



(MECG1020)

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y CIENCIAS DE LA PRODUCCIÓN**

**CINEMÁTICA DE MAQUINARIAS**

**EXAMEN PARCIAL**

Nombres:

Apellidos:

No. de matrícula

Fecha de emisión:

*Lisington Castro*  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
29/11/2017

NOTA: Durante la resolución de la presente evaluación, como durante el desarrollo de todo el contenido del curso de Cinemática de Maquinaria, los estudiantes deben actuar acorde al código de ética y al reglamento de estudios de pregrado de ESPOL.

Firma:

C.I.:

*Solución*  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Instrucciones:

- 1.) Este es un examen en el que no se permite ningún tipo de apuntes o libro.
- 2.) Marcar de forma específica las respuestas.
- 3.) Procedimiento de resolución debe ser claro y conciso.
- 4.) La duración del presente examen es de 120 min.



(MECG1020)

Problema 1.) (1 puntos)

Determine la movilidad del mecanismo mostrado en la figura 1.

- A.) 1
- B.) 2
- C.) 3
- D.) 4



$$M = 3(N-1) - 2J_1 - J_2$$

$$N = 4$$

$$J_1 = 4$$

$$J_2 = 0$$

$$\Rightarrow M = 3(4-1) - 2(4) - 0$$

$$M = +1$$

Figura 1. "Sistema leva-seguidor". Fuente: Norton, R. L. (2004).

Problema 2.) (14 puntos)

Considerando el mecanismo articulado ("robot paralelo") mostrado en la figura 2 (lado izquierdo), esquematizar en el espacio provisto junto a dicha figura (lado derecho) los rangos en los que la junta tres podría operar de forma correcta, en cuales no y los puntos críticos, es decir en los que la transmisión sería ideal y en los que el sistema presentaría trabamientos.

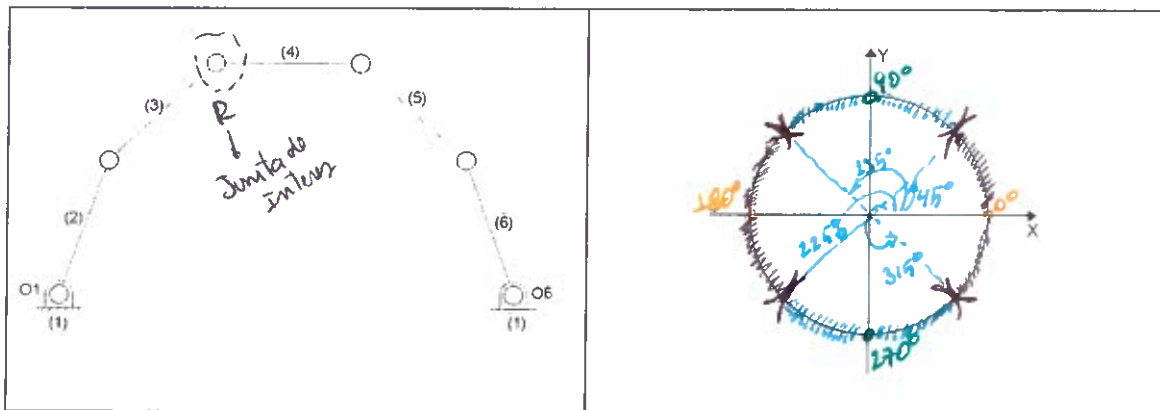
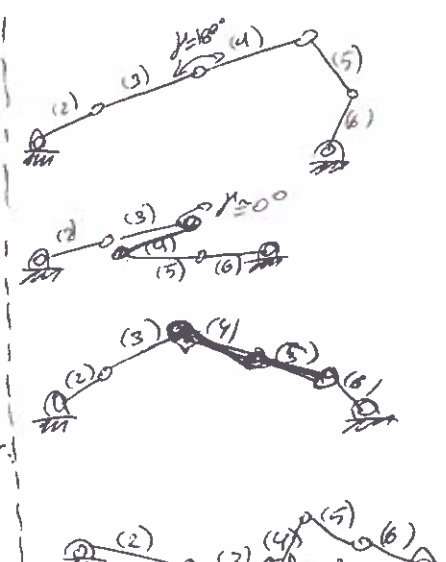


Figura 2. Mecanismo articulado (paralelo). Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

$90^\circ$  y  $270^\circ$  → máxima transmisión  
 ↳ Recomendado  
 $0^\circ$  y  $180^\circ$  → Trabamientos  
 Puntos muertos  
 $(45^\circ, 135^\circ)$   
 $(225^\circ, 315^\circ)$  → Recomendable  
 rango de operación  
 $(315^\circ, 45^\circ)$   
 $(135^\circ, 225^\circ)$  → no se recomienda  
 operación  
 ↑ riesgo, Fallos,  
 desgustos, vibraciones, etc.





(MECG1020)

Problema 3.) (15 puntos)

Para el mecanismo intermitente mostrado en la figura 3, usando el método de vectores unitarios, determinar  $\vec{V}_{salida}$  cuando el ángulo de entrada ( $\theta_2$ ) presenta los valores mostrados en la tabla 1.

NOTA:  $|\vec{\omega}_2| = 20 \text{ rad/s}$ . Asumir velocidad constante. Además, la distancia entre los centros O2-A es de 30 cm.

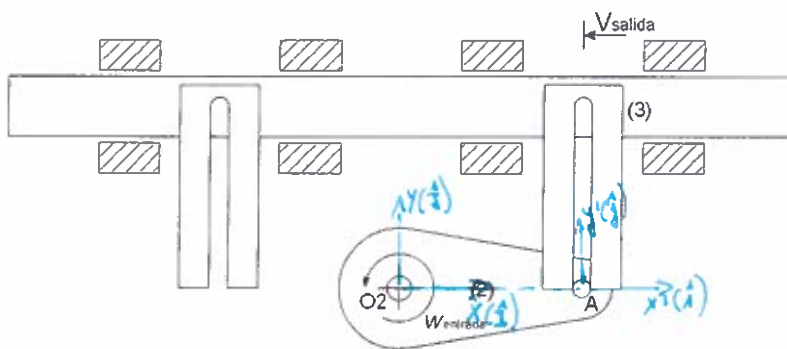
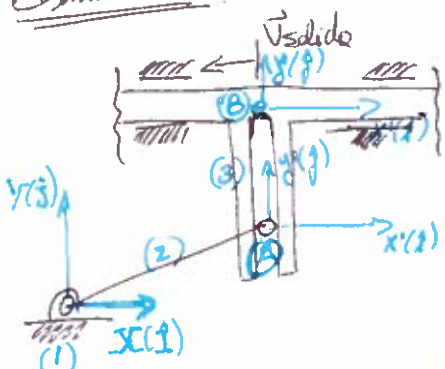


Figura 3. Mecanismo de Ginebra con salida lineal. Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

Tabla 1.  $\vec{V}_{salida}$  en función de  $\theta_2$ . Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

$\theta_2$ (°)	$\vec{V}_{salida}$ (m/s)
0°	0
45°	$-3\sqrt{2}$
90°	-6
135°	$-3\sqrt{2}$
180°	0

Demstración:



$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V} + (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{A/B})$$

$$\vec{V}_{salida} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |\vec{V}_A| \begin{pmatrix} \cos(90^\circ + \theta_2) \\ \sin(90^\circ + \theta_2) \end{pmatrix} + |\vec{V}| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + (\vec{\omega}_2 \times \vec{n}_{A/B})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (i): |\vec{V}_{salida}| = |\vec{V}_A| \cos(90^\circ + \theta_2) \\ (j): 0 = |\vec{V}_A| \sin(90^\circ + \theta_2) + |\vec{V}| \end{cases}$$

$$\therefore |\vec{V}_{salida}| = |\vec{V}_A| \cos(90^\circ + \theta_2)$$

$$|\vec{V}_A| = |\vec{\omega}_2| \sin 40^\circ = (20 \text{ rad/s}) \left( \frac{300 \text{ mm}}{100} \right) = 6 \text{ (m/s)}$$



(MECG1020)

Problema 4.) (30 puntos)

Aplicando el método grafo-analítico para analizar el mecanismo mostrado en el plano adjunto, determinar:

- a.) La imagen de velocidades del eslabón (3).
- b.) Estimar  $\vec{V}_C$ .
- c.) La imagen de aceleraciones del eslabón (3)
- d.) Estimar  $\vec{A}_C$ .

NOTA:  $\bar{\omega}_2 = 25 \left(\frac{rad}{s}\right)$

Nota: el desarrollo gráfico se deberá realizar en plano proporcionado en la siguiente página (escala 1:1). Además, en esta hoja, puede escribir las respuestas de forma concisa y ordenada.

Dimensiones:

- $|\vec{r}_{A/O_2}| = 38 \text{ mm}$
- $|\vec{r}_{B/O_4}| = 38 \text{ mm}$
- $|\vec{r}_{B/A}| = 76.5 \text{ mm}$
- $|\vec{r}_{C/A}| = 57.5 \text{ mm}$
- $|\vec{r}_{C/B}| = 38.5 \text{ mm}$

I.) Sistema de referencia

II.) Escalado Posición  $\rightarrow 1:1$

III.) Velocidad

$$|\vec{V}_A| = |\bar{\omega}_2| |\vec{r}_{A/O_2}| \sin 90^\circ = (25 \text{ rad/s})(38 \text{ mm}) = 950 \text{ (mm/s)}$$

Ecuación de Velocidades:  $\frac{V_D}{V_R} = \frac{4 \text{ cm}}{950 \text{ (mm/s)}}$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V} + (\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}) \rightarrow \text{Por facilidad } \rightarrow \text{Trabaja solo en el sistema } \{x, z\}$$

$$\vec{V}_A = |\vec{V}_A| \begin{pmatrix} \cos \theta_A \\ \sin \theta_A \\ 0 \end{pmatrix}_{(xyz)}$$

$$\vec{V} = \vec{0}$$

$$\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A} = |\bar{\omega}_3| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times |\vec{r}_{B/A}| \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |\bar{\omega}_3| |\vec{r}_{B/A}| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Em base al gráfico, el sentido es el contrario, porque si no, el polígono no cerraría.

$$|\vec{V}_B| \cong 31.5 \text{ mm} = 3.15 \text{ cm} \rightarrow |\vec{V}_B| = 748.13 \text{ (mm/s)}$$

$$|\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}| \cong 3.15 \text{ cm} \rightarrow |\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}| \cong 748.13 \text{ (mm/s)}$$

$$\Rightarrow \bar{\omega}_3 = (9.78) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ (rad/s)}$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + (\vec{V}_{C/A}) \rightarrow (\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A})$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + (\vec{V}_{C/B}) \rightarrow (\bar{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B})$$

$$|\vec{V}_C| = (42.5 \text{ mm}) \rightarrow 1009.38 \text{ (mm/s)}$$

$$\rightarrow \vec{V}_C = (1009.38 \text{ (mm/s)}) \leftarrow \theta = 177.5^\circ$$

#### IV. Aceleración

$$|\vec{A}_A^m| = |\vec{\omega}_2|^2 |\vec{r}_{A/O_2}| = (25)^2 (38 \text{ mm}) = \boxed{23750 \text{ (mm/s}^2\text{)}}$$

Ejemplo de aceleración g

$$\frac{A_D}{A_R} = \frac{50 \text{ cm}}{23750 \text{ (mm/s}^2\text{)}}$$

$$\vec{A}_B = \vec{A}_A + \vec{A} + 2(\vec{\omega}_2 \times \vec{v}) + (\vec{\alpha}_2 \times \vec{r}_{B/A}) + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{B/A})$$

$$\hookrightarrow \vec{A}_B = \vec{A}_B^m + \vec{A}_B^t \quad \rightarrow \quad |\vec{A}_B^m| = |\vec{\omega}_4|^2 |\vec{r}_{B/O_4}| = (19.69)^2 (38 \text{ mm}) = 14732.45 \text{ (mm/s}^2\text{)}$$

$$\vec{A}_A = \vec{A}_A^m + \vec{A}_A^t$$

$$\rightarrow \text{con escala} \Rightarrow |\vec{A}_B^m| \approx 3.1 \text{ cm} \rightarrow \text{dirección } \parallel \text{ al } \vec{r}_{B/O_4}$$

$$|\vec{A}_B^t| = \omega_4 |\vec{r}_{B/O_4}| = ?? \rightarrow \text{dirección } \perp \vec{v}_B \text{ (} \perp \text{ al } \vec{r}_{B/O_4}\text{)}$$

$$\vec{A}_B^t + \vec{A}_B^m = \vec{A}_A^m + (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A})$$

$$|\vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{B/A})| = |\vec{\omega}_3|^2 |\vec{r}_{B/A}| = (9.78)^2 (76.5 \text{ mm}) = 7317.10 \text{ (mm/s}^2\text{)}$$

$$\rightarrow \text{con escala} \Rightarrow \approx 1.54 \text{ cm}$$

$$|\vec{v}_B| = 4.3 \text{ cm} \rightarrow |\vec{A}_B^t| = 20425 \text{ (mm/s}^2\text{)}$$

$$|\vec{v}_3| = 372.55 \text{ (cm/s)} \rightarrow \text{acorde al giro} \rightarrow \text{v} \text{ en sentido contrario} \rightarrow -\vec{v}$$

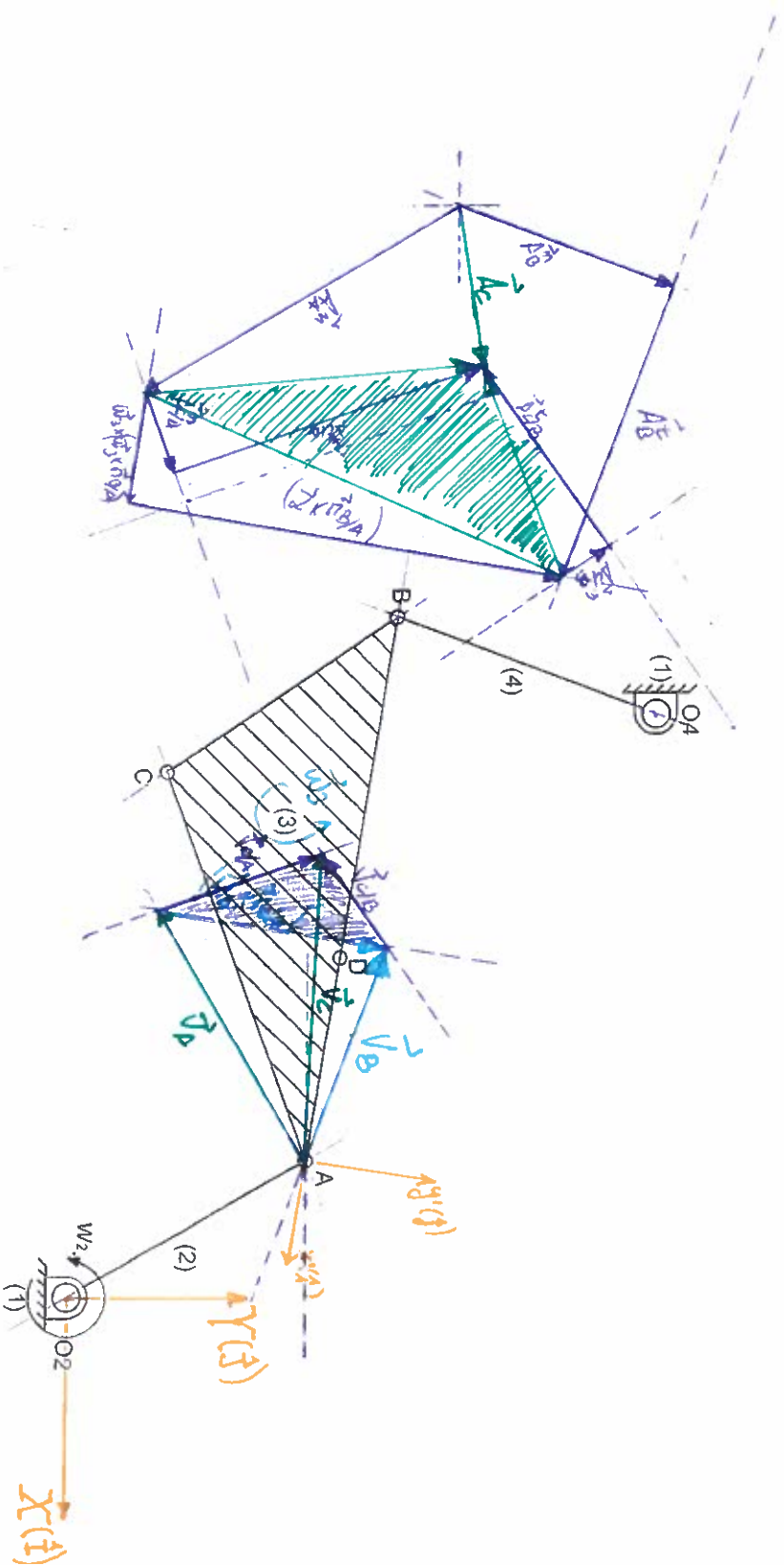
$$|\vec{r}_3 \times \vec{v}_3| = 6 \text{ cm} \Rightarrow |\vec{v}_3 \times \vec{r}_3| = 28500 \text{ (mm/s}^2\text{)}$$

$$\vec{A}_C = \vec{A}_A + \vec{A} + 2(\vec{\omega}_3 \times \vec{v}) + (\vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_{C/A}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A})$$

$$\vec{A}_C = \vec{A}_A + (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A}) + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A}) \quad \rightarrow \quad |\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A}| = 4.5 \text{ cm} \quad | \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/A}) | = 1.16 \text{ cm}$$

$$\vec{A}_C = \vec{A}_B + (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B}) + (\vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B})) \quad \rightarrow \quad |\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B}| = 3.02 \text{ cm} \quad | \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_{C/B}) | = 0.78 \text{ cm}$$

$$|\vec{A}_C| \approx 2.2 \text{ cm} \Rightarrow \text{con escala} \Rightarrow |\vec{A}_C| \approx 10450 \text{ (mm/s}^2\text{)} \rightarrow \vec{A}_C = (10450 \text{ (mm/s}^2\text{)}) \angle 100^\circ$$



Dibujado por: Ing. L. Castro, M.S.M.E.



$\dot{\theta}_2 = \text{constante} \rightarrow \text{asumo, dado que no se indicio lo contrario}$   
 $\Rightarrow \ddot{\theta}_2 = 0$

(MECG1020)

Problema 5.) (15 puntos)

Dadas los siguientes parámetros de entrada para el sistema mostrado en la figura 5, computar los parámetros de salida especificados en la tabla 2.

Tabla 2.  $\vec{v}_{salida}$  en función de  $\theta_2$ . Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

Variables de ingreso		Variables de salida	
$\theta_2$ (°)	30	$\theta_3$ (°)	+115.66°
$r_2$ (m)	0.3	$r_1$ (m)	+0.641
$r_3$ (m)	0.6	$\dot{r}_1$ (m/s)	+34.85
$\dot{\theta}_2$ (rad/s)	105	$\dot{\theta}_3$ (rad/s)	-29.12
$\ddot{\theta}_2$	0	$\ddot{r}_1$ (m/s <sup>2</sup> )	-842.13
		$\ddot{\theta}_3$ (rad/s <sup>2</sup> )	-4888.91

$\dot{\theta}_2 = (105 \text{ rad/s}) (\hat{i})$

Esquema del sistema	Ecuaciones
<p>The diagram shows a mechanism with a vertical guide (1) and a slider (3). A rotating arm (2) is attached to the guide at point O2 and has a pivot at point A. The slider (3) is attached to the arm at point A and moves vertically. The coordinate system has X horizontal and Y vertical. Angles <math>\theta_2</math> and <math>\theta_3</math> are shown. Handwritten notes include <math>r_2</math>, <math>r_3</math>, <math>\dot{\theta}_2</math>, and <math>\dot{\theta}_3</math>.</p>	<p><math>\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3</math></p> <p>Posición</p> $\theta_3 = \cos^{-1} \left( -\left(\frac{r_2}{r_3}\right) \cos \theta_2 \right)$ $r_1 = (r_2 \sin \theta_2) + (r_3 \sin \theta_3)$ <p>Velocidad</p> $\begin{bmatrix} 0 & r_3 \sin \theta_3 \\ 1 & -r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ +r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$ <p>Aceleración</p> $\begin{bmatrix} 0 & r_3 \sin \theta_3 \\ 1 & -r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - r_2 (\dot{\theta}_2)^2 \cos \theta_2 - r_3 (\dot{\theta}_3)^2 \cos \theta_3 \\ +r_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - r_2 (\dot{\theta}_2)^2 \sin \theta_2 - r_3 (\dot{\theta}_3)^2 \sin \theta_3 \end{bmatrix}$

Figura 5. Mecanismo articulado. Fuente: Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.



(MECG1020)

Problema 6.) (15 puntos)

Síntesis de gráfica de mecanismos de cuatro barras:

Para el cuerpo mostrado en la figura 6, determinar:

- Dimensiones del mecanismo de cuatro barras.
- Determinar qué caso de Grashof es el mecanismo resultante.

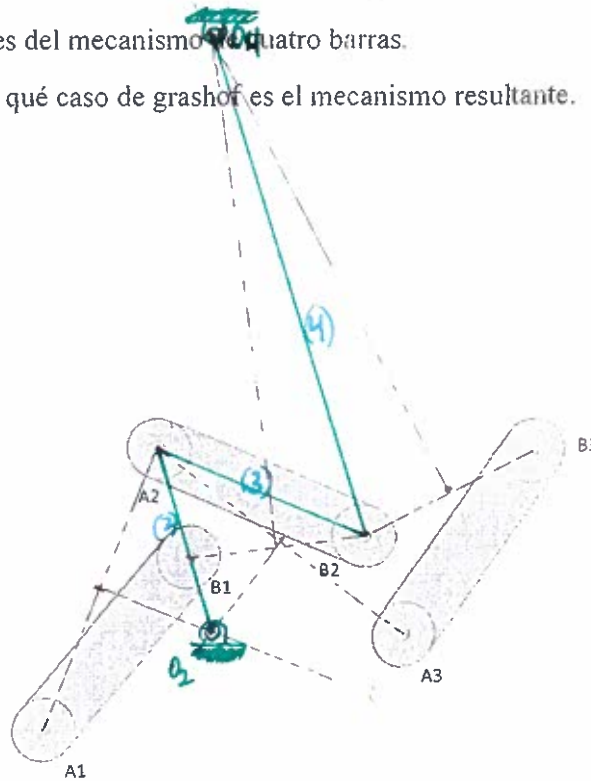


Figura 6. Síntesis gráfica de mecanismos articulados. Castro-Valladares, L.D. (2017) elaboración propia.

Parte (a):

$$|r_2| \cong 2.5 \text{ cm}$$
$$|r_3| \cong 3 \text{ cm}$$
$$|r_4| \cong 6.9 \text{ cm}$$
$$|r_1| \cong 7.9 \text{ cm}$$

Parte (b):

$$\begin{aligned} C &= 2.5 \text{ cm} \\ L &= 7.9 \text{ cm} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \rightarrow C+L = 2.5 + 7.9 = 10.4 \text{ (cm)} \\ & \rightarrow R_1+R_2 = 9.9 \text{ (cm)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{C+L > R_1+R_2} \quad \text{Ⓢ}$$

$R_1 = 3 \text{ cm}$   
 $R_2 = 6.9 \text{ cm}$

$\Rightarrow$  ~~Los~~ Todos los mecanismos serán triple balancín.