



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	PERÍODO:	PRIMERO TÉRMINO	PUNTAJE	
MATERIA:	ESTADÍSTICA INFERENCIAL	PROFESORES:	Jennifer Marcillo, Mario Solorzano, Kenny Escobar, Carlos Ronquillo, Francisco Moreira, Eva María Mera.	TEMA 1	
				TEMA 2	
				TEMA 3	
				TEMA 4	
				TEMA 5	
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	28 de junio de 2018	TEMA 6	

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: \_\_\_\_\_ NÚMERO DE MATRÍCULA: ..... PARALELO:.....

### TEMA 1 (15 puntos)

Dada una muestra aleatoria simple de tamaño  $n=2$ , esto es  $X = (X_1, X_2)$ , se definen los siguientes estimadores de  $\mu = E(X)$ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2 \qquad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- Calcular el Error Cuadrático Medio
- Calcular la eficiencia relativa. ¿Cuál de los estimadores usaría para estimar  $\mu$ ?

## TEMA 2 (20 puntos)

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  una muestra aleatoria de tamaño  $n_1$  tomada de una población normal  $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ , sea además,  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$  otra muestra aleatoria de tamaño  $n_2$  tomada de una población normal  $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ . Suponiendo que las muestras son independientes, determine el estimador de máxima verosimilitud para  $\mu_1, \mu_2$ . Además, pruebe que el estimador de máxima verosimilitud para la varianza en común  $\sigma^2$  es igual a:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2}$$

### TEMA 3 (15 puntos)

El tiempo medido en segundos de disolución de un fármaco en los jugos gástricos es de:

$$X^T = [43,4 \quad 44,6 \quad 45,1 \quad 45,6 \quad 45,9 \quad 46,8 \quad 47,6 \quad 44,6 \quad 45,2 \quad 46,7 \quad 44,8]$$

- Construya un intervalo con el 95 % de confianza para el tiempo verdadero medio de disolución.
- Construya un intervalo con el 99 % de confianza para la variabilidad teórica en el tiempo de disolución.
- ¿Cuál sería el tamaño de la muestra si la longitud del intervalo es de 2 segundos con un nivel de significancia del 1 %?

Establezca supuestos de ser necesarios y concluya en cada literal de acuerdo al contexto del problema.

#### TEMA 4 (25 puntos)

Los siguientes datos corresponden al logro porcentual que se consigue con zeolitas que están siendo utilizadas como catalizadores en un proceso de refinación de petróleo.

$X^T =$

33.4	32.9	26.6	25.1	27.4	38.5	30.8	27.3	33.3	27.1	31
31.2	30.3	31	27.3	26.2	19.7	26.9	33.7	26.6	33.2	26.1
27.4	27.1	31.2	22.3	33	26.2	31.4	30.6	27.8	31.7	33.2]

Supóngase que estos 33 valores son tomados de una población que sigue una distribución  $N(\mu, 16)$ .

Postule el contraste de hipótesis unilateral  $H_0: \mu=30$  vs.  $H_1: \mu<30$ .

Defina como región crítica de la prueba al conjunto:

$$C = \left\{ (X_1, X_2, \dots, X_{33}) \in \mathbb{R}^n \mid \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{33}}{33} < 28.5 \right\}$$

- Determine el espacio de parámetros  $\Theta$ , así como  $\Theta_0$  y  $\Theta_1$ .
- Defina y determine la potencia de la prueba  $\beta_\varphi(\theta)$  diseñada. Use 6 valores para elaborar la gráfica.
- Determine el valor P de la prueba (muestre el gráfico con su aproximación).

### TEMA 5 (15 puntos)

Un agricultor afirma que la soya que el produce en su campo tiene el 5% de fibra, un grupo de estudiantes de estadística inferencial realizó mediciones y le informó que la soya que el produjo en la temporada en la que hicieron las mediciones tenía como mucho 4.5% de fibra en promedio. Las mediciones fueron las siguientes:

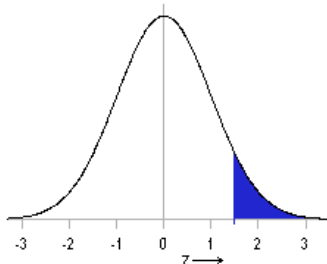
5,02	5,01	4,45	4,5	4,26	5,25
4,67	4,36	4,86	4,37	4,35	3,99
4,58	4,31	4,66	4,41	4,62	4,56
3,95	3,98	3,99	4,57	5,02	4,23
4,5	4,48	4,39	5,02	4,02	4,25

¿Los datos proveen de suficiente evidencia estadística apoyar la afirmación del agricultor? Pruebe las hipótesis apropiadas. Recuerde justificar su respuesta utilizando valor P (determinelo y adicionalmente el gráfico con su aproximación).

### TEMA 6 (10 puntos)

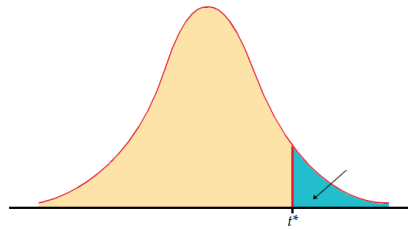
Sea  $\mathbf{X}^T = (X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n)$  una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , y sea  $\bar{\mathbf{X}}^T = (\bar{X} \ \bar{X} \ \dots \ \bar{X}) \in R^n$ . Defínase  $\mathbf{V} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}$ . Probar que  $\|\mathbf{V}\|^2 = (n - 1)s^2$ , siendo  $\|\mathbf{V}\|$  la norma de un vector en  $R^n$ , con producto interno estándar y  $s^2$  el estimador insesgado de la varianza  $\sigma^2$  de la población  $X$ . Determinar además, la distribución de  $\|\mathbf{V}\|^2$ . Recuerde que el producto interno entre dos vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  es:  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \mathbf{u}^T \mathbf{v}$ .

**TABLA**  
**Distribución Normal Estándar**



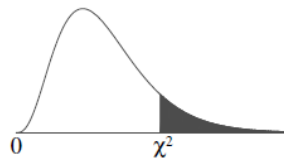
Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,10	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,20	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,30	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,40	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,50	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,60	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,70	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,80	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,90	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,00	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,10	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,20	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,30	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,40	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
1,50	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,60	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,70	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,80	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,90	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,00	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,10	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,20	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,30	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,40	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
2,50	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,60	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,70	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,80	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
2,90	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
3,00	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010

**TABLA  
Distribución T – Student**



df	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646

**TABLA  
Distribución Ji – cuadrado**



df	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801