se genera en el tacómetro va acompañado de la presencia de señales espúreas o ruido por lo que se hace necesario filtrar las señales indeseables

como paso previo a la realimentación. La ganancia del taco-generador está dada por

$$K_{T.G.} = \frac{V_s(t)}{w(t)}$$

El filtro que se utiliza es del tipo paso bajo y la figura (2.7) muestra su característica de magnitud.

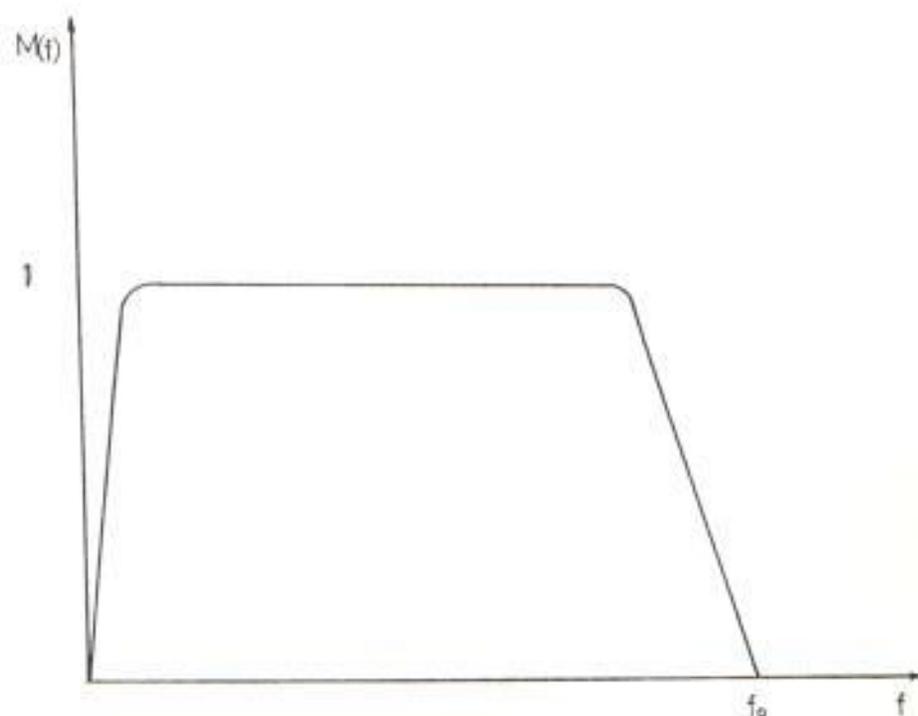


Fig. 2.7 Característica de Magnitud del filtro paso bajo

#### 2.4.5. CARACTERISTICA DEL LAZO DE CONTROL DE CORRIENTE

El papel que realiza este lazo es mantener la corriente de armadura del motor, proveyendo una respuesta rápida venciendo los efectos de los disturbios tales como variaciones en la fuente de voltajes y de la carga acopiada al eje del motor.

Durante el arranque puede ocurrir que los tiristores estén en plena conducción generándose elevados valores de corriente, lo que puede causar el deterioro de los tiristores; esto genera sobrecorrientes en el sistema.

Además existe un limitador de corriente, cuya característica se ilustra en la figura (2.9) y tiene como función el limitar el valor de la corriente protegiendo de esta manera a los elementos semiconductores de las sobrecorrientes.

### 2.4.3.1. TRANSDUCTOR DE CORRIENTE

En la operación del lazo de corriente para realizar el sensado de ésta se utiliza un transductor, para lo cual debe aislarse el circuito de control del de potencia.

Esto se logra utilizando transformadores de corriente en el lado de c.a. del convertidor; la salida del secundario es rectificadas por un circuito de onda completa, que es donde se obtiene el voltaje de c.c. que alimenta a la arandura del motor.

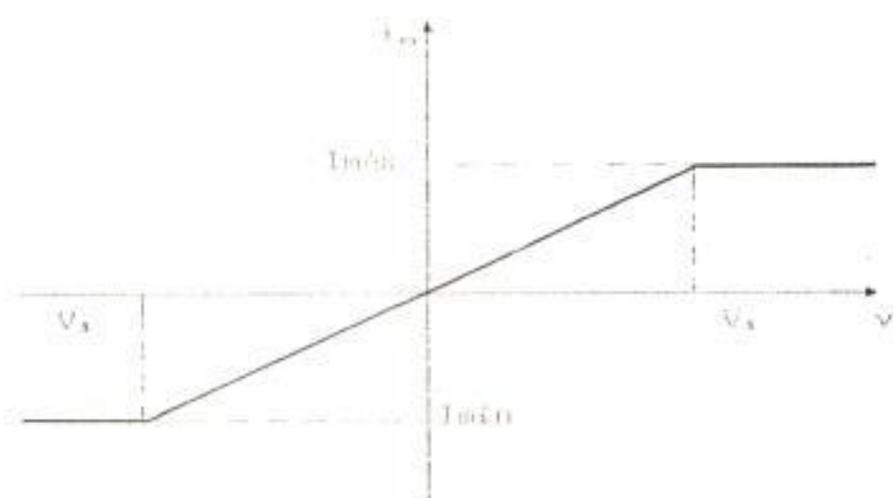


fig. 2.8. Característica del Limitador de Corriente

### 2.4.3.2. FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL TRANSDUCTOR

La salida del transductor de corriente tiene una relación directamente proporcional con la corriente de armadura y está representada por

$$V_o(t) = k_{T1} \cdot i_a(t) \quad (2.9)$$

y su función de transferencia es

$$V_o(s) = k_{T1} \cdot I_a(s) \quad (2.10)$$

donde  $V_o$  = voltaje a la salida del transductor y

$k_{T1}$  = ganancia del transductor.

### 2.5. PUENTE CONVERTIDOR A TIRISTORES

El motor de c.c., el cual se alimenta a través de una fuente de c.a. de 110 V monofásico, se encuentra eléctricamente aislado por medio de un transformador de voltaje.

El puente convertidor del voltaje alterno es del tipo de onda completa totalmente controlado, utilizando para ello diodos rectificadores controlados o tiristores, como elementos de

control. Variando el ángulo de disparo variamos el nivel de voltaje de c.c. aplicado a la armadura del motor, y así podemos controlar el funcionamiento del mismo.

La figura 2.21 nos muestra el circuito rectificador del tipo de onda completa utilizado en el diseño.

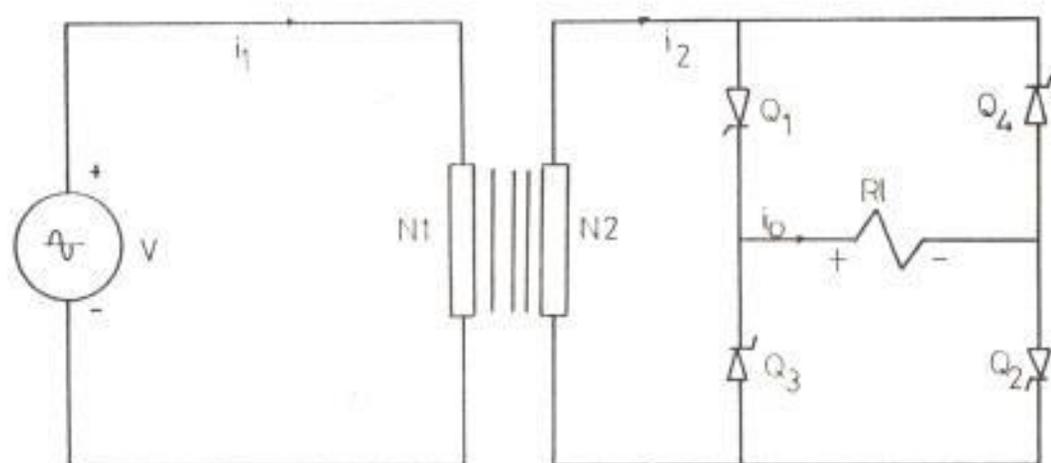


fig. 2.2. Circuito Rectificador de onda completa controlado por tiristores

### 2.5.1. CARACTERISTICAS DEL CONVERTIDOR

La respuesta característica del convertidor la cual relaciona el ángulo de disparo del tiristor con el voltaje de c.c. de salida se ilustra en la figura (2.10); esta es una curva coseno y su ganancia varía considerablemente con el ángulo de disparo ó encendido.

Generalmente se opera el convertidor sobre la parte lineal de la característica del mismo. El voltaje promedio a la salida del rectificador monofásico está dado por la siguiente relación:

$$U_{av} = \frac{2E_m}{\pi} \cdot \cos \alpha, \quad (2.11)$$

donde  $E_m$  = voltaje máximo de la fuente.

La variación del voltaje de salida respecto del ángulo de disparo, viene expresada por

$$\frac{du_{av}}{d\alpha} = - \frac{2E_m}{\pi} \cdot \sin \alpha, \quad (2.12)$$

conociéndose a esto como ganancia del rectificador a tiristores, y que representa la pendiente de la gráfica de  $u_{av}$  vs  $\alpha$ .

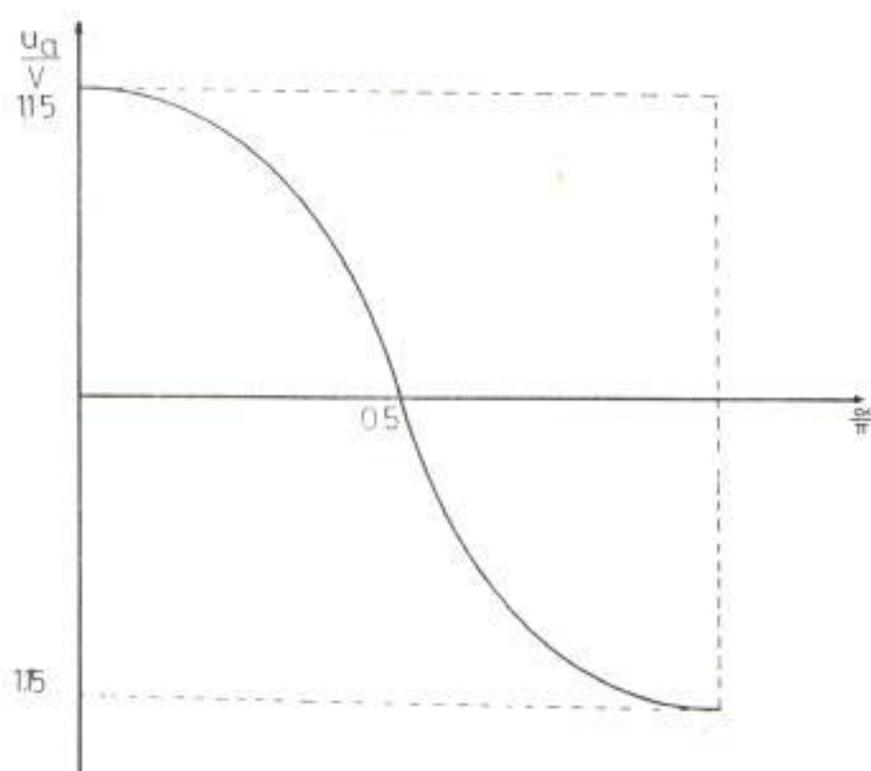


fig. 2.10 Respuesta característica del Convertidor

## 2.6. CIRCUITO DE ENCENDIDO

El diagrama de bloques del circuito electrónico de disparo se lo representa en la figura (2.11), detallándose sus partes fundamentales en el diagrama del circuito de disparo.

La señal de sincronismo proviene del secundario del transformador y sirve para determinar el momento en el cual se debe generar una onda cuadrada, la que será utilizada para generar una señal rampa que se comparará con el nivel de voltaje de referencia y es aquí donde se determinará el nuevo valor del Ángulo de disparo.

La salida del comparador es alimentada al amplificador y luego es aplicada al transformador de pulsos y de aquí a los terminales de compuerta y cátodo de los tiristores.

La figura (7.10) nos muestra el diagrama eléctrico del circuito de disparo, la unidad de disparo está diseñada y ajustada de manera que el Ángulo  $\alpha$  varía linealmente con el control de voltaje  $V_{\alpha}$ , la variación está en el rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  para una variación de  $0 - 10$  v; para asegurarse una normal operación del puente rectificador, un pulso de salida  $P_{out}$  de una unidad, es conectada a la otra, en el terminal marcado como Fin.

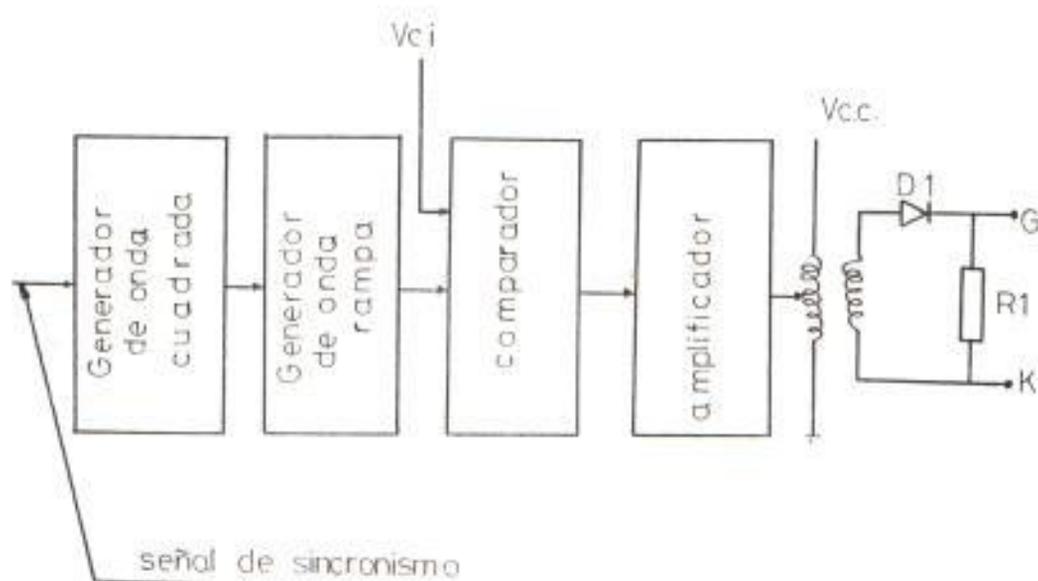


Fig. 2.11 Diagrama de Bloque del Circuito de Encendido

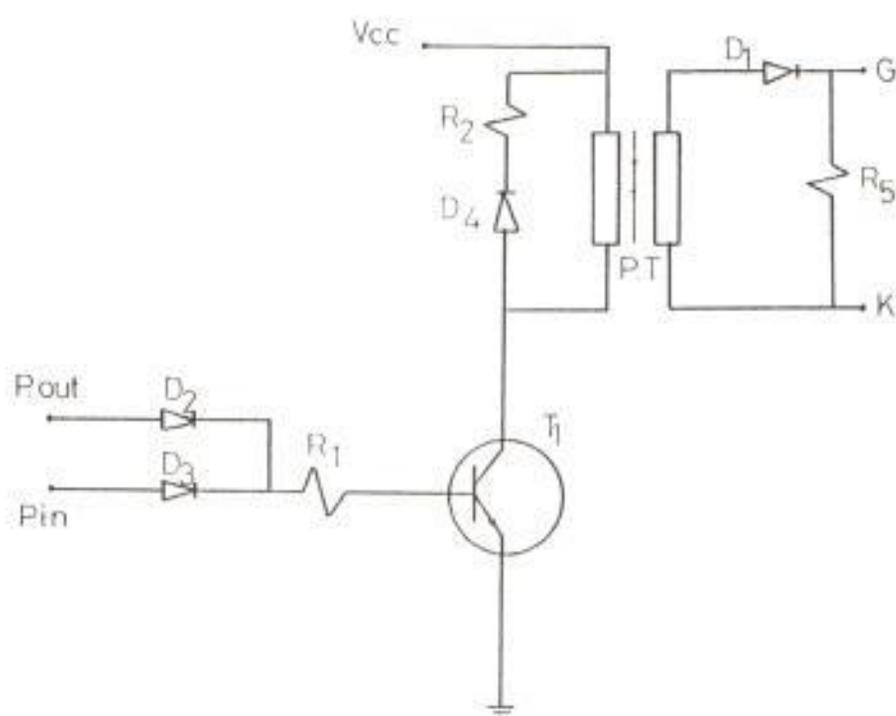


Fig. 2.12 Diagrama Eléctrico del Circuito de Encendido

## CAPITULO III

### ANALISIS DE ESTABILIDAD Y DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

#### 3.1. MODELO MATEMATICO DEL SISTEMA

La Ingeniería de Control tiene en la actualidad como una de las herramientas principales para el análisis de sistemas el método del dominio del tiempo, requiriéndose la reformulación de las ecuaciones que representan el sistema.

La técnica en el dominio del tiempo puede utilizarse tanto para sistemas no lineales variantes y múltiples entradas, como para sistemas lineales e invariantes, en contraste con las limitaciones del método en el dominio de la frecuencia.

En este tipo de análisis y diseño de los sistemas de control se utiliza el concepto de estado, donde éste queda definido como un conjunto de números tal que el conocimiento de estos números y de las funciones de entradas, junto con las ecuaciones que

describen la dinámica, proporcionan la salida y el estado futuro del sistema.

El sistema bajo estudio está representado por el siguiente sistema de ecuaciones dinámicas, donde  $i_a$ ,  $\omega$  y  $\alpha$  representan las variables de estado del sistema,

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} \cdot i_a - \frac{R_a}{L_a} \cdot \omega + \frac{2E_m}{\pi L_a} \cdot \cos \omega t \quad (3.1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{E_a}{J} \cdot i_a - \frac{B}{J} \cdot \omega - \frac{T_L}{J} \quad (3.2)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = X \cdot i_a + Y \cdot \omega + Z \cdot \cos \omega t + I_1 \quad (3.3)$$

donde

$$X = \frac{K_a \cdot \pi}{V_m} \cdot \left[ \frac{K_m \cdot k_r \cdot k_e \cdot k_c}{J} - \frac{k_{rs} \cdot R_m}{L_m} \right] \quad (3.4)$$

$$Y = \frac{K_a \cdot \pi}{V_m} \cdot \left[ k_m \cdot k_r \cdot k_m - k_{rs} \cdot k_{em} \cdot \frac{B}{J} - k_{rs} \cdot \frac{k_c}{L_a} \right] \quad (3.5)$$

$$Z = \frac{K_a \cdot \pi}{V_m} \cdot k_{rs} \cdot \frac{2E_m}{\pi L_a} \quad (3.6)$$

$$I_a = \frac{k_{\phi} \cdot \omega}{V_m} \cdot \left[ -k_m \cdot V_{ref} - \frac{k_{m1} \cdot k_{fm} \cdot T_L}{J} \right] \quad (3.7)$$

$$k_m = \frac{k_{m1}}{r_m}$$

Además el punto de operación en estado estable es representado por

$$\omega_m = \frac{V_{ref}}{k_{\phi}}$$

$$I_{am} = \left[ \frac{T_L + B \cdot \omega}{k_t} \right] \quad (3.8)$$

$$\alpha_{em} = \arccos \left( \frac{(I_{am} \cdot r_m + k_{\phi} \cdot \omega)}{2E_m} \right)$$

### 3.1.1. SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

Una de las características del trabajo es el haber considerado al motor como un sistema de segundo orden por haberse tomado en cuenta la constante de tiempo de armadura es decir

$$\text{la razón } \tau_m = \frac{L_m}{R_m}$$

Un motor de c.c. controlado por armadura utiliza corriente de campo constante, y su torque, luego de aplicar Laplace con condiciones iniciales iguales a cero, está dado por

$$T_m(s) = k_t \cdot I_a(s) \quad (3.9)$$

La corriente de armadura se relaciona con el voltaje de entrada, al aplicar Laplace, de acuerdo con:

$$U_a(s) = (R_a + L_a s) \cdot I_a(s) + V_b(s) \quad (3.10)$$

donde  $V_b$  es la fuerza contraelectromotriz proporcional a la velocidad del motor por lo que tenemos

$$V_b(s) = k_v \cdot W(s)$$

y la corriente de armadura

$$I_a(s) = \frac{U_a(s) - k_v \cdot W(s)}{R_a + L_a s} \quad (3.11)$$

La ecuación del torque de carga es

$$T_L(s) = J \cdot s \cdot W(s) + B \cdot W(s) = T_m(s) - T_d(s) \quad (3.12)$$

despreciándose  $T_d(s)$  y utilizándose estas ecuaciones obteniéndose finalmente la función de transferencia del motor

$$G(s) = \frac{K(s)}{U_m(s)} = \frac{K_m}{(R_a + L_a s)(J \cdot s + B) + K_m \cdot K_b} \quad (3.13)$$

### 3.2. ANALISIS DE SISTEMAS NO LINEALES

El análisis de sistemas no lineales es en algunos aspectos similar al de los sistemas lineales; las similitudes se derivan del hecho que una de las principales técnicas para el análisis de sistemas no lineales es aproximarlos ó linearlos por un sistema lineal apropiado.

La no linealidad del sistema de control se la identifica por la presencia del circuito convertidor a tiristores, lo que es tomado en consideración en el estudio global del sistema.

La relación entre los voltajes de c.a. de entrada y c.c. de salida, para el circuito convertidor, está expresada por

$$U_{en} = \frac{DE_{en}}{M_{en}} \cdot \cos \omega t \quad (3.14)$$

y su respuesta dinámica se la ilustra en la figura (2.10).

### 3.2.1. LINEALIZACION DE LAS ECUACIONES DEL SISTEMA

De acuerdo a las definiciones básicas las propiedades de estabilidad dependen de la naturaleza del sistema en las cercanías del punto de equilibrio, definiéndose como punto de equilibrio de un sistema dinámico al vector de estado  $x_{eq}$  si, una vez que el vector de estado es igual a  $x_{eq}$ , éste se mantiene igual para todo el tiempo futuro.

Por lo que para realizar un estudio de estabilidad es conveniente reemplazar la descripción total no lineal por sólo una simple que se aproxime al sistema real cerca del punto de equilibrio, y esto se logra con una aproximación lineal, la que es suficiente para conocer las propiedades de estabilidad.

La idea de verificar la estabilidad por una examinación de la versión linealizada del sistema es conocida como el Primer Método de Liapunov o Método Indirecto de Liapunov.

Un sistema continuo de orden  $n$  se lo representa de la siguiente manera

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (3.15)$$

Y la linealización de un sistema no lineal está expresado en la linealización de la función  $f$ .

Para un sistema de primer orden definido por una función  $f(x)$  de una sola variable, el procedimiento es aproximar  $f$  cerca de  $x_0$  por

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df(x)}{dx} \cdot (x - x_0) \quad (3.19)$$

Y en un sistema de orden  $n$ , el que está definido por  $n$  funciones cada una dependiendo de  $n$  variables, su aproximación lineal se la representa de la siguiente manera

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_{10}, x_{20}, x_{30}, \dots, x_{n0})$$

$$+ \frac{\partial f}{\partial x_1} \bigg|_{x_1=x_{10}} (x_1 - x_{10}) + \frac{\partial f}{\partial x_2} \bigg|_{x_2=x_{20}} (x_2 - x_{20}) +$$

$$+ \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \bigg|_{x_n=x_{n0}} (x_n - x_{n0})$$

Lo que aplicado a nuestro caso muy particular bajo análisis nos conduce a lo siguiente:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_m \\ \Delta w \\ \Delta \alpha_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_m}{L_m} & \frac{k_v}{L_m} & -\frac{2E_m}{\pi L_m} \sin \alpha \\ \frac{k_a}{J} & \frac{B}{J} & 0 \\ X & Y & Z + \sin \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_m \\ \Delta w \\ \Delta \alpha_r \end{bmatrix}$$

donde

$$i_m = i_m - i_{0m}$$

$$w = w - w_0$$

$$\alpha_r = \alpha_r - \alpha_{0r}$$

Esta linealización ha sido determinada alrededor del punto de operación tanto para  $i_a$ ,  $\omega$ ,  $\omega_f$ .

### 3.3. CRITERIO DE ESTABILIDAD ALREDEDOR DEL PUNTO DE OPERACION

El método que se utiliza para la obtención de la ecuación característica del sistema directamente de la ecuación vectorial se basa en el hecho de que la solución del sistema no forzado es una función exponencial. Así la ecuación diferencial vectorial sin señal de entrada es decir  $u = 0$ , en la formula general

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad (3.19)$$

nos conduce a:

$$\dot{x} = A \cdot x \quad (3.20)$$

La solución de esta ecuación diferencial es una exponencial cuya constante  $\lambda$  es tal que, la solución para un estado cualquiera podría ser

$$x_i(t) = k_i \cdot \exp(\lambda_i t)$$

Los  $\lambda_i$ , se conocen como las raíces características del sistema, las que no son otra cosa que las raíces de la ecuación característica.

Si hacemos  $x = C \cdot \exp(\lambda t)$  y sustituimos en la ecuación anterior tendremos lo siguiente:

$$\lambda \cdot C \cdot \exp(\lambda t) = A \cdot C \cdot \exp(\lambda t) \quad (3.21)$$

o

$$\lambda \cdot x = A \cdot x$$

arreglando ésta expresión tendremos

$$(\lambda \cdot I - A) \cdot x = 0$$

Donde  $I$  es la matriz identidad de orden  $n$  y  $0$  es igual al vector nulo. Para nuestro caso las ecuaciones simultáneas tienen una solución no trivial si y solamente si el determinante se anula, esto es, si y solamente si

$$\det(\lambda \cdot I - A) = 0 \quad (3.22)$$

## 3.4. DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

Tomando en consideración lo anterior y aplicado-  
lo a nuestro sistema en particular, nos  
conduce a:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{R_m}{L_m} & \frac{k_v}{L_m} & -\frac{2E_m}{\pi L_m} \cdot \operatorname{sen}\alpha_{f_m} \\ \frac{k_f}{J} & \frac{B}{J} & 0 \\ X & Y & -Z \cdot \operatorname{sen}\alpha_{f_m} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

entonces del (3.23)  $- A \cdot X$  aparece como sigue:

$$\begin{bmatrix} X + \frac{R_m}{L_m} & \frac{k_v}{L_m} & -\frac{2E_m}{\pi L_m} \cdot \operatorname{sen}\alpha_{f_m} \\ -\frac{k_f}{J} & X + \frac{B}{J} & 0 \\ -X & -Y & X + Z \cdot \operatorname{sen}\alpha_{f_m} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.24)$$

Con la utilización de los parámetros del  
sistema abstraído en la tabla i y con los  
valores propios escogidos se resuelve el  
sistema de tres ecuaciones con tres  
incógnitas, a saber, X, Y, i Z, y utilizando  
las fórmulas (3.4 a 3.7) obtendremos la  
determinación de los parámetros de los  
controladores.



Para la determinación de la condición de estabilidad local, las raíces de la ecuación característica deberían estar en el lado izquierdo del plano  $s$ , por lo que asumiendo apropiados valores propios de  $\lambda_i$  para  $i=1,2,3$  aseguramos la estabilidad local.

Sustituyendo los valores propios  $\lambda_i$  escogidos, en la ecuación (3.26) y expresando ésta en función de los  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$  tendremos

$$\left[ \frac{2E_m}{\pi \cdot L_m} \cdot \text{sen} \alpha_{em} \cdot \left( \frac{B}{J} + \lambda_i \right) \right] \cdot X + \left[ \frac{2E_m}{\pi \cdot L_m} \cdot \text{sen} \alpha_{em} \cdot \frac{k_t}{J} \right] \cdot Y +$$

$$\left[ \lambda_i^2 \cdot \text{sen} \alpha_{em} + \left( \frac{R_m}{L_m} + \frac{B}{J} \right) \cdot \lambda_i \cdot \text{sen} \alpha_{em} + \text{sen} \alpha_{em} \cdot \left( \frac{B \cdot R_m}{J \cdot L_m} + \frac{k_v \cdot k_t}{J \cdot L_m} \right) \right] \cdot Z$$

$$\left[ \lambda_i^3 + \left( \frac{R_m}{L_m} + \frac{B}{J} \right) \cdot \lambda_i^2 + \left( \frac{B \cdot R_m}{J \cdot L_m} + \frac{k_v \cdot k_t}{J \cdot L_m} \right) \cdot \lambda_i \right] = 0 \quad (3.26)$$

para  $\lambda_i = 1, 2, 3$ , como se muestran en la siguiente tabla.

TABLA II

VALORES PROPIOS DEL SISTEMA	VALOR
$\lambda$	
$\lambda_1$	-2
$\lambda_2$	-3
$\lambda_3$	-5

Los parámetros quedan determinados a partir de las ecuaciones siguientes.

$$k_A = \frac{V_m}{\pi \cdot k_{A1}} + \frac{R_e \cdot L_m}{2 \cdot E_m} \cdot 2$$

$$k_{A1} = - \left[ X - \frac{k_A \cdot \pi}{V_m} \cdot I_{e1} \cdot \frac{R_m}{L_m} \right] \cdot \frac{V_m}{k_A \cdot \pi} + \frac{J}{k_t \cdot k_{\omega}} \quad (5.27)$$

$$k_m = \left[ Y + \frac{k_A \cdot \pi}{V_m} \cdot I_{e1} \cdot k_{\omega} \cdot \frac{B}{J} + \frac{k_A \cdot \pi}{V_m} \cdot k_{A1} \cdot \frac{K_v}{L_m} \right] \cdot \frac{V_m}{k_A \cdot k_{\omega}}$$

$$\tau_m = k_{A1} / k_m$$

reemplazando los valores respectivos se obtiene finalmente:

$$k_A = 3.471 \text{ v/amp}$$

$$k_{A1} = 0.86$$

$$k_m = 10.66$$

$$\tau_m = 0.0806 \text{ seg.}$$

### 3.5. APLICACION DEL CRITERIO DE POPOV PARA LA DETERMINACION DE LA ESTABILIDAD GLOBAL DEL SISTEMA

Una de las conclusiones sobre estabilidad a la que se puede llegar al estudiar este problema en los sistemas lineales, es que si el estado de equilibrio es localmente asintóticamente estable, es también asintóticamente globalmente estable.

Sin embargo en un sistema no lineal, como el que analizamos, puede darse el caso que un estado de equilibrio puede ser localmente estable, sin ser asintóticamente estable en su conjunto. Esto quiere decir que las implicaciones de estabilidad asintótica de estados de equilibrio de sistemas lineales y de sistemas no lineales difieren.

Ya que el sistema es diseñado asumiendo que es localmente estable, ampliaremos nuestro estudio para la comprobación de la estabilidad global del sistema.

Para realizar el estudio de la estabilidad global de un sistema existen diferentes métodos y caminos adecuados, entre los que se

encuentra el Criterio de Popov, el que ha sido aplicado para verificar la estabilidad global del sistema, y que se encuentra explicado en el apéndice A.

Si definimos

$$\begin{aligned}x_1 &= i_m - i_{em} \\x_2 &= w - w_m \\x_3 &= \alpha_f - \alpha_{fm}\end{aligned}\quad (3.28)$$

Entonces las ecuaciones pueden ser escritas como sigue:

$$\dot{x}_1 = -\frac{R_m}{L_m}x_1 - \frac{k_v}{L_m}x_2 - \frac{2i_{em}}{i_s L_m} \left[ \cos \alpha_{fm} - \cos(x_3 + \alpha_{fm}) \right]$$

$$\dot{x}_2 = \frac{k_e}{J}x_1 - \frac{B}{J}x_2$$

$$\dot{x}_3 = X_1 x_1 + Y_1 x_2 - Z_1 \left[ \cos \alpha_{fm} - \cos(x_3 + \alpha_{fm}) \right]$$

las que expresada en forma matricial quedarían de la siguiente manera:

$$s \begin{bmatrix} \frac{R_m}{L_m} & \frac{k_v}{L_m} & 0 \\ \frac{k_f}{J} & \frac{B}{J} & 0 \\ X & Y & 0 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} \frac{2E_m}{\pi L_m} \\ 0 \\ Z \end{bmatrix} = f(s) \quad (3.30)$$

donde  $x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$

$$v = (0 \ 0 \ 1)^T x$$

$$f(s) = \cos \alpha_{f_m} = \cos (x_3 + \alpha_{f_m})$$

En los rectificadores de c.c., el ángulo de disparo varía de 0 a  $\pi$  radianes. Por lo tanto el valor máximo que podría tomar  $x_3 + \alpha_{f_m}$ , sería  $\pi$  radianes, y el valor mínimo de  $\alpha_{f_m}$  es 0 radianes.

Así, el intervalo de valores para  $x_3$  se lo representa

$$-\alpha_{f_m} \leq x_3 \leq \pi - \alpha_{f_m}$$

A fin de facilitar la aplicación del criterio de Popov incorporamos una limitación sobre el ángulo de disparo.

Observando detenidamente la ecuación notaremos que la variable de estado  $x_3$  aparece solamente en el lado derecho del segundo término, en la forma de función no lineal  $f(\sigma)$ .

Así en lugar de aplicar la restricción sobre la variable  $x_3$ , definiremos una nueva función no lineal  $\theta(x_3)$  la cual incorporará la limitación, pero ahora sobre el ángulo de disparo. Entonces tendremos

$$\begin{aligned} \theta(x_3) &= f(x_3) & \text{si} & \quad -\alpha_{\text{f.m.}} \leq x_3 \leq \pi - \alpha_{\text{f.m.}} \\ \theta(x_3) &= f(-\alpha_{\text{f.m.}}) & \text{si} & \quad x_3 < -\alpha_{\text{f.m.}} \\ \theta(x_3) &= f(\pi - \alpha_{\text{f.m.}}) & \text{si} & \quad x_3 > \pi - \alpha_{\text{f.m.}} \end{aligned} \quad (3.3i)$$

Podemos comprobar fácilmente que la función toma valores en el primer y tercer cuadrantes, con un comportamiento no lineal. Esto se lo muestra en la figura (3.1).

Ya que la no linealidad cae en el primer y tercer cuadrantes, la condición de frecuencia de Popov puede ser aplicada.

Para el propósito anotado el sistema es representado como se ilustra en la figura (3.2).

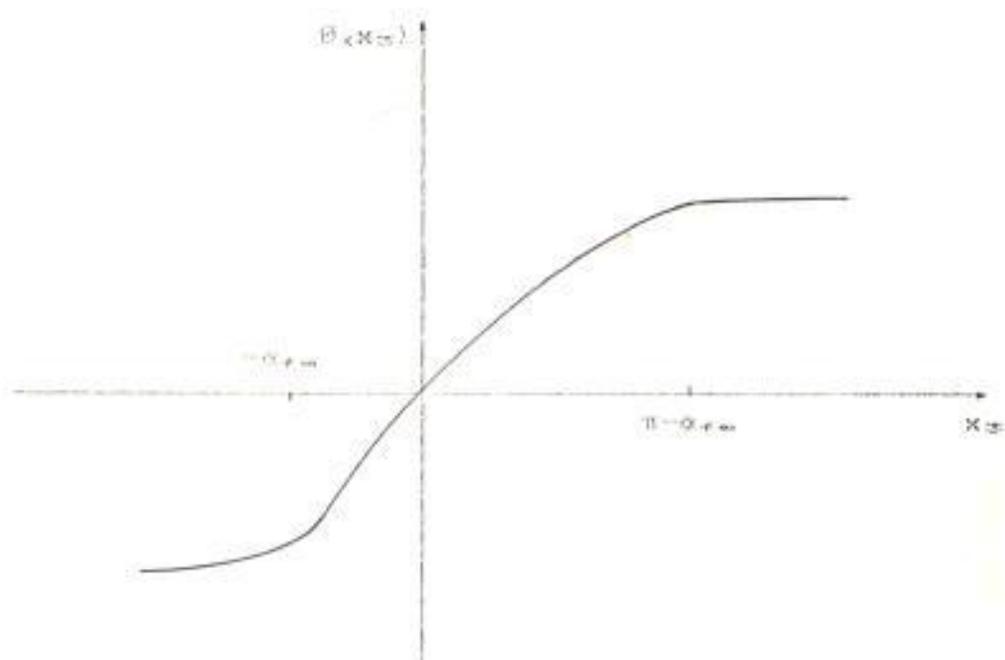


fig. 3.1 Representación gráfica de la función  $\beta(x)$

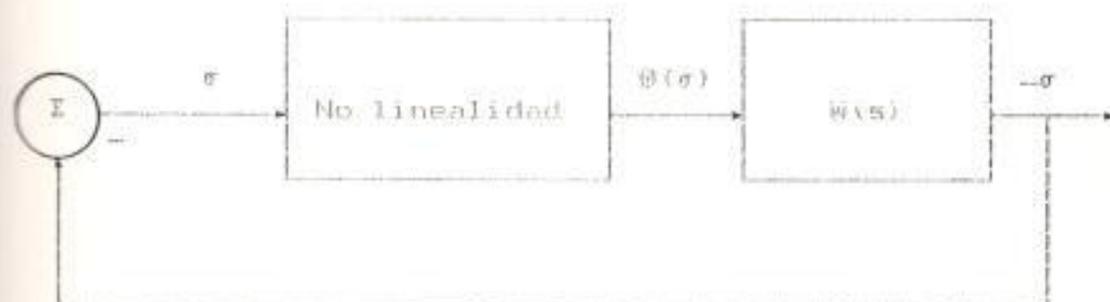


fig. 3.2 Representación gráfica del sistema

la función de transferencia  $D(s)$  es

$$D(s) = \frac{x_p(s)}{\theta_p(s)} = \frac{2E_m/\pi \cdot (J \cdot X \cdot s + B \cdot X + Y \cdot k_t + Z_1)}{s \cdot (s \cdot L_m + R_m) \cdot (J \cdot s + B) + K_v \cdot k_t} \quad (3.32)$$

$$\text{donde } Z_1 = \frac{\pi}{2E_m} \cdot Z \quad (3.33)$$

Esto representa la parte lineal del sistema. Los valores de  $Z$ ,  $Y$  y  $Z$  son definidos en (3.4 a 3.6).

Al aplicar Popov y para lograr que el sistema sea absolutamente estable se requiere que exista un  $q > 0$  tal que se cumpla la siguiente condición:

$$\begin{aligned} R_{\omega} (1+jq\omega)D(j\omega) &= JX\omega^2(-JL_m\omega^2 + BR_m + k_v \cdot k_t) \\ &\quad - \omega^2(BR_m + Yk_t + Z_1) + \quad (3.34) \\ &\quad + q\omega^2(BX + Yk_t + Z_1) \cdot (-JL_m\omega^2 + BR_m + k_v \cdot k_t) \\ &\quad + q\omega^2 JX(BL_m + JR_m) > 0 \end{aligned}$$

si escogemos  $q$  igual a

$$q = \frac{J \cdot X}{(BX + Yk_e + Z_1)} \quad (3.35)$$

la inecuación (3.34) se reduce a

$$\frac{(BX + Yk_e + Z_1)^2 + J^2 \cdot X^2 \cdot W^2 \cdot (BL_w + JR_w)}{(BX + Yk_e + Z_1)} > 0 \quad (3.36)$$

la condición anterior es satisfecha cuando se cumple  $(BX + Yk_e + Z_1) < 0$ . Esto a su vez implica que en (3.35) para  $q \geq 0$  entonces se debe tener  $X \geq 0$ . Por lo que las condiciones finales para asegurar la estabilidad absoluta del sistema son:

$$\begin{aligned} X &\geq 0 \\ (BX + Yk_e + Z_1) &< 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Los valores numéricos tanto de  $X$  como  $BX + Yk_e + Z_1$  para el sistema con los parámetros de los controladores son dados en la tabla I.

Se deduce de lo anterior que los valores en el diseño aseguran la estabilidad absoluta del sistema.

## CAPITULO IV

### SIMULACION DIGITAL DEL SISTEMA

#### GENERALIDADES

Debido a la creciente utilización de circuitos de control se hace cada vez más necesario el estudio de los mismos, utilizando para ello diversos mecanismos de investigación y análisis entre los que se destacan la utilización de Programas i/o Lenguajes de Simulación de sistemas continuos o discretos, ahorrándose tiempo y dinero en la determinación de las características de los mismos.

Para ejecutar esta acción se utiliza el modelo matemático del sistema, representado a través de sus ecuaciones diferenciales de estado y de sus parámetros.

La simulación es una excelente herramienta para obtener una medida del comportamiento de un sistema real, sin tomar en cuenta muchas veces su complejidad.

Los sistemas de control de motores de c.c. gobernados por convertidores a tiristores últimamen-

te se han convertido en la forma más común de control de velocidad que se utiliza en la industria. Sin embargo existen ciertas desventajas debido a la operación no lineal inherente de los tiristores, como vimos anteriormente, siendo esta una de las características que evaluaremos en la simulación de nuestro sistema.

#### 4.1 MODELO PARA LA SIMULACION

El modelo matemático de nuestro sistema fue determinado en la ecuación (3.1), en la cual se resalta la parte no lineal del sistema como producto de la no linealidad del convertidor a tiristores.

El conjunto de variables de estado utilizado en nuestro modelo son  $i_a$ ,  $w$ ,  $\alpha_e$  dadas en la ecuación (3.1), donde:

$i_a$  = corriente de armadura

$w$  = velocidad angular del motor

$\alpha_e$  = ángulo de disparo

## 4.2 CARACTERISTICAS Y TECNICAS DE SIMULACION

La base de una simulación radica en el uso de métodos numéricos con un computador, para evaluar un sistema sobre un periodo de tiempo de interés. Los que realizan la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales que representan al sistema dinámico, existiendo diversas maneras de obtener el resultado final. A través de las variables de estado estimaremos las características deseadas del modelo.

### 4.2.1 VENTAJAS DE LA SIMULACION

Partiendo del hecho que el modelo representa con elevada exactitud al sistema y que el método numérico de integración es confiable tendremos que las principales ventajas de la simulación son:

- 1.- Como los sistemas del mundo real con elementos estocásticos no pueden ser exactamente descritos por un modelo matemático, en este caso una simulación es el único tipo de investigación posible.

- 2.- La simulación permite estimar el funcionamiento de un sistema bajo ciertas condiciones de operación.
- 3.- Diseños de sistemas alternativos pueden ser comparados por medio de una simulación para verificar cual posee los mejores requerimientos especificados.
- 4.- En una simulación podemos mantener mejor control sobre las condiciones experimentales.
- 5.- En tiempo comprimido la simulación nos permite estudiar una sistema con un elevado tiempo de respuesta, o alternativamente estudiar detalles de la respuesta en tiempo expandido.
- 6.- Puede efectuarse el estudio de situaciones hipotéticas aún cuando dichas situaciones no sean realizables en la práctica.

Entre las desventajas podemos destacar las siguientes :

- 1.- Los modelos de Simulación son a menudo caros y consumen mucho tiempo al ejecutarse.
- 2.- En cada corrida un modelo de simulación estocástico produce sólo características estimadas para un conjunto particular de parámetros.

#### 4.2.2. METODOS DE SIMULACION

Los sistemas continuos, como el que está bajo estudio, pueden ser simulados con lenguajes de simulación de los llamados estructurados en bloques o de los basados en expresiones, teniendo como soporte fundamental el uso de computadoras digitales, las que tienen la capacidad de resolver sistemas cada vez más complejos y extensos.

Los lenguajes de simulación basados en expresiones tienen mayor versatilidad, pues se pueden representar como expresiones a las ecuaciones diferenciales algebraicas y lógicas, lo que no se puede hacer fácilmente en los lenguajes estructurados en bloques.

Las simulaciones que realizamos, en nuestro estudio del sistema, se las ejecutan utilizando computadores digitales, el lenguaje de Programación Basic y el método de integración denominado Runge-Kutta de Cuarto Orden.

#### 4.3. PROGRAMA DE SIMULACION PARA CONTROLADORES P.I.

Como se dijo anteriormente, la simulación del sistema es útil en la etapa de diseño para predecir el comportamiento del mismo, y se basó en el estudio de las ecuaciones dinámicas fundamentales que rigen el comportamiento del sistema.

Dichas ecuaciones serán descritas posteriormente, y el diagrama de flujo de la simulación se lo puede ver en la figura 4.1.

El programa, (detailed en el apéndice B), está diseñado para controladores proporcionales integrales P.I., debiéndose redefinir las ecuaciones de estado para realizar el estudio bajo cualquier otro tipo de control, y así poder estudiar las características del sistema para diferentes controladores.

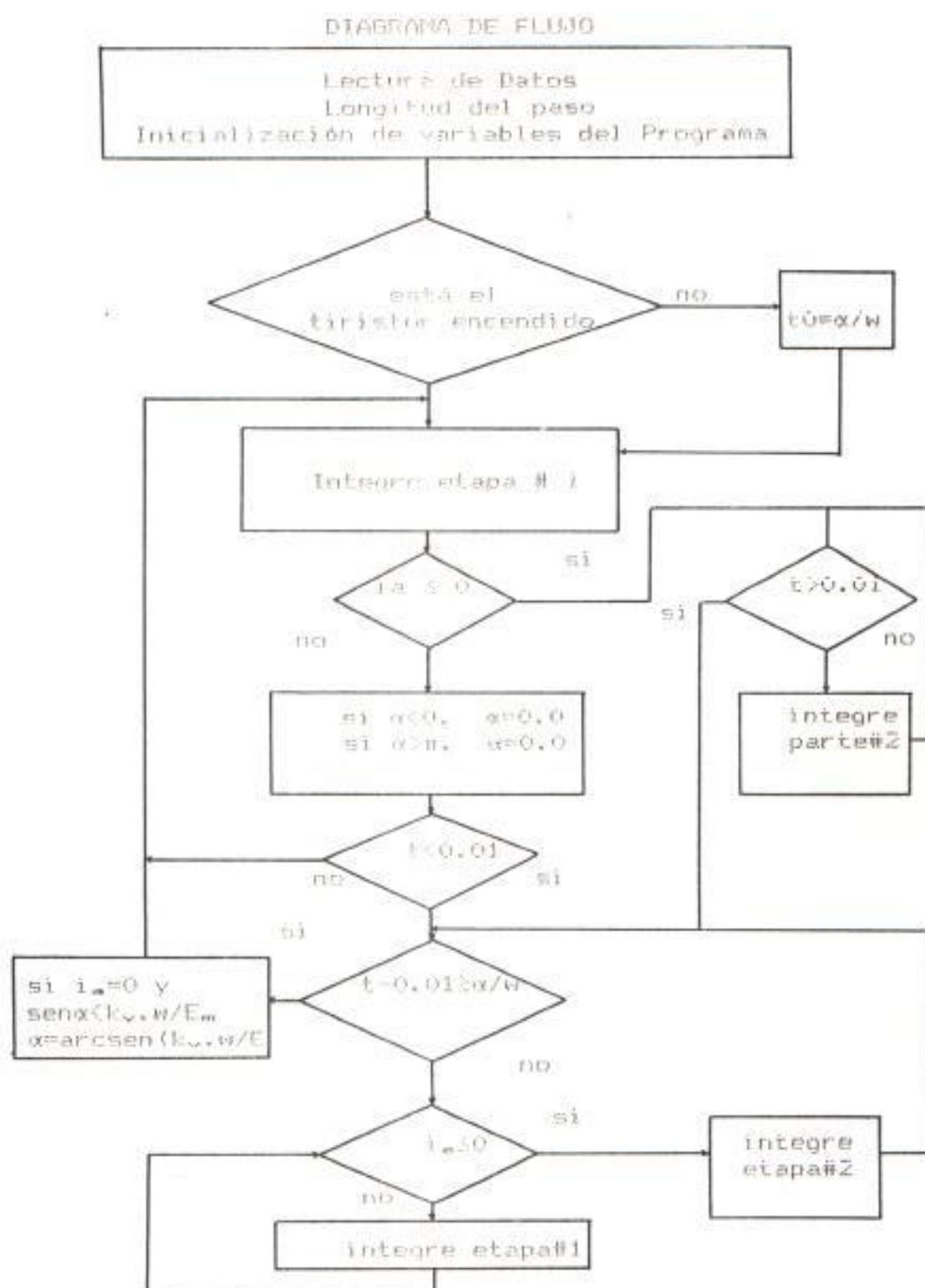


fig. 4.1 Diagrama de flujo de la simulación.

En la simulación se puede identificar tanto el periodo de conducción continua como discontinua y su dinámica es calculada tomando en consideración ambos tipos de conducción.

#### 4.4. DESCRIPCIÓN DINÁMICA DEL SISTEMA DURANTE LA CONDUCCIÓN CONTINUA.

Durante la conducción continua, es decir,  $i_a \neq 0$  el sistema dinámico está descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales.

##### ETAPA 1

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} \cdot i_a - \frac{k_v}{L_a} \cdot w + U_a$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{k_t}{J} \cdot i_a - \frac{B}{J} \cdot w - \frac{T_L}{J}$$

$$\frac{dx}{dt} = A1 \cdot i_a + A2 \cdot w + A3 \cdot U_a + A4$$

donde

$$A1 = \frac{k_v \cdot \pi}{V_m} \cdot (k_{m1} \cdot k_{r1} \cdot k_c / J - k_{t1} \cdot R_a / L_a)$$

$$A2 = \frac{k_s \cdot \pi}{V_m} \cdot (k_{s1} \cdot k_{r2} - k_{s2} \cdot k_{r1} \cdot B/J - k_{s1} \cdot k_u / L_a)$$

$$A3 = \frac{k_s \cdot \pi}{V_m} \cdot \frac{k_{r1}}{L_a}$$

$$A4 = - \frac{k_s \cdot \pi}{V_m} \cdot (k_{s1} \cdot k_{r2} \cdot T_e / J + k_{s1} \cdot V_{ref})$$

Y al reemplazar los respectivos valores de cada uno de los parámetros y constantes obtendremos los valores de A1, A2, A3 y A4.

$$A1 = 3.54$$

$$A3 = 163.0$$

$$A2 = -1.07$$

En las ecuaciones de arriba  $U_a$  es el voltaje aplicado a los bornes de la armadura del motor.

#### 4.4.1. DESCRIPCION DINAMICA DEL SISTEMA DURANTE LA CONDUCCION DISCONTINUA.

En el periodo de conducción discontinua, es decir,  $i_a = 0$  el sistema dinamico se encuentra determinado por el siguiente par de ecuaciones diferenciales.

## E T A P A 2

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{B}{J} \cdot w - \frac{T_1}{J}$$

$$\frac{ds}{dt} = B1 \cdot w + B2$$

donde

$$B1 = \frac{k_A \cdot \pi}{V_m} \cdot (k_m \cdot k_{em} - k_{as} \cdot k_{em} \cdot B/J - k_{f1} \cdot k_v/L_m)$$

$$B2 = \frac{k_A \cdot \pi}{V_m} \cdot (k_{as} \cdot k_{em} \cdot T_1/J + k_m \cdot V_{ref})$$

Y al reemplazar los respectivos valores de cada uno de los parámetros, obtendremos los siguientes resultados:

$$B1 = 1.24$$

$$B2 = -16.97 \cdot V_{ref} - 27.89 \cdot T1$$

#### 4.5. SIMULACION EN PERIODOS DE CONDUCCION CONTINUA Y DISCONTINUA.

A través de los diferentes gráficos podemos ver el comportamiento del sistema para diferentes condiciones de operación.

Las tablas desde III a X nos muestran los valores de simulación de las variables para diferentes condiciones de operación, tanto valores del tiempo como de la velocidad angular y del ángulo de disparo.

#### 4.6. CONCLUSIONES Y RESULTADOS

Del estudio de las gráficas 4.2 a 4.17 podemos ver el comportamiento del sistema para diferentes condiciones de operación, las entradas al sistema es decir tanto  $V_{ref}$  como  $T_L$  (nos sirven para variar las condiciones de operación), voltaje referencial y torque de carga respectivamente, los valores de  $V_{ref}$  varían desde 2 a 6 voltios y el torque desde 0 a 0.8 N/m para condiciones sin carga y plena carga respectivamente.

La estabilidad del sistema se evidencia en gráficas que siguen a continuación. De lo que podemos establecer que se ha logrado obtener la estabilidad del sistema con los parámetros diseñados para los controladores.

T A B L A III

RESPUESTA TRANSIENTE SIN CARGA A REFERENCIA FIJA

tiempo (s)	velocidad $w$ rads/s	Angulo de disparo en rads
0	0	0
0.001	0	0
0.102	53.70666	0.611498
0.202000	56.97509	0.560497
0.301999	56.66655	0.563766
0.401998	56.65968	0.565935
0.501997	56.66089	0.565921
0.601995	56.66087	0.565921
0.701994	56.66089	0.565921
0.801993	56.66087	0.565921
0.901991	56.66087	0.565921
1.001991	56.66087	0.565921
1.101995	56.66087	0.565921
1.202	56.66087	0.565921

T A B L A IV

RESPUESTA TRANSIENTE CON CARGA A REFERENCIA FIJA

tiempo (s)	velocidad $w$ rads/s	Angulo de disparo en rads
0	0	0
0.001	0	0
0.102	51.15011	0.554893
0.202000	54.91888	0.490864
0.301999	54.64755	0.493997
0.401998	54.63826	0.494197
0.501997	54.63917	0.494186
0.601995	54.63917	0.494186
0.701994	54.63917	0.494186
0.801993	54.63917	0.494186
0.901991	54.63917	0.494186
1.001991	54.63917	0.494186

T A B L A V

RESPUESTA TRANSIENTE PARA INCREMENTO EN LA CARGA  
A REFERENCIA FIJA

tiempo (s)	velocidad $v$ rad/s	ángulo de disparo en rads
0	50	0.67
0.001	50	0.67
0.022	49.25064	0.349810
0.041999	50.69870	0.524793
0.061999	50.58300	0.447816
0.081999	50.20135	0.437449
0.102	51.41101	0.431997
0.122000	51.87107	0.426423
0.142000	52.2012	0.421670
0.162000	52.4073	0.418272
0.182000	52.52291	0.416139
0.202000	52.58158	0.414933
0.222000	52.60014	0.414318
0.242000	52.61834	0.414038
0.262000	52.62107	0.413929
0.281999	52.62091	0.413900
0.301999	52.61994	0.413901
0.321999	52.61901	0.413911
0.341999	52.61810	0.413921
0.361998	52.6179	0.413928

T A B L A VI

RESPUESTA TRANSIENTE PARA DECREMENTO DE LA CARGA  
A REFERENCIA FIJA

tiempo (s)	velocidad $\omega$ rads/s	Angulo de disparo en rads
0	50	0,4
0,001	50	0,4
0,022	46,85867	0,453544
0,041999	49,51793	0,546825
0,061999	51,85004	0,533709
0,081999	53,32212	0,516189
0,102	54,12653	0,504549
0,122000	54,51136	0,498106
0,142000	54,66506	0,495036
0,162000	54,70673	0,493945
0,182000	54,70259	0,493554
0,202000	54,68515	0,493623
0,222000	54,66798	0,493788
0,242000	54,65526	0,493941
0,262000	54,64718	0,494051
0,281999	54,64342	0,494126
0,301999	54,64031	0,494158
0,321999	54,63928	0,494177
0,341999	54,63893	0,494185
0,361998	54,63880	0,494186

T A B L A VII

RESPUESTA TRANSIENTE PARA UN INCREMENTO  
EN LA REFERENCIA SIN CARGA

tiempo (s)	velocidad $\omega$ rads/s	ángulo de disparo en rads
0	57	0.87
0.001	57	0.87
0.022	52.98649	0.829678
0.041999	52.70067	0.615956
0.061999	53.15438	0.599387
0.081999	54.28624	0.590234
0.102	55.249	0.581173
0.122000	55.91697	0.573945
0.142000	56.32086	0.56907
0.162000	56.5375	0.566183
0.182000	56.63979	0.564672
0.202000	56.67719	0.563992
0.222000	56.68351	0.563753
0.242000	56.68204	0.563718
0.262000	56.67537	0.563757
0.281999	56.66979	0.563811
0.301999	56.66567	0.563856
0.321999	56.66313	0.563887
0.341999	56.66174	0.563905
0.361998	56.66107	0.563915

T A B L A VIII

RESPUESTA TRANSIENTE PARA UN INCREMENTO  
EN LA REFERENCIA CON CARGA

tiempo (s)	velocidad $w$ rads/s	angulo de disparo en rads
0	52	0.6
0.001	52	0.6
0.022	49.03304	1.130257
0.041999	46.27124	0.594728
0.061999	44.7257	0.573156
0.081999	43.78699	0.560671
0.102	50.91739	0.542026
0.122000	52.53946	0.524415
0.142000	53.58799	0.511183
0.162000	54.18677	0.502627
0.182000	54.49085	0.497741
0.202000	54.62413	0.495281
0.222000	54.66979	0.494223
0.242000	54.67651	0.493880
0.262000	54.66809	0.493850
0.281999	54.657	0.493926
0.301999	54.65084	0.494016
0.321999	54.64833	0.494087
0.341999	54.64203	0.494135
0.361998	54.64027	0.494162
0.381999	54.63943	0.494177

T A B L A IX

RESPUESTA TRANSIENTE PARA UN DECREMENTO  
EN LA REFERENCIA SIN CARGA

tiempo (s)	velocidad $\omega$ rad/s	Angulo en rads
0.001	52	3.1416
0.022	51.2532	0.665713
0.041999	50.26507	1.326849
0.061999	49.09954	1.346534
0.081999	47.95858	1.346065
0.102	46.84412	1.331376
0.122000	45.75556	1.356557
0.142000	44.69229	1.361611
0.162000	43.65373	1.366543
0.182000	42.63929	1.371355
0.202000	41.64842	1.376051
0.222000	41.66666	1.380634
0.242000	41.66678	1.385106
0.262000	41.65788	1.38947
0.281999	40.98989	1.39373
0.301999	40.98978	1.397887
0.321999	40.97685	1.401945
0.341999	40.78679	1.405906
0.361998	40.87978	1.409772

## T A B L A X

RESPUESTA TRANSIENTE PARA UN DECREMENTO  
EN LA REFERENCIA CON CARGA

tiempo (s)	velocidad $w$ en rads/s	Angulo en rads
0	52	0.4
0.001	52	0.4
0.022	50.73793	0.513782
0.041999	48.18561	1.28235
0.061999	44.3921	0.52323
0.081999	40.68367	0.53453
0.102	37.06139	0.53453
0.122000	33.52324	0.53453
0.142000	30.06732	0.53453
0.162000	30.05678	0.53453
0.182000	30.07568	0.53453
0.202000	30.05678	0.53453
0.222000	30.05677	0.53453
0.242000	30.05677	0.53453
0.262000	30.05677	0.53453
0.281999	30.05677	0.53453
0.301999	30.05677	0.53453
0.321999	30.05677	0.53453
0.341999	30.05677	0.53453
0.361998	30.05677	0.53453
0.381998	30.05677	0.53453

Las figuras 4.2 y 4.3 son las respuestas transiente de la velocidad angular y del ángulo de disparo sin carga en el motor.

Las figuras 4.4 y 4.5 son las respuestas transiente de la velocidad angular y del ángulo de disparo con carga en el motor. Observamos una ligera caída de la velocidad producto de la presencia de la carga.

Las figuras 4.6 y 4.7 son las respuestas para una condición de incremento de la carga en cual se muestra una caída de la velocidad pero luego se restablece a un valor similar al que tenía antes del cambio en la carga, a su vez el ángulo decrementa su valor.

Las figuras 4.8 y 4.9 son las respuestas para una condición de decremento de la carga, variando la velocidad, pues se presenta un incremento en la misma para luego estabilizarse, en cambio el ángulo presenta un pico y luego estabilizarse a un valor final mayor.

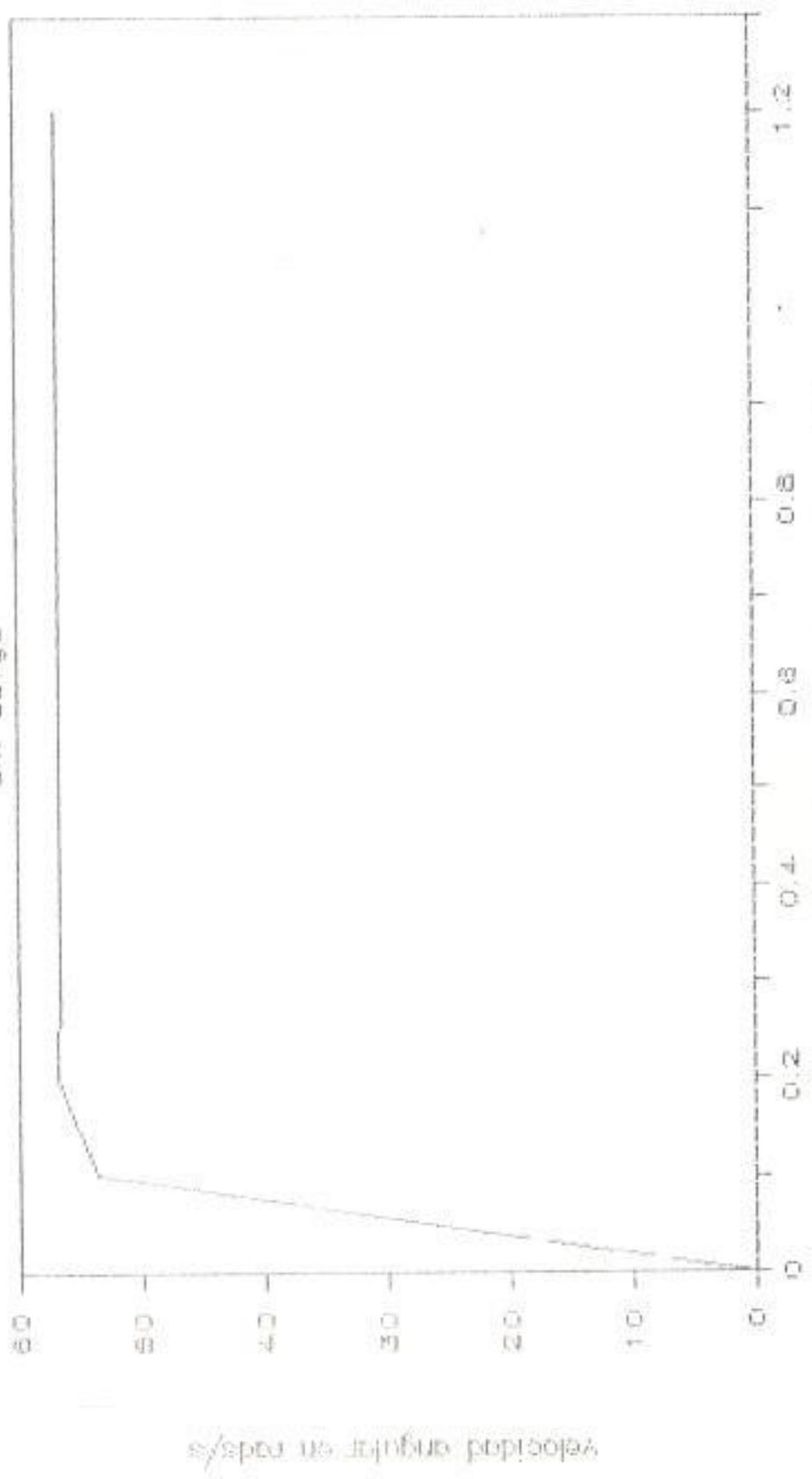
Las figuras 4.10 y 4.11 son las respuestas para un incremento de la referencia pero sin carga aplicada al motor; la velocidad se incrementa y el ángulo de disparo disminuye.

Las figuras 4.12 y 4.13 son las respuestas para un incremento de la referencia con carga, la velocidad decae en un instante para luego incrementarse y estabilizarse a un valor superior, y el ángulo decae suavemente su valor hasta estabilizarse.

Las figuras 4.14 y 4.15 son las respuestas para un decremento en la referencia sin carga, vemos que la velocidad presenta una disminución suave, y el ángulo presenta una caída para luego estabilizarse.

Las figuras 4.16 y 4.17 son las respuestas para un decremento en la referencia con carga, presentando la velocidad un comportamiento similar al caso anterior en cambio el ángulo presenta un pico para luego decaer y estabilizarse a un valor ligeramente superior.

# respuesta transiente a velocidad fija sin carga

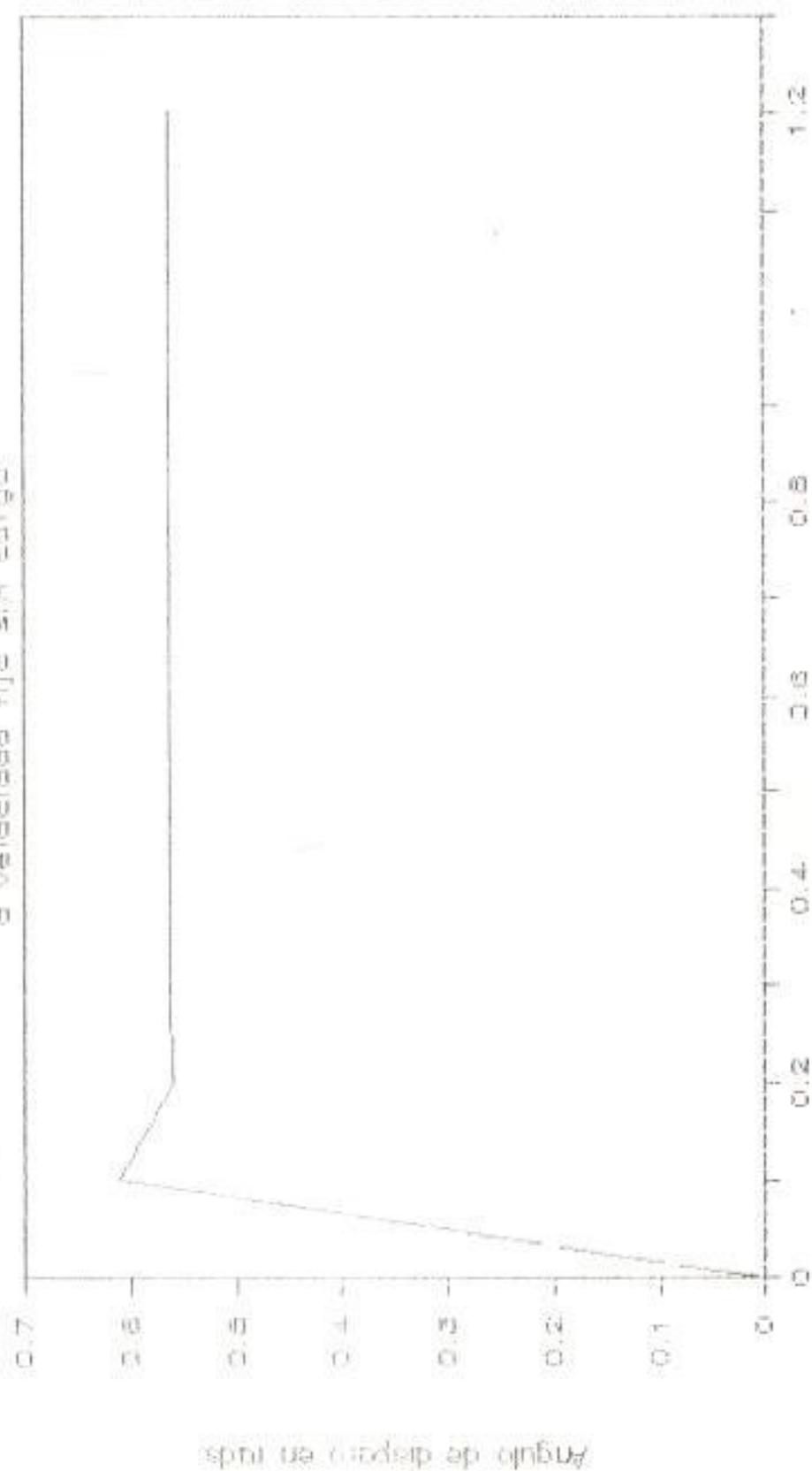


velocidad angular vs. t (s)  
----- fig. 4.2

velocidad angular en rad/s

# respuesta del Angulo de disparo

a velocidad fija sin carga



Angulo de disparo vs t (s)  
..... fig 4.3

respuesta transiente de la velocidad  
con carga o referencia fija

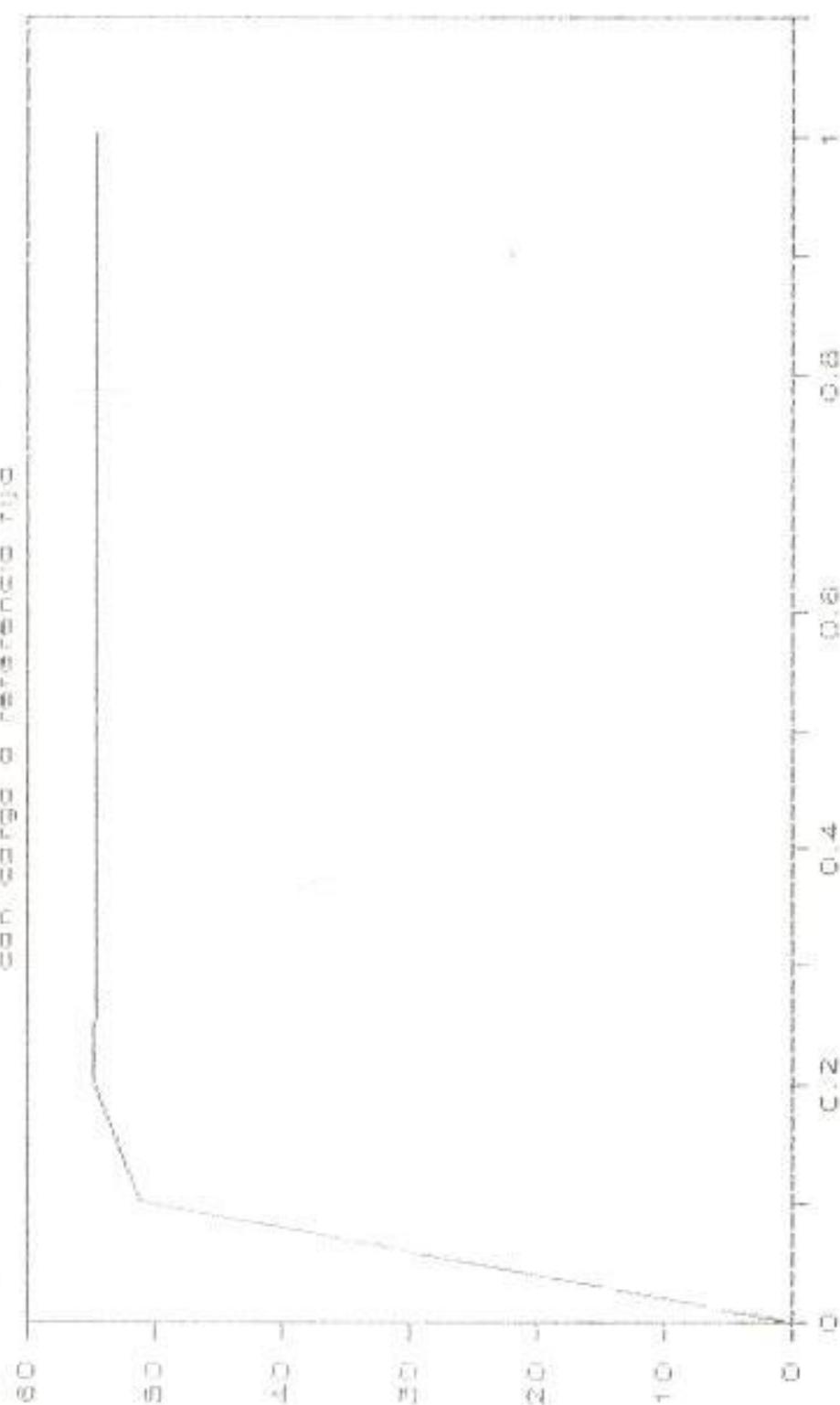
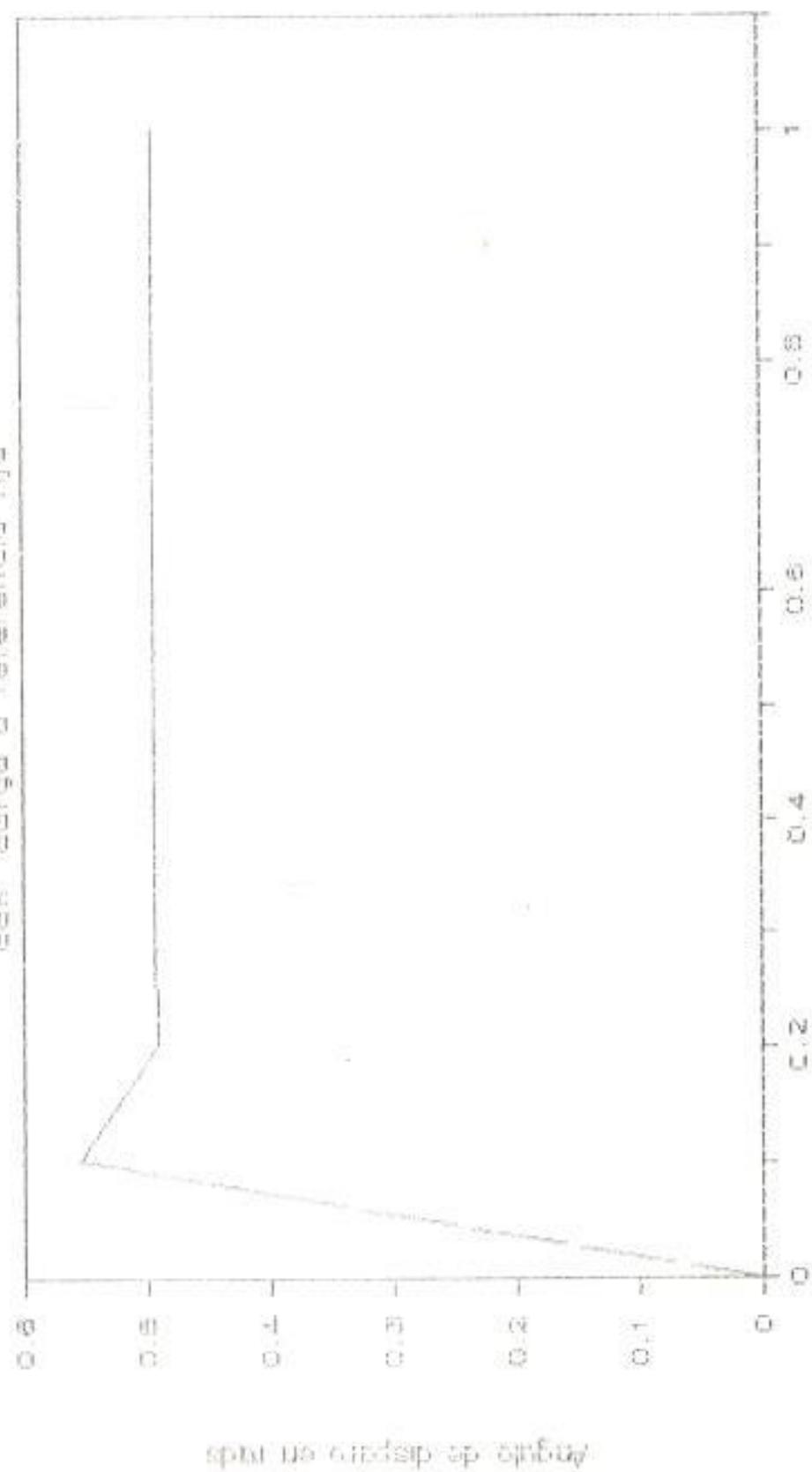


Fig. 4.4

respuesta del Angulo de disparo  
con carga o referencia fija



Angulo de disparo vs t (s)  
Fig. 4.5

respuesta transiente de la velocidad  
para un incremento en la carga

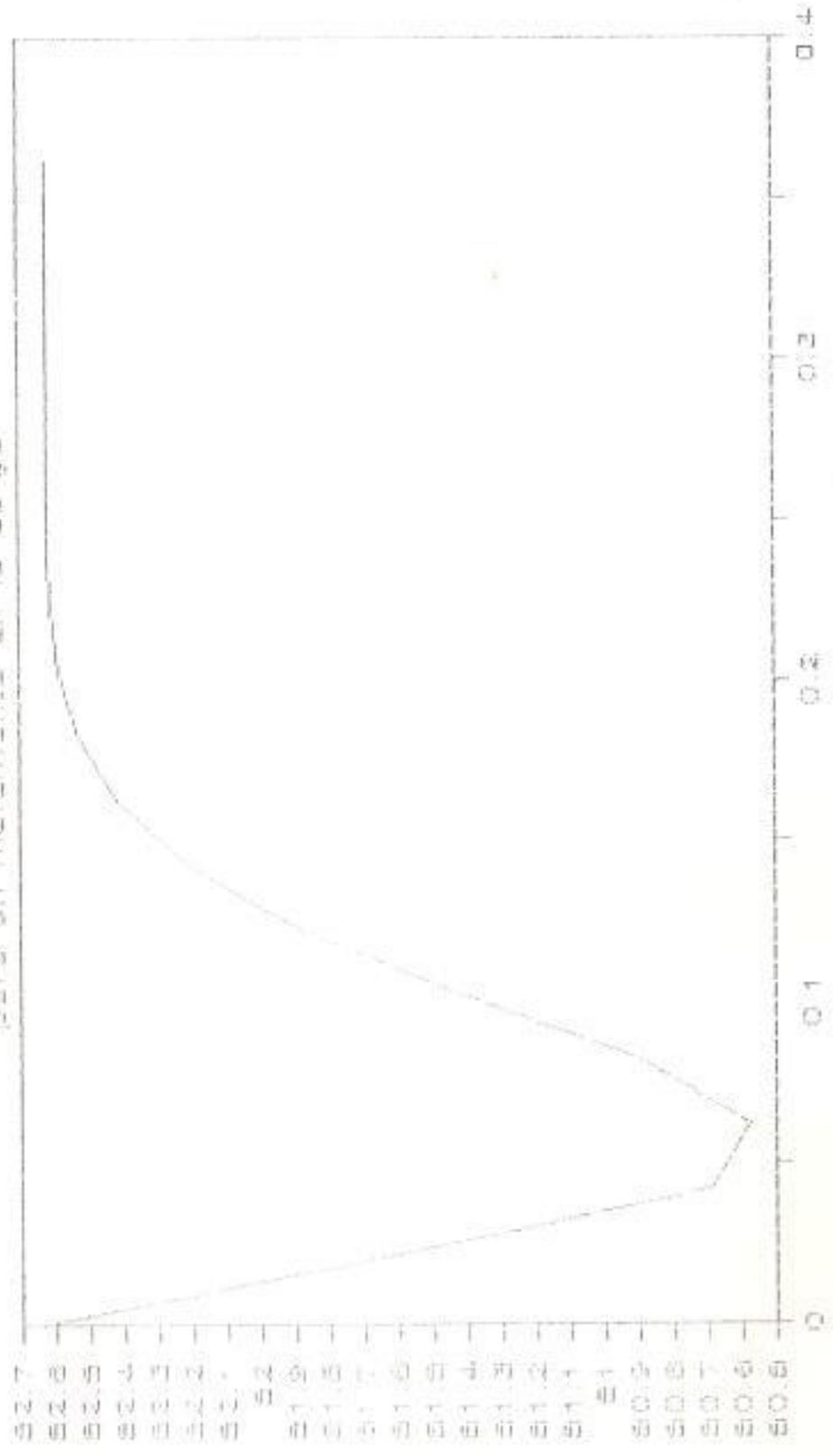
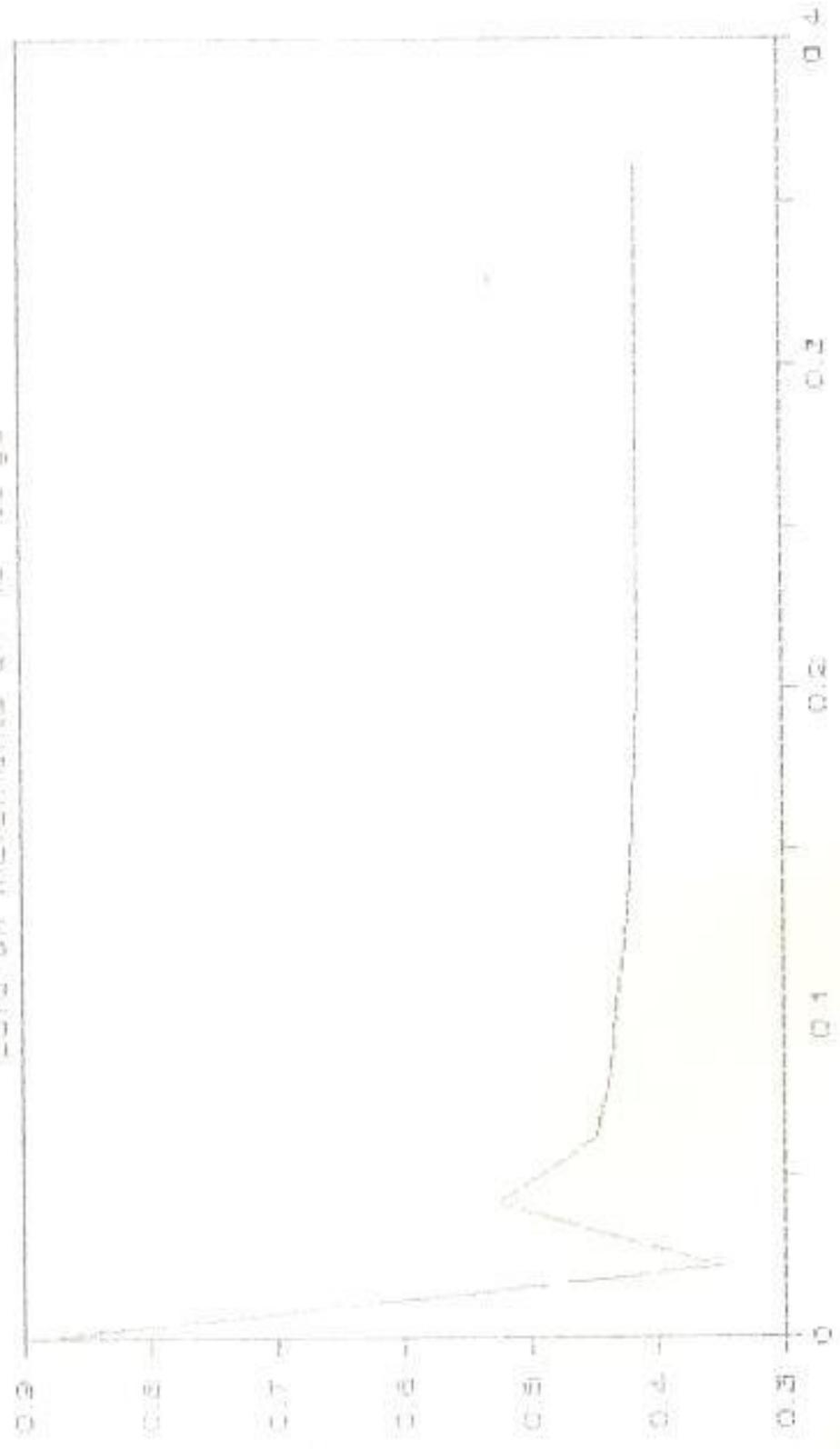


Fig. 4.6

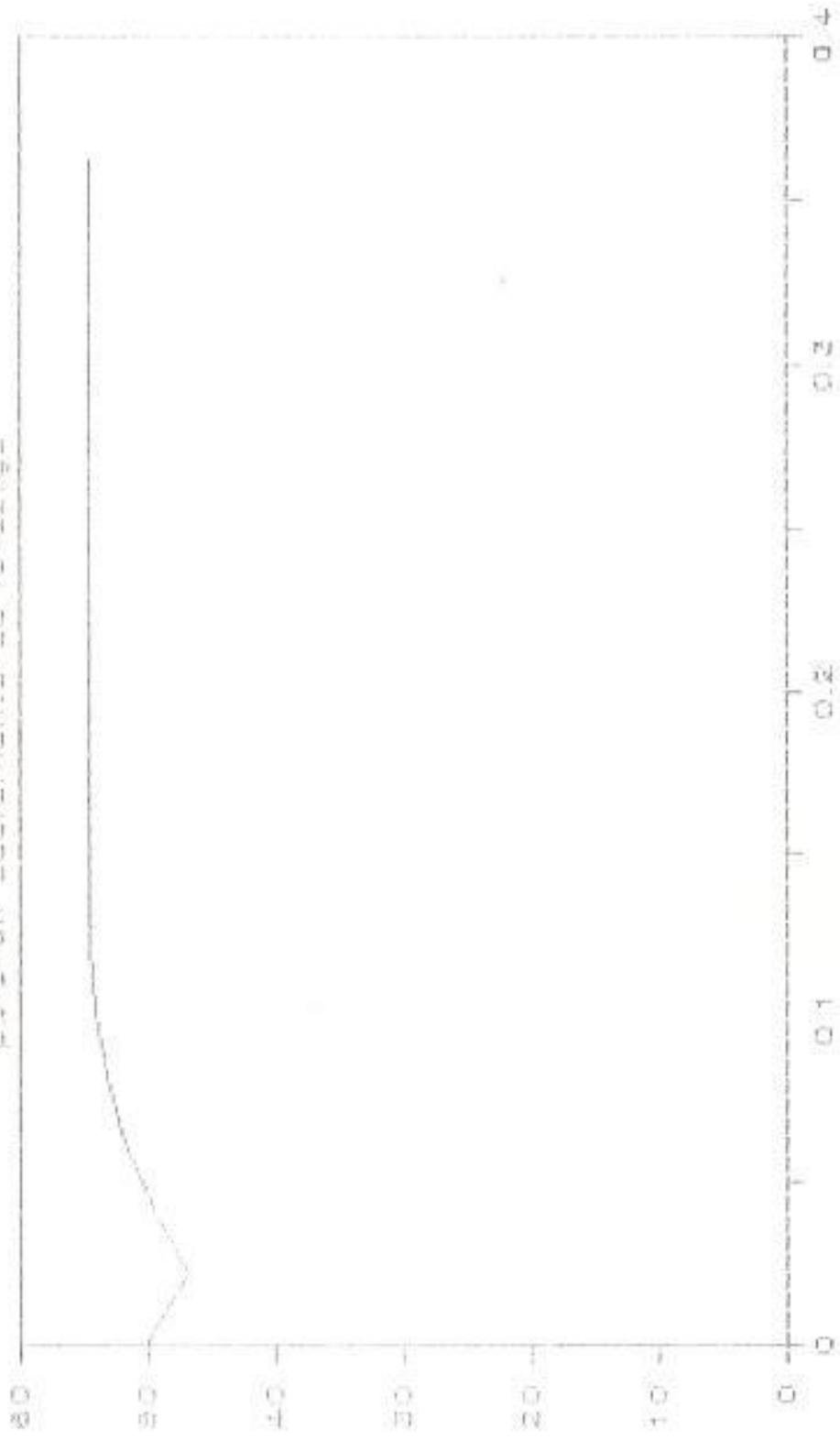
respuesta del Angulo de disparo  
para un incremento de la carga



angulo de disparo en rad (x)  
fig 4.7

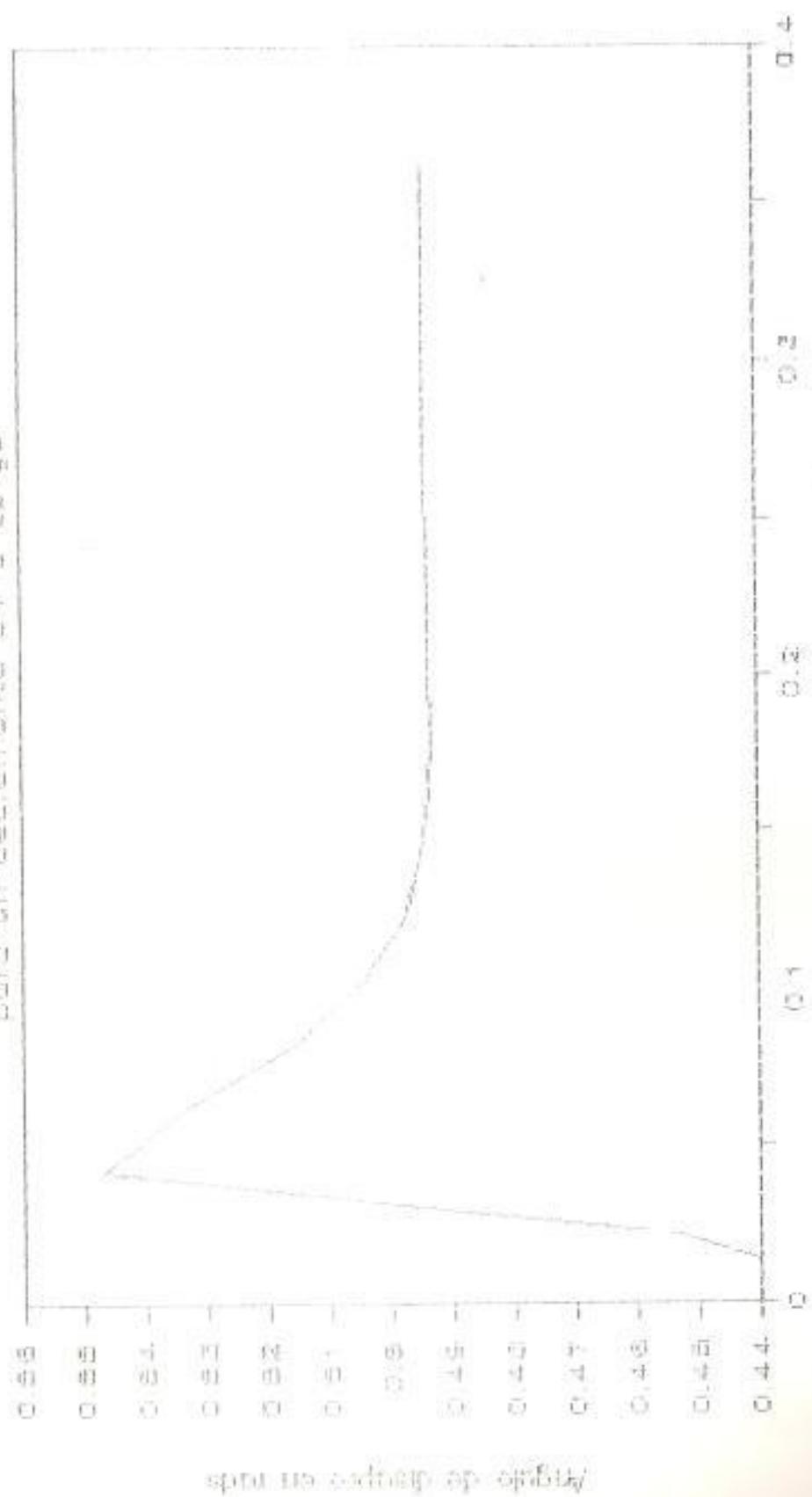
# respuesta transiente de la velocidad

para un aumento de carga



velocidad angular,  $\omega_s t$  (gr)  
----- fig. 4.8

Respuesta del Angulo de disparo  
para un elemento en la carga



Angulo de disparo vs t (s)  
fig. 4.7

Angulo de disparo en rads

respuesta transiente de la velocidad  
 incrementando la referencia de carga

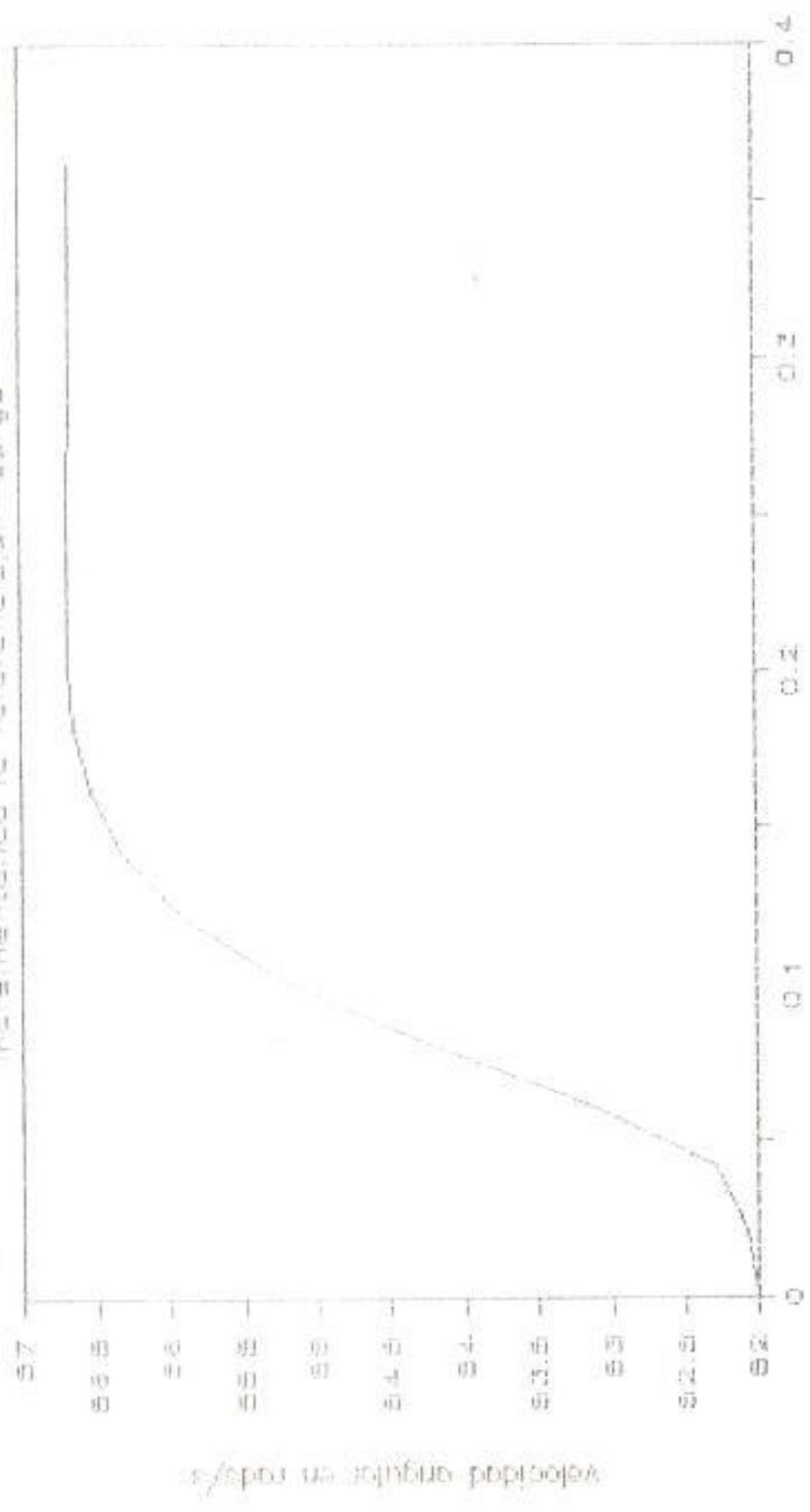
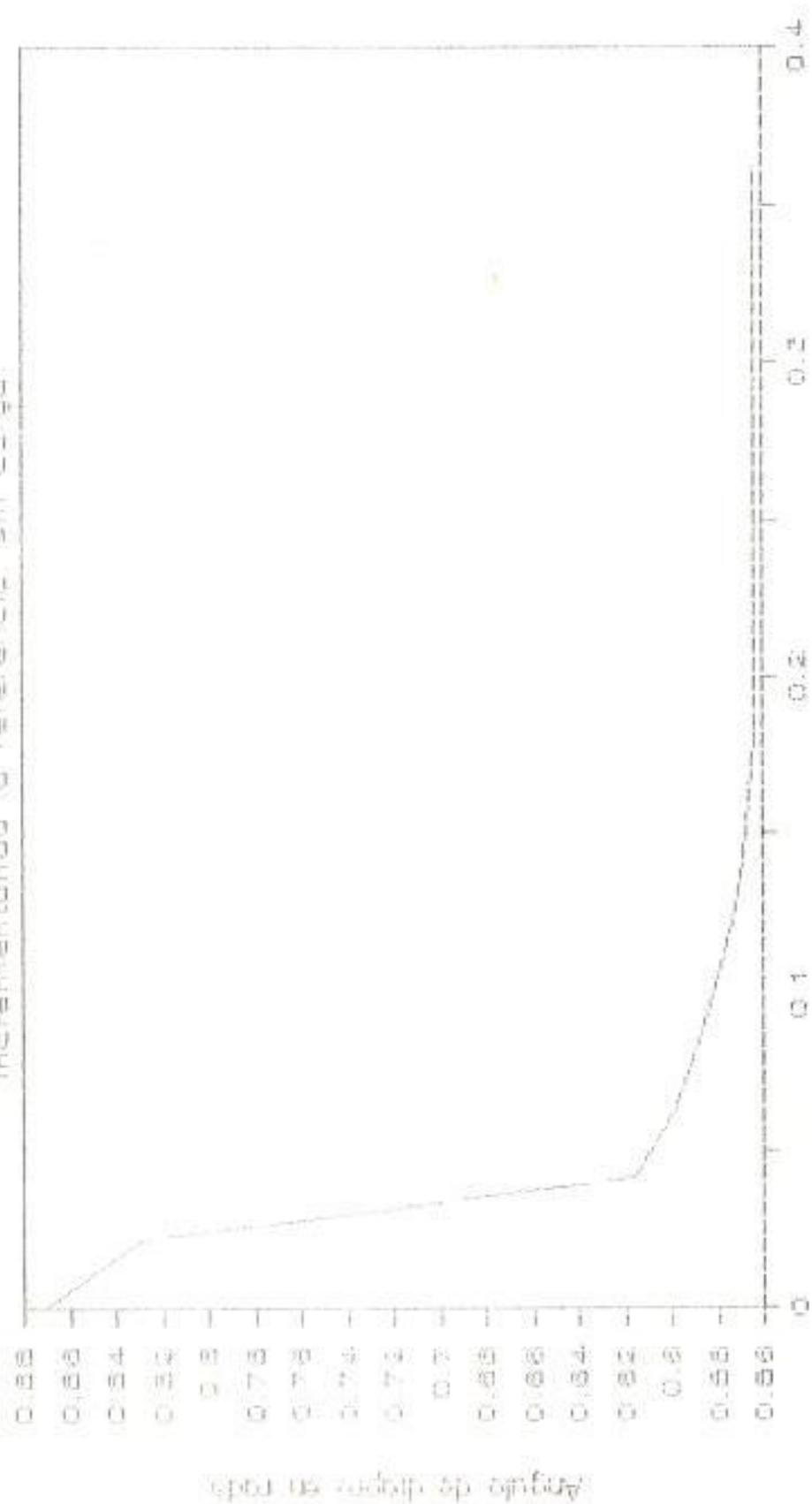


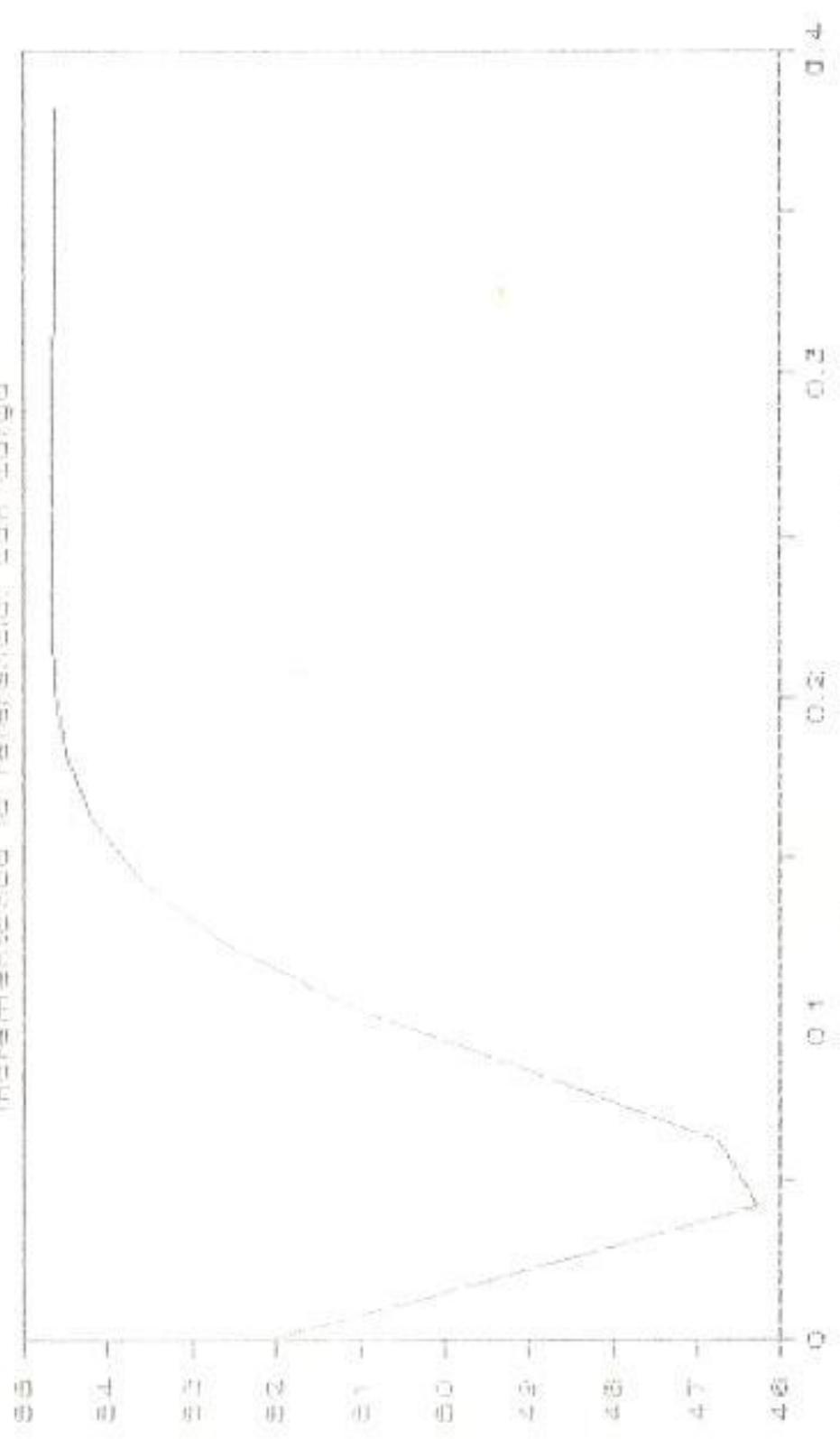
fig. 4.10

respuesta transiente del Angulo  
incrementando la referencia sin carga



Angulo de disparo vs t (s)  
fig. 4.11

respuesta transiente de la velocidad  
 incrementada la referencia: con carga

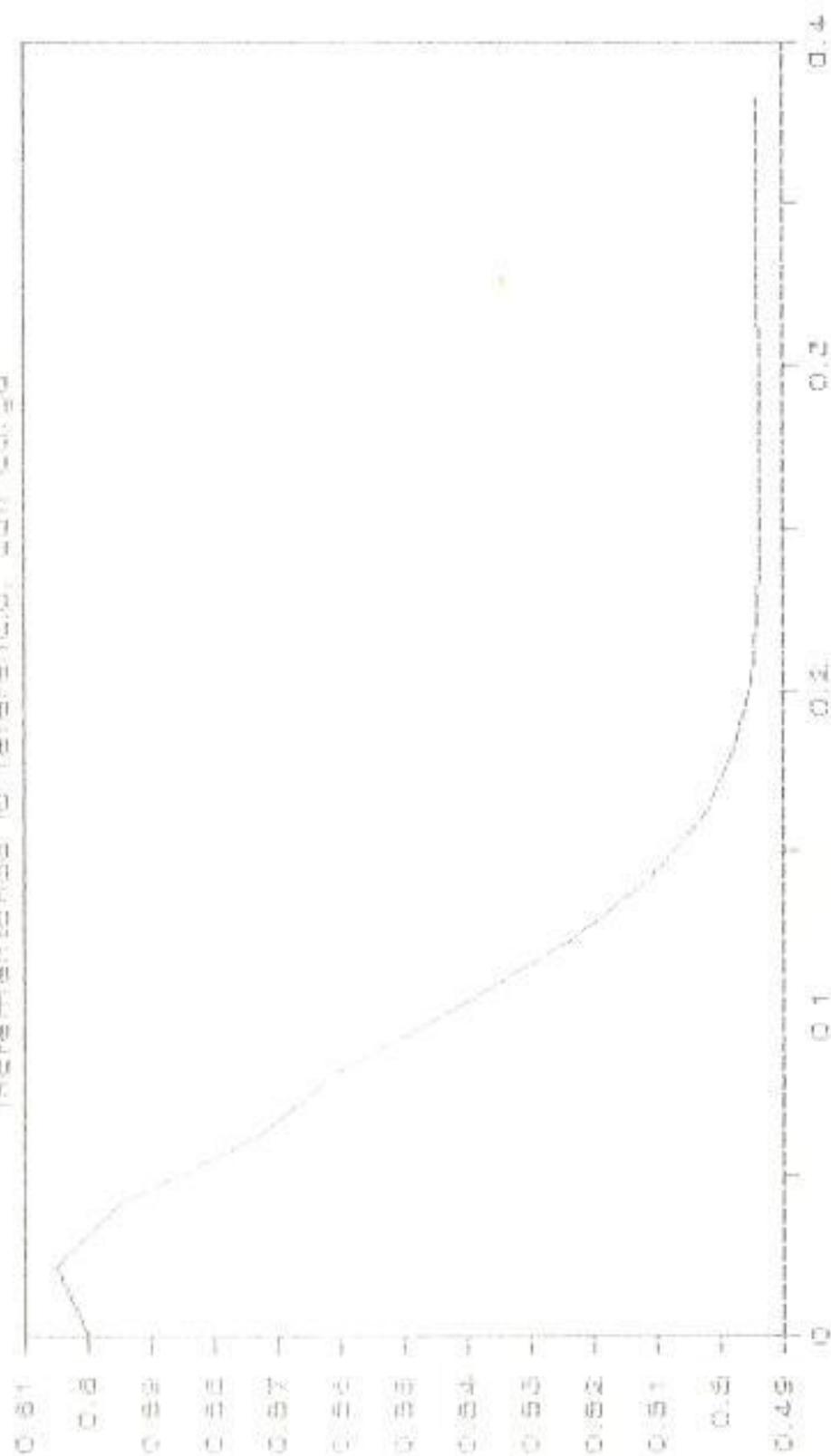


velocidad angular vs t (s)  
 ---- fig 4.12

velocidad angular en rad/s

# Respuesta del Angulo de desviación

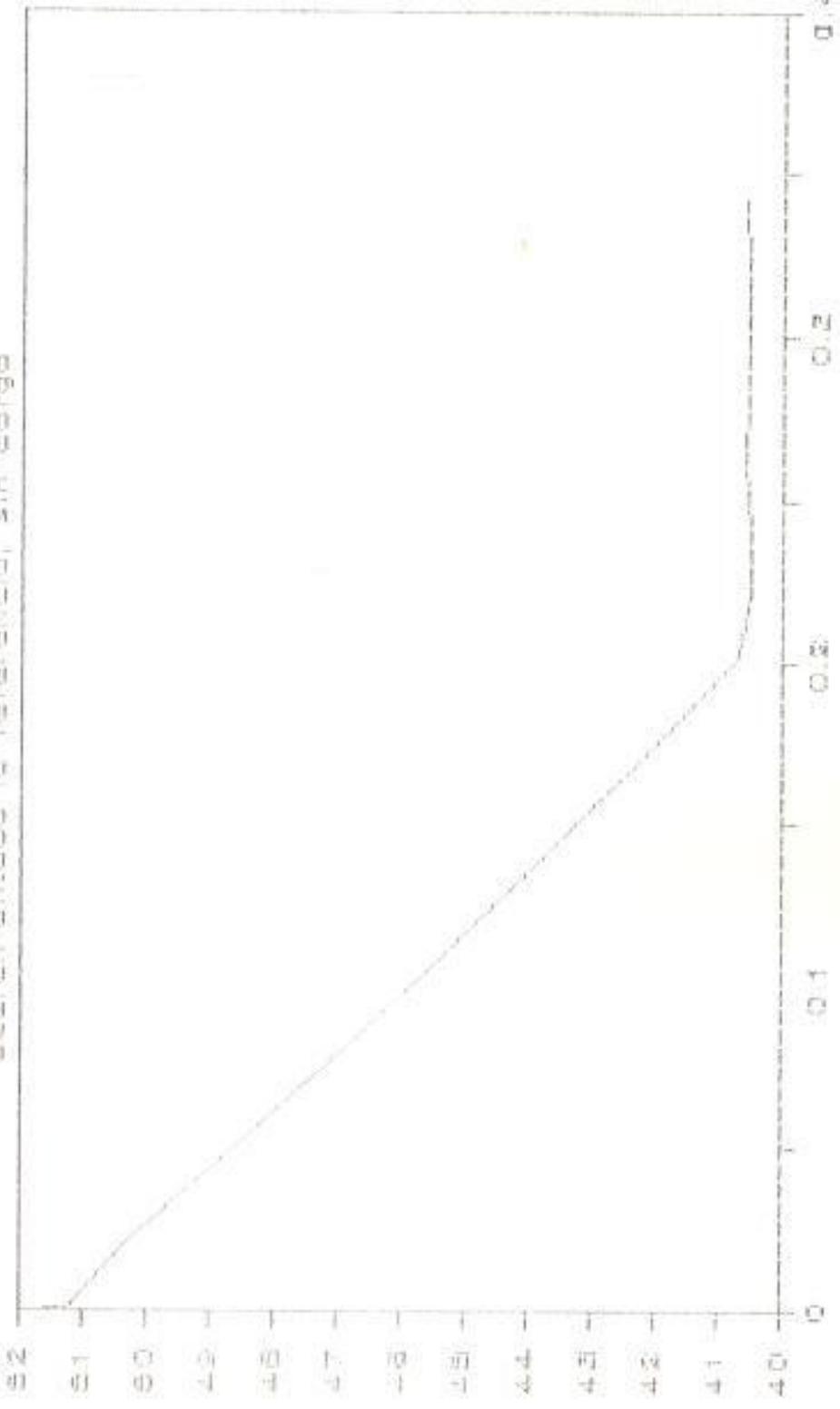
Incrementando la referencia, con carga



Angulo de desviación vs t (s)  
----- fig. A.1.3

# respuesta transiente de la velocidad

decrementada la referencia, sin carga

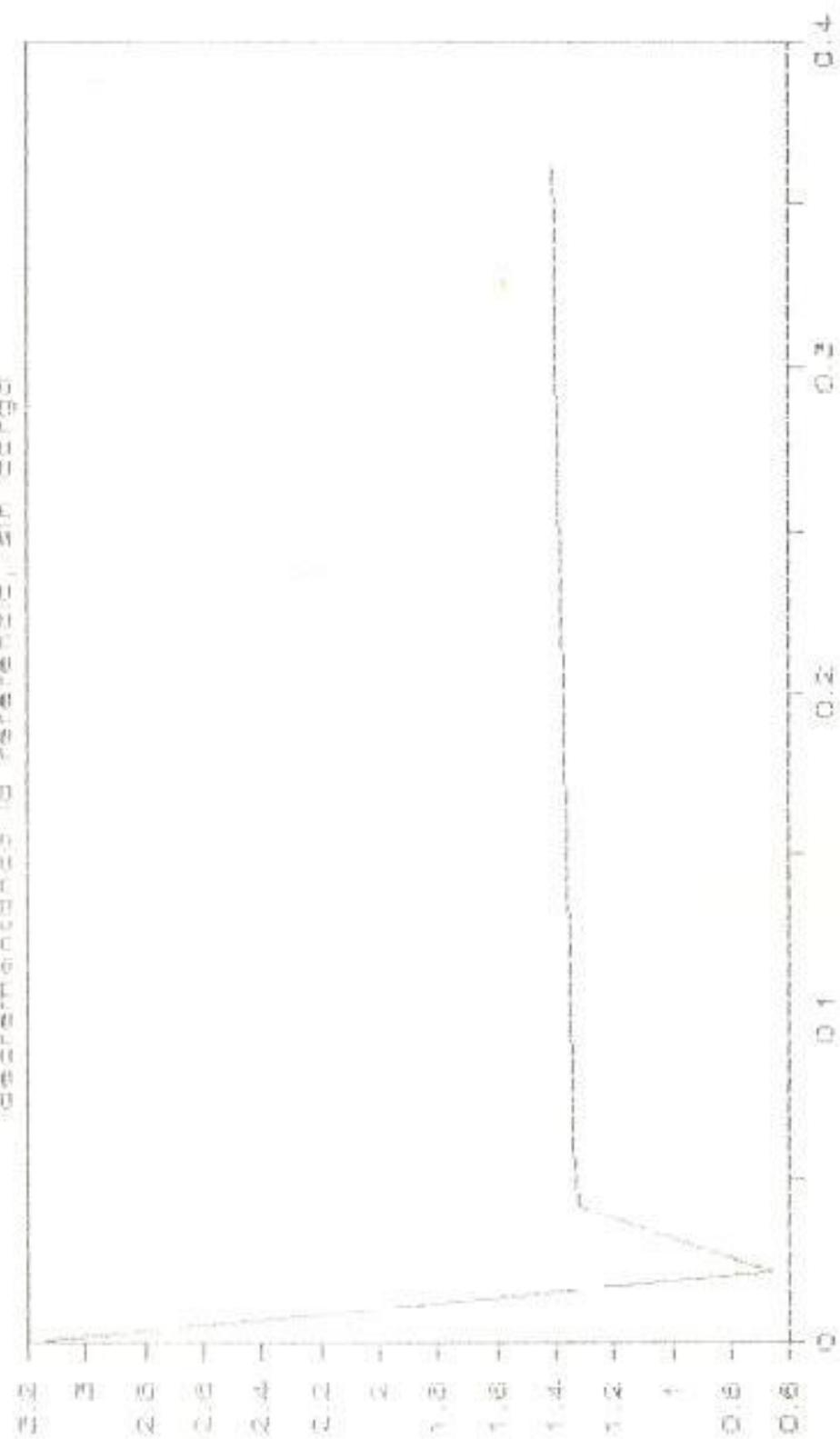


velocidad angular vs t (s)  
---- fig 4.14

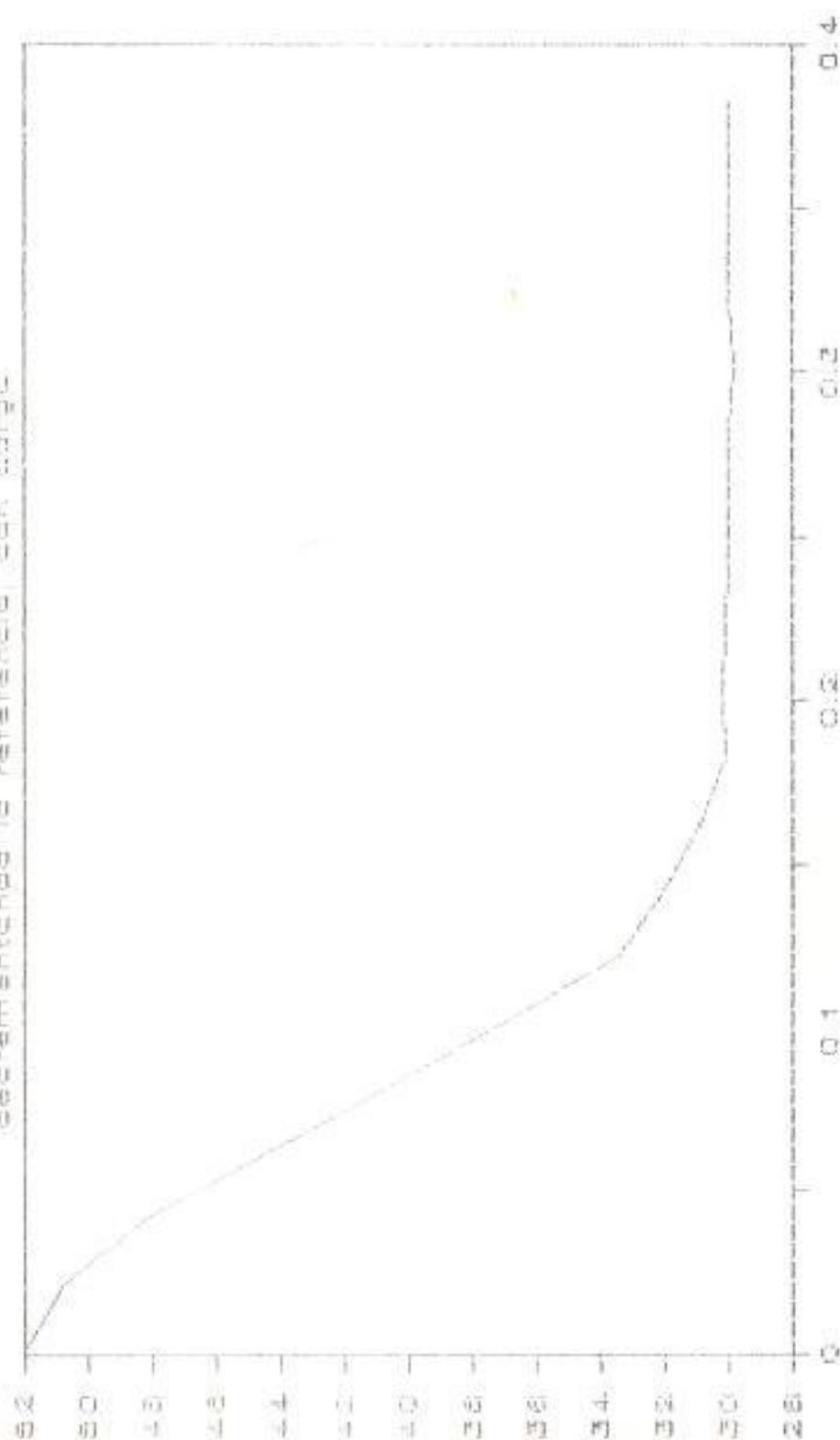
velocidad angular en rad/s

# respuesta transiente del Angulo

decremencando la referencia, sin carga



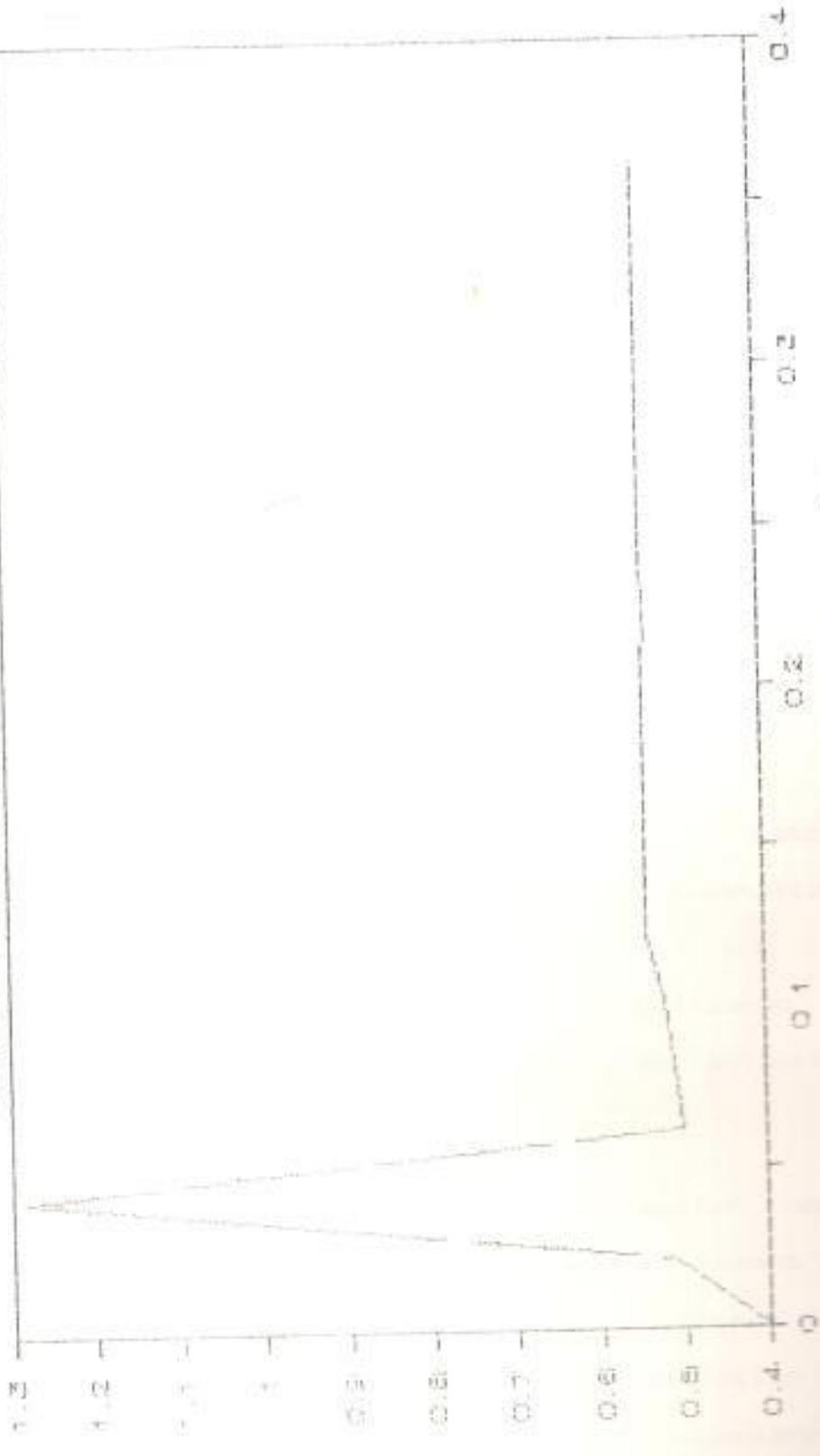
respuesta transiente de la velocidad  
decrecientemente referencial con carga



velocidad angular vs t (s)  
fig 4.16

velocidad angular en rpm/s

# respuesta transiente del Angulo decreamentando la referencia, con carga



Angulo de despara vs t (s)  
----- fig 4.17

Angulo de despara en rad

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Del estudio realizado del diseño y la simulación podemos llegar a las siguientes conclusiones

- 1.- El método utilizado para la determinación de los parámetros de los controladores es rápido y fácil de utilizar en los diseños de los mismos.
- 2.- El controlador proporcional integral nos otorga es buena opción de control, mostrándonos su efectividad en el control del sistema.
- 3.- Existe la posibilidad de estudiar igualmente las condiciones de inestabilidad del sistema, trabajando con los parámetros del mismo y utilizando las condiciones del Criterio de estabilidad de Popov

La necesidad de hoy en día de evitar en lo posible la pérdida de tiempo y dinero, el desarrollo de la teoría de control hace necesario la utilización de la simulación como herramienta de trabajo de los ingenieros en diseño de sistemas de control.

El incremento de sistemas de control en la industria nacional y la escasez de personal especializado en el área obliga a que sea fundamental el desarrollo de esta área de la ingeniería eléctrica, para fundar las bases de una nueva especialidad en la ESPOL.

De antemano considero necesario incrementar el equipamiento de nuestra los laboratorios, en cuanto se refiere a bibliografía y soportes en equipos para el desarrollo de los trabajos de graduación.

Lograr la participación del estudiante en la consecución de este objetivo debe ser una tarea fundamental para los próximos años, adoptando las vías más idóneas que por muchos son conocidas.

## B I B L I O G R A F I A

1. P.B. ANJANEYULU, S.S. FRAGLUE Y B.K. DUBEY. Stability Analysis, Design and Simulation of a Closed Loop Converter Controlled D.C. Drive, IEEE Trans., Vol 31, N.2, 1984, P 197
2. THADAPPAN KRISHNAN Y BELLAMKONDA RAGHAWANI. A Fast Response P.C. Motor Speed Control System., IEEE Trans Vol 10, N.5, 1974, P 643.
3. WILLEMS J.L. Stability Theory of Dynamic Systems.
4. DERUSSO P.H., State Variable for Engineers, John Wiley & Sons, New York.
5. ASANZA G.N. Diseño y Construcción de un Control de Corriente y Velocidad de un Motor D.C. Guayaquil, ESPOL, 1986.
6. CHEN CHIN FAN. Elements of Control Systems Analysis, Prentice Hall, New Delhi, 1969.
7. SCHULTZ G. DONAL. State Functions and Linear Control Systems, Mc. Graw Hill, New York, 1967.
8. OGATA K. State Space Analysis of Control Systems, Prentice Hall, New York, 1967.

9. BANYUL Jr. A.M. Automatic Control System Engineering, Prentice Hall, New York, 1965.
10. CLARK N. ROBERT. Introduction to Automatic Control System, John Willey & Sons, 1962.
11. TIMOTHY FLAMAR. State Space Analysis, Mc. Graw Hill, New York, 1969.