

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

TRABAJO FINAL DE LA MATERIA INTEGRADORA

**“APLICACIÓN DE MÉTODOS MULTIVARIANTES AL CONTROL
ESTADÍSTICO DE PROCESOS AGROINDUSTRIALES”**

**Previa a la obtención del Título de:
INGENIERA EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA**

Presentada por:

AURORA VIVIANA MORENO RODRÍGUEZ

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2017

AGRADECIMIENTOS

Primero agradezco a Dios por haberme permitido culminar una etapa más de mi vida, a mi esposo por su comprensión y apoyarme en los momentos difíciles para seguir adelante, a mi hijo, a mis padres y hermanos.

A mi estimado profesor PhD. Omar Ruiz Barzola por su apoyo y colaboración durante el desarrollo de este proyecto y a mi estimada profesora M. Sc. Sonia Reyes Ramos por guiarme para culminar este trabajo.

DEDICATORIA

El presente trabajo va dedicado a Dios, por haberme guiado cada día y permitirme culminar una etapa más de mi vida.

A mi esposo Javier, mi hijo Alex, mis padres y hermanos.

DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de este Trabajo de Titulación, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la Escuela Superior Politécnica del Litoral”

.....
Aurora Viviana Moreno Rodríguez

RESUMEN

El control estadístico de procesos (CEP) es un conjunto de metodologías estadísticas que al ser utilizadas en las empresas, son de gran ayuda. Estas contienen herramientas visuales que hacen de su aplicación de fácil interpretación para el usuario final, pero que a la vez contienen metodologías estadísticas univariantes y multivariantes, que hacen que sus resultados sean muy confiables y sólidos en términos técnicos.

El presente trabajo hace uso de gráficos de control univariantes y multivariantes, en la fase inicial del CEP, con el fin de aplicarlos en un proceso productivo de una Bio-fábrica, la cual produce plantas de forma masiva, pero carece de un control en su fase final de producción.

Además se hace una comparación entre los resultados obtenidos entre los gráficos univariantes y multivariantes utilizados, como son el gráfico de medias (\bar{X} , S) propuesto por Shewhart, el EWMA propuesto por Roberts, el T^2 propuesto por Hotelling, y la versión multivariante del EWMA (MEWMA) propuesto por Lowry.

Se detectaron varias semanas donde el proceso se sale de control, dando oportunidad para que la bio-fábrica identifique los problemas ocurridos en esas fechas y tome acciones correctivas. El presente trabajo también deja a la empresa los gráficos de control para que sigan haciendo un buen uso de ellos y que en una siguiente fase, cuando el proceso esté más maduro, puedan optimizarse sus límites de control.

Palabras clave: Gráficos de Control univariados / Gráficos de Control multivariados.

ABSTRACT

Statistical process control (SPC) is a set of statistical methodologies, which are a great help when use them in the companies. SPC contain visual tools that make them easy their application and interpretation for the final user, but at the same time contain univariate and multivariate statistical methodologies that make their results very reliable and robust in technical terms.

This work makes use of univariate and multivariate control charts, in the first phase of SPC, in order to apply them in a productive process of a Bio-factory, which produces mass plants, but lacks control in its Final phase of production.

In addition, a comparison is made between the univariate and multivariate charts used, for example, Shewart's \bar{x} and s chart, EWMA chart proposed by Roberts, Hotelling's T -squared, and Multivariate EWMA Charts.

Several weeks were detected where the process goes out-of-control, giving opportunity for the bio-factory to identify the problems that occurred on those dates and take corrective actions. The present work also leaves to the company the control charts so that they continue making good use of them and that in a following phase, when the process is more mature, their limits of control can be optimized.

Key Word: *Shewart Control Chart / Hotelling T- square / EWMA Control Chart*

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
ÍNDICE GENERAL	III
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
1. INTRODUCCION.....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.3 Objetivos	2
1.3.1 Objetivo General.....	2
1.3.2 Objetivos Específicos	2
CAPÍTULO 2.....	3
2. METODOLOGÍA	3
2.1 Breve reseña histórica de los gráficos de control	3
2.2 Contraste de Hipótesis	3
2.3 Distancia	4
2.3.1 Distancia Euclidiana	4
2.3.2 Distancia de Mahalanobis	5
2.4 Gráfico de Control de Shewhart.....	5
2.5 Gráfico de control de medias móviles con ponderación exponencial (EWMA)	6
2.6 Gráficos de control T^2 de Hotelling.....	7
2.7 Gráficos de control Multivariado para la Media Móvil Ponderada Exponencialmente (MEWMA).....	8
2.8 Transformación de Johnson.....	8
2.9 Recopilación de los datos (Base de Datos)	8
2.10 Definición de variables	10
CAPITULO 3.....	11

3. RESULTADOS.....	11
3.1 Gráficos de Control Univariados	13
3.1.1 Proporción de Plantas Grandes (Variable PPG).	13
3.1.2. Proporción de Plantas Medianas (Variable PPM).	14
3.1.3. Proporción de Plantas Pequeñas (Variable PPP).	14
3.1.4. Total de Plantas Entregadas (Variable TPE).	14
3.2 Transformación de las Variables.....	15
3.2.1 Transformación de la Variable: Proporción de Plantas Grandes	15
Gráfico 3.2.1.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Grandes.....	16
3.2.2 Transformación de la Variable: Proporción de Plantas Medianas	16
3.2.3 Transformación de la Variable: Proporción Plantas Pequeñas.....	17
3.2.4 Transformación de la Variable: Total de Plantas Entregadas	18
3.3 Gráfico de control de Shewhart.....	19
3.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes.....	19
3.3.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas.....	20
3.3.3 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas	20
3.3.4 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas	20
3.4 Gráficos de Control de Medias Móviles	21
3.4.1 Gráficos de control de EWMA: Proporción de Plantas Grandes.....	21
3.4.2 Gráfico de control de EWMA: Proporción de Plantas Medianas.....	21
3.4.3 Gráfico de control de EWMA: Proporción de Plantas Pequeñas	22
3.4.4 Gráfico de control de EWMA: Total de Plantas Entregadas.....	23
3.5 Gráficos de control multivariantes	24
3.5.1 Gráfico T^2 de Hotelling : Proporción de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas.....	25
3.5.2 Gráfico de T^2 Hotelling : Proporción de Plantas Medianas y Plantas Pequeñas.	25
3.5.3 Gráfico de control de multivariante EWMA.....	26
3.6 Prueba de los límites de control con 10 muestras anexadas a las muestras anteriores	27
3.6.1 Proporción de Plantas Grandes	28
3.6.2 Proporción de Plantas Medianas	28
3.6.3 Proporción de Plantas Pequeñas.....	28
3.6.4 Total de Plantas Entregadas	28
3.7 Transformación de los Datos de Prueba.....	28

3.7.1 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes	29
3.7.2 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas	29
3.7.3 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas	30
3.7.4. Transformación de la Variable: Muestra de Total de Plantas Entregadas.....	31
3.8 Gráfico de control de Shewhart para las muestras seleccionadas	32
3.8.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes	33
3.8.2 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas	33
3.8.3 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas	33
3.8.4 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Total de Plantas Entregadas	33
3.9 Gráficos de control de EWMA con las muestras de prueba seleccionadas.....	33
3.9.1 Gráficos de control de EWMA: Muestra de Prueba Proporción de Plantas Grandes	33
3.9.2 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas	34
3.9.3 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.	35
3.9.4 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Total de Plantas Entregadas	37
3.10 Gráficos de control multivariantes con las muestras de prueba.....	37
3.10.1 Grafico T^2 de Hotelling : Muestra de Proporciones de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas	37
3.10.2 Grafico T^2 de Hotelling : Muestra de Prueba de Proporciones de Plantas Medianas y Pequeñas.	38
3.10.3 Gráfico de control de multivariante EWMA: Muestra de Prueba de las Cuatro Variables.	39
CAPÍTULO 4	41
4. Discusión	41
BIBLIOGRAFIA	43
ANEXOS	44

a.	Gráfico 3.1.1.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Grandes	45
b.	Gráfico 3.1.1.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Grandes	46
c.	Gráfico 3.1.2.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Medianas	47
d.	Gráfico 3.1.2.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Medianas	48
e.	Gráfico 3.1.3.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Pequeñas.....	49
f.	Gráfico 3.1.3.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Pequeñas.....	50
g.	Gráfico 3.1.4.1 Gráfico de control: Total de Plantas Entregadas	51
h.	Gráfico 3.1.4.2 Gráfico de control: Total de Plantas Entregadas	52
i.	Gráfico 3.3.1.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes...	53
j.	Gráfico 3.3.1.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes.....	54
k.	Gráfico 3.2.2.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas...	55
l.	Gráfico 3.2.2.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas...	56
m.	Gráfico 3.3.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas ..	57
n.	Gráfico 3.3.3.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas .	58
o.	Gráfico 3.3.4.1 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas.....	59
p.	Gráfico 3.3.4.2 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas.....	60
q.	Gráfico 3.6.1.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes ..	61
r.	Gráfico 3.6.2.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas .	62
s.	Gráfico 3.6.3.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.	63
t.	Gráfico 3.6.4.1 Gráfico de control: Muestra de Total de Plantas Entregadas.....	64
u.	Gráfico 3.8.1.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes	65

v.	Gráfico 3.8.2.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas.....	66
x.	Gráfico 3.8.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.....	67
y.	Gráfico 3.8.4.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Total de Plantas Entregadas.....	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Contraste de hipótesis.....	4
Tabla 3.1 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Grandes.....	11
Tabla 3.2 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Medianas.....	12
Tabla 3.3 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Pequeñas.....	12
Tabla 3.4 Estadística Descriptiva: Total de Plantas Entregadas (en unidades de mi.....	13

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 3.2.1.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Grandes.....	16
Gráfico 3.2.2.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Medianas.....	28
Gráfico 3.2.3.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Pequeñas.....	29
Gráfico 3.2.4.1 Transformación de Johnson: Total de Plantas Entregadas.....	30
Gráfico 3.4.1.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Grandes.....	32
Gráfico 3.4.2.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Medianas.....	33
Gráfico 3.4.3.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Pequeña.....	33
Gráfico 3.4.4.1 Gráfico de Control EWMA: Total de Plantas Entregadas.....	34
Gráfico 3.5.1.1 Grafico T2 de Hotelling: Proporción de Plantas Grandes y Total de Plantas entregadas.....	25
Gráfico 3.5.2.1 Grafico T2 de Hotelling: Proporción de Plantas Medianas y Pequeñas.....	36
Gráfico 3.5.3.1Gráfico de control Multivariante EWMA: Proporción de Plantas Grandes, Medianas,Pequeñas y Total de Plantas Entregadas.....	27
Gráfico 3.7.1.1 Transformación de Johnson: Muestra de Prueba de Proporciones de Plantas Grandes.....	29
Gráfico 3.7.2.1 Transformación de Johnson: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas...39	
Gráfico 3.7.3.1 Transformación de Johnson: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.....	40
Gráfico 3.7.4.1 Transformación de Johnson: Muestra de Total de Plantas Entregadas.....	41
Gráfico 3.9.1.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes.....	43
Gráfico 3.9.2.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas.....	35
Gráfico 3.9.3.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.....	45
Gráfico 3.9.4.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Total de Plantas Entregadas.....	46
Gráfico 3.10.1.1 Grafico T2 de Hotelling: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas.....	38
Gráfico 3.10.2.1 Grafico T2 de Hotelling: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas y Plantas Pequeñas.....	47

Gráfico 3.10.3.1 Gráfico de control Multivariante EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes, Medianas, Pequeñas Total de Plantas Entregadas.....40

ABREVIATURAS

CPE	Control estadístico de procesos
LC	Límite central
LCS	Límite de control superior
LCI	Límite de control inferior
EWMA	Medias móviles con ponderación exponencial

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCION

1.1 Planteamiento del problema

Actualmente, las industrias manejan varios procesos cuando realizan sus productos o servicios, en estos se encuentran involucradas varias características de calidad que hacen que las empresas deban mantener un alto nivel de calidad en sus productos. La calidad puede ser monitoreada por medio de los gráficos de control univariantes y multivariantes y así cuando se encuentren fuera de control tomar las medidas correctivas (Camelo, López, & Zambrano, 2014).

Al realizar Control Estadístico de Procesos (CEP) lo óptimo es elaborar un gráfico multivariante en lugar de p gráficos univariantes, sin embargo el primero puede ocasionar un costo elevado de muestreo por ello se busca realizar gráficos de control multivariante sólo cuando sea necesario. El objetivo de CEP es minimizar la producción defectuosa manteniendo la mejora continua del proceso (Plazola Ortiz, 2013).

Considerando que la empresa biotecnológica agroindustrial proveedora de los datos, no tiene establecidos controles de calidad para el proceso productivo y solo realiza registros de las plantas que producen y en base a estos registros llevan un control, es necesario realizar un control estadístico para monitorear la producción de las plantas de banano.

1.2 Justificación

La propuesta de establecer procesos en la fabricación de plantas de banano in vitro y analizar con la ayuda de gráficos de control nos permitirá mejorar el inventario que impactan en los procesos y en el contexto económico de la bio-fábrica.

Una de las implicaciones prácticas de los gráficos es su aplicabilidad en procesos de producción de bienes masivos, en este caso se transferirá la aplicación de los gráficos de control a otro escenario que es la bio-fábrica,

en la cual se evidencia la falta de control de procesos que permitan optimizar los recursos aplicados a la producción de plantas de banano.

A la recolección de datos que constituye el insumo de los gráficos de control, se suman teorías matemáticas y estadísticas que en combinación transforman los datos en gráficos que revelen las condiciones reales de una actividad productiva de manera que a partir del diagnóstico generado, se tomen decisiones idóneas para crear procesos que beneficien tanto a los propietarios como a los clientes.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Comparar técnicas clásicas univariadas con técnicas de análisis multivariante en el control estadístico de procesos con aplicaciones agroindustriales.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Obtener datos de una empresa biotecnológica agroindustrial dedicada a la producción de plantas de banano in vitro.
- Comparar los resultados obtenidos de los gráficos de control univariantes y multivariantes del proceso productivo de las planta de banano
- Discutir los resultados obtenidos para la toma de decisiones y futuras acciones correctivas.

CAPÍTULO 2

2. METODOLOGÍA

2.1 Breve reseña histórica de los gráficos de control

El Dr. Walter Shewhart realizó la propuesta del control estadístico de procesos por primera vez en la década de los 20 en el siglo pasado. Shewhart utilizaba los gráficos de control para identificar los problemas ocurridos durante el proceso e identificó dos categorías de variación, la primera por causa asignable dando lugar a variaciones irregulares no predecibles que hay que eliminar y corregir; y la segunda por causa no asignable o aleatoria son de naturaleza probabilística y es parte de la variación propia del proceso. También informó que para llevar un proceso a estado de control estadístico donde sólo hay causa no asignable y mantenerlo en control era necesario reducir el desperdicio y mejorar la calidad (Flores Sánchez, 2013).

Los primeros gráficos de control propuestos por Shewhart, pertenecen al control univariante para variables cuantitativas y cualitativas pero no consideran el efecto de dependencia en el tiempo, fueron creados para monitorizar el promedio (\bar{X}) y la variación (S).

Actualmente, existe la necesidad que el CEP no sea en base a una variable sino a diversas variables o características relacionadas a la calidad. El profesor Harold Hotelling (1947), propuso un gráfico de control multivariante basado en la distancia de Mahalanobis (1936), utilizando el vector de medias y la matriz de covarianzas de una variable aleatoria con distribución normal multivariada y propuso el grafico de control multivariante denominado gráfico de control T^2 de Hotelling (Fuchs & Kenett, 1998).

2.2 Contraste de Hipótesis

El contraste de hipótesis estadística es un método de decisión y parte de una hipótesis nula y una alternativa.

Tabla 2.1 Contraste de hipótesis

Contraste de Hipótesis	
Hipótesis estadística nula	Hipótesis estadística alternativa
$H_0: \theta_0 = \theta_1$	$H_1: \theta_0 \neq \theta_1$
Asume que el proceso está bajo control	Asume que el proceso no está bajo control

Fuente: Autor

Donde θ_0 es el parámetro en estado bajo control, θ_1 es el valor alterno del parámetro obtenido a través de su estimador y de una muestra de tamaño n . Sin embargo al realizar contraste de hipótesis se pueden cometer dos tipos de errores:

- Error tipo I, rechazar H_0 cuando es verdadera (rechazar que el proceso está bajo control cuando si lo está).
- Error tipo II, aceptar H_0 cuando es falsa (aceptar que el proceso está bajo control cuando no lo está) (Ruiz Barzola, 2013).

2.3 Distancia

Para la utilización de algunos métodos de análisis multivariantes, debemos saber que están basados en criterios geométricos y en distancia entre individuos y entre poblaciones. Además mediante una distancia se pueden construir pruebas de hipótesis (Cuadras, 1989).

2.3.1 Distancia Euclidiana

Para calcular la distancia Euclidiana debemos tener dos puntos que pertenezcan a R^N ,

$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ y $X_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jp})$ y se la define como:

$$d_E(i, j) = \sqrt{\sum_{h=1}^p (X_{ih} - X_{jh})^2} = (X_i - X_j)'(X_i - X_j)$$

Siendo una de las distancias más simple de calcular, tiene algunos inconvenientes no es invariante por cambios de escala, no es acotada y considera las p variables estocásticamente independientes (Cuadras, 1989).

2.3.2 Distancia de Mahalanobis

La distancia de Mahalanobis mide la distancia de un conjunto de puntos a un punto en común, se emplea cuando hay correlación entre las variables y las variables se encuentran a diferente escala. [6]

Consideremos dos individuos tomados de una población $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ y $X_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn})$, la distancia de Mahalanobis se define como:

$$D_{ij}^2 = (X_i - X_j)' S^{-1} (X_i - X_j), \quad \text{con } i, j = 1, \dots, 2$$

Si $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ representa un individuo seleccionado aleatoriamente de una población con centro $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ y matriz de covarianzas Σ , entonces:

$$D_i^2 = (X_i - \mu)' \Sigma^{-1} (X_i - \mu)$$

Obteniendo la distancia entre el individuo X_i y el centroide μ de la población

2.4 Gráfico de Control de Shewhart

El Dr. Walter Shewhart en la década de los 20 en el siglo pasado fundamentó la propuesta del control estadístico de procesos por primera vez para identificar los inconvenientes ocurridos durante el proceso (Ruiz Barzola, 2013).

El gráfico de control se representa por tres líneas horizontales:

- Una línea central (LC), que es la norma de calidad fijada para el proceso.
- Dos líneas horizontales llamadas límite de control inferior (LCI) y límite de control superior (LCS).

Estos dos límites definen si un proceso está o no fuera de control, es decir cuando las observaciones están dentro de estas dos líneas se dice que el proceso está bajo control caso contrario se interpreta como evidencia que el proceso está fuera de control (Huerga C., Blanco A., & Abad G., 2005).

- El gráfico \bar{X}, S : Es una gráfica de control por variable, se usa para saber si la producción generada es, en promedio, consistente respecto a un valor medio preestablecido. Por tanto las líneas de control del gráfico se representan:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$

$$LC = \bar{\bar{X}}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

Donde los valores de la constante A_2 se encuentran en la tabla de constantes para la construcción de gráficos de control.

2.5 Gráfico de control de medias móviles con ponderación exponencial (EWMA)

Esta grafica fue propuesta por primera vez por Roberts (1992), quien presentó un gráfico fundamentado en la media móvil geométrica y que está basado en un estadístico que asigna menos peso a medida que los datos son más antiguos y darle un mayor peso a las observaciones más recientes con el propósito de hacerlo más sensible frente a cambios en el proceso [8].

El gráfico de control EWMA se basa en la siguiente ecuación:

$$Z_t = \lambda x_t + (1 - \lambda) Z_{t-1}, \quad \text{donde } Z_0 = \mu_0, \quad t=1,2,\dots$$

Z_t y Z_{t-1} : son las medias móviles ponderadas exponencialmente en el tiempo t y $t-1$ respectivamente,

x_t : es la observación presente y λ es el factor de ponderación para la observación actual.

Con varianza $\sigma_{Z_t}^2 = (\sigma^2/n) [\lambda / (2 - \lambda)]$

Si desarrollamos Z_t para Z_{t-1} , Z_{t-2} etc., obtendríamos como resultado un promedio exponencial ponderado entre todas las observaciones obteniendo la siguiente expresión:

$$Z_t = \lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j X_{t-j} + (1 - \lambda)^t \mu_0$$

Donde “ λ ” es el factor de ponderación que refleja la importancia que se le da a la observación más reciente, y lo más común es seleccionar $0,05 \leq \lambda \leq 0.25$. Bajo el supuesto de normalidad.

Los límites de control para EWMA se representan por las expresiones:

$$\text{L.C.S} = \mu_0 + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$\text{L.C} = \mu_0$$

$$\text{L.C.I.} = \mu_0 - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

Este gráfico se puede diseñar para monitorear procesos que cambian gradualmente su media a lo largo del tiempo o para detectar pequeñas desviaciones respecto al objetivo (Arvalo L., 2006).

2.6 Gráficos de control T^2 de Hotelling

Este gráfico de control fue propuesto por el el Profesor Harold Hotelling (1947), basado en la distancia de Mahalanobis. Es importante recordar que los gráficos de control T^2 se utilizan bajo el supuesto de normalidad de las variables.

El estadístico de Hotelling se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T_i^2 = n(\bar{X}_i - \mu_0)' \Sigma^{-1}(\bar{X}_i - \mu_0) \quad (1)$$

Donde, n es el tamaño de la muestra, \bar{X}_i es el vector de promedios de las variables y μ_0 es el vector de medias de las variables cuando el proceso está bajo control (Francisco A. & García D., 2001).

2.7 Gráficos de control Multivariado para la Media Móvil Ponderada Exponencialmente (MEWMA)

Es un gráfico con memoria propuesto por Lowry (1992), que puede considerarse como una extensión multivariante del gráfico de control de EWMA (Ruiz Barzola, 2013).

Consideremos los vectores EWMA mediante la expresión:

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \text{ donde } t=1, 2, \dots \quad Z_0 = \mu_0 \quad 0 < \lambda_j \leq 1$$

$$\text{Con varianza } \sigma_{Z_t}^2 = (\sigma^2/n) [N(2 - \lambda)]$$

Por lo cual existe una señal fuera de control cuando

$$T_t^2 = Z_t' \Sigma_{Z_t}^{-1} Z_t > h_4$$

Donde:

$$Z_t' = \text{transpuesta del vector } Z_t$$

$$\Sigma_{Z_t}^{-1} = \text{inversa de la matriz de covarianzas } Z_t$$

2.8 Transformación de Johnson

Cuando nos encontramos con datos que no tienden a una distribución normal, tenemos una alternativa que es la transformación de los datos, una de ellas es la transformación de Johnson que consiste en llevar los datos a una distribución normal a través de un Sistema de Familias de Distribuciones Johnson. Lo que realiza la transformación es tomar los datos y encontrar una distribución de esta familia a la cual pertenecen los datos y realizar la transformación (Lagos I. & Vargas J., 2003).

2.9 Recopilación de los datos (Base de Datos)

Los datos requeridos para realizar la investigación, se obtuvo de una bio-fábrica que hacen multiplicación embriogénica (laboratorio) *in vitro* de plantas de banano, correspondiente al periodo de octubre del 2014 a

noviembre del 2015, los registros se hacen por semana. En la producción de las plantas *in vitro* se considera siguientes tamaños:

- Grande
- Mediana
- Pequeña
- Muy pequeña

En la base de datos se encuentran las variables descritas a continuación:

- **Semana:** Es el número de semana que corresponde en el año.
- **Mes:** Es el número de meses del año.
- **Año:** Registra el año que hace el registro.
- **Año_Semana:** Es la combinación del año y semana que realizan el registro.
- **Fecha:** registra la fecha del registro.
- **Cultivo:** Plantas de banano Williams
- **Grandes:** Son las plantas de banano de mayor tamaño.
- **Medianas:** Son las plantas consideradas medianas por la bio-fábrica.
- **Pequeñas:** Son las plantas consideradas pequeñas por la bio-fábrica.
- **Muy Pequeñas:** Son las plantas consideradas de menor tamaño consideradas por la bio-fábrica.
- **Total Entregado:** Es el total de plantas que entrega la bio-fábrica.
- **% G:** Es la proporción de plantas grandes entregadas.
- **% M:** Es la proporción de plantas medianas entregadas.
- **% P:** Es la proporción de plantas pequeñas entregadas.
- **% MP:** Es la proporción de plantas muy pequeñas entregadas.
- **Condiciones:** Es la condición que se encuentra la planta que puede ser Buena o en Recuperación.
- **TOTAL_PLANTAS:** Es el total de plantas que tienen en inventario la bio-fábrica.

2.10 Definición de variables

A continuación se describen las cuatro variables o características a ser analizadas mediante los gráficos de control univariados y multivariados descritos en secciones anteriores.

- **Proporción de Plantas Grandes:** Es la planta de mayor tamaño y de mejor calidad que es considerada bajo ciertos parámetros prescritos por la bio-fábrica.
- **Proporción de Plantas Medianas:** Variable que indica el tamaño de la planta que es considerada mediana por la bio-fábrica.
- **Proporción de Plantas Pequeñas:** Esta variable tiene en cuenta la planta que es considerada pequeña y muy pequeña por la empresa. En algunos casos las plantas de este tamaño son retornadas a permanecer en recuperación.
- **Total de Plantas Entregadas:** Es la cantidad de plantas que son entregadas por la bio-fábrica, esta variable no especifica los tamaños de las plantas, es decir incluye todos sus tamaños.

Además se debe tener claro que para todas las variables establecidas se consideran los totales por cada semana; y el tamaño de muestra para este análisis es $n=1$.

CAPITULO 3

3. RESULTADOS

Del conjunto total de variables de la base de datos descrita en el capítulo anterior estas son las variables más representativas para el objetivo del análisis de esta investigación.

- Proporción de Plantas Grandes (Variable PPG)
- Proporción de Plantas Mediana (Variable PPM)
- Proporción de Plantas Pequeña (Variable PPP)
- Total de Plantas Grandes en unidades de mil (Variable TPG)

Para las variables de plantas grandes, medianas y pequeñas se acumulan las entregas que se realizan durante la semana, la variable proporción de plantas pequeñas es el resultado de unir las entregas de plantas pequeñas y muy pequeñas durante la semana. Considerando que los valores originales de la base de datos se encuentran en valores absolutos se decidió transformarlos a proporción, esto nos permitirá observar que porcentaje de plantas influyen más en la entrega total de plantas. La variable total de plantas entregadas en unidades de mil representa el registro de todas las entregas que se realizan en cada semana considerando todos los tamaños de las plantas de banano.

Para el análisis de estas variables en primera instancia se realizará un análisis univariante de cada una de las variables, luego los gráficos de control univariantes y por último los gráficos de control multivariantes.

Tabla 3.1 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Grandes

N	Media	Mediana	Moda	N de la moda	Varianza	Desviación Estándar
50	0,2364	0,2597	0	5	0,0088	0,0940

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

La media en proporción de plantas grandes que se entregaron entre octubre del 2014 a noviembre del 2015, es de 0,2364 plantas de banano; la moda es 0, la observación que más se repite, es decir que durante cinco semanas no se realizó entrega de plantas y la desviación estándar 0,0940.

Tabla 3.2 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Medianas

N	Media	Mediana	Moda	N de la moda	Varianza	Desviación Estándar
50	0,1815	0,1812		0	0,004	0,0636

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

Para la proporción de plantas medianas se tiene una media de 0,1815. No tiene moda; y tiene 0,0636 de desviación estándar.

Tabla 3.3 Estadística Descriptiva: Proporción de Plantas Pequeñas

N	Media	Mediana	Moda	N de la moda	Varianza	Desviación Estándar
50	0,1639	0,1144		0	0,0306	0,1750

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

En comparación con el total de plantas grandes y medianas, esta variable tiene una media (0,1639) menor a las variables anteriores, es decir en promedio este grupo de plantas se entregan en menor cantidad. Más información en la Tabla 3.3.

Tabla 3.4 Estadística Descriptiva del Total de Plantas Entregadas (en unidades de mil)

N	Media	Mediana	Moda	N de la moda	Varianza	Desviación Estándar
50	231,1	195,1		0	26.373,3	162,4

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

De acuerdo con la Tabla 3.4 esta variable presenta una media cuyo valor es de 231,1 plantas; no tiene observaciones con más de una frecuencias. La mediana es menor a la media la cual indica que el 50% de los datos están por arriba de 195,1 y la otra mitad por debajo de la mediana.

3.1 Gráficos de Control Univariados

Se realizan los gráficos de control de cada variable con los datos originales, recordando que las variables para plantas grandes, medianas y pequeñas se consideran en proporción y las plantas entregadas están en unidades de mil.

3.1.1 Proporción de Plantas Grandes (Variable PPG).

En el *gráfico 3.1.1.1* tenemos el gráfico de control de la proporción de plantas grandes y se observa seis puntos fuera del límite de control inferior, que hacen que el proceso este fuera de control. Sin embargo en este caso como se trata de entrega de plantas grandes sólo interesa controlar el límite de control inferior, es decir que siempre existan entregas y que estas entregas no sean en cantidades muy pequeñas. En el caso de que existan puntos fuera de control en el límite superior no afecta al proceso, eso indica que se realizaron entregas que superan el límite. **Ver Anexos**

En el segundo caso tenemos el nuevo gráfico de control sin los puntos que se salen fuera de control (fuera del límite de control inferior), tal como lo muestra el *Gráfico 3.1.1.2* **Ver Anexos.**

3.1.2. Proporción de Plantas Medianas (Variable PPM).

En el *Gráfico 3.1.2.1* de control de proporción de plantas Medianas se observan dos puntos fuera del límite de control superior. **Ver anexos.**

Por otra parte, se construyó un nuevo gráfico (*Gráfico 3.1.2.2*) sin considerar los puntos que se salen fuera de control (límite superior) y se calculó el valor del nuevo límite y se encontró dos puntos que se salen de control; a diferencia del primer gráfico se observa que los nuevos puntos son más suavizados. Mayor información en **Anexos.**

3.1.3. Proporción de Plantas Pequeñas (Variable PPP).

Para esta variable se observan cuatro puntos que exceden el límite de control superior, al igual que la variable anterior sólo interesa inspeccionar el límite de control superior. Más detalles *Gráfico 3.1.3.1.*

En el *Gráfico 3.1.3.2* se construyó el nuevo gráfico de control excluyendo los puntos que se encuentran fuera del límite de control superior y se estima el nuevo límite de control y se obtienen cuatro puntos fuera del límite de control superior al igual que el gráfico anterior. *Más detalles en Anexos.*

3.1.4. Total de Plantas Entregadas (Variable TPE).

Para el total de plantas entregadas se tiene dos puntos fuera del límite de control inferior como se puede observar en el *Gráfico 3.1.4.1*, sin embargo para esta variable sólo se controla el límite inferior, es decir que siempre se realicen entrega de plantas por parte de la bio-fábrica.

En el *Gráfico 3.1.4.2* se tiene el nuevo gráfico de control descartando los puntos que superan el límite de control inferior y se estima el nuevo límite

de control y se observan dos puntos fuera del límite de control inferior. **Ver ANEXOS.**

Una vez realizado los gráficos de control, nos encontramos con el inconveniente que las observaciones de cada una de las variables no cumplen con la normalidad y que debe cumplirse con este supuesto para realizar estos gráficos de Shewhart. Por lo tanto a continuación se presenta la transformación de cada una de las variables para cumplir con la normalidad.

3.2 Transformación de las Variables

Para la transformación de cada una de las variables se utilizó el software Minitab 1.6 y se aplicará el método de la transformación de Johnson.

3.2.1 Transformación de la Variable: Proporción de Plantas Grandes

Para determinar la normalidad de los datos se consideran las hipótesis:

H_0 = Los datos siguen una Distribución Normal

H_1 = Los datos no siguen una Distribución Normal

con un valor $\alpha = 0,05$, se evalúa el valor p para aceptar o rechazar la hipótesis Nula. Con esta información se procede a examinar los gráficos de la transformación de los datos.

El *Gráfico 3.2.1.1* presenta los gráficos de probabilidad de los datos originales y de los datos transformados con su respectivo valor p , el mismo que permite determinar si los datos cumplen o no con la normalidad. En el primer caso el valor p es menor que 0.05, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, es decir cumplen con la normalidad.

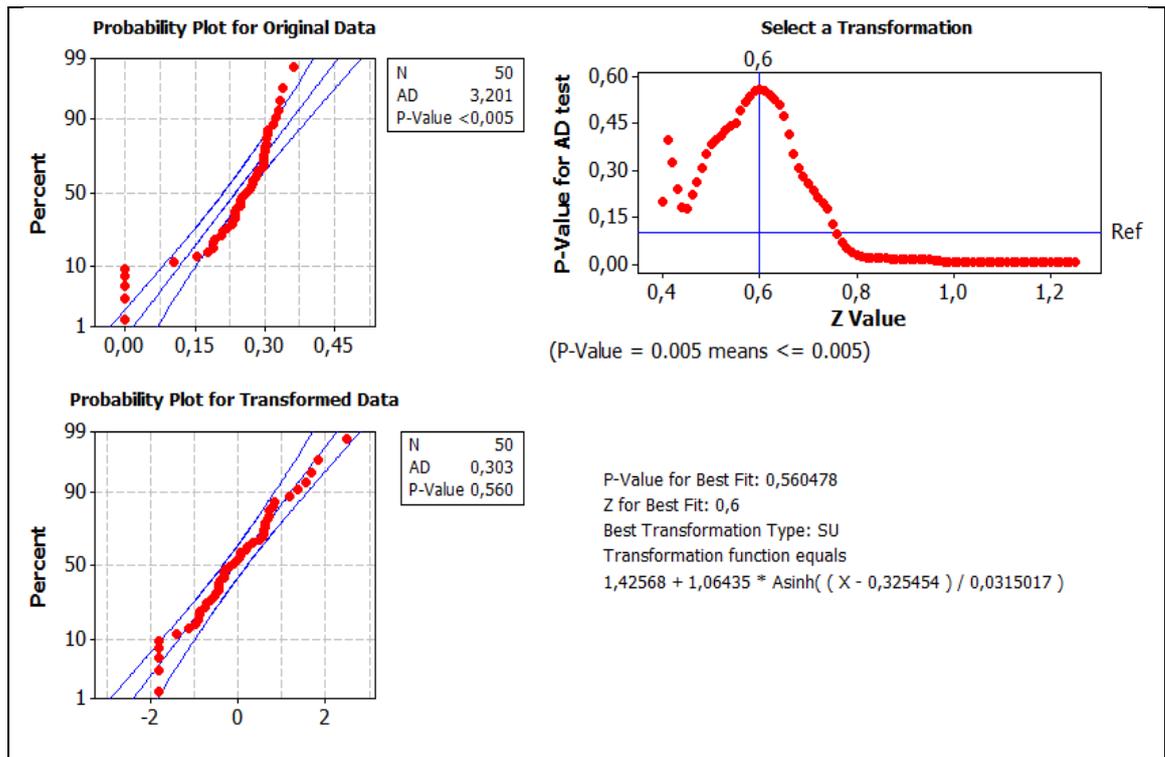


Gráfico 3.2.1.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.2.2 Transformación de la Variable: Proporción de Plantas Medianas

Para esta variable el valor p de los datos originales es menor a 0,01 lo que confirma la no normalidad de las observaciones, mientras que para las observaciones transformadas el valor de p es 0,769 lo que indica que la normalidad se cumple para las nuevas observaciones obtenidas al aplicar la transformación de la variable.

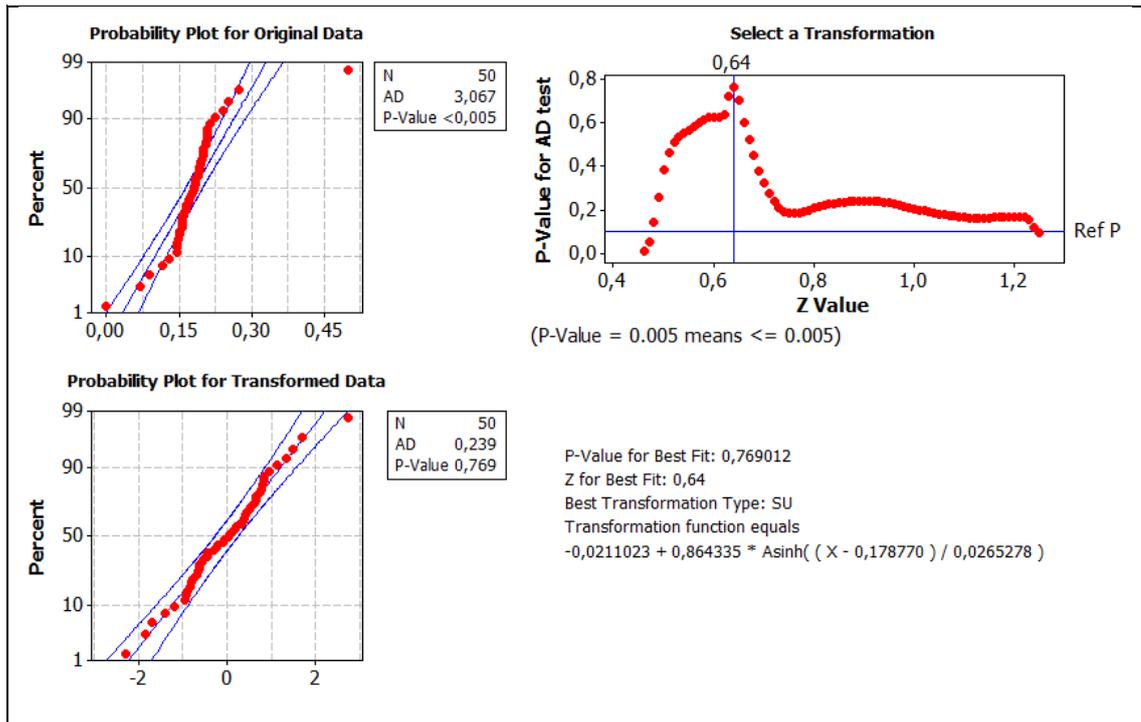


Gráfico 3.2.2.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.2.3 Transformación de la Variable: Proporción Plantas Pequeñas

Para determinar la normalidad de las observaciones de la variable de los datos originales, se observa que el valor p tiene un valor de 0,005, lo que indica que las observaciones no provienen de una distribución normal. Sin embargo al aplicar la transformación de la variable se obtienen las nuevas observaciones que si cumplen la normalidad. Para más detalles ver *Gráfico 3.2.3.1*.

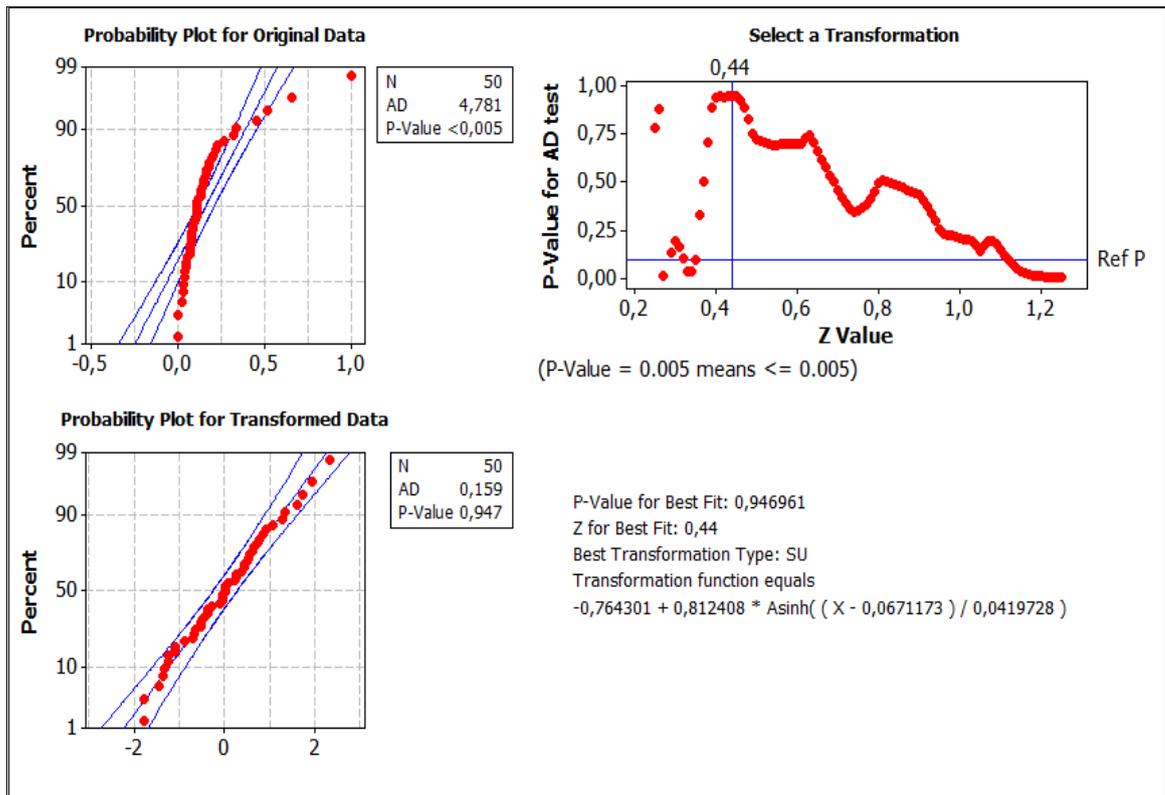


Gráfico 3.2.3.1 Transformación de Johnson: Proporción de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.2.4 Transformación de la Variable: Total de Plantas Entregadas

En el Gráfico 3.2.4.1 se observa el valor p para los datos originales cuyo valor es de 0,007 lo que indica que las observaciones no cumplen con la normalidad, pero al realizar la transformación de la variable se obtiene un valor p de 0,306, lo cual determina que las observaciones cumplen con la normalidad.

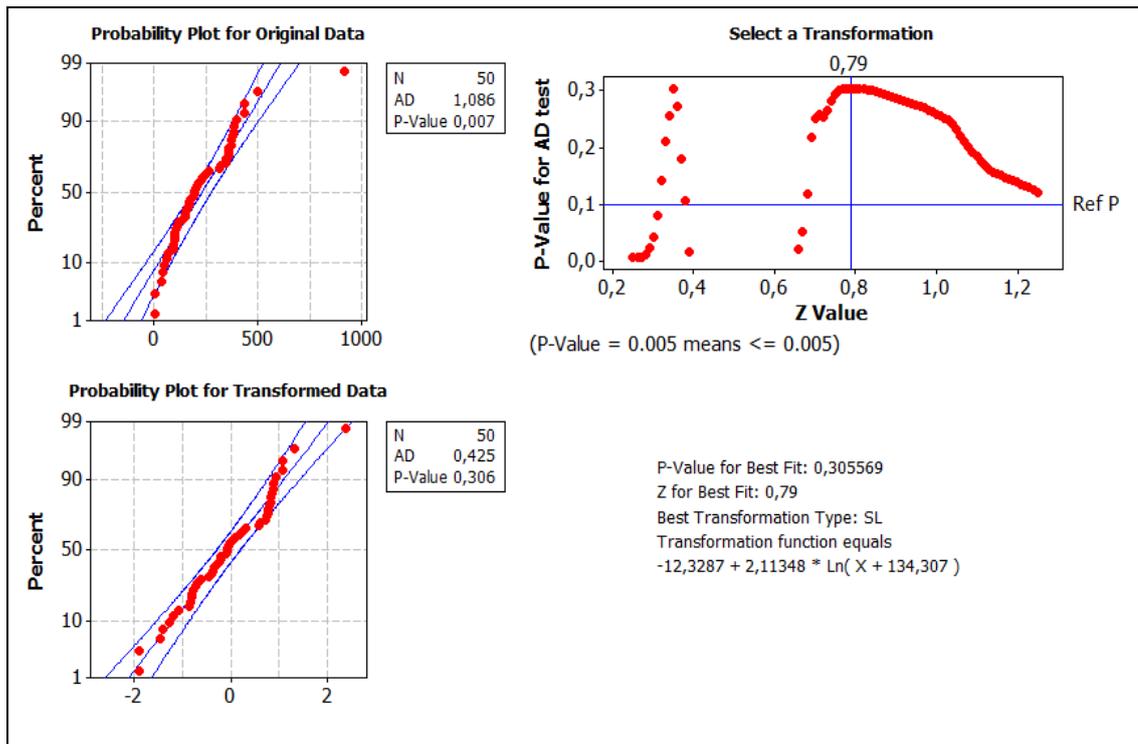


Gráfico 3.2.4.1 Transformación de Johnson: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

Una vez realizada la transformación de las observaciones de cada una de las variables, con seguridad se puede realizar los gráficos de control de Shewhart, pues las nuevas observaciones transformadas cumplen la normalidad como se lo exige.

3.3 Gráfico de control de Shewhart

3.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes

Al igual que el gráfico de control de las observaciones sin transformar, se controla sólo el límite inferior y se tiene seis puntos que se encuentran fuera del límite inferior. Más información en *Anexos Gráfico 3.3.1.1*

En el *Gráfico 3.3.1.2* se observa el nuevo gráfico de control excluyendo las observaciones que superan el límite inferior y se tiene dos puntos que superan el límite inferior. **Ver Anexos.**

3.3.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas

Hay que recordar que para esta variable se controla el límite superior y se encuentran cuatros puntos que lo superan. Más detalles *Gráfico 3.2.2.1* en **Anexos.**

En el *Gráfico 3.2.2.2* se tiene el nuevo gráfico de control eliminando las observaciones que hacen que el proceso este fuera de control y se define el nuevo límite superior de control y se tienen dos puntos que superan el límite. **Ver Anexos.**

3.3.3 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas

Al observar el *Gráfico 3.3.3.1*, se tiene seis puntos fuera del límite superior, sin embargo se debe recordar que para esta variable se controla sólo el límite superior del proceso.

Una vez eliminadas las observaciones que hacen que el proceso este fuera de control se construyó el *Gráfico 3.3.3.2*, teniendo tres puntos que superan el límite superior y dos que están al límite. Para mayor información ver **Anexos.**

3.3.4 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas

En el *Gráfico 3.3.4.1* se tiene seis puntos fuera del límite de control inferior, recordando que en esta variable se controla el límite inferior del proceso.

Por otro lado el *Gráfico 3.3.4.2* expone el nuevo límite de control excluyendo las observaciones que superan el límite de control inferior y se tiene cinco puntos que superan el límite inferior. Para mayor información ver **Anexos.**

3.4 Gráficos de Control de Medias Móviles

3.4.1 Gráficos de control de EWMA: Proporción de Plantas Grandes

El gráfico EWMA de esta variable se observa dos puntos fuera del límite superior y siete fuera del límite inferior, no se tiene ningún patrón de los datos.

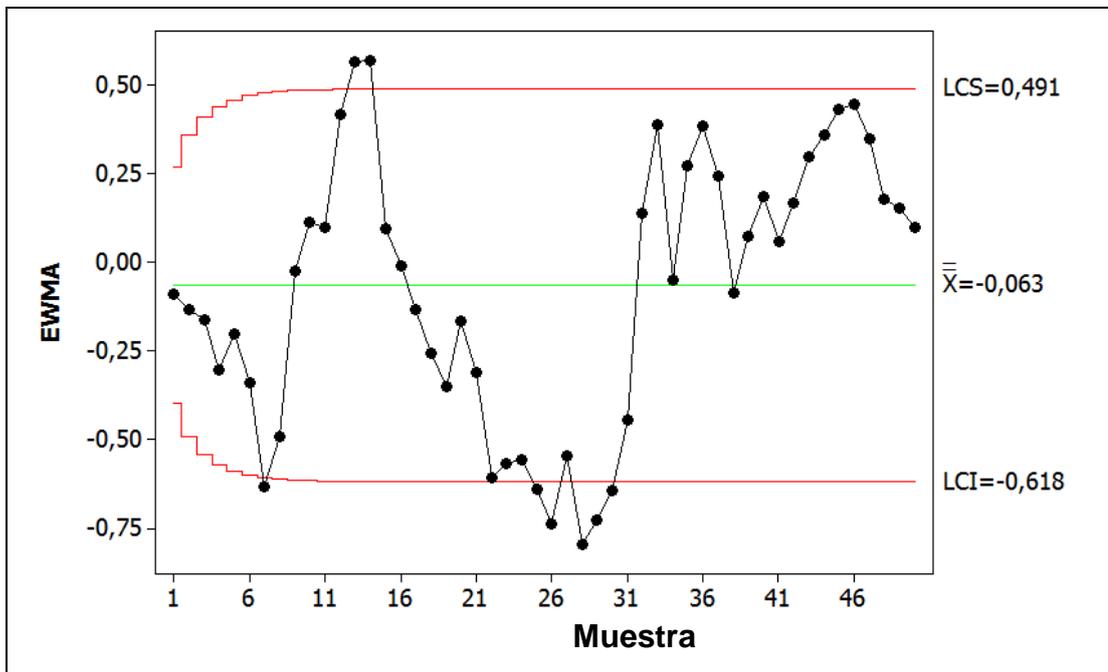


Gráfico 3.4.1.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.4.2 Gráfico de control de EWMA: Proporción de Plantas Medianas

Para esta variable se tiene un punto que se encuentra fuera del límite de control superior.

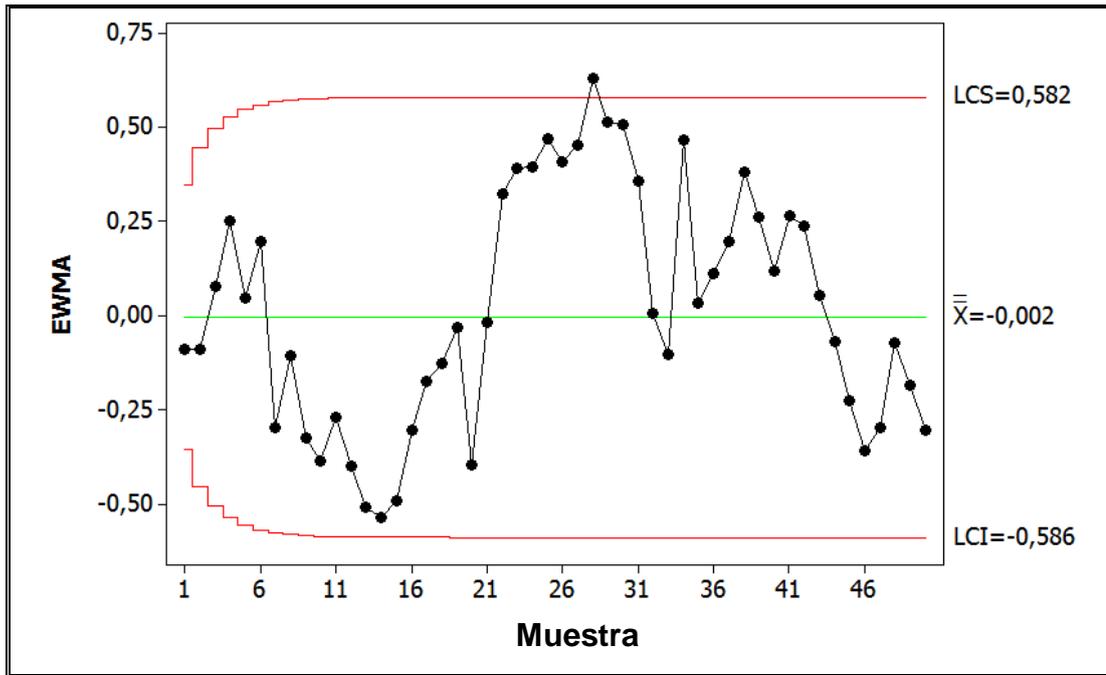


Gráfico 3.4.2.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.4.3 Gráfico de control de EWMA: Proporción de Plantas Pequeñas

En esta variable se observa ocho puntos fuera del límite de control superior y siete puntos que superan el límite inferior.

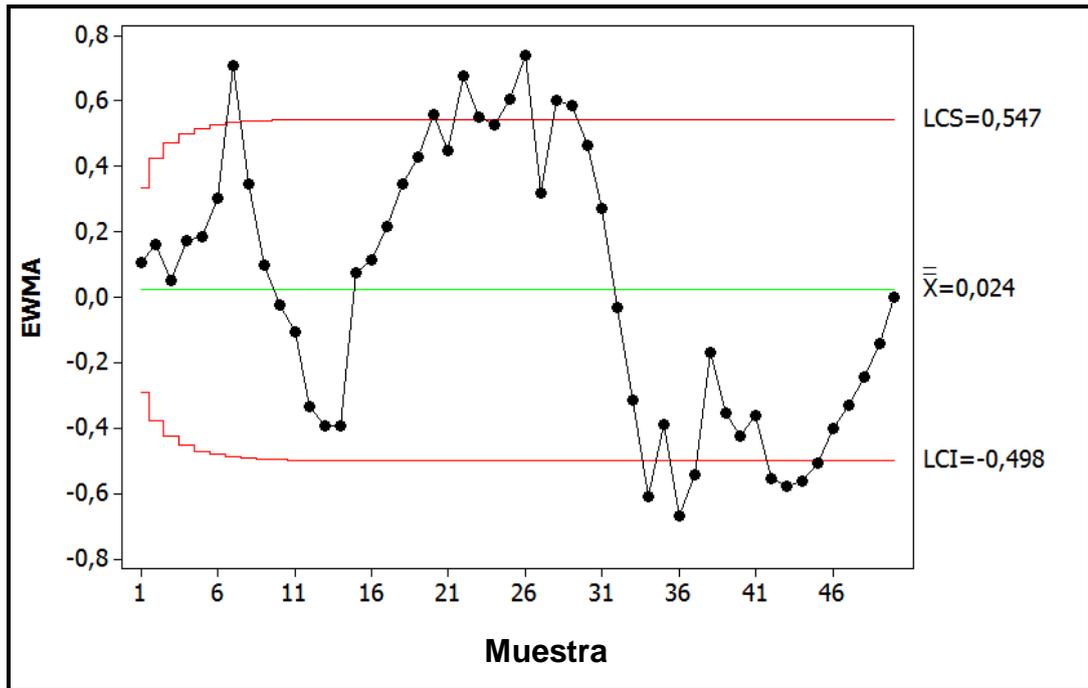


Gráfico 3.4.3.1 Gráfico de Control EWMA: Proporción de Plantas Pequeña

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.4.4 Gráfico de control de EWMA: Total de Plantas Entregadas

Al observar esta grafica se tiene diez puntos que superan los límites de control.

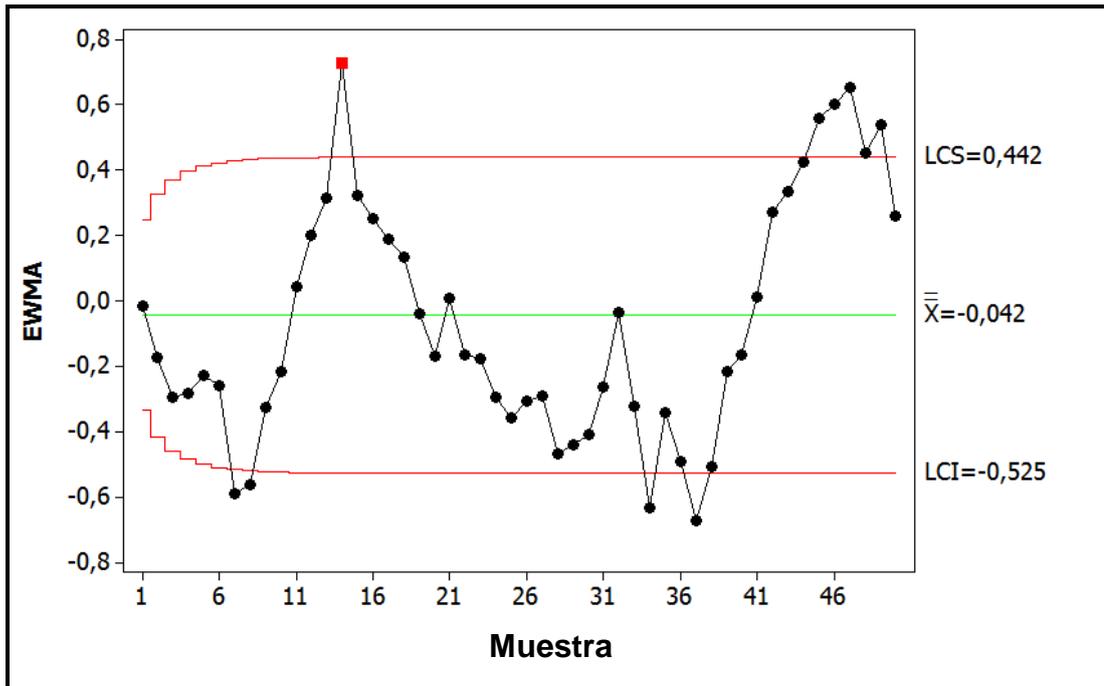


Gráfico 3.4.4.1 Gráfico de Control EWMA: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.5 Gráficos de control multivariantes

Entre los gráficos multivariantes a realizar tenemos el T^2 de Hotelling y el multivariante EWMA. Para el primer caso esta prueba está basado en una distribución chi-cuadrado con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$, se toma un valor de $p = 2$, donde se obtendrán dos gráficos. El primer gráfico se construyó con las variables que se controlan el límite superior y el segundo las que se controlan el límite inferior. Para el modelo MEWMA se evalúan las cuatro variables.

3.5.1 Gráfico T² de Hotelling : Proporción de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas

En el gráfico de control T2 de Hotelling se contempla diez puntos que salen del límite de control y dos que están al límite y esto indica que el proceso se sale de control.

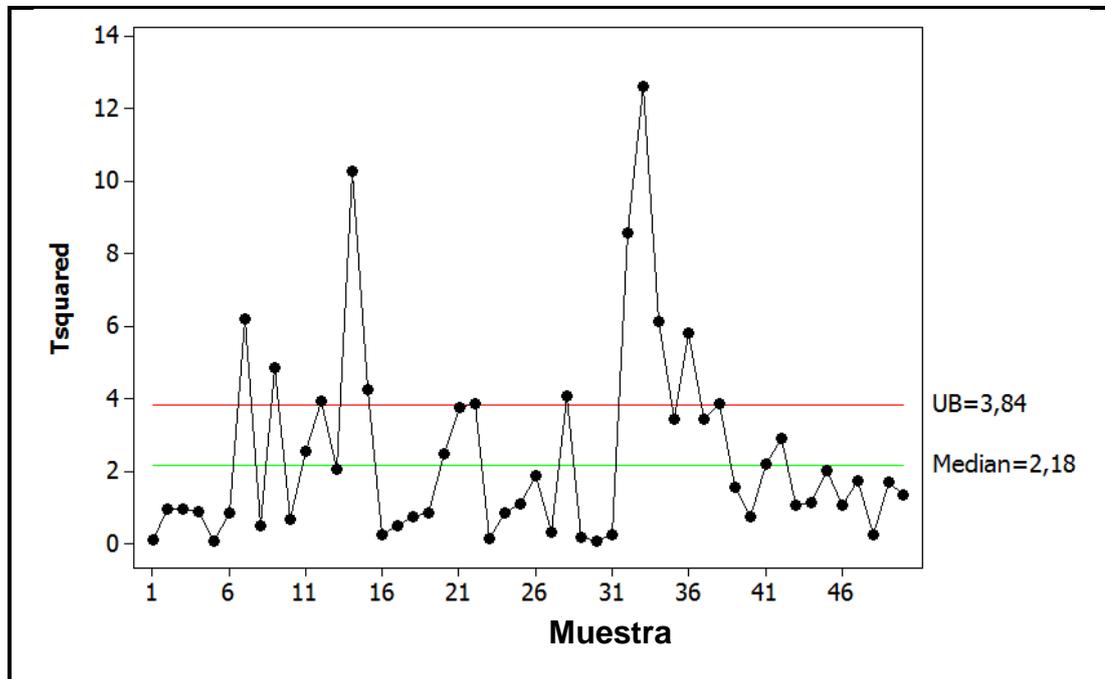


Gráfico 3.5.1.1 Gráfico T2 de Hotelling: Proporción de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.5.2 Gráfico de T² Hotelling : Proporción de Plantas Medianas y Plantas Pequeñas.

En el gráfico se observa que hay un total de once muestras que superan el límite de control, lo cual indica que el proceso se encuentra fuera de control.

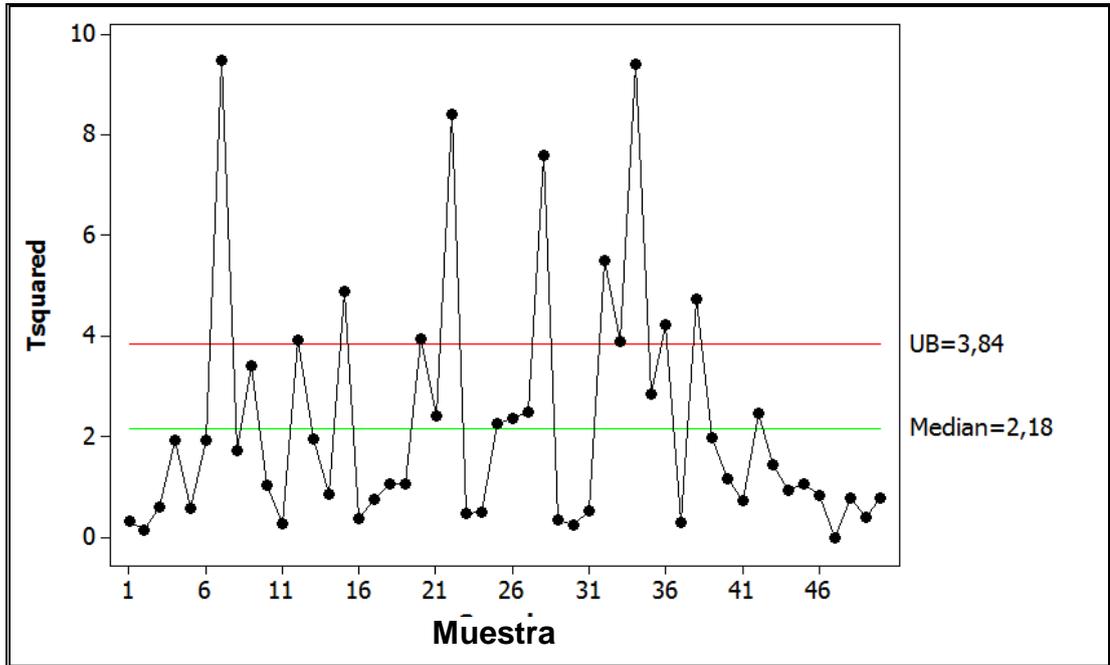


Gráfico 3.5.2.1 Grafico T2 de Hotelling: Proporción de Plantas Medianas y Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.5.3 Gráfico de control de multivariante EWMA

Para realizar este gráfico multivariante se consideraron las cuatro variables y se observa que una muestra supera el límite de control superior.

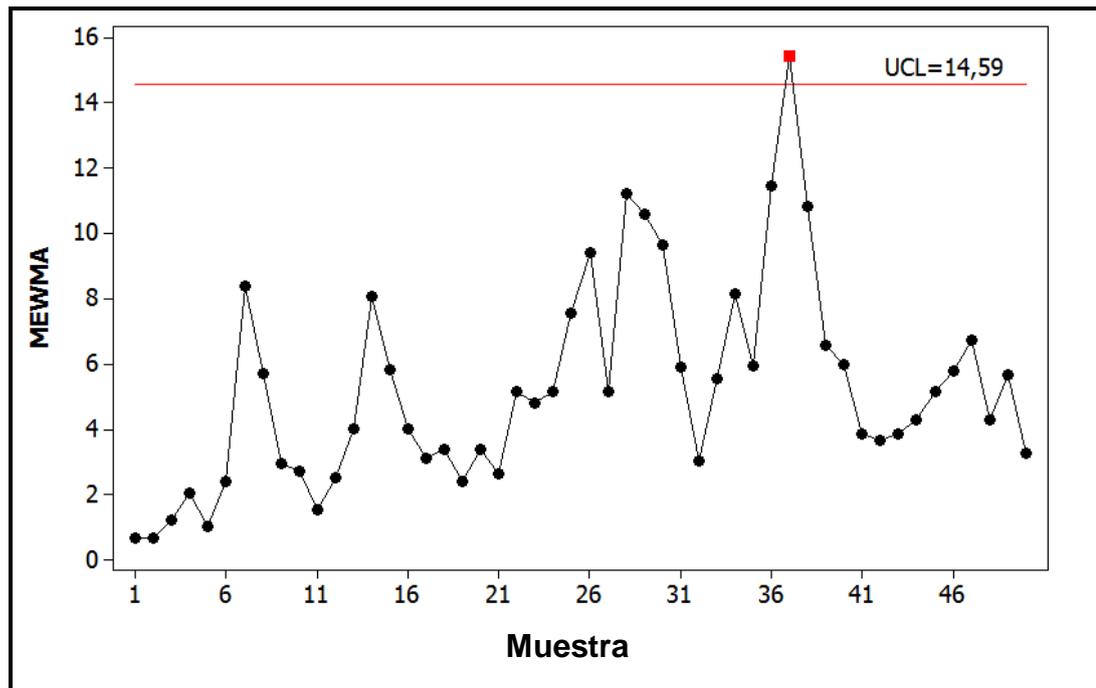


Gráfico 3.5.3.1 Gráfico de control Multivariante EWMA: Proporción de Plantas Grandes, Medianas, Pequeñas y Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.6 Prueba de los límites de control con 10 muestras anexadas a las muestras anteriores

Para probar los gráficos de control encontrados en secciones anteriores se tomó una muestra de 10 registros para probar si cumplen o superan los límites de control. Sin embargo hay que recordar el procedimiento que se realizó en la sección anterior.

1. Unir las 10 muestras a los datos iniciales de cada variable y realizar el gráfico de control con las nuevas observaciones.
2. Probar la normalidad de las muestras seleccionadas para probar los gráficos de control y si no cumplen con la normalidad, realizar la transformación de las muestras para que cumplan con la normalidad.
3. Realizar los gráficos de control de Shewhart, evidenciando que los datos cumplen la normalidad.

Sin embargo para justificar la normalidad de las muestras de prueba, se utilizará el mismo procedimiento que se realizó en secciones anteriores.

3.6.1 Proporción de Plantas Grandes

En el Gráfico 3.6.1.1 se evidencia que la última muestra de prueba supera el límite de control inferior. Ver **Anexos**.

3.6.2 Proporción de Plantas Medianas

De las muestras seleccionadas para evaluar el límite de control superior, se tiene que una supera el límite de control. **Anexos Gráfico 3.6.2.1**.

3.6.3 Proporción de Plantas Pequeñas

Para esta variable todas las muestras seleccionadas se encuentran dentro del límite de control. **Anexos Gráfico 3.6.3.1**

3.6.4 Total de Plantas Entregadas

Recordando que para esta variable se controla límite inferior, en el *Gráfico 3.6.4.1* se observa que todas las muestras se encuentran dentro del límite de control. Ver **Anexos**.

3.7 Transformación de los Datos de Prueba

Los datos de las muestras recolectadas no cumplen con la normalidad por lo que se realiza la transformación para que cumplan con la normalidad.

3.7.1 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes

El Gráfico 3.5.1.1 evidencia el no cumplimiento de la normalidad de las muestras, por lo cual se realizó la transformación de los mismos y poder realizar los gráficos de control.

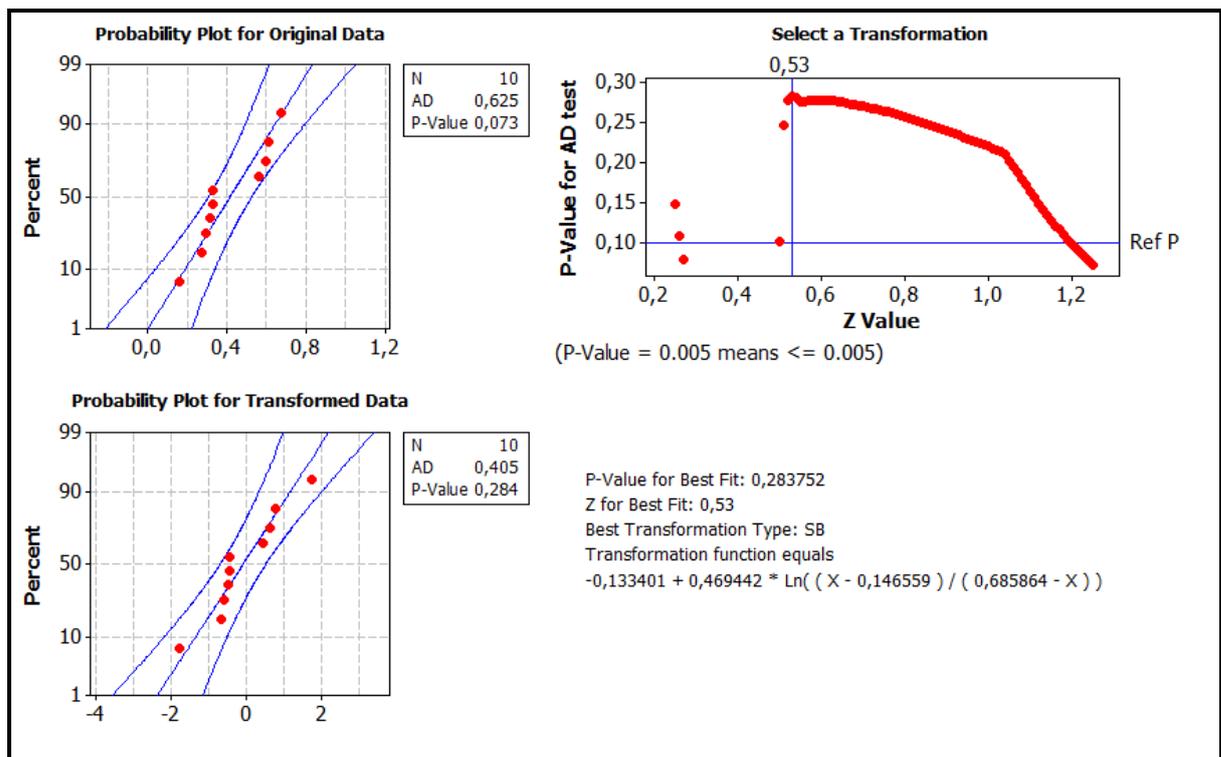


Gráfico 3.7.1.1 Transformación de Johnson: Muestra de Prueba de Proporciones de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.7.2 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Para las muestras sin transformar se tiene un valor $p = 0,075$, evidenciando el rechazo de la hipótesis nula y para los valores transformados el valor $p = 0,918$, probando la normalidad de las muestras al aceptar la hipótesis alternativa.

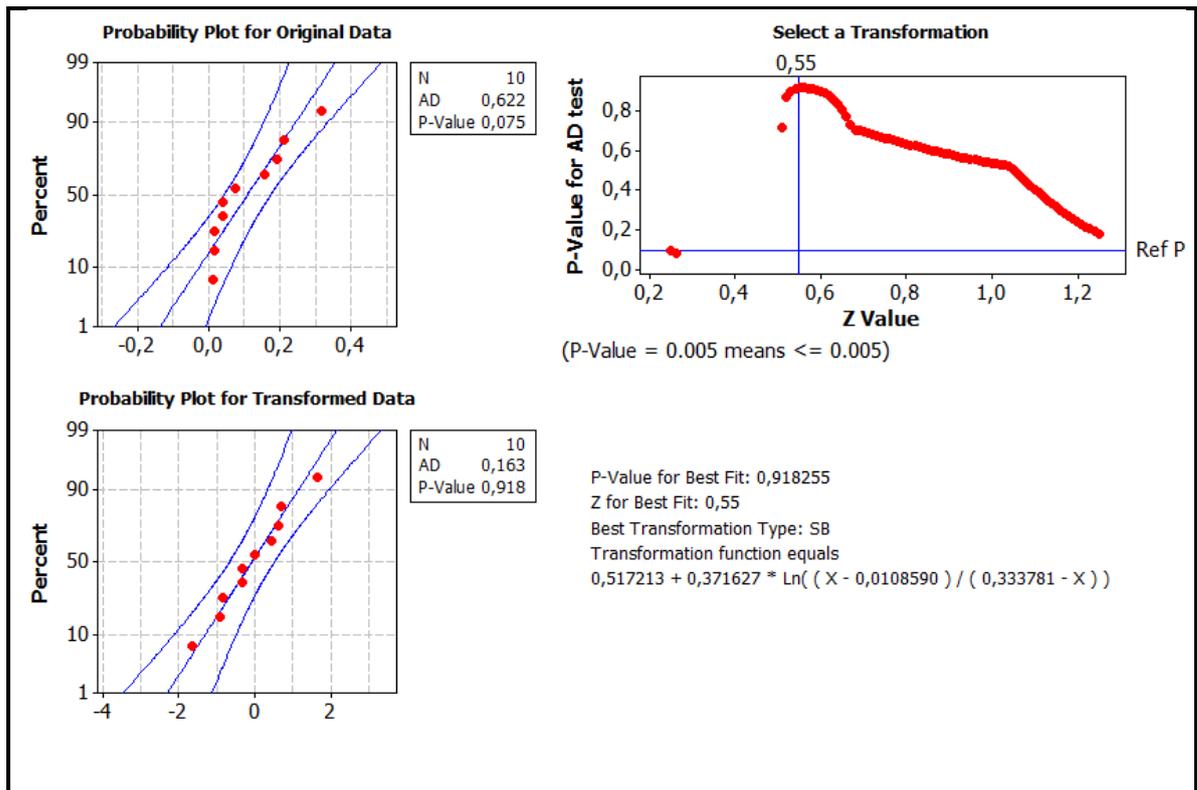


Gráfico133.7.2.1 Transformación de Johnson: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.7.3 Transformación de la Variable: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

En el *Gráfico 3.7.3.1* se muestra los valores de p de las muestras originales y las transformadas, en el primer caso es menor 0,05 lo que evidencia rechazar la hipótesis nula y en segundo caso p es mayor a 0,05, esto indica que las muestras transformadas siguen una distribución normal.

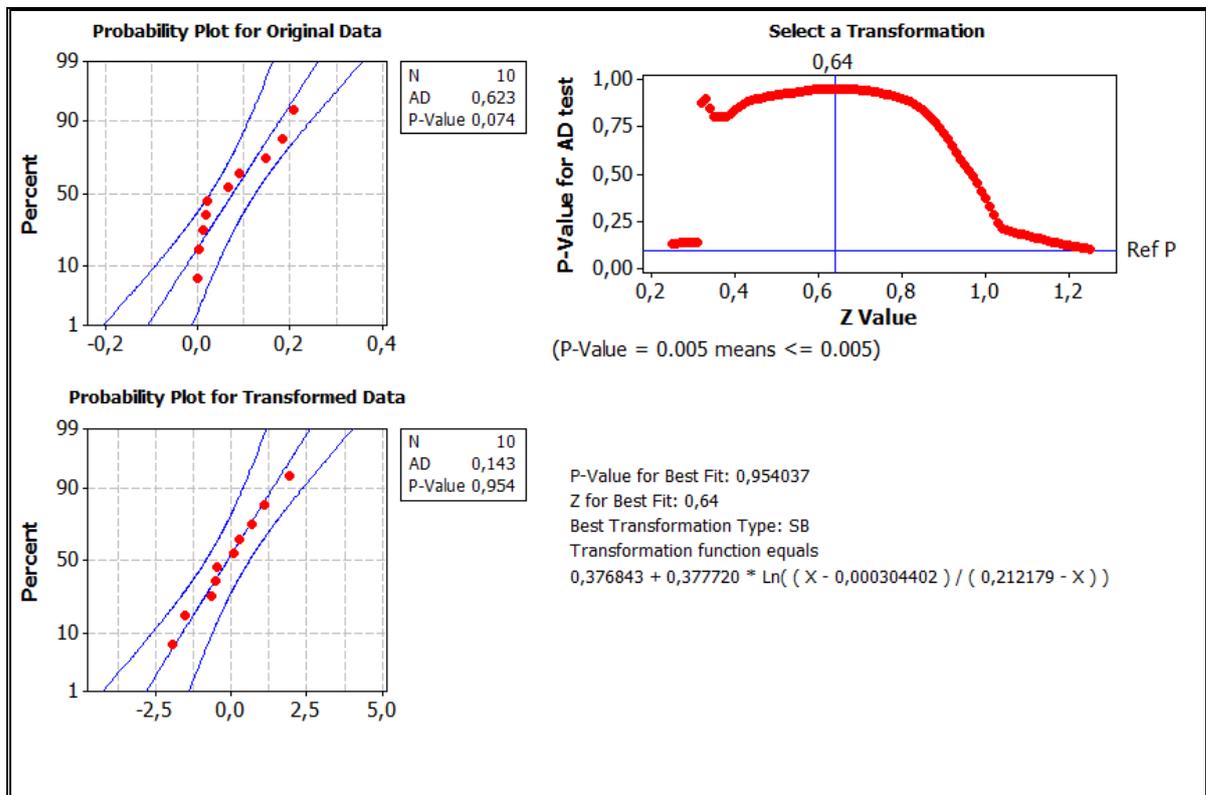


Gráfico 3.7.3.1 Transformación de Johnson: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.7.4. Transformación de la Variable: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Para los datos originales se tiene un valor $p = 0,063$, evidenciando el rechazo de la hipótesis nula y aceptando la hipótesis alternativa, en cuanto a los datos transformados sucede lo contrario.

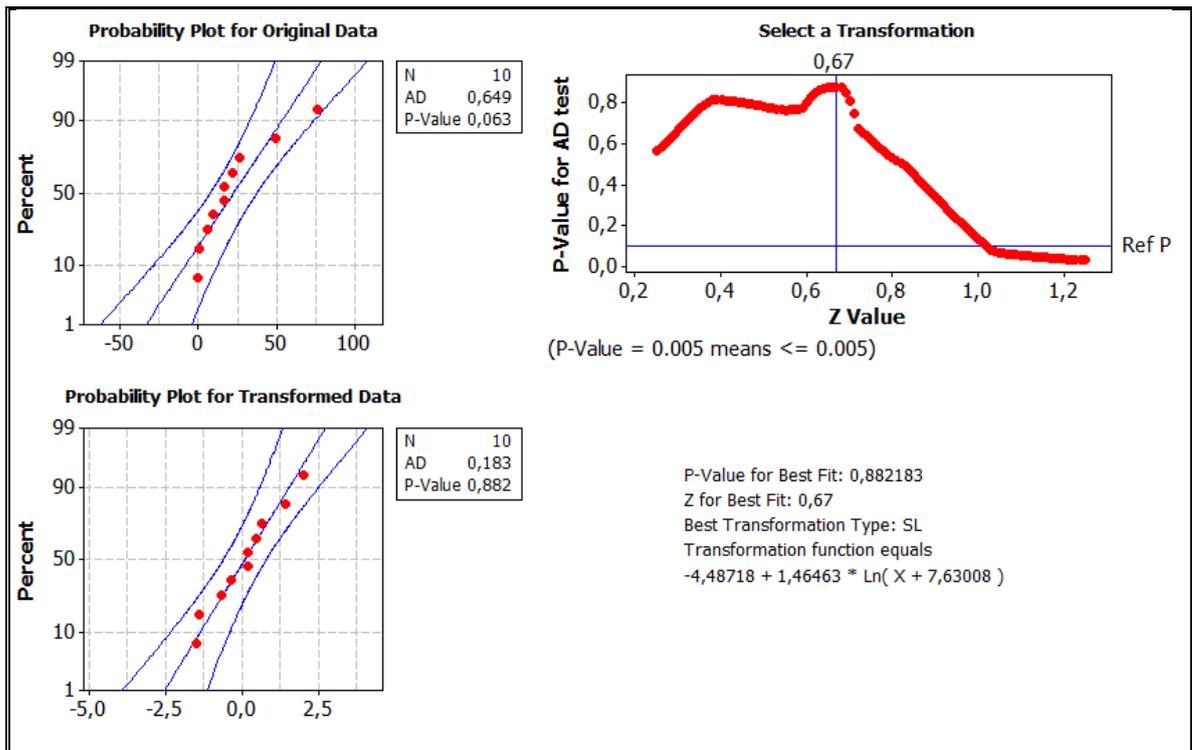


Gráfico 3.7.4.1 Transformación de Johnson: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

Para realizar los gráficos de control de Shewhart con las muestras de prueba se anexó las 10 observaciones a los datos que se consideró al inicio, para ello se conservan los límites de control encontrados en la sección 3.3. Es necesario recordar que para todas las variables sólo se controla un límite de acuerdo a la variable implicada en el análisis.

3.8 Gráfico de control de Shewhart para las muestras seleccionadas

Realizadas las transformaciones a las muestras seleccionadas, se construyó los gráficos de control de Shewhart.

3.8.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes

En el *Gráfico 3.8.1.1* se observa que de las muestras anexadas sólo un dato supera el límite de control inferior recordando que para esta variable sólo se controla este límite. Para mayor información ver **Anexos**.

3.8.2 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Para esta variable sólo se controla el límite superior y se observa que todos los datos de la muestra se encuentran dentro del límite. Ver **Anexos Gráfico 3.8.2.1**.

3.8.3 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

En el *Gráfico 3.8.3.1* se observa que tres muestras de prueba se encuentran fuera del límite de control superior. Ver **Anexos**.

3.8.4 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Para esta variable sólo un punto de la muestra supera el límite inferior. Mayor especificación ver **Anexos Gráfico 3.8.4.1**.

3.9 Gráficos de control de EWMA con las muestras de prueba seleccionadas

3.9.1 Gráficos de control de EWMA: Muestra de Prueba Proporción de Plantas Grandes

Este gráfico indica que las observaciones de las muestras seleccionadas se encuentran bajo control, pues se encuentran dentro de los límites de control.

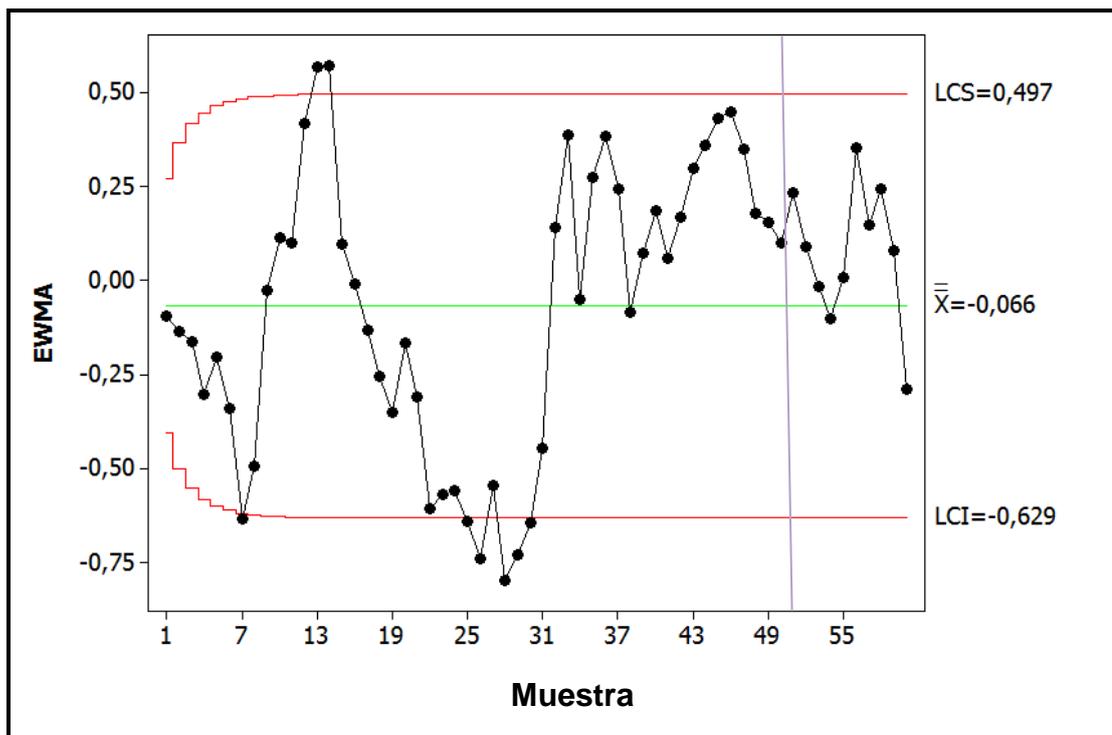


Gráfico 3.9.1.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.9.2 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Para esta variable las muestras seleccionadas se encuentran bajo control, puesto que se encuentran dentro de los límites de control como se observa en el *Gráfico 3.9.2.1*.

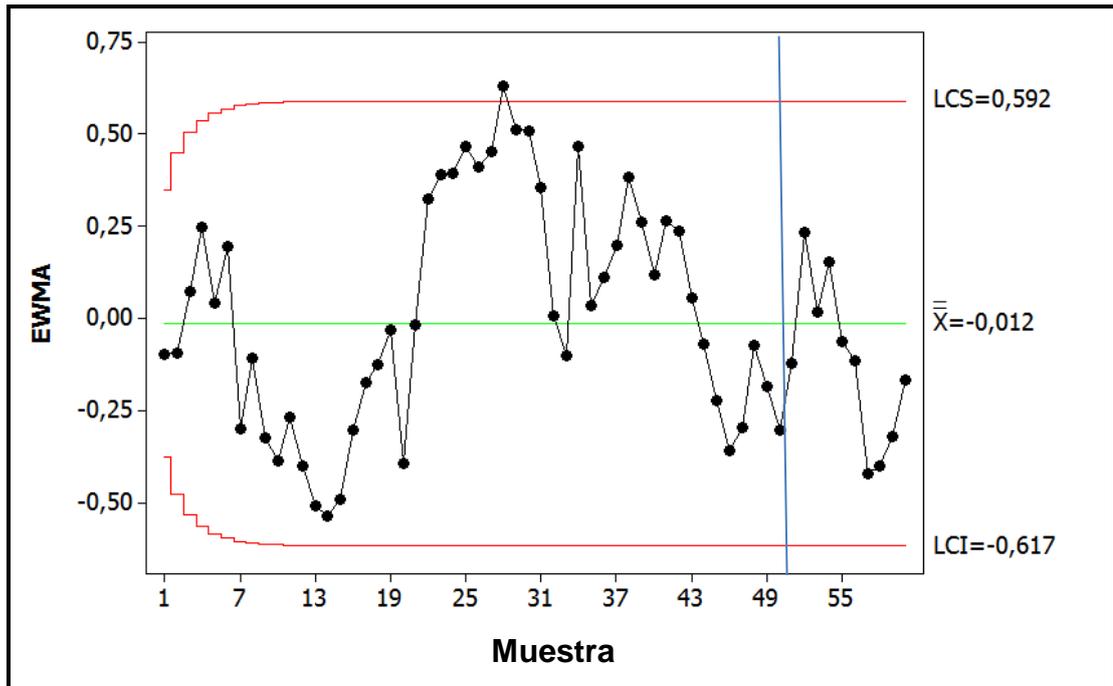


Gráfico173.9.2.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.9.3 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas.

En el *Gráfico 3.9.3.1* se observa que una muestra se encuentra fuera del límite de control superior y una que esta casi al límite inferior, no tiene ningun patron en el proceso.

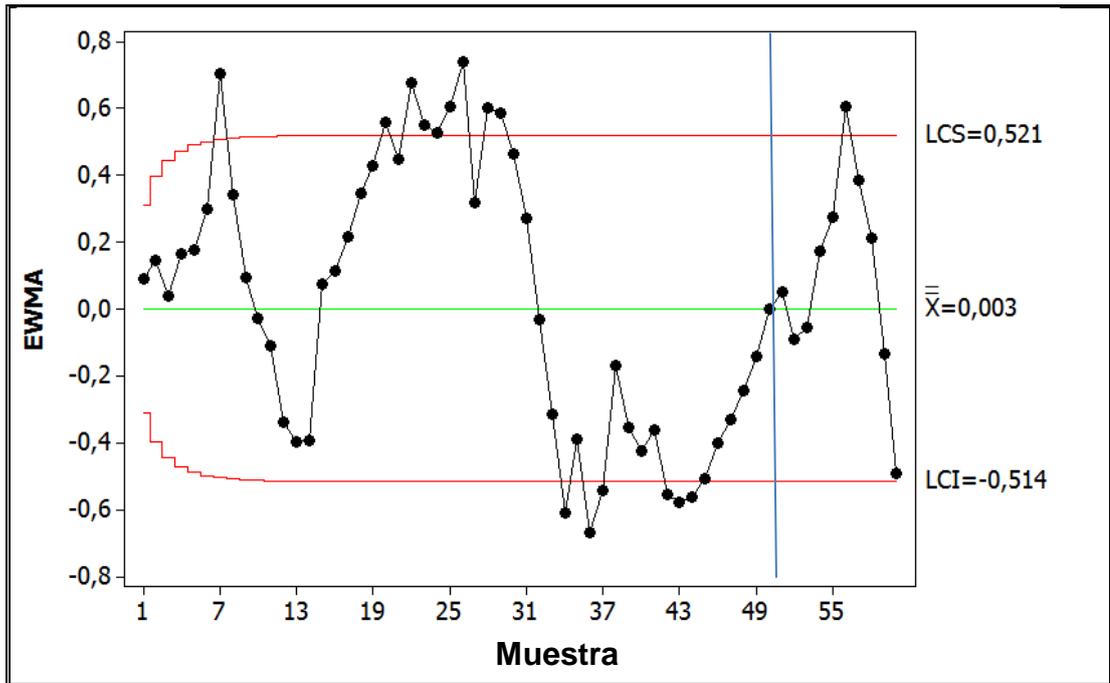


Gráfico 3.9.3.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.9.4 Gráfico de control de EWMA: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Para este gráfico todas las muestras se encuentran dentro de los límites de control.

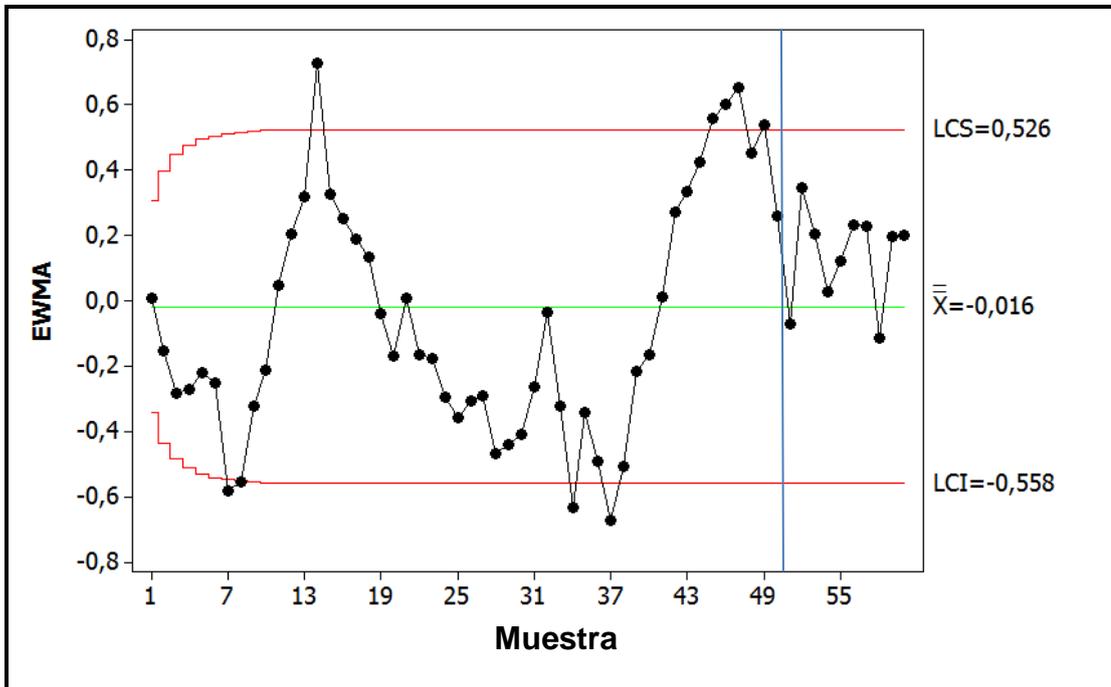


Gráfico 3.9.4.1 Gráfico de control EWMA: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.10 Gráficos de control multivariantes con las muestras de prueba

3.10.1 Gráfico T² de Hotelling : Muestra de Proporciones de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas

En el gráfico se observa que diez puntos se salen del límite de control con un 95 % de confianza y con grado de libertad, recordando que este método está basado en la chi-cuadrado con un nivel de significancia de $\alpha=0,05$.

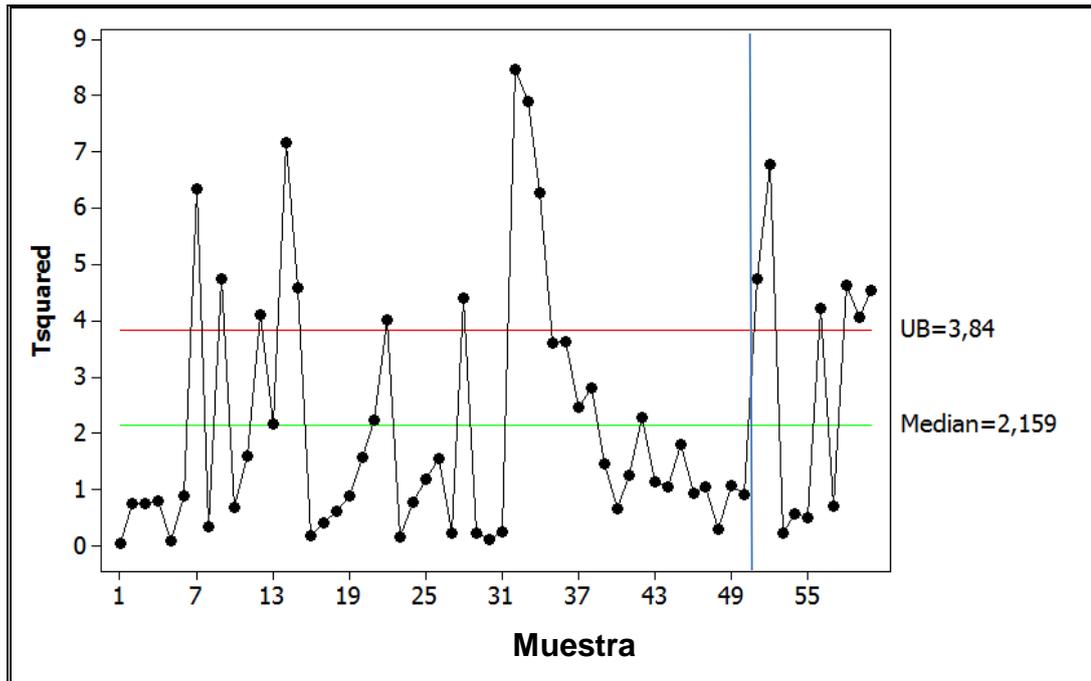


Gráfico193.10.1.1 Gráfico T2 de Hotelling: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes y Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.10.2 Gráfico T² de Hotelling : Muestra de Prueba de Proporciones de Plantas Medianas y Pequeñas.

Si observamos el gráfico el proceso no se encuentra bajo control, pues hay once observaciones que superan el límite de control para un $\alpha = 0,05$ y con un grado de libertad se tiene un valor de 3,84 como límite superior.

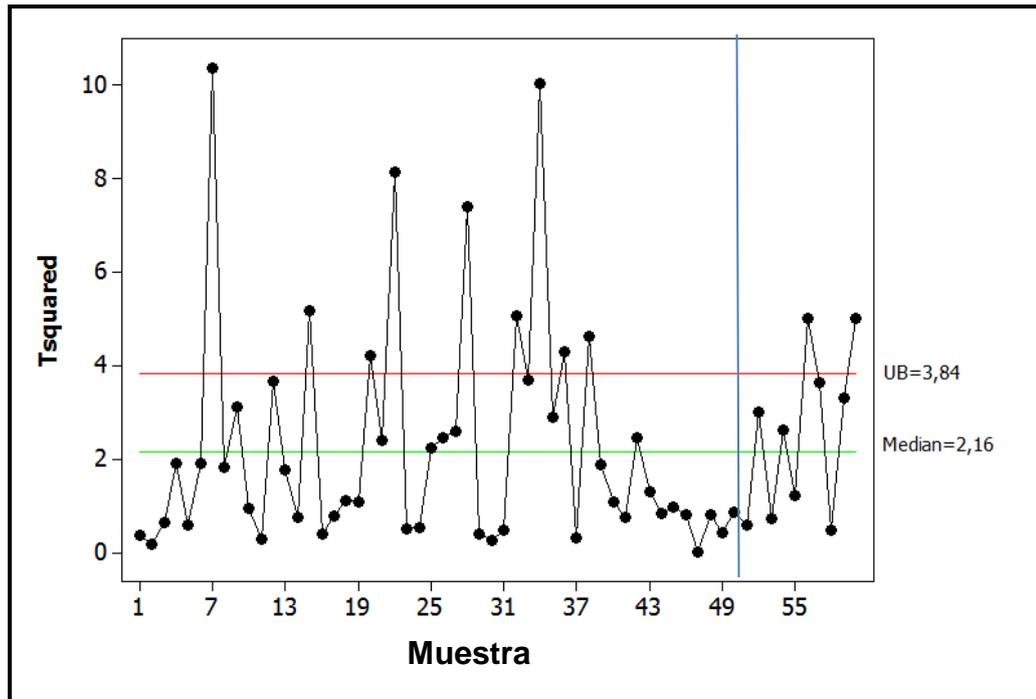


Gráfico 3.10.2.1 Gráfico T² de Hotelling: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas y Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

3.10.3 Gráfico de control de multivariante EWMA: Muestra de Prueba de las Cuatro Variables.

Para este gráfico una muestra se encuentra fuera del límite de control, lo que indica que el proceso no está bajo control.

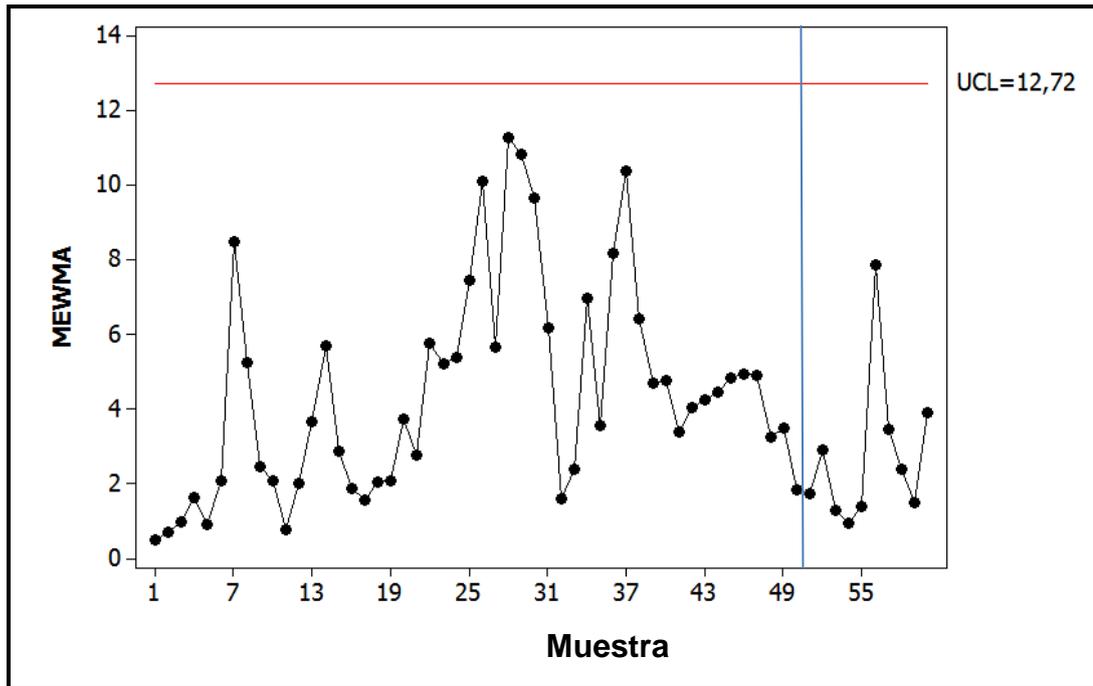


Gráfico213.10.3.1 Gráfico de control Multivariante EWMA: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes, Medianas, Pequeñas Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.

CAPÍTULO 4

4. Discusión

A la vista de los resultados obtenidos en cada gráfico de control, se puede observar cómo los gráficos de Shewhart indican los momentos en que ocurrió algún problema específico, tal es el caso de las muestras 7, 15, 22, 28, 34 y 38 del Gráfico 3.3.1.1 para la variable Proporción de Plantas Grandes. Sin embargo, al hacer el gráfico EWMA para la misma variable (Gráfico 3.4.1.1), se puede observar cómo, utilizando el mismo nivel de significancia ($\alpha = 0.05$) hay mas puntos equivalentes a semanas, donde el proceso se sale de control debido a la acumulación de pequeños cambios o desplazamientos de la media durante el proceso, que se fueron dando en el transcurso del tiempo. Es así que en éste gráfico se salen de control los puntos 7, 13, 14, 15, 25, 26, 28, 29, 30.

Para el caso multivariante se tienen resultados diferentes a los obtenidos en el caso univariante. Al realizar el gráfico T^2 de Hotelling, manteniendo los niveles de significancia, se puede observar que el proceso se salió de control en 13 ocasiones (7, 9, 12, 14, 15, 21, 22, 28, 32, 33, 34, 36 y 38). En cuanto al gráfico MEWMA, bajo similares condiciones, sólo se sale de control el punto número 37.

En el caso de proporción de plantas medianas se tiene que el Gráfico 3.2.2.2 de control de Shewhart ocurrió cuatro eventos o semanas que se salen de control, siendo la semana 21, 22, 28 y 34. Mientras que al realizar el Gráfico 3.4.2.1 de EWMA sólo se tiene una muestra que se sale de control.

Para esta variable en el caso multivariante del T^2 de Hotelling se tienen once muestras (7, 12, 15, 20, 22, 28, 32, 33, 34, 36, 38) se salen de control con un nivel de significancia del 5% como se observa en el Gráfico 3.5.2.1 y para el multivariante EWMA sólo la muestra 37 supera el límite de control.

Para un total de plantas entregadas en el Gráfico 3.3.4.1 de control de Shewhart se observó seis muestras (7, 15, 28, 33 y 36) en nuestro caso semanas superan el límite de control inferior y para el Gráfico 3.4.4.1 de EWMA se tiene la semana 14, 32, 34, 37, 45, 46, 47, 48 y 49 superan los límites de control. En el caso de los gráficos multivariantes para el T^2 de Hotelling se tienen trece muestras fuera de control y para el multivariante EWMA se tiene sólo una muestra fuera de control.

4.1 Conclusiones

1. Se encontraron los límites de control para el proceso de producción de plantas.
2. grandes, medianas y pequeñas.
3. Los gráficos de control univariado de EWMA detectan mejor la anomalía en el proceso que los gráficos de control multivariante.
4. Para este estudio los gráficos de control EWMA, son los más apropiados para determinar las observaciones que se salen de control.

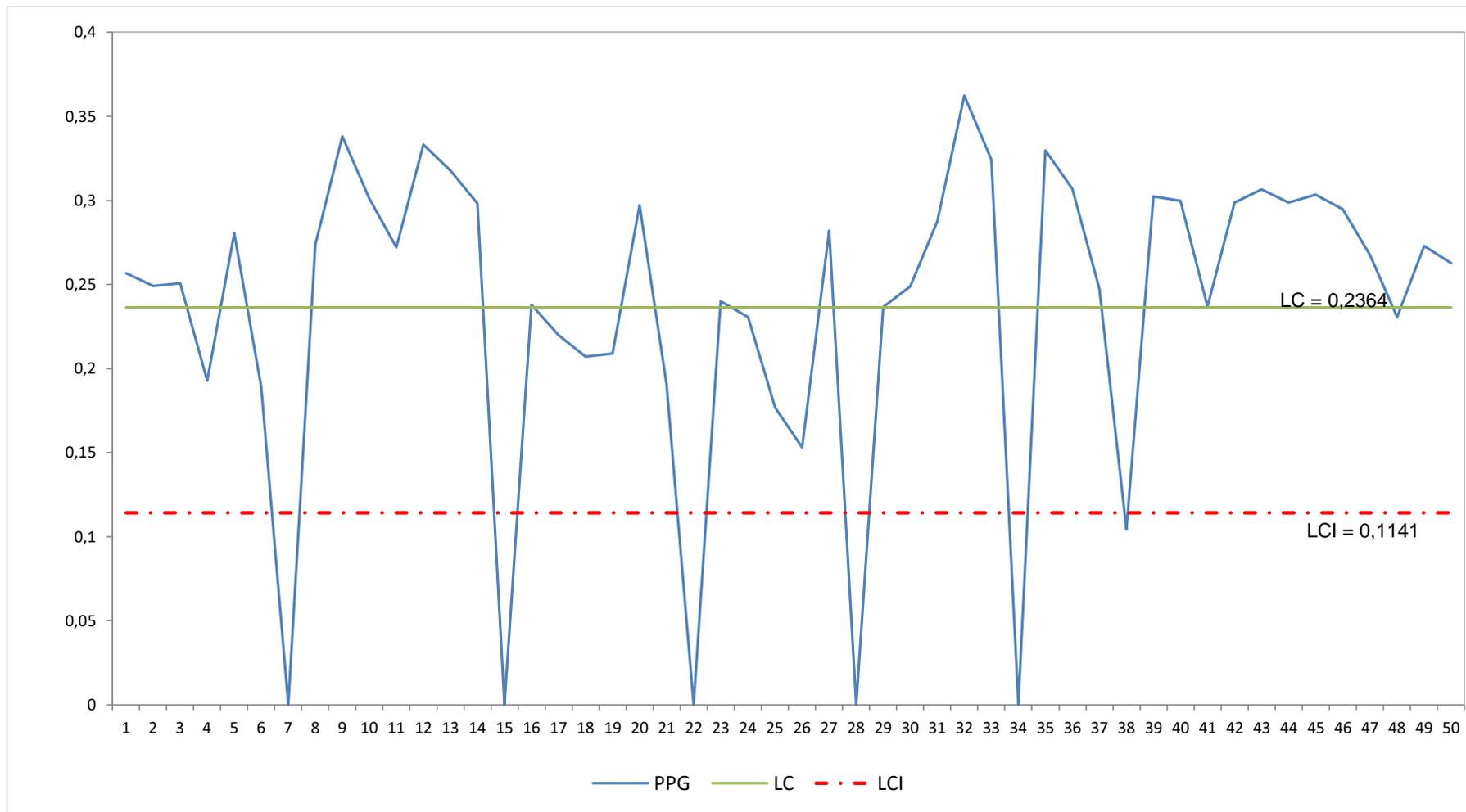
4.2 Recomendaciones

1. Incluir gráficos de control para realizar control estadístico de procesos para devoluciones de plantas.
2. Realizar control estadístico de procesos para las plantas que retornan a la empresa a recuperación.
3. Utilizar los gráficos de control encontrados para optimizar la producción de las plantas de banano.
4. Utilizar los gráficos de control EWMA para el control estadístico de procesos.

BIBLIOGRAFIA

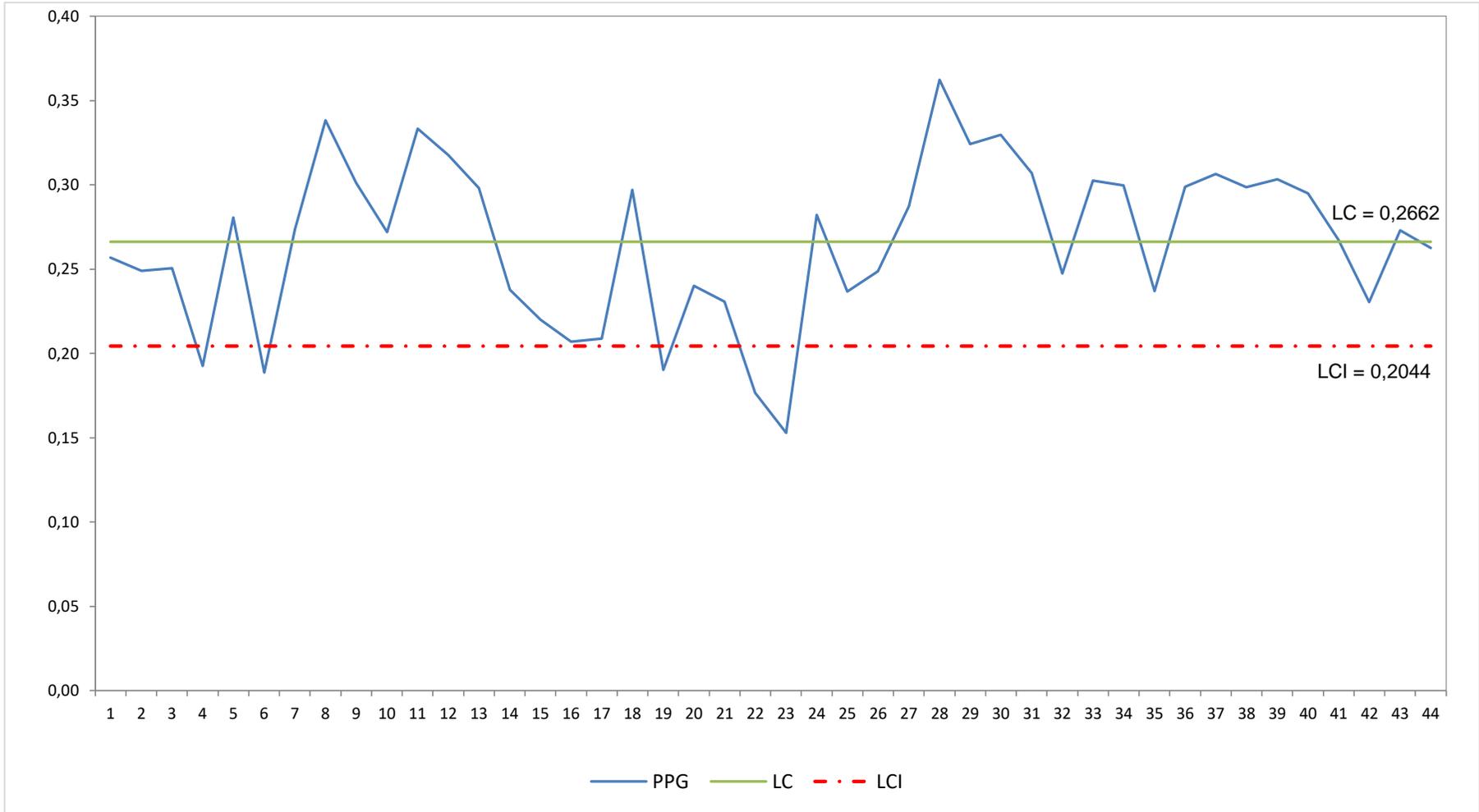
- Camelo, C. M., López, H. F., & Zambrano, A. J. (Junio de 2014). Eficiencia de los Gráficos de Control bajo Supuestos de no Normalidad. Cuadernos de Estadística Aplicada, I(1).
- Plazola Ortiz, R. (2013). Monitoreo de Datos Funcionales. Centro de Investigación en Matemáticas.
- Flores Sánchez, M. A. (2013). Desarrollo de una Aplicación para Gráficos de Control de Procesos Industriales. Proyecto para Culminar el Máster en Técnicas Estadísticas de la Universidad de La Coruña .
- Fuchs, C., & Kenett, R. (1998). "Multivariate Quality Control - Theory and Applications". Marcel Dekker Inc.
- Ruiz Barzola, O. (2013). Gráficos de Control de Calidad Multivariantes con Dimension Variable. Valencia.
- Cuadras, C. (1989). Distancias Estadísticas. ESTADISTICA ESPAÑOLA, 30(119), 295 a 378.
- Huerga Castro, C., Blanco Alonso, P., & Abad González, J. (2005).
Aplicación de Gráficos de Control en el Análisis de la Calidad Textil.
Pecunia, 125 a 148.
- Arevalo L., A. F. (2006). Gráficas de Control. Caracas.
- Francisco Aparasi, & García Díaz, J. (2001). Aumento de la Potencia del Gráfico de Control Multivariante T₂ de Hotelling Utilizando Señales Adicionales de Falta de Control. Estadística Española, 43(148), 171 a 188.
- Lagos I., & Vargas J. (2003). Sistema de Familias de distribuciones de Johnson, una Alternativa para el Manejo de Datos no Normales en Cartas de control. Revista Colombiana de Estadística, 26(1), 25 a 40

ANEXOS



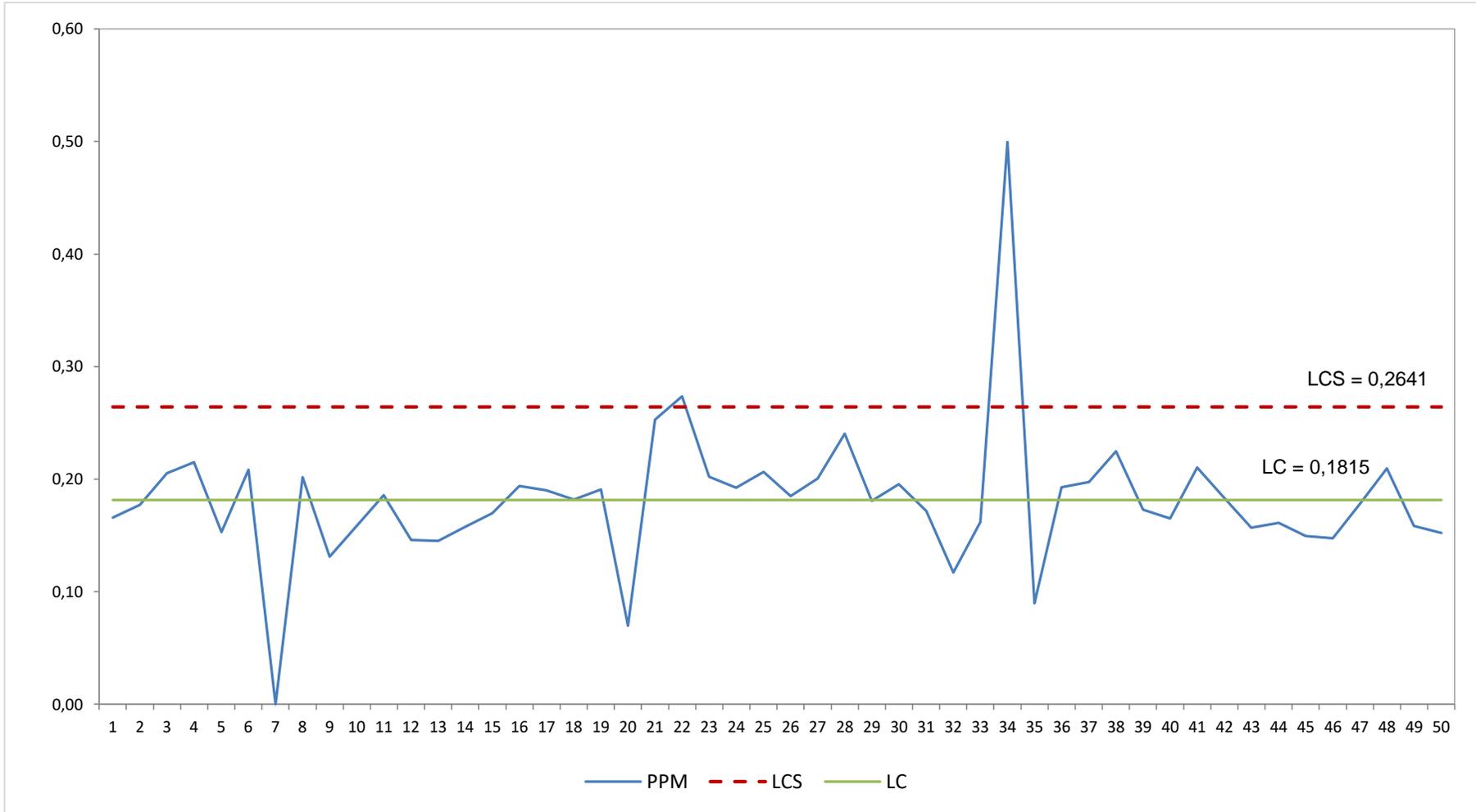
a. Gráfico 3.1.1.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



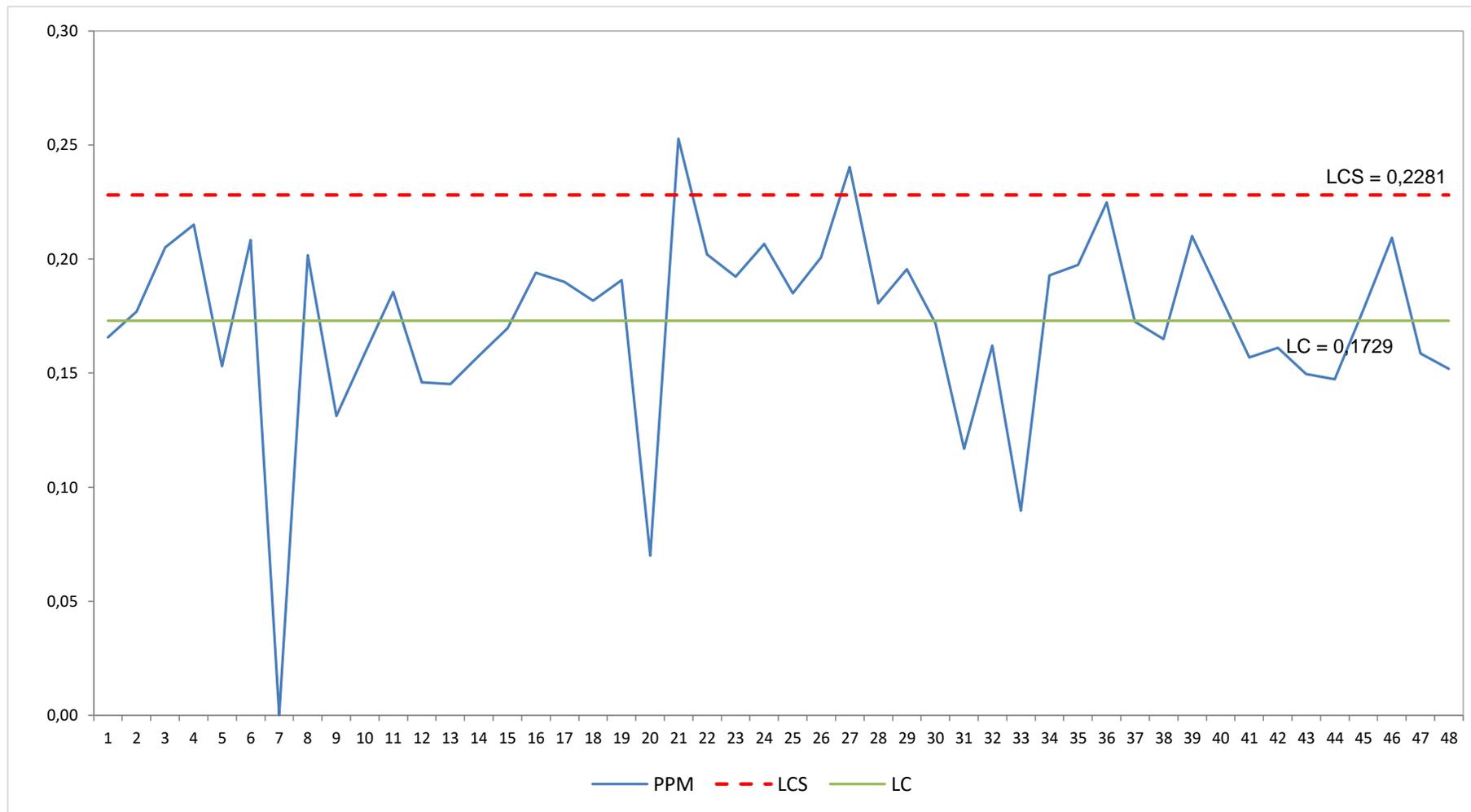
b. Gráfico 3.1.1.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



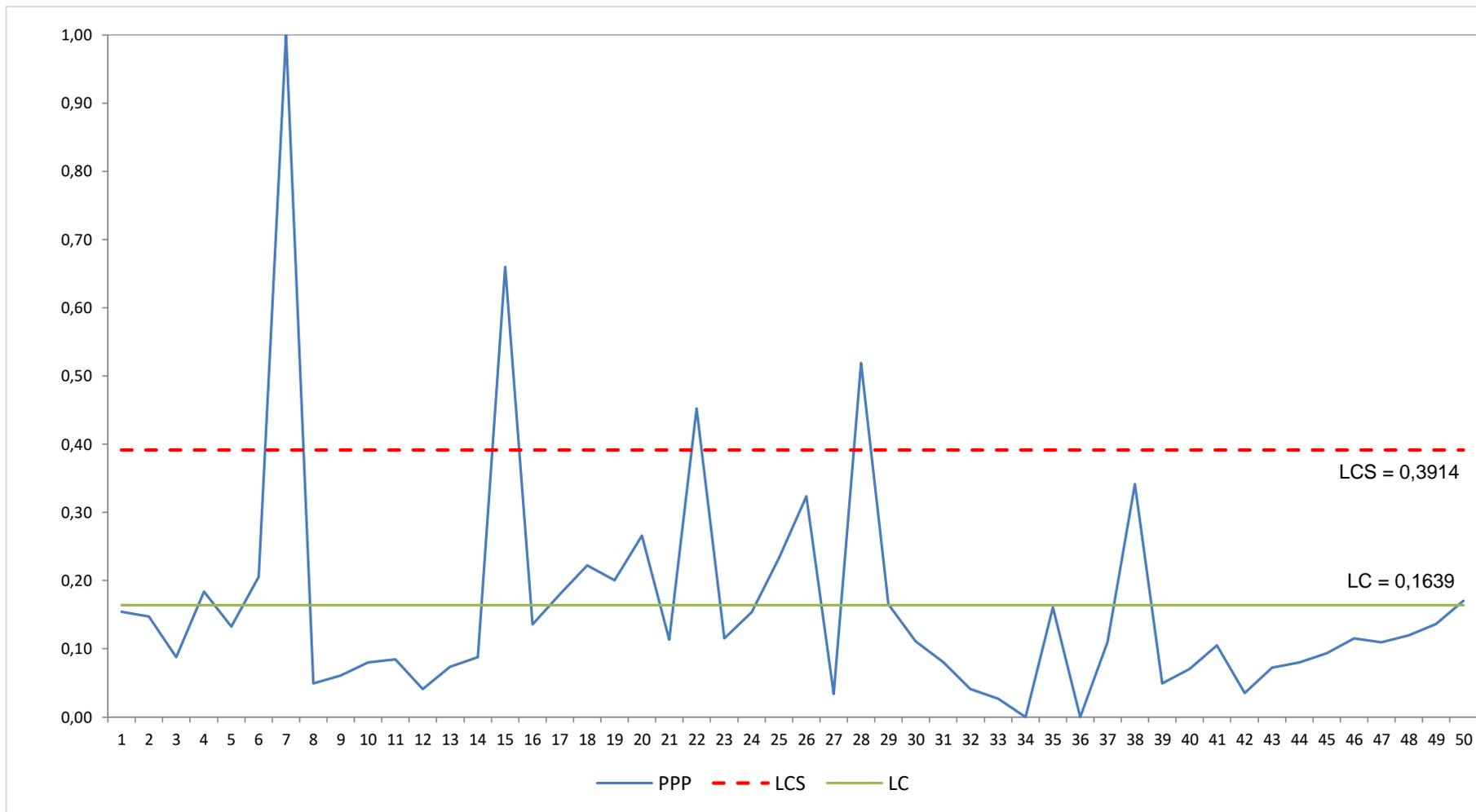
c. Gráfico 3.1.2.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



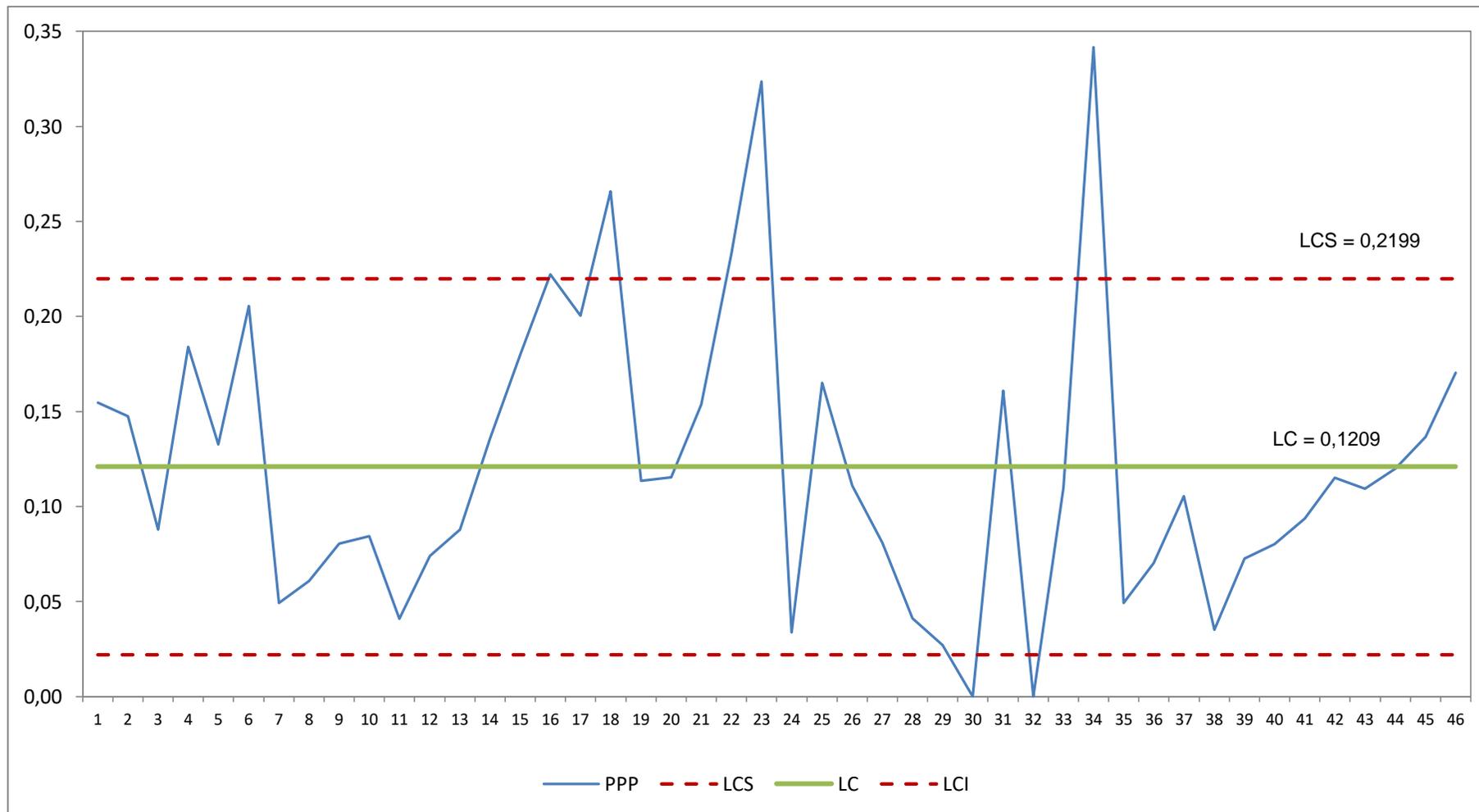
d. Gráfico 3.1.2.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



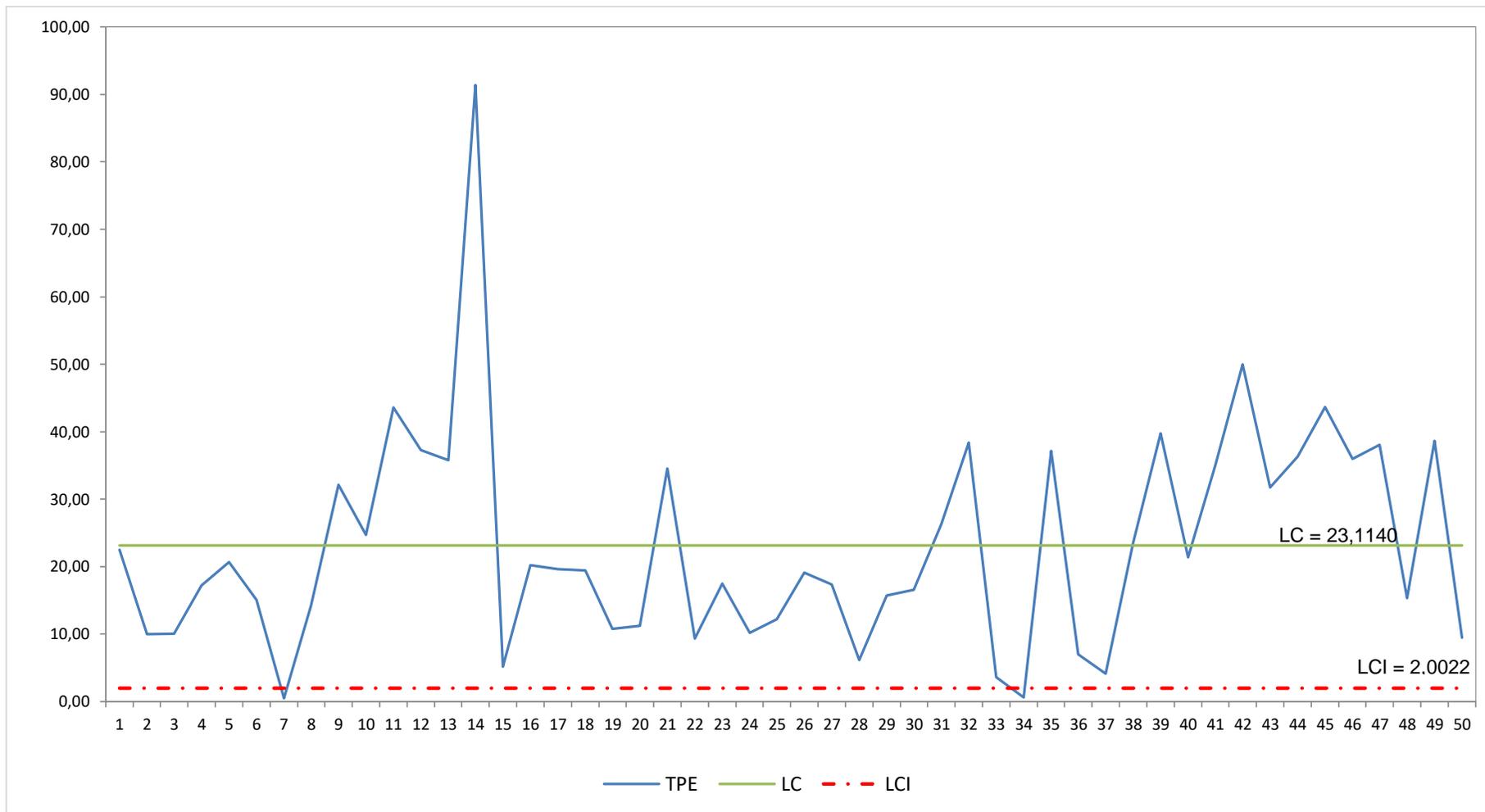
e. Gráfico 3.1.3.1 Gráfico de control: Proporción de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



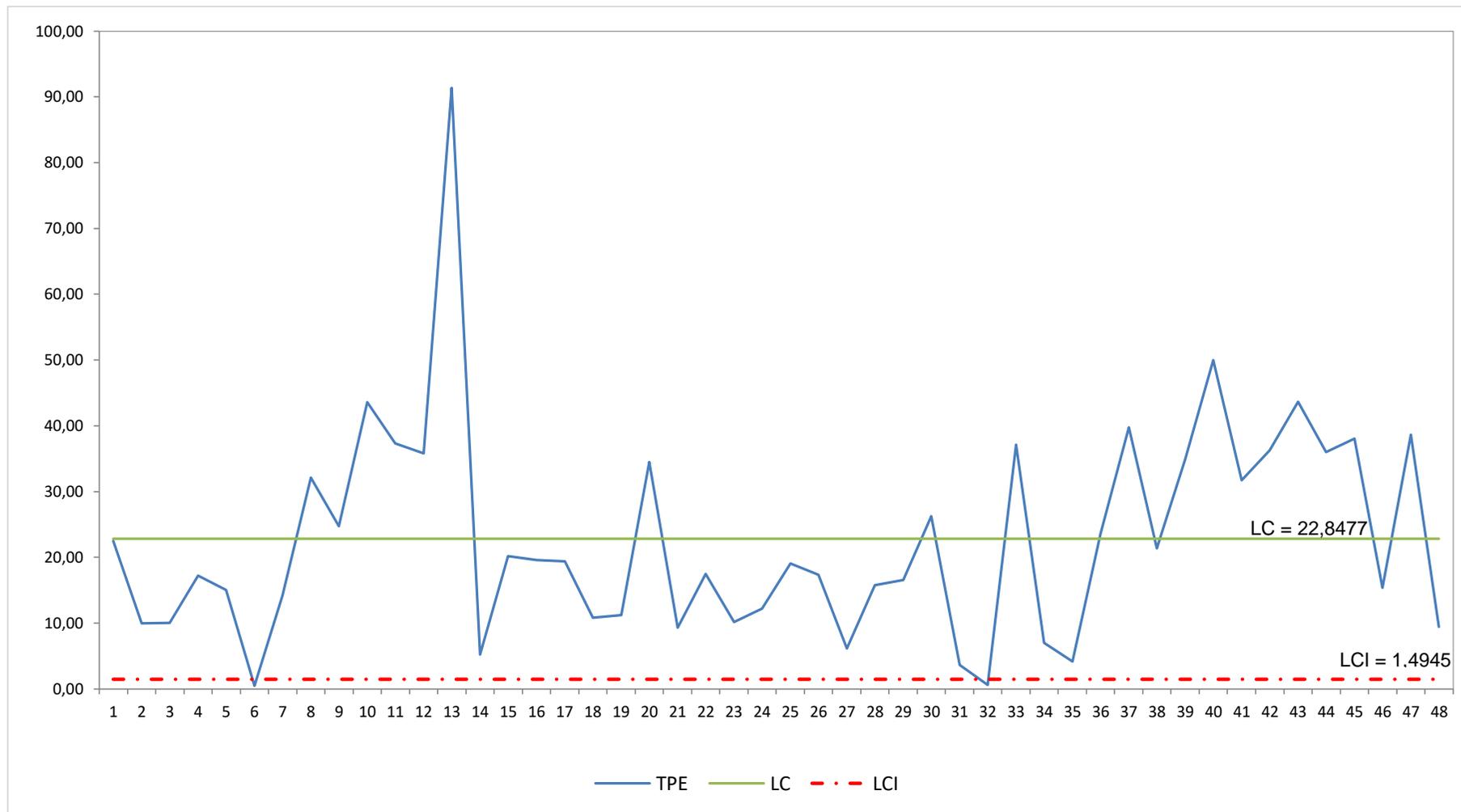
f. Gráfico 3.1.3.2 Gráfico de control: Proporción de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



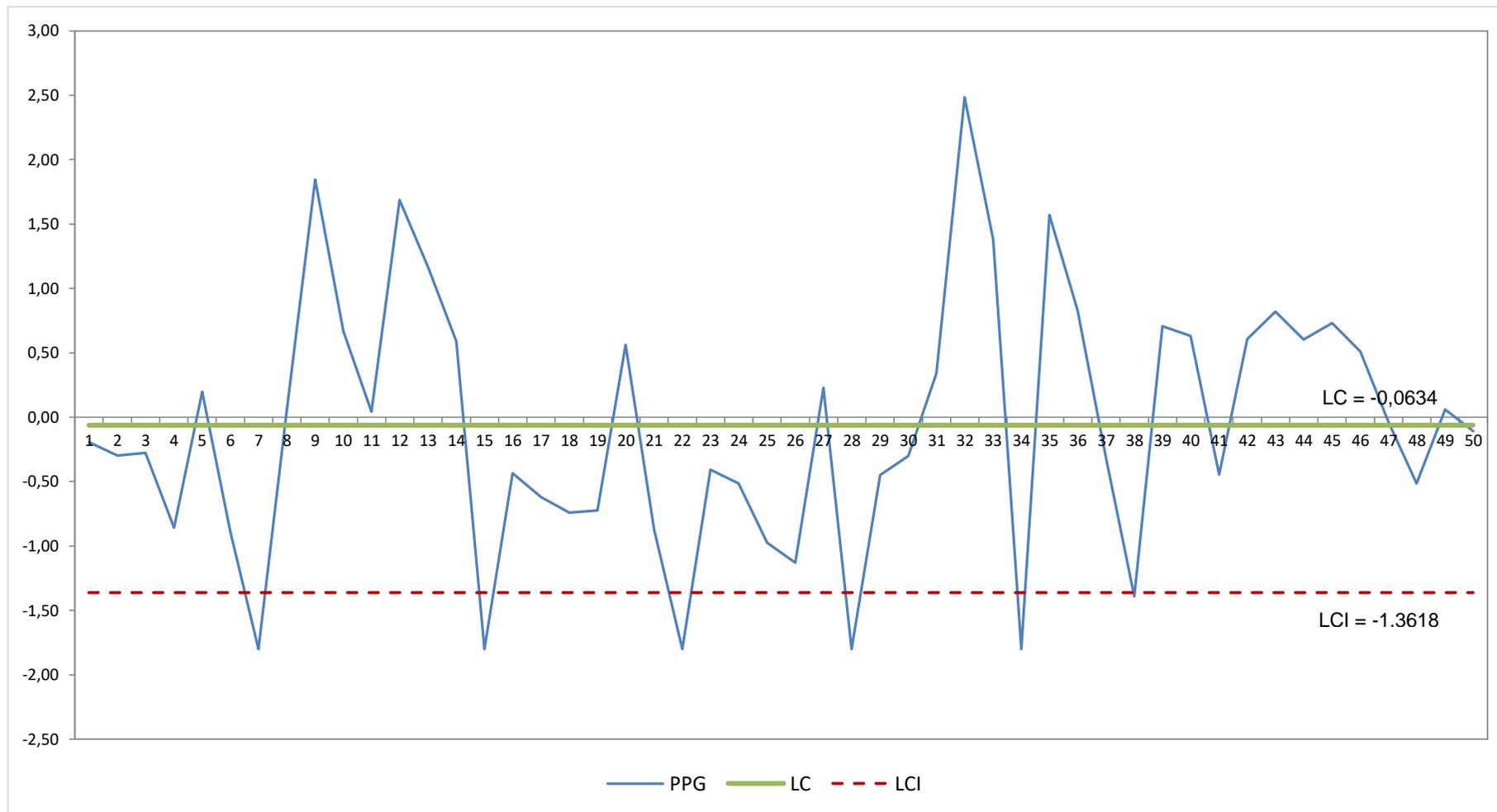
g. Gráfico 3.1.4.1 Gráfico de control: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



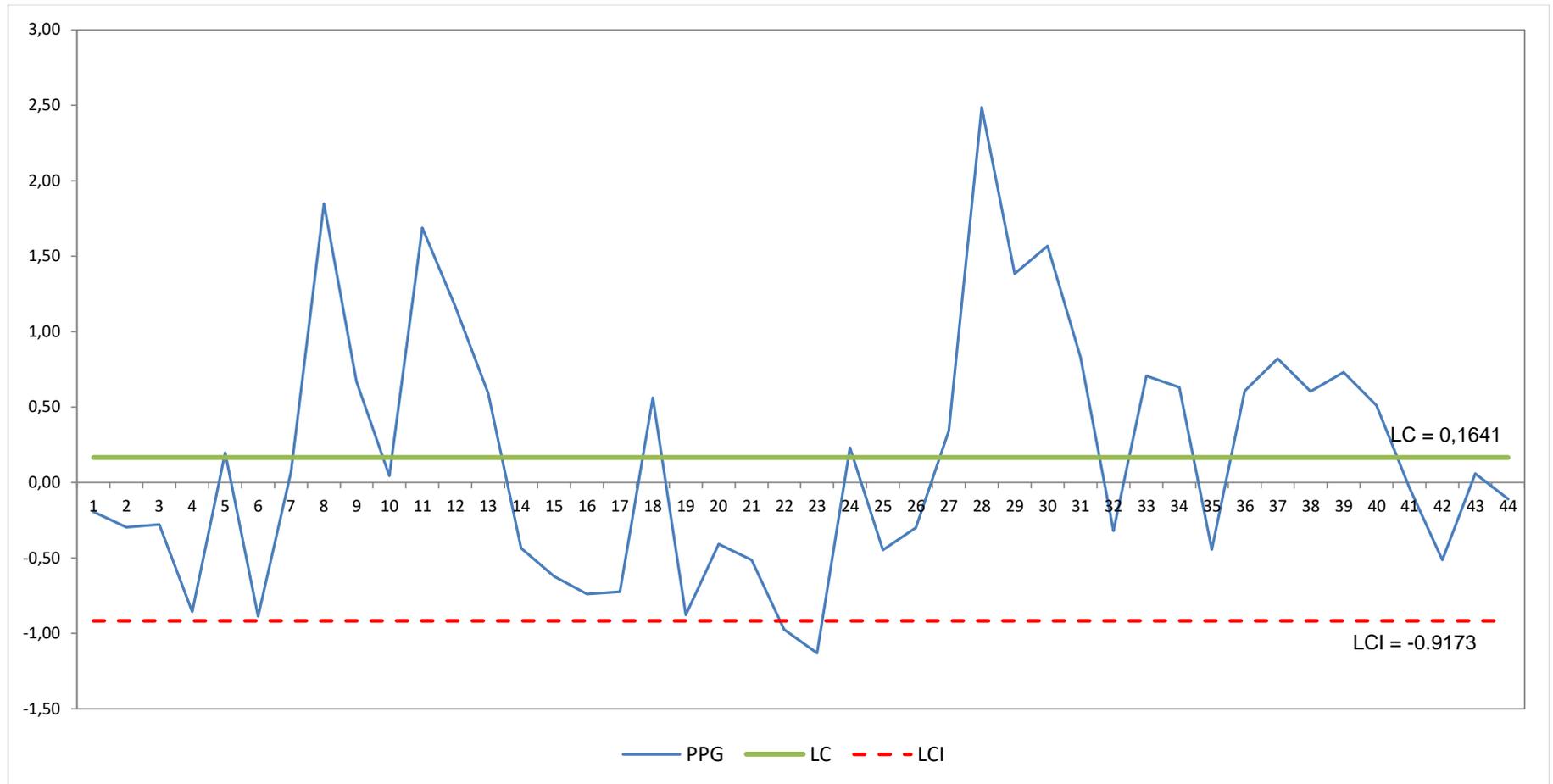
h. Gráfico 3.1.4.2 Gráfico de control: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



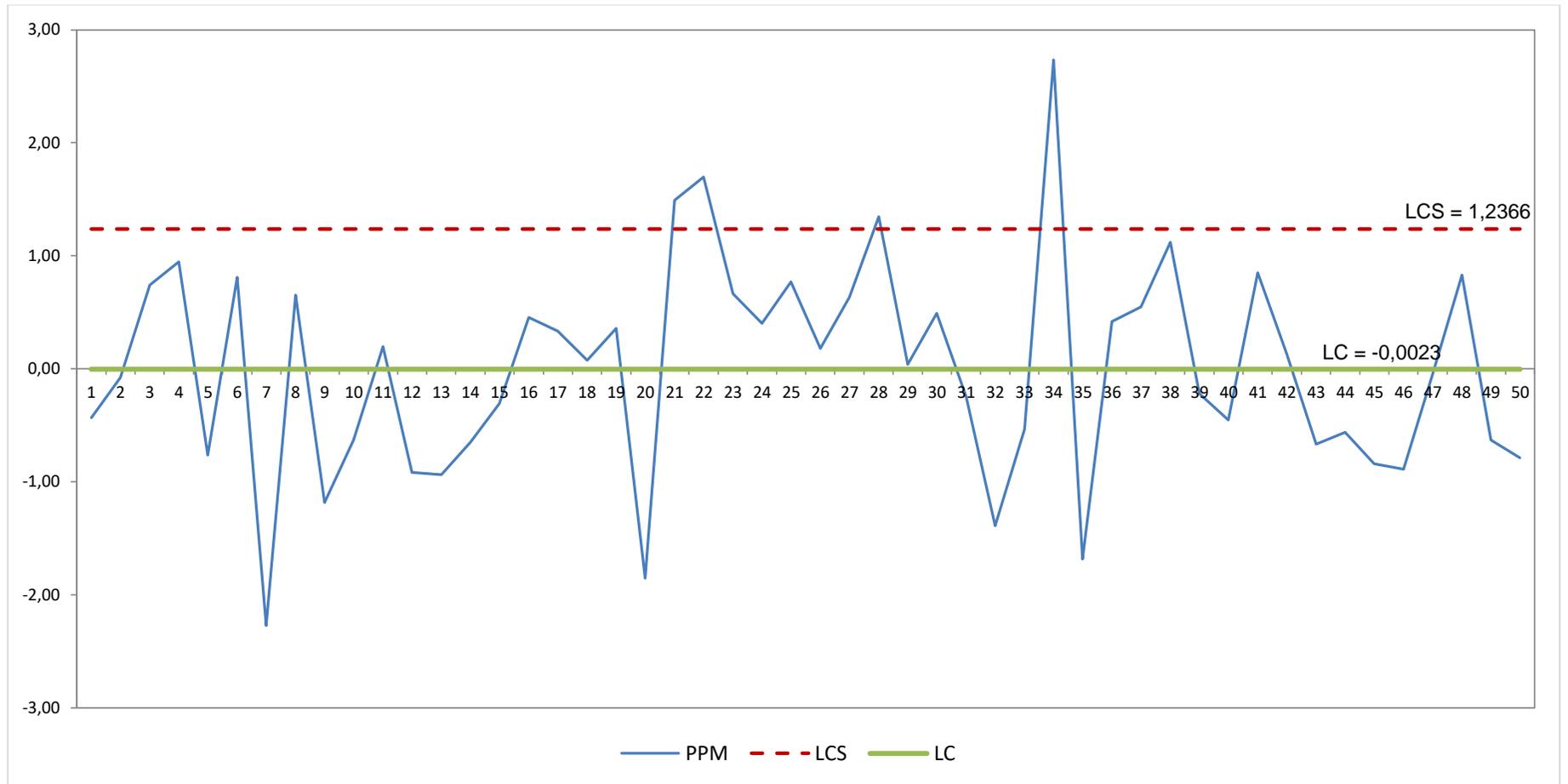
i. Gráfico 3.3.1.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



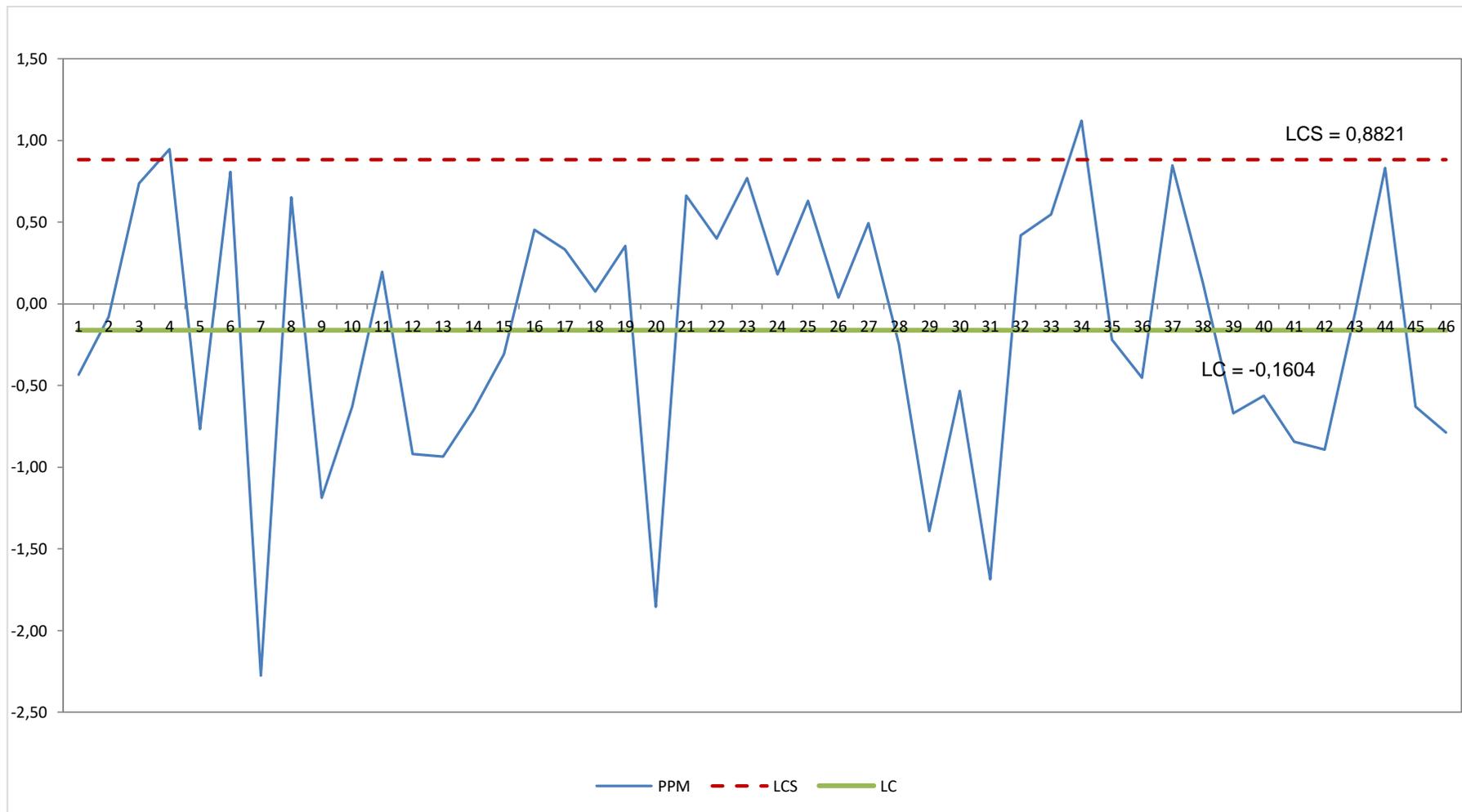
j. Gráfico 3.3.1.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



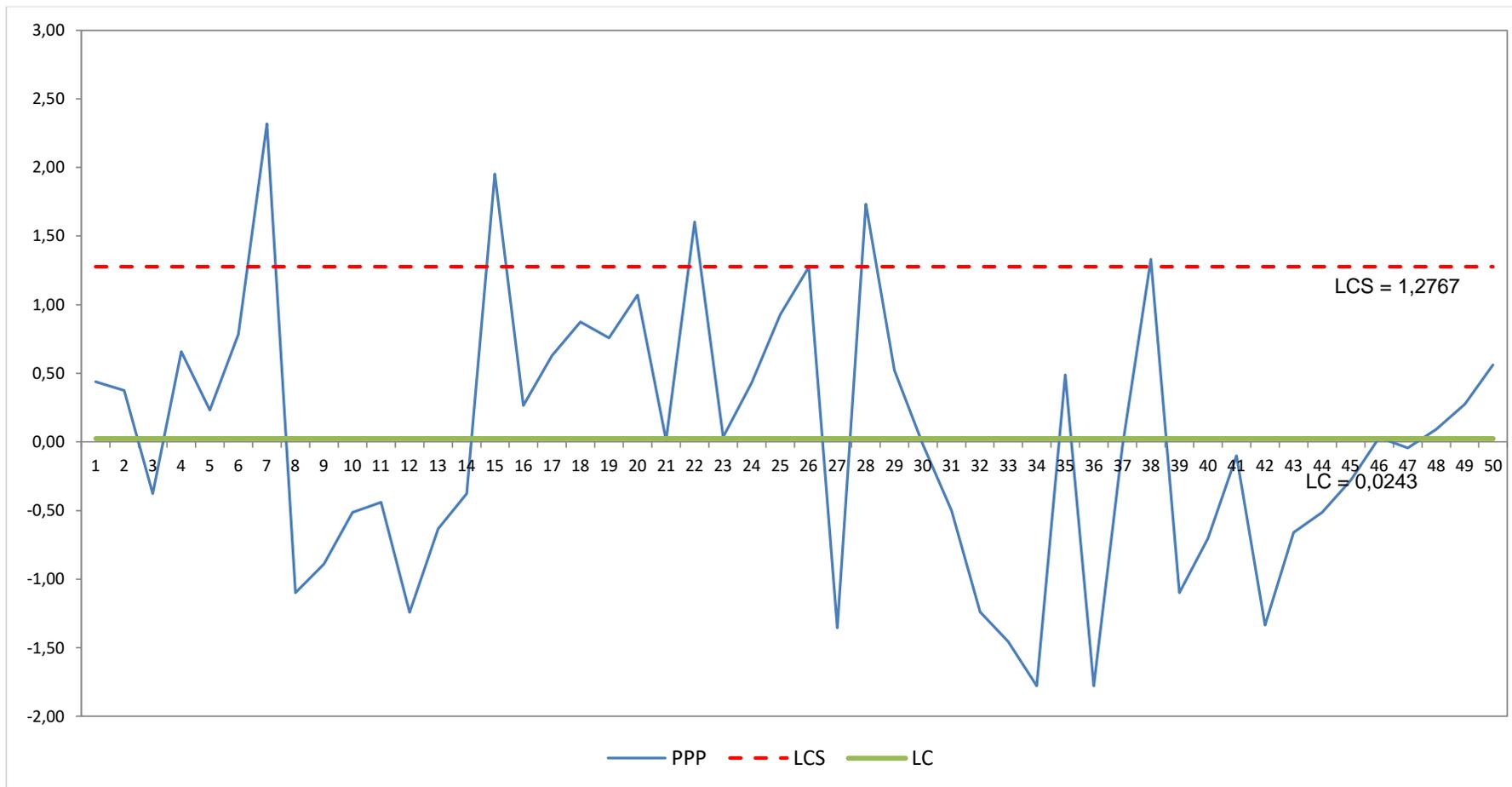
k. Gráfico 3.2.2.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



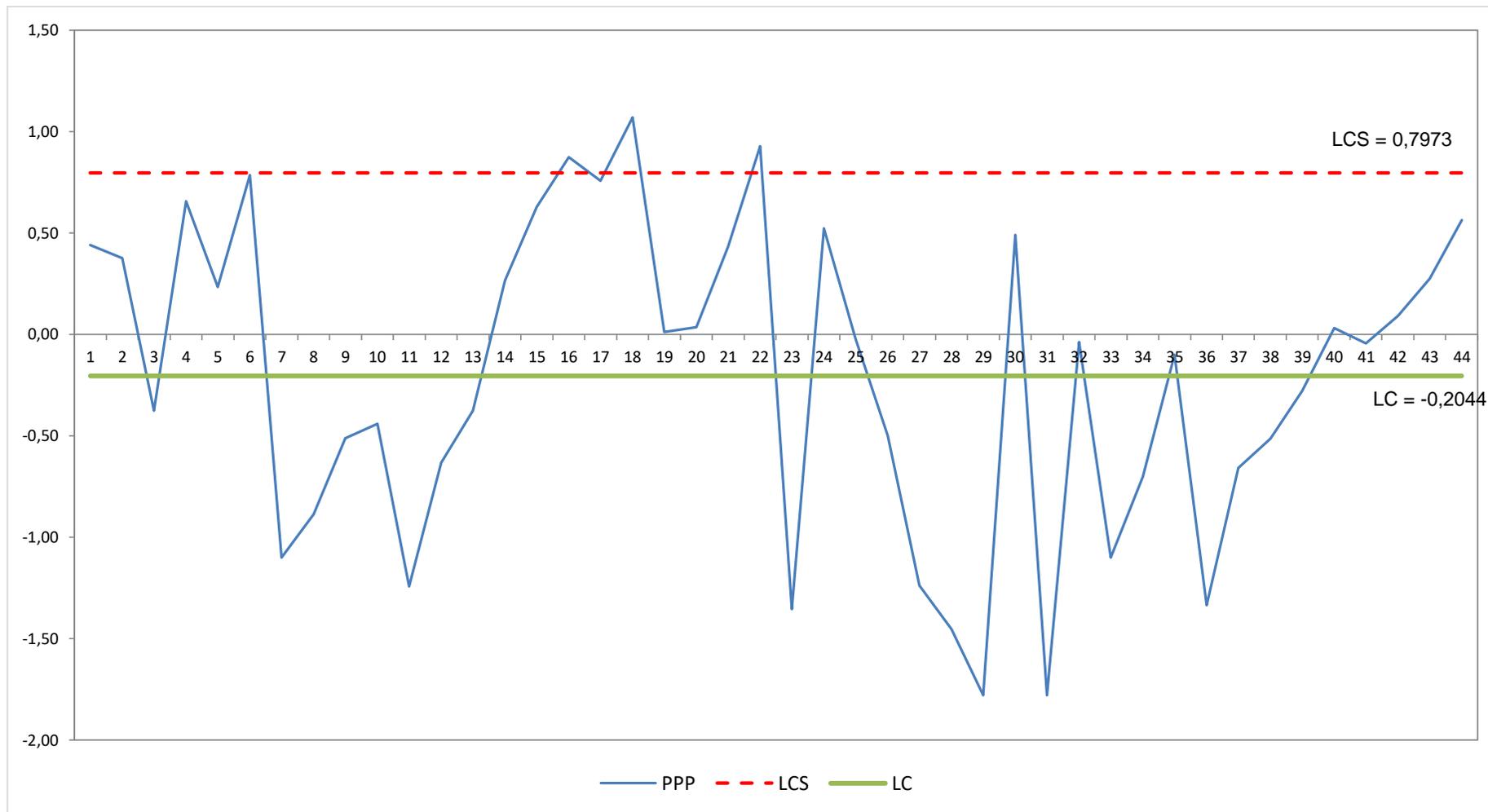
I. Gráfico 3.2.2.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



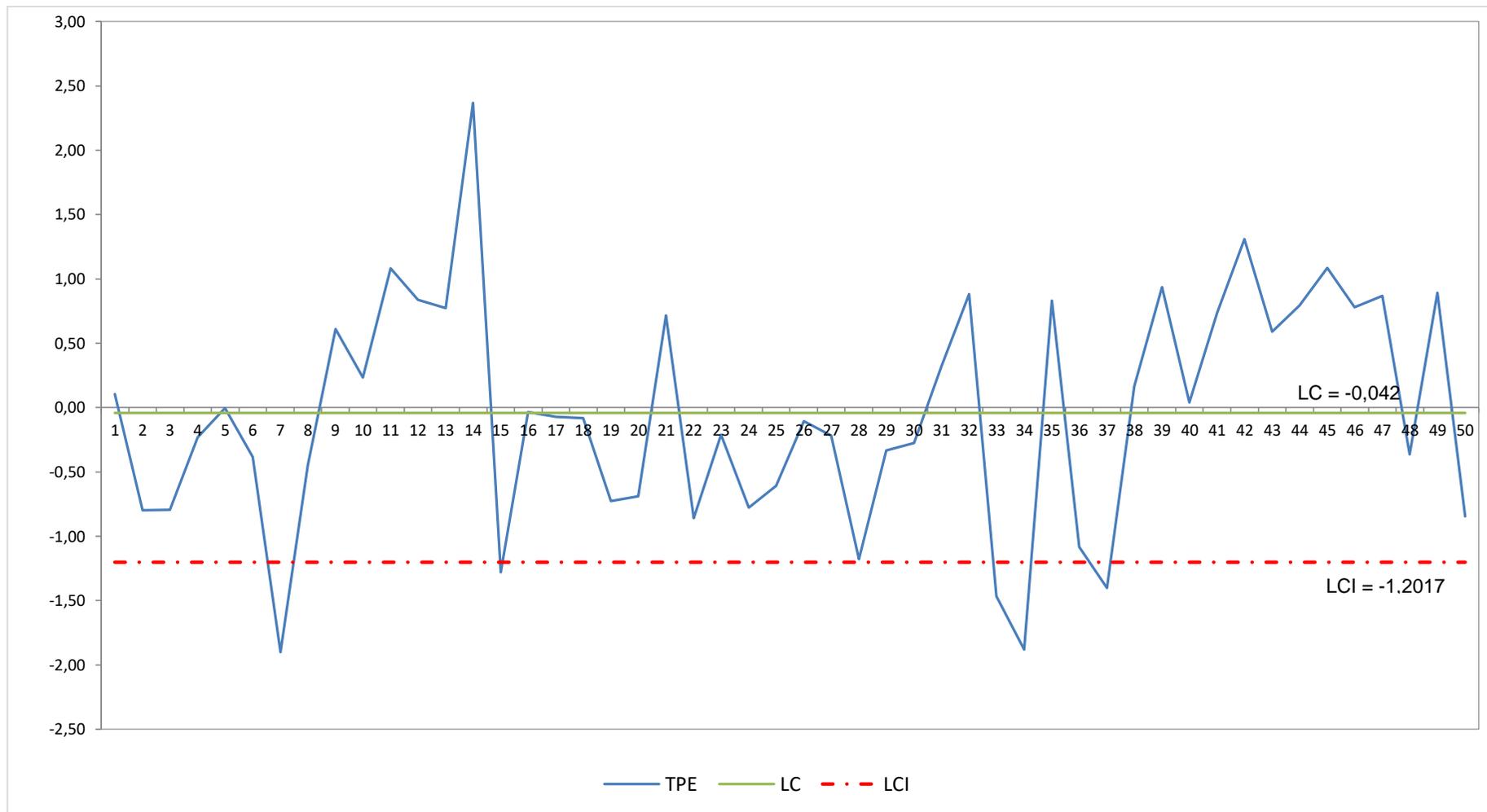
m. Gráfico 3.3.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



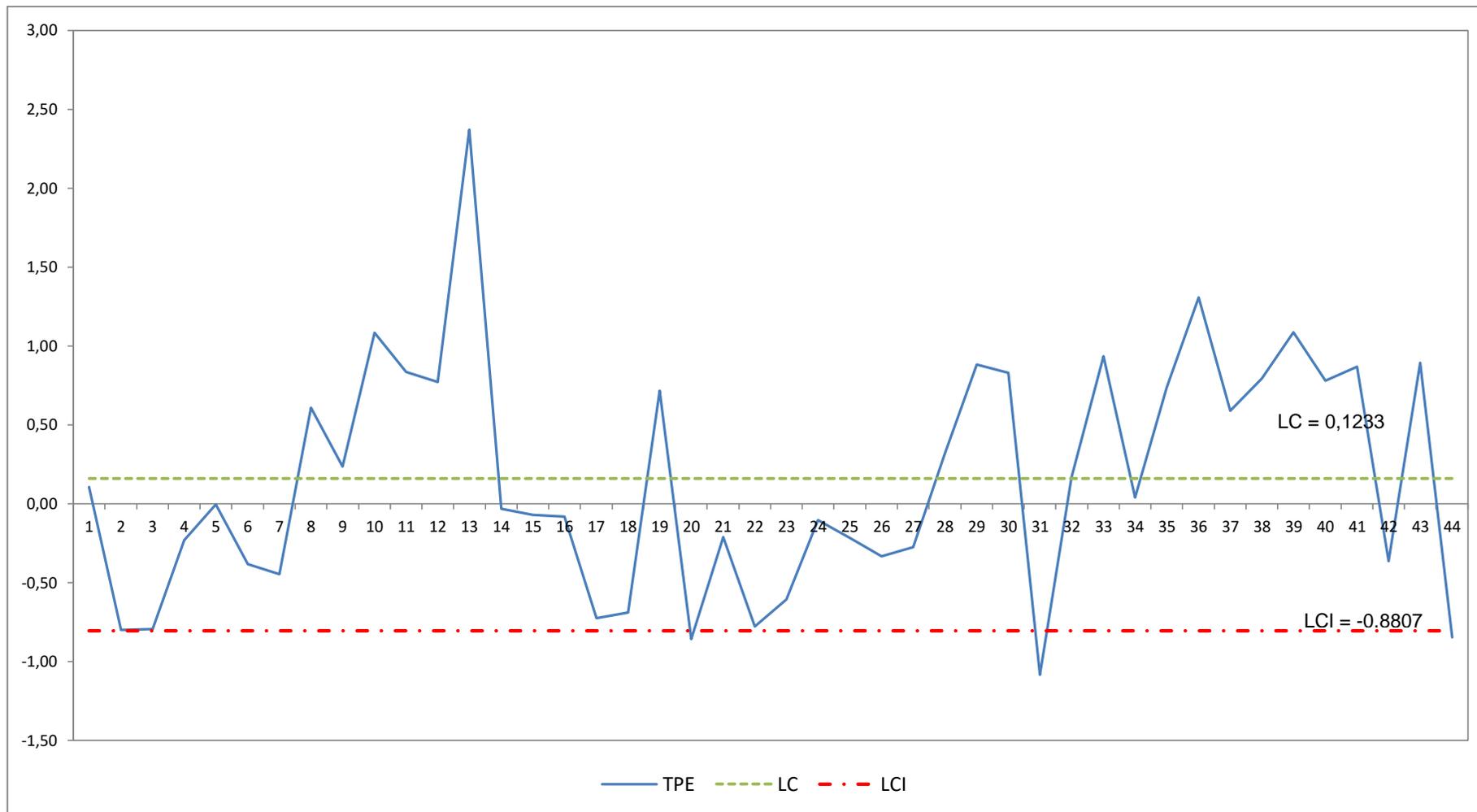
n. Gráfico 3.3.3.2 Gráfico de control de Shewhart: Proporción de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



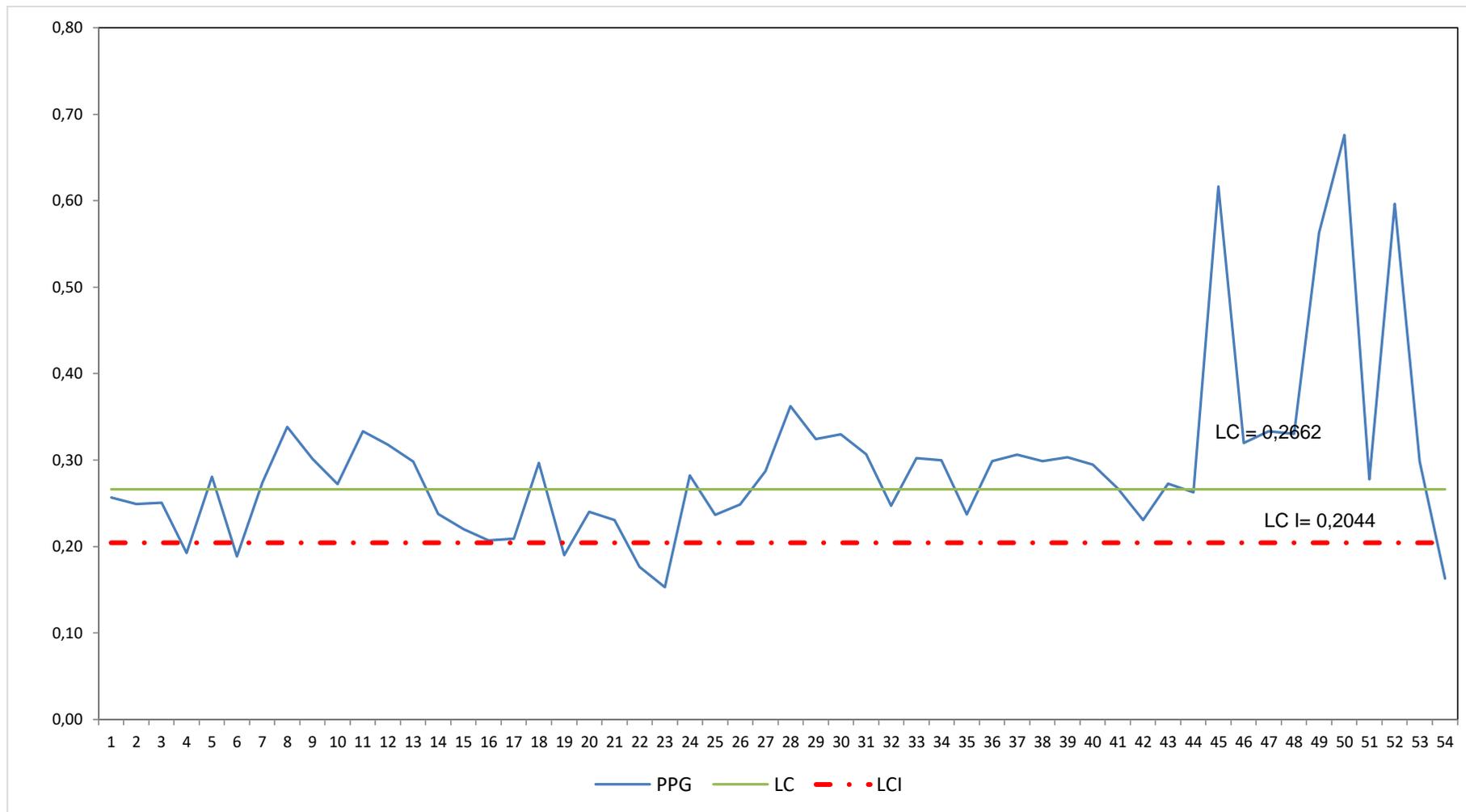
o. Gráfico 3.3.4.1 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



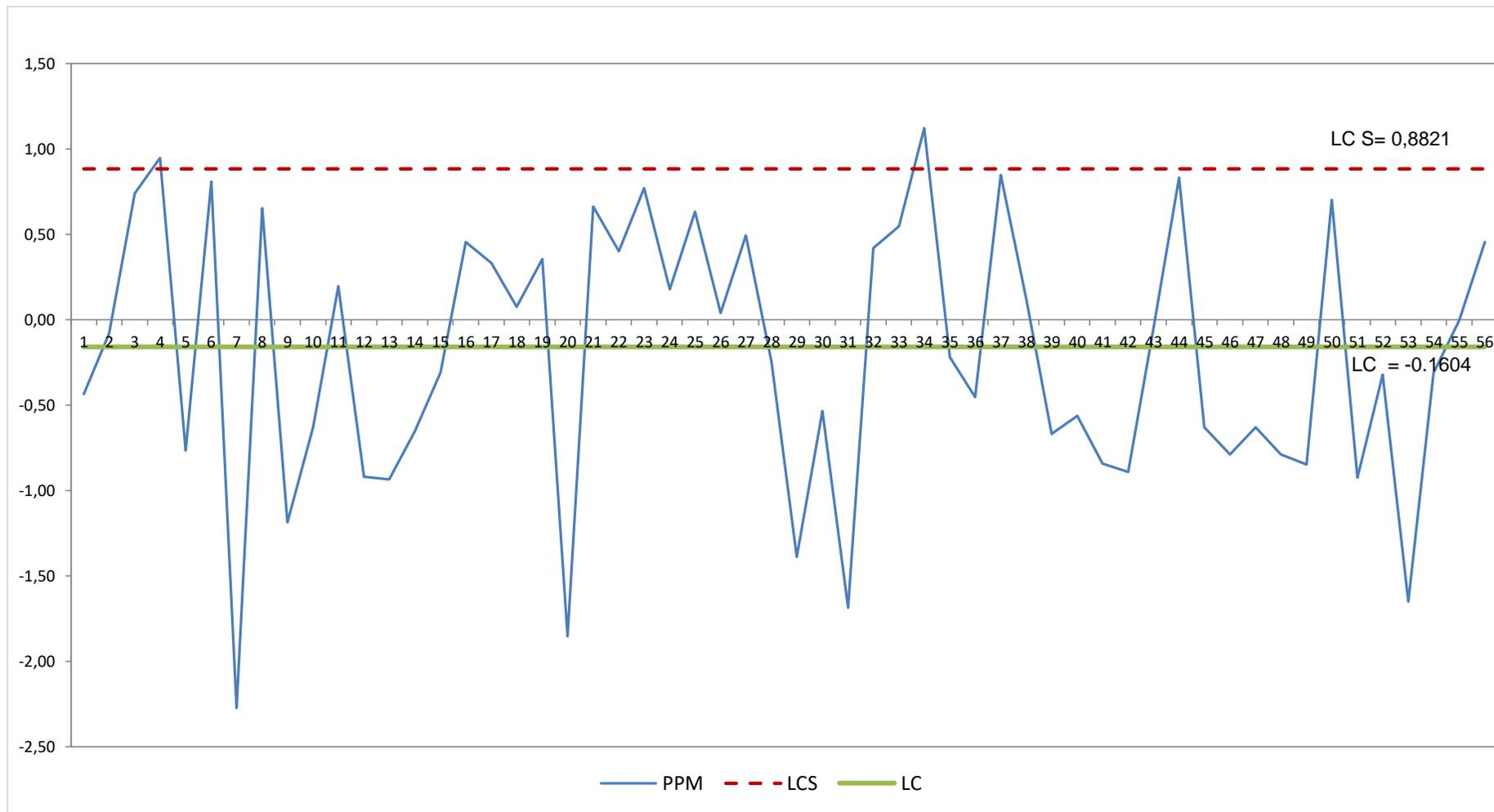
p. Gráfico 3.3.4.2 Gráfico de control de Shewhart: Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



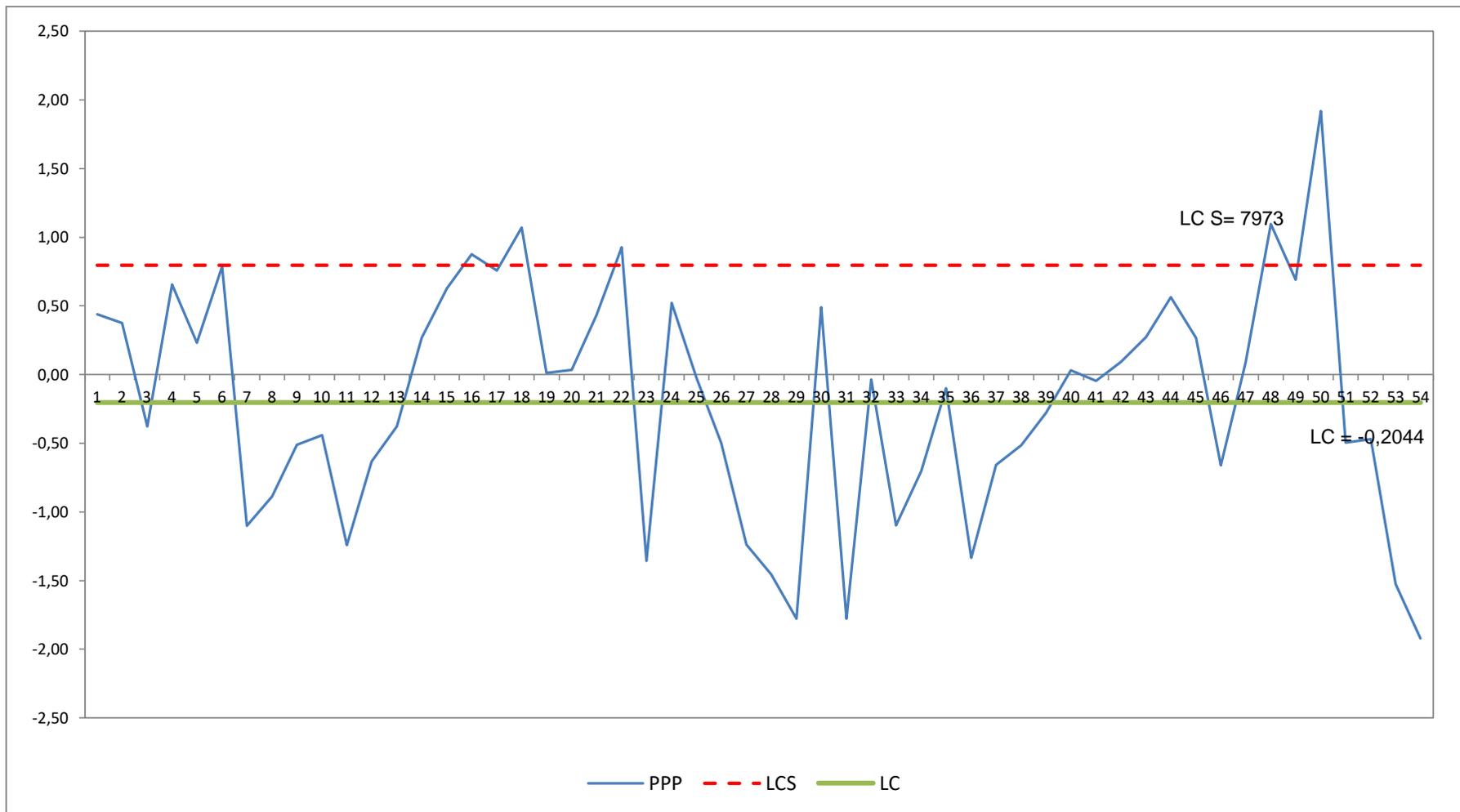
q. Gráfico 3.6.1.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



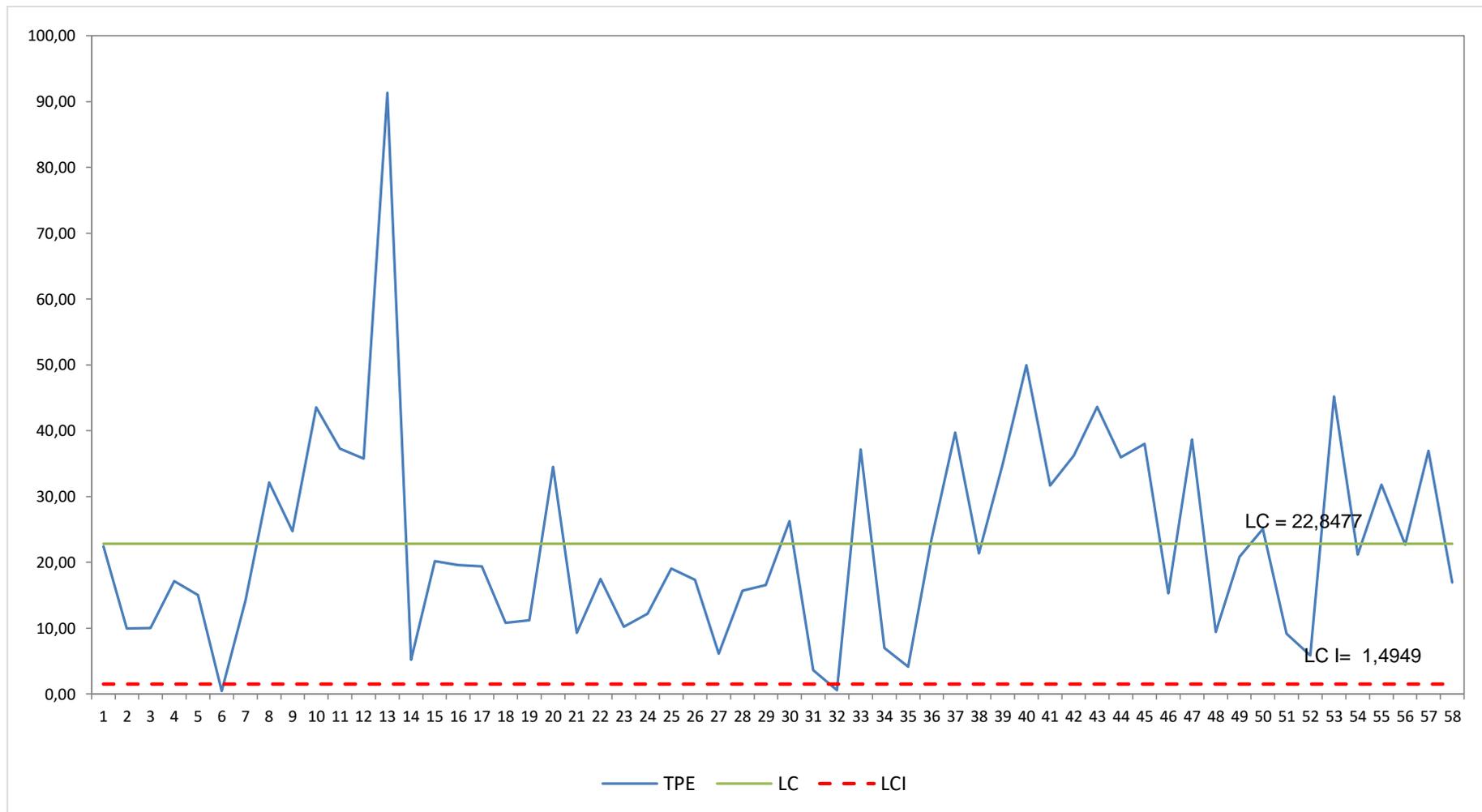
r. Gráfico 3.6.2.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



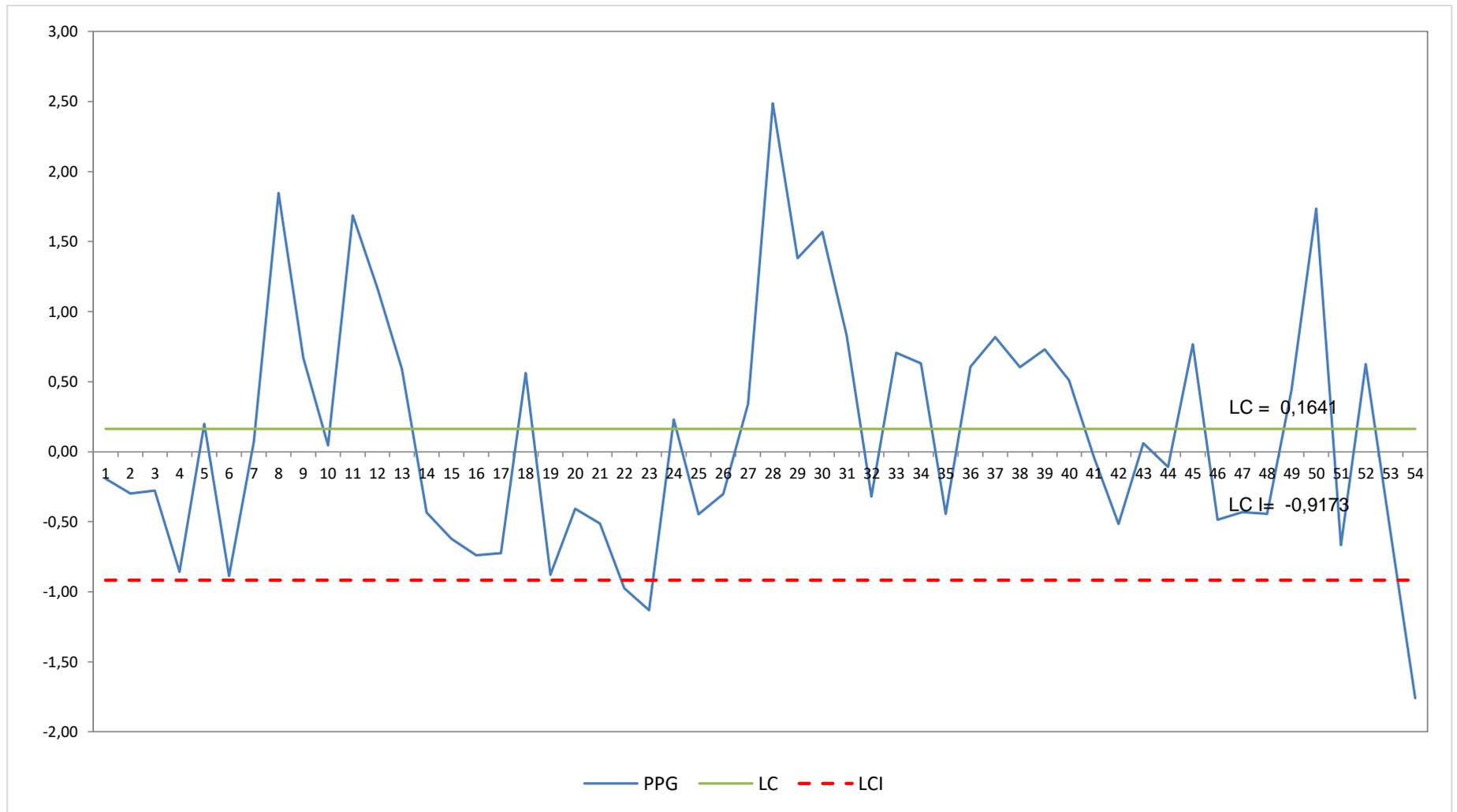
s. Gráfico 3.6.3.1 Gráfico de control: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



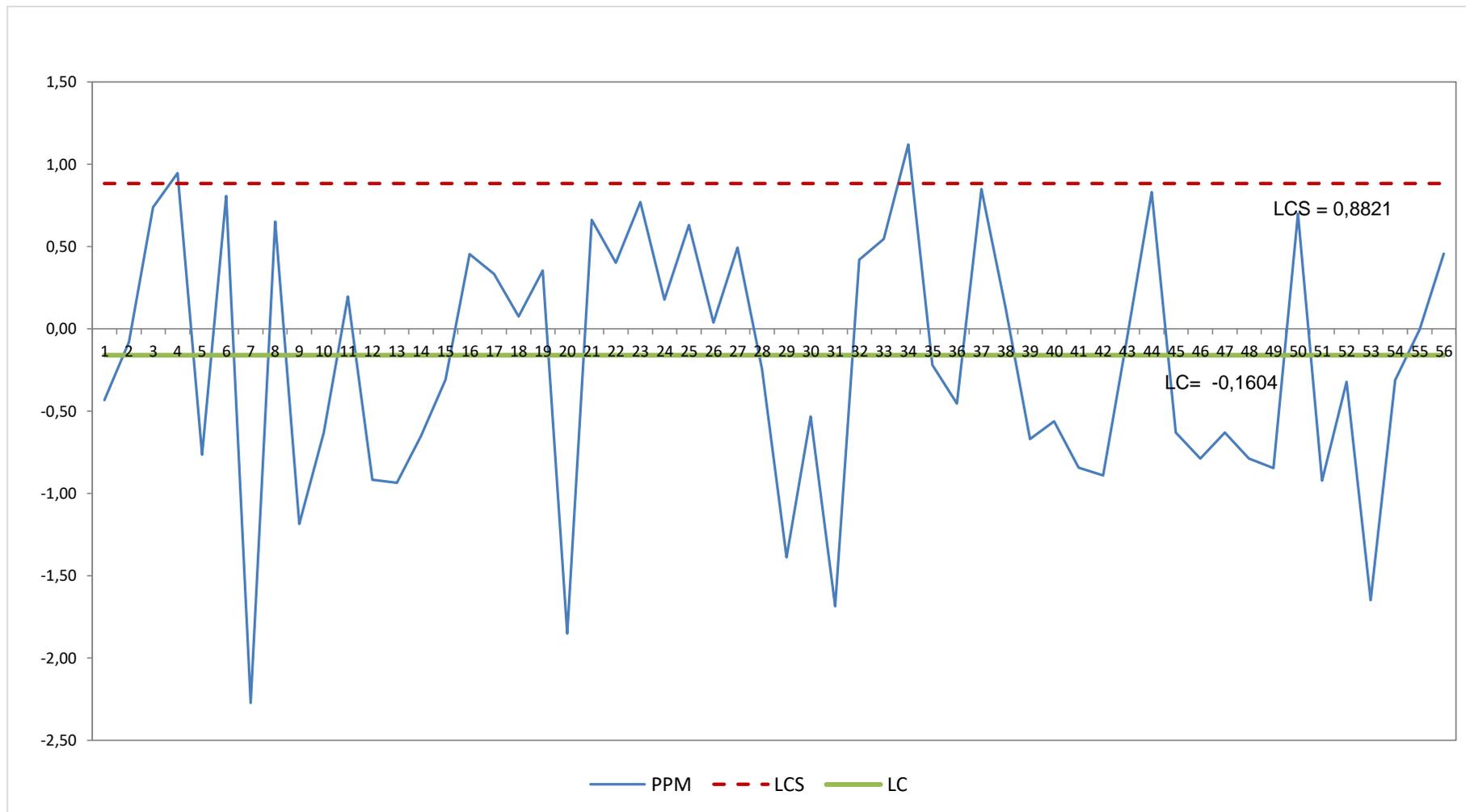
t. Gráfico 3.6.4.1 Gráfico de control: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



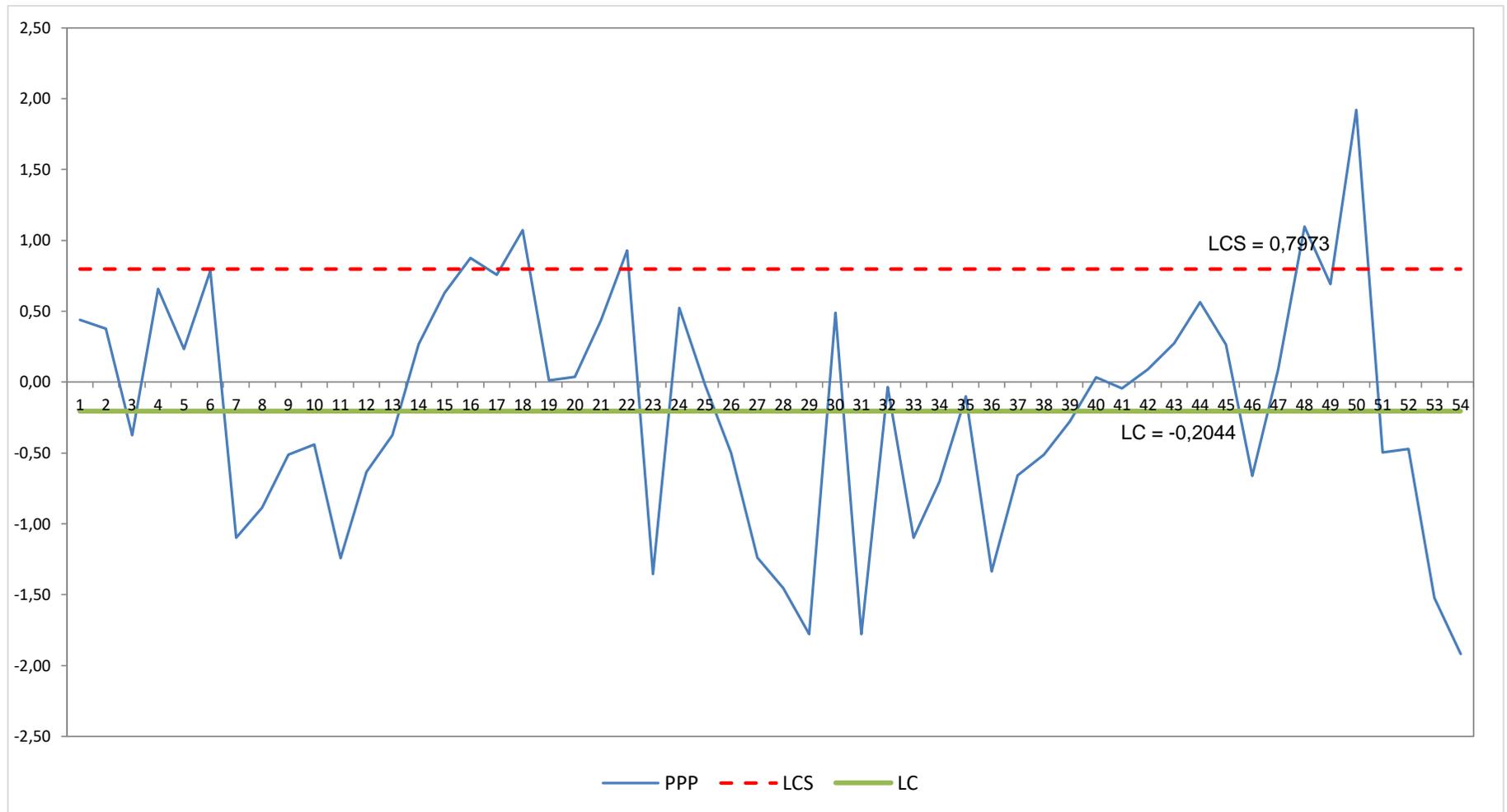
u. Gráfico 3.8.1.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Grandes

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



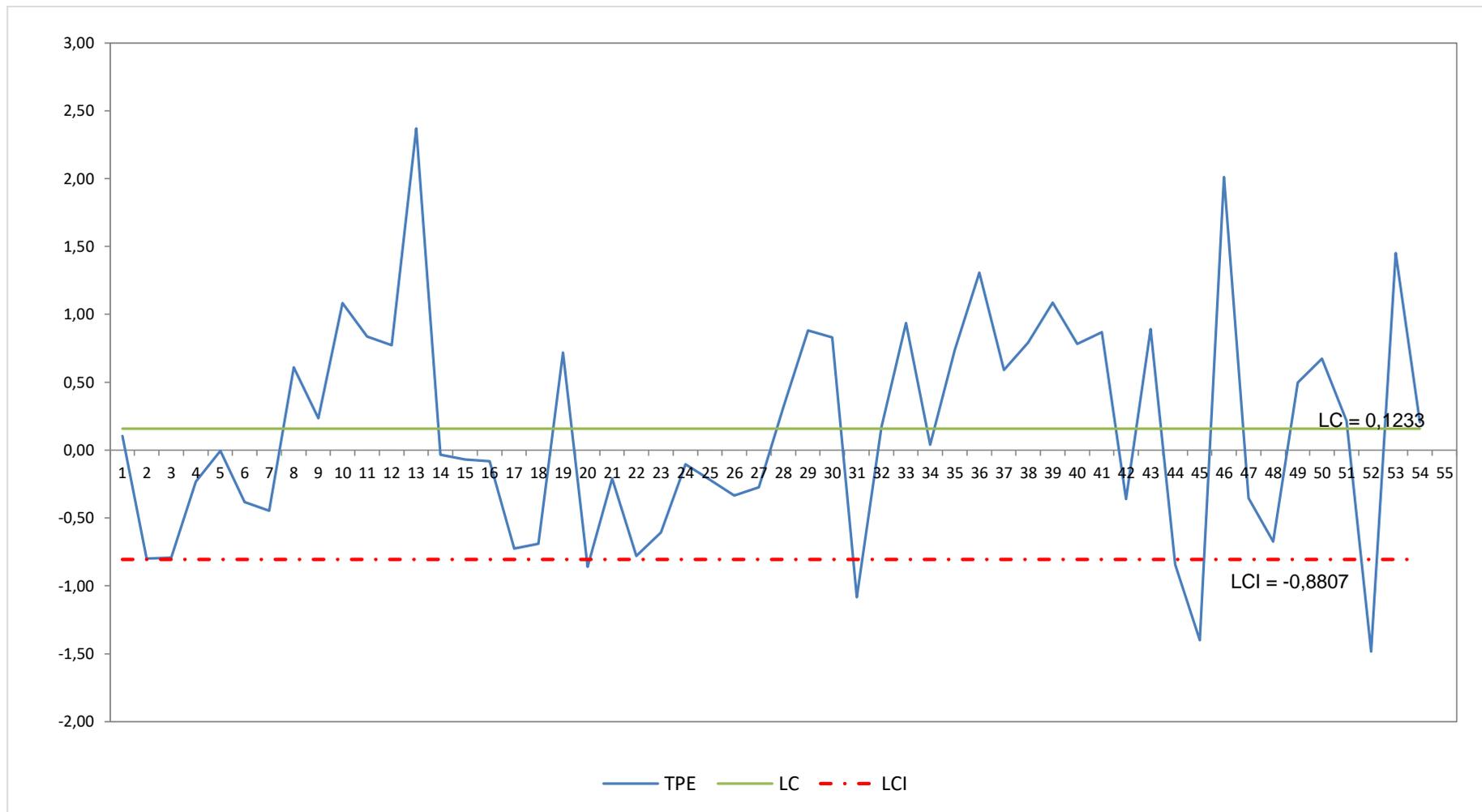
v. **Gráfico 3.8.2.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Medianas**

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



x. Gráfico 3.8.3.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Proporciones de Plantas Pequeñas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.



y. Gráfico 3.8.4.1 Gráfico de control de Shewhart: Muestra de Total de Plantas Entregadas

Fuente: Flores, José (2016) Base de datos de Producción de plantas de banano, SEBIOCA. Recuperada en noviembre de 2016, desde la Base de datos de SEBIOCA. No Publicado.