ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año:2017	Período: Segundo Término
Materia: MATG-2005	Profesor:
Evaluación: Primera	Fecha: noviembre 27 del 2017

COMPROMISO DE HONOR

Yo SOLUCIÓN al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, **que no puedo usar calculadora para cálculos aritméticos**, puedo usar un lápiz 2HB o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA: ……………………..*** ***PARALELO: ………..***

Calificación	
Tema 1:	
Tema 2:	
Tema 3:	
Tema 4:	
Tema 5:	
Total:	

TEMA 1

1.1 Sean a y b números enteros positivos: $[2\ puntos]$

a: El número de múltiplos de 9 hasta 290, inclusive. y $b = 32$

Por tricotomía, cuál de las siguientes proposiciones es verdadera indicando claramente, ¿porqué?

$* \ a > b$

$* \ a = b$

$* \ a < b$

Aplicando división euclidiana, tenemos:

$$\begin{array}{r|l} 290 & 9 \\ \cline{2-2} 20 & 32 \\ 2 & \end{array}$$

Por lo tanto:
$290 = 9(32) + 2$
Múltiplos de 9:
9: 9, 18, 27, 36, … , 288. $[1\ punto]$
El número de múltiplos de 9 es 32, entonces $a = b$.
$\therefore\ a = b \text{ es } \boldsymbol{VERDADERA}$ $[1\ punto]$

1.2 Sea z un entero positivo tal que: $p(z): -8 \leq z \leq 10$. Sea $A = Ap(z)$.
Dar el valor de certeza:
$\boldsymbol{N(A) = 11.}$

$\boldsymbol{Ap(z) = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \Rightarrow N(A) = 10}$ $[1\ punto]$
$\therefore$ *La proposicion es* ***FALSA.*** $[1\ punto]$

1.3 Dar el valor de certeza indicando claramente, ¿porqué? de:

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1}}}+\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{3}}}>\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{4}}}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1}}}+\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{3}}}>\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{4}}} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{\sqrt{3}}>1+\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2>\sqrt{3}$ $\boldsymbol{VERDADERO}$ $[1\ punto]$

$\therefore$ *La proposición es* $\boldsymbol{VERDADERA}$ $[1\ punto]$

1.4 Si a y b son enteros positivos, y $a^{-3}\cdot b^{-2}=72^{-1}$.
¿Cuál es el valor de $a+b$?

Por descomposición en factores primos tenemos:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 72=2^3\cdot 3^2 \quad \Rightarrow \quad a^{-3}\cdot b^{-2}=2^{-3}\cdot 3^{-2}$$ $[1\ punto]$

Por lo tanto: $a=2\ \ y\ \ b=3$

$\therefore$ $a+b=5$ $[1\ punto]$

1.5 $\forall \boldsymbol{x}\in\mathbb{R}$; $\boldsymbol{p(x)}$: $\sqrt{\boldsymbol{x+7}}=\mathbf{-2}$, **calcular** $\boldsymbol{Ap(x)}$**.**

Elevando al cuadrado, obtenemos:

$\left(\sqrt{x+7}\right)^2=(-2)^2 \quad \Rightarrow \quad x+7=4 \quad \Rightarrow \quad x=-3$ $[1\ punto]$

Verificación:

$\sqrt{-3+7}=-2$ **FALSO,** La raíz cuadrada de todo número real es positiva.

$\therefore$ $\boldsymbol{Ap(x)=\emptyset}$ $[1\ punto]$

TEMA 2

2.1 Determinar la validez del siguiente razonamiento:

"Aprobaré MATG-2005 si soy de EDCOM o Turismo. No me permitirán tomar estadística. Apruebo MATG-2005 solo si me permitirán tomar estadística. Por consiguiente; No soy de EDCOM.

Proposiciones simples

p: Yo aprobaré MATG-2005.
q: Yo soy de EDCOM.
r: Yo soy de Turismo.
s: Me permitirán tomar estadística. $[1\ punto]$

Lenguaje formal

H_1: $(q\vee r)\to p$
H_2: $\neg s$
H_3: $p\ \to s$
==========
C: $\neg q$ $[1\ punto]$

Demostración: ***MÉTODO INDIRECTO POR CONTRARRECÍPROCA***.

Negamos en consecuente: $\neg q\equiv 0$; $\therefore q\equiv 1$

Analizando hipótesis:

H_1: $(1\vee r)\to p \quad \therefore \quad p\equiv 1$ (VERDADERO)

$H_3: 1 \rightarrow s$ $\therefore$ $s \equiv 1$ (VERDADERO)
$H_2: \neg 1 \equiv 0$ (FALSO)
La forma proposicional es **Tautológica**. $[2\ puntos]$
$\therefore$ $\boldsymbol{El\ razonamiento\ es\ VÁLIDO}$ $[1\ punto]$

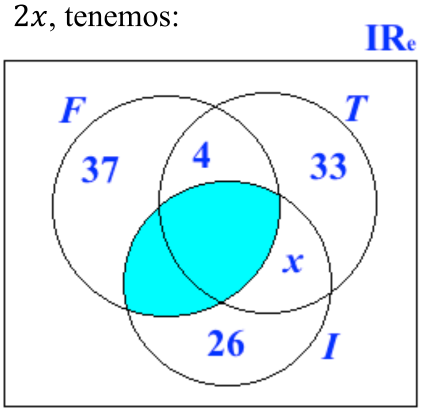
2.2 Se encuesto a 115 estudiantes de Nutrición que tenían al menos una cuenta en Facebook, Twitter e Instagram. Los resultados fueron los siguientes:

- 37 tienen solamente cuenta en Facebook.
- 33 tienen solamente cuenta en Twitter.
- 26 tienen solamente cuenta en Instagram.
- 4 tienen cuenta en Facebook y Twitter, pero no en Instagram.

Si la cantidad de estudiantes que tienen Facebook e Instagram es el doble de los que tienen Twitter e Instagram pero no Facebook. Calcular el número de estudiantes que tienen Facebook.

$\mathbb{R}_e = \{x\ /\ x\ es\ estudiate\ de\ Nutrición\}$
$F = \{x\ /\ x\ tiene\ cuenta\ en\ Facebook\}$
$T = \{x\ /\ x\ tiene\ cuenta\ en\ Twitter\}$
$I = \{x\ /\ x\ tiene\ cuenta\ en\ Instagram\}$ $[1\ punto]$

Llenando el siguiente diagrama de Venn y tomando en cuenta que la parte sombreada es $2x$, tenemos:



$[1\ punto]$

Por lo tanto:

$37 + 4 + 33 + x + 26 + 2x = 115$
$3x + 100 = 115$
$3x = 115 - 100$
$x = \frac{15}{3}$
$\therefore\ x = 5$
$N(F) = 37 + 4 + 2(5)$
$N(F) = 51$ $[2\ puntos]$

$\therefore$ $El\ número\ de\ estudiantes\ que\ tienen\ FACEBOOK\ es\ 51$ $[1\ punto]$

TEMA 3

Una compañía de turismo para sus promociones requiere producir 10000 litros de jerez encabezando vino blanco, que contiene 10% de alcohol, con brandy, el cual tiene un contenido de alcohol del 35% por volumen. El jerez debe tener un contenido de alcohol del 15%. Determinar las cantidades de vino blanco y de brandy que deben mezclarse para obtener el resultado deseado.

Llenando los datos en un cuadro numérico de doble entrada, obtenemos:

	Litros	**Concentración**	**Mezcla**
Vino blanco	$10000 - x$	$\frac{10}{100}$	$\frac{10}{100}(10000 - x)$
Brandy	x	$\frac{35}{100}$	$\frac{35}{100}(x)$
Jerez	10000	$\frac{15}{100}$	$\frac{15}{100}(10000)$

$[4\ puntos]$

Resolviendo la ecuación, tenemos:

$$\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{100}}(\mathbf{10000}-\boldsymbol{x})+\frac{\mathbf{35}}{\mathbf{100}}(\boldsymbol{x})=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{100}}(\mathbf{10000})$$

$$\mathbf{100000-10}\boldsymbol{x}+\mathbf{35}\boldsymbol{x}=\mathbf{150000} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{25}\boldsymbol{x}=\mathbf{150000-100000}$$

$\mathbf{25}\boldsymbol{x}=\mathbf{50000} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x}=\mathbf{2000}$ $[4\ puntos]$

∴ **Necesitamos mezclar 2000 litros de Brandy con 8000 litros de vino blanco.**

$[2\ puntos]$

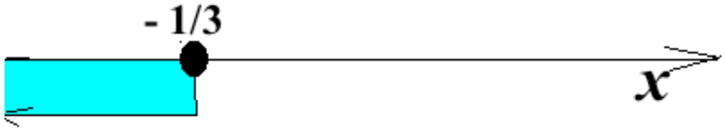
TEMA 4

Sea $p(x)$: $\frac{5-x}{2}-\frac{3-x}{5}\geq 2$ y $q(x)$: $|2x-3|\leq x+1$

Calcular: $A[p(x)\vee q(x)]$

$\frac{5-x}{2}-\frac{3-x}{5}\geq 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathbf{5(5-}\boldsymbol{x}\mathbf{)-2(3-}\boldsymbol{x}\mathbf{)}}{\mathbf{10}}-\mathbf{2}\geq\mathbf{0}$

$\frac{-3x+19-20}{10}\geq 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{-3}\boldsymbol{x}\mathbf{-1}\geq\mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{-3}\boldsymbol{x}\geq\mathbf{1} \ \Rightarrow \ \boldsymbol{x}\leq-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ $[2\ puntos]$



∴ $Ap(x)=\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right]$ $[2\ puntos]$

Aplicando definición a $q(x)$, obtenemos:

$$-x-1\ \leq 2x-3\ \leq x+1$$

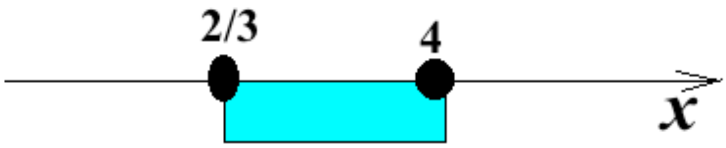
Partiendo la desigualdad, tenemos:

$-x-1\leq 2x-3 \quad \wedge \quad 2x-3\leq x+1$

$3-1\leq 2x+x \quad \wedge \quad 2x-x\leq 1+3$

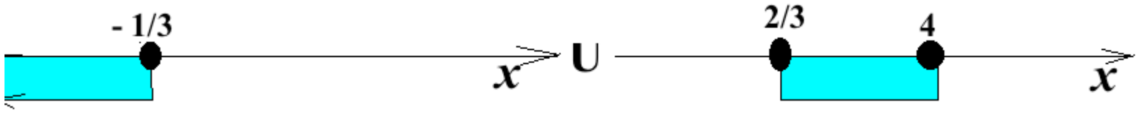
$2\leq 3x \quad \wedge \quad x\leq 4$

$x\geq\frac{2}{3}$ $[2\ puntos]$



∴ $Aq(x)=\left[\frac{2}{3},4\right]$ $[2\ puntos]$

$$A[p(x)\vee q(x)]=Ap(x)\cup Aq(x)$$



∴ $A[p(x)\vee q(x)]=\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},4\right]$ $[2\ puntos]$

TEMA 5

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Calculamos el determinante (Chio o cualquier método) del sistema:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 16 - 6 = 10 \quad \Rightarrow \quad \Delta = 10$$

$[2\ puntos]$

Aplicando método de Kramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & -5 & 3 \end{vmatrix}}{10} = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x_1 = \frac{6}{5}}$$

$[2\ puntos]$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}}{10} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x_2 = \frac{3}{5}}$$

$[2\ puntos]$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix}}{10} = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{x_3 = \frac{8}{5}}$$

$[2\ puntos]$

$$\therefore \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{8}{5} \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$[2\ puntos]$