ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Año: **2018**	Período: Primer Término
Materia: **Física I**	Profesor:
Evaluación: **Tercera**	Fecha: 12 de septiembre de 2018

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:…………………*** ***PARALELO:…………***

Hay 4 problemas que debe resolver de manera OBLIGATORIA y de los tres opcionales, sólo debe resolver 2. Se calificaran 6 problemas solamente

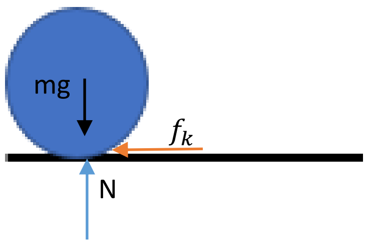
Problema 1 (24 puntos) OBLIGATORIO

Un niño lanza un disco sobre una superficie horizontal rugosa con una velocidad inicial de $\boldsymbol{v_0} = 10\,\hat{\imath}\,m/s$. El disco inicialmente desliza sobre la superficie rugosa de $u_k = 0.40$, como se indica en la figura. Se pide:

a) Realizar el diagrama de cuerpo libre del disco mientras esté deslizándose.
b) Determine la aceleración del centro de masa del disco, mientras esté deslizando.
c) Determine el tiempo que tardará el disco en comenzar a rodar sin deslizamiento.
d) Determinar la rapidez del centro de masa del disco justo en el instante que el disco comienza a rodar sin deslizamiento.
e) Determine la distancia total recorrida del disco justo hasta el instante que el disco comienza a rodar sin deslizamiento.

Solución

a) Realizar el diagrama de cuerpo libre del disco mientras esté deslizándose



b) Determine la aceleración del centro de masa del disco, mientras esté deslizando.

$$+\rightarrow \sum F_x = ma$$

$$-f_k = ma$$

$$-u_k mg = ma$$

$$a = -u_k g$$

$$a = -0.40 \times 9.81\,\frac{m}{s^2} = -3.92\,\frac{m}{s^2}$$

c) Determine el tiempo que tardará el disco en comenzar a rodar sin deslizamiento.

$$+\circlearrowright \sum \tau_0 = I\alpha$$

$$f_k R = I\alpha$$

$$u_k m g R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{2u_k g}{R}$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega_f = \frac{2u_k g}{R} t$$

$$v_f = v_0 + at$$

$$\left(\frac{2u_k g}{R} t\right) R = v_0 + (-u_k g)t$$

$$(3u_k g)t = v_0$$

$$t = \frac{v_0}{3u_k g} = \frac{10 \ \frac{m}{s}}{3(0.40)9.81 \ \frac{m}{s^2}} = 0.85 \ s.$$

d) Determinar la rapidez del centro de masa del disco justo en el instante que el disco comienza a rodar sin deslizamiento.

$$v_f = v_0 + at$$

$$v_f = 10 \ \frac{m}{s} - \left(3.92 \ \frac{m}{s^2}\right)(0.85 \ s) = 6.67 \ m/s$$

e) Determine la distancia total recorrida del disco justo hasta el instante que el disco comienza a rodar sin deslizamiento.

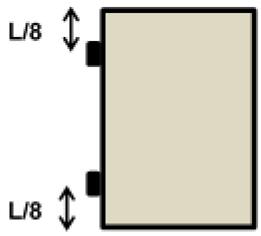
$$\Delta x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Delta x = \left(10 \ \frac{m}{s}\right)(0.85 \ s) - \frac{1}{2}\left(3.92 \frac{m}{s^2}\right)(0.85 \ s)^2 = 7.08 \ m$$

criterio	**calificación**
a) Elaboró correctamente el diagrama de cuerpo libre del disco	3 puntos
b) Aplicó la segunda ley de Newton para calcular la aceleración	5 puntos
c) Aplicó la segunda ley de Newton para la rotación, obtuvo la aceleración angular y a partir de la cinemática rotacional obtuvo el tiempo que tardará el disco en comenzar a rodar sin deslizamiento	8 puntos
d) Determinó correctamente la velocidad del centro de masa del disco justo en el instante que el disco comienza a rodar sin deslizamiento	4 puntos
e) Determinó correctamente la distancia total recorrida del disco	4 puntos

Problema 2 (20 puntos) OBLIGATORIO

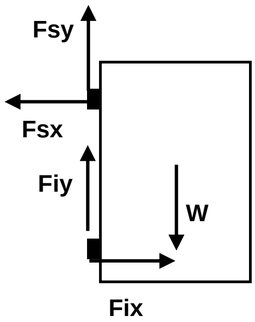
Una puerta de x=1.0 metro de ancho y L=2.4 metros de alto, tiene una masa de 25 kg. Se apoya en dos bisagras, como se muestra en la figura. La bisagra superior soporta un 30% del peso total y la bisagra inferior soporta el resto. Si el centro de gravedad de la puerta está ubicado en su centro geométrico,



a) Encuentre la fuerza de reacción ejercida sobre la puerta por la bisagra superior. Realice un bosquejo de la fuerza de reacción.
b) Encuentre la fuerza de reacción ejercida sobre la puerta por la bisagra inferior. Realice un bosquejo de la fuerza de reacción.

Solución:

a)



Componente en y se lo obtiene con el dato del 30% del peso:

Fsy= 0.30 W = 0.30 (25)(9.8) = 73.5 N (hacia arriba)

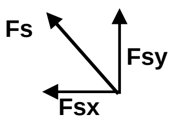
Sumatoria de torque en la bisagra inferior, sentido positivo horario:

$$\sum \tau_{inferior} = 0$$

$W * \frac{x}{2} - Fsx * \frac{3}{4}L = 0$ (se obtiene que la dirección de **Fsx** es **hacia la izquierda**)

$$Fsx = W * \frac{x}{2} * \frac{4}{3L} = \frac{(25)(9.8)(2)}{3(2.4)} = 68.06N$$

Bosquejo de la fuerza:



b)

Componente en y se lo obtiene con el dato del 70% del peso:

Fsy= 0.70 W = 0.70 (25)(9.8) = 171.5 N (hacia arriba)

Sumatoria de torque en la bisagra superior, sentido positivo horario:

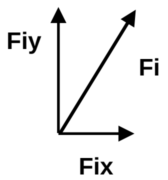
$$\sum \tau_{superior} = 0$$

$W * \frac{x}{2} - Fix * \frac{3}{4}L = 0$ (se obtiene que la dirección de **Fix** es **hacia la derecha**)

$$Fix = W * \frac{x}{2} * \frac{4}{3L} = \frac{(25)(9.8)(2)}{3(2.4)} = 68.06N$$

O de forma alterna, sumatoria de fuerzas en las componentes de las "x"

Bosquejo de la fuerza:



Problema	criterio	calificación
Literal a	Elabora el DCL de la puerta e incluye estimación de dirección de las fuerzas de reacción	2 puntos
	Encuentra la componente y dirección en "y" con el 30% del peso	2 puntos
	Encuentra componente y dirección en "x" con torque	4 puntos
	Realiza el bosquejo la fuerza de reacción total (coloca dirección de cada componente correctamente)	3 puntos
Literal b	Encuentra la componente y dirección en "y" con el 70% del peso	2 puntos
	Encuentra componente y dirección en "x" con torque o sumatoria de fuerzas en x	4 puntos
	Realiza el bosquejo la fuerza de reacción total (coloca dirección de cada componente correctamente)	3 puntos

Problema 3 (15 puntos) OBLIGATORIO

La energía total de un cuerpo que realiza un movimiento vibratorio armónico es igual a $3.0 \times 10^{-5}\ J$, y la fuerza máxima que actúa sobre él es igual a $1.5 \times 10^{-3}\ N$. Conociendo el periodo de vibración de 2 segundos y la fase inicial $\frac{\pi}{3}$, se pide:

a) Determine la amplitud de sistema.
b) Determine la magnitud de aceleración máxima del cuerpo.
c) Determine la rapidez del cuerpo en una posición de $x = 2.0 \times 10^{-2}\ m$

Solución

a) Determine la amplitud de sistema.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow E = \frac{1}{2}F_{max}A$$

$$A = 2\frac{E}{F_{max}} = 2\frac{3.0 \times 10^{-5}\ J}{1.5 \times 10^{-3}\ N} = 4.0 \times 10^{-2} m$$

b) Determine la aceleración máxima del cuerpo.

$$a = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = \left(\frac{2\pi}{2s}\right)^2 (4.0 \times 10^{-2} m) = 3.95 \times 10^{-1}\frac{m}{s^2}$$

c) Determine la rapidez del cuerpo en una posición de $x = 2.0 \times 10^{-2}\ m$

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Reemplazando: $\omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow m = \frac{k}{\omega^2}$

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}\frac{k}{\omega^2}v^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Simplificando: $\frac{1}{2}k$ y luego despejando v, se tiene:

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \rightarrow v = \pi\sqrt{(4.0 \times 10^{-2} m)^2 - (2.0 \times 10^{-2}\ m)^2} = 1.09 \times 10^{-1}\frac{m}{s}$$

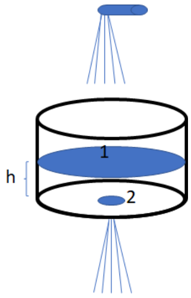
Problema	criterio	calificación
Literal a	Aplica la definición de energía total $E = \frac{1}{2}kA^2$ y utiliza "ley de Hooke" para calcular la amplitud $A = 0.04\,m$	4 puntos
Literal b	Calcula la aceleración máxima usando $a = \omega^2 A$ $a = 0.395\,m/s^2$	4 puntos
Literal c	Reconoce que puede obtener la respuesta mediante $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$	4 puntos
	Calcula la rapidez $v = 0.11\,m/s$	3 puntos

Problema 4 (13 puntos) OBLIGATORIO

Un recipiente cilíndrico abierto por la parte superior, tiene 25 cm de altura y 10 cm de diámetro. Se perfora un agujero circular con área de 1.50 cm^2 en el centro del fondo del recipiente. Se vierte agua en la cubeta mediante un tubo situado arriba, a razón de 2.40 x10^{-4} m^3/s. ¿A qué altura subirá el agua en el recipiente?

Solución.

El volumen de salida será igual a la tasa que el orificio pueda dar, y para calcularla utilizamos la ecuación de continuidad.



$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$
$$v_2 A_2 = 2.4x10^{-4}\ m^3/s$$
$$v_2 = \frac{2.4x10^{-4}\ m^3/s}{1.5x10^{-4}m^2} = 1.6\,m/s$$

Con esta velocidad y usando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2, donde la presión que actúa es la atmosférica podemos encontrar la altura a la que llegara tomando a h como incógnita.

$$p_1 = p_2 = p_{atm}$$
$$p_1 + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$
$$gh = \frac{1}{2}v_2^2$$

Que despejando h

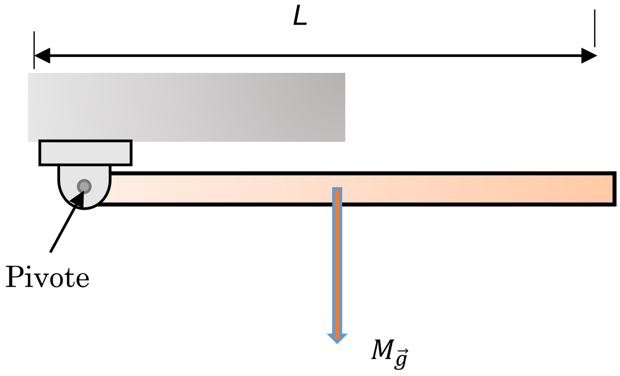
$$h = \frac{1}{2g}v_2^2 = \frac{(1.6m/s)^2}{2(9.8m/s^2)} = 0.131m = 13cm$$

Rubrica.

Identifica el uso de la ecuación de continuidad para determinar cuanta es la velocidad máxima de salida por el orificio	2 puntos
Identifica que la presión en ambos orificios debe ser la atmosférica	2 puntos
Utiliza la ecuación de Bernoulli	4 puntos
Obtiene el valor de la altura	5 puntos

Problema 5 (14 puntos) OPCIONAL

Una barra de masa *M* y longitud *L* se encuentra articulada por el extremo izquierdo, inicialmente se la sostiene del extremo derecho y en posición horizontal como indica la figura. En el instante que se suelta la barra, determinar a) la aceleración angular y b) la aceleración tangencial del extremo de la barra.



Solución

a) Sobre la barra actúan dos fuerzas, el peso y la fuerza que el pivote ejerce, la única que produce torca es el peso, entonces aplicando la segunda ley de Newton tenemos.

$$\circlearrowright \sum \tau_P = I_P \propto \rightarrow \left(\frac{L}{2}\right) mg = \left(\frac{1}{3} mL^2\right) \alpha \ \rightarrow \ \alpha = \frac{3g}{2L}$$

b) Para calcular la aceleración tangencial, multiplicamos α por L, así. $a_t = \frac{3}{2} g \rightarrow a_t = 14.7\ m/s^2$

c) Estando la barra en posición horizontal, se coloca una moneda sobre su extremo derecho y luego se la suelta. Entonces:

A. la moneda bajaría con la misma aceleración del extremo de la barra
B. la moneda bajaría con mayor aceleración que el extremo de la barra
C. la moneda bajaría con menor aceleración que el extremo de la barra
D. Falta información para responder

Respuesta

La aceleración de la barra es variable, debido a que el ángulo que forma el peso con el vector de posición disminuye a medida que cae, por lo tanto la aceleración disminuye.

Dado que en el instante que se suelta la barra su aceleración es mayor que la de la moneda $\left(\frac{3}{2} g > g\right)$, la barra caería más rápido que la moneda.

Problema	**criterio**	**calificación**
Literal a	Aplica la segunda ley de Newton y obtiene $\alpha = \frac{3g}{2L}$	5 puntos
Literal b	Calcula la aceleración tangencial en el extremo de la barra $a_t = \frac{3}{2} g \rightarrow a_t = 14.7\ m/s^2$	5 puntos
Literal c	Justifica por qué $\frac{3}{2} g > g$	4 puntos

Problema 6 (14 puntos) OPCIONAL

Una barra de longitud L y masa M descansa sobre el eje X horizontal, con su extremo izquierdo en el origen de coordenadas. Se sabe que su masa cambia con la posición en la forma $\lambda(x) = c(L - x)$, siendo c una constante positiva. Determine:

A. El valor de la constante c y sus unidades (4%)
B. El momento de inercia de la barra respecto al eje Y que pasa por su extremo izquierdo (8%)

Respuesta: Inciso A. Para hallar la masa integramos la densidad

$$M = \int_0^L \lambda(x)dx = \int_0^L c(L - x)dx$$

Es decir

$$M = c\frac{L^2}{2}$$

Despejando, se obtiene

$$c = \frac{2M}{L^2} \rightarrow c = \frac{kg}{m^2}$$

Para la calificación del literal a, asiente una de las 4 calificaciones

Nivel de dominio en el literal a	CRITERIO	Calificación
NULO	No tiene idea	0 puntos
INICIAL	Relaciona de manera correcta la masa con la integral de la densidad pero falla en la integración	2 puntos
EN DESARROLLO	Relaciona de manera correcta la masa con la densidad, integra de manera correcta pero despeja mal	4 puntos
DESARROLLADO	Integra bien y despeja de manera correcta la constante, reconoce que $c = \frac{kg}{m^2}$	6 puntos

Inciso B. Usamos la definición de momento de inercia respecto al eje dado

$$I_y = \int_0^L x^2 dm = \int_0^L x^2 \lambda(x)dx = c\int_0^L x^2\,(L - x)dx$$

La integral es elemental y se obtiene

$$I_y = c\left(\frac{L^4}{3} - \frac{L^4}{4}\right) = \frac{cL^4}{12}$$

Al reemplazar la constante se obtiene la expresión final

$$I_y = \frac{ML^2}{6}$$

Para la calificación del literal a, asiente una de las 4 calificaciones

Nivel de dominio en el literal a	CRITERIO	Calificación
NULO	No tiene idea	0 puntos
INICIAL	Escribe de manera correcta la definición del momento de inercia pero falla en la integración y en los siguientes pasos	3 puntos
EN DESARROLLO	Escribe de manera correcta la definición del momento de inercia pero falla en el despeje o no sustituye la constante	6 puntos
DESARROLLADO	Integra bien y luego reemplaza de manera correcta la constante	8 puntos

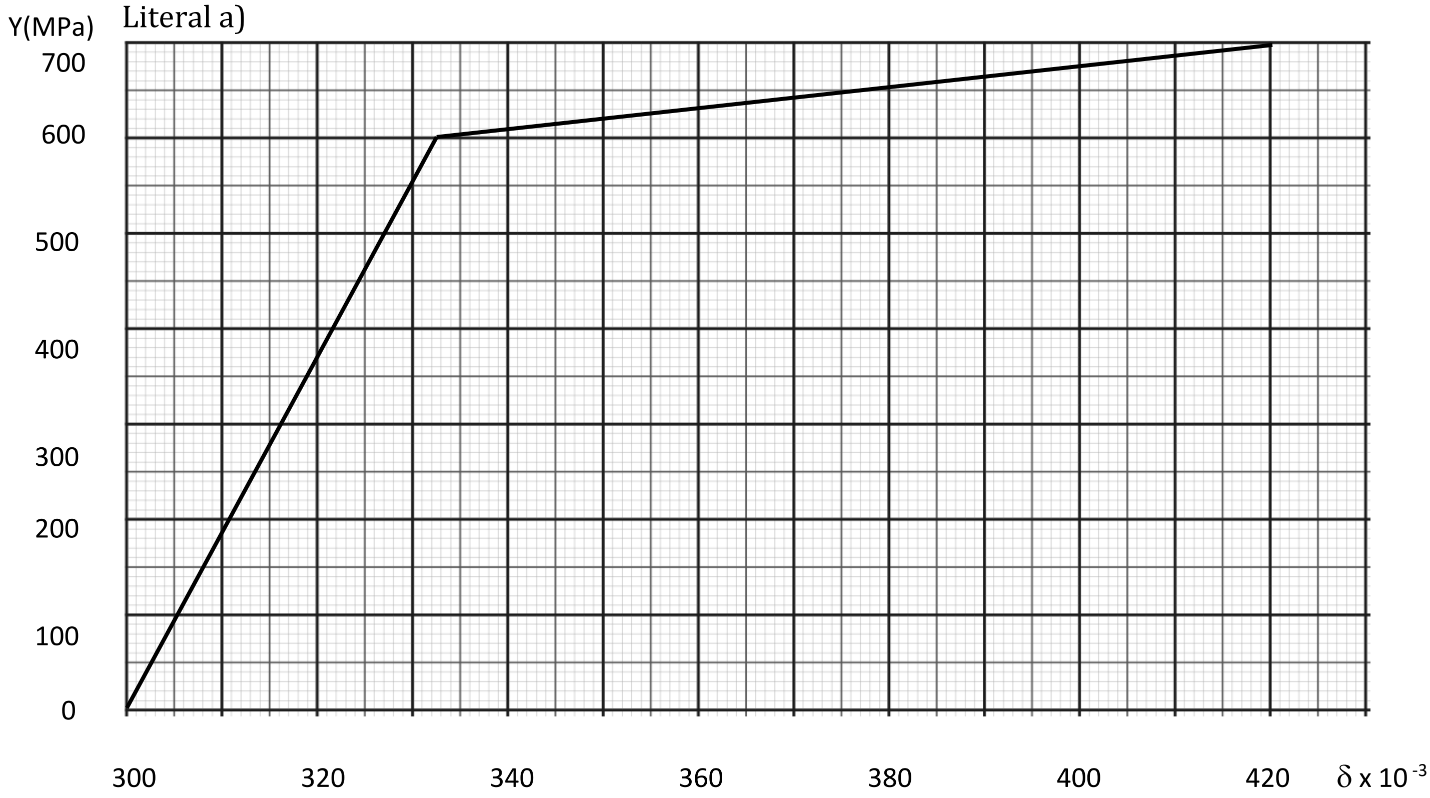
Problema 7 (14 puntos) OPCIONAL

Un alambre metálico se sometió a una prueba de deformación esfuerzo. Los datos resultantes son mostrados en la siguiente tabla. *a*) Grafique el esfuerzo versus la deformación. *b*) Calcule el valor del módulo de Young. *c*) Indique el valor del esfuerzo para límite proporcional.

Y: Esfuerzo σ(MPa)	X: Deformación δ
0	0.302
100	0.307
200	0.312
300	0.317
400	0.322
500	0.327
600	0.332
700	0.420

Solución

Literal a)



Rubrica Literal a.

Dibuja los puntos de manera correcta	4 puntos
Incluye la leyenda de los ejes y sus unidades	2 puntos

Literal b)
Si conocemos que la ley de Hooke establece:

$$\frac{Esfuerzo}{Deformacion} = Y$$

Calculamos la pendiente de la recta, y con esto el valor del módulo de Young (Y)

$$\frac{600MPa}{(0.332 - 0.302)} = 2x10^{10}Pa$$

Entiende que el módulo de Young está asociado a la pendiente de la recta	5 puntos

Literal c)
El esfuerzo F/A de la carga total en el límite proporcional es 600MPa En este punto la pendiente de la recta cambia.

Entiende que el módulo de Young está asociado a la pendiente de la recta	3 puntos