# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | |
|---|---|
| Examen: | |
| Lección: | |
| Quiz: | |
| Deber: | |
| Total: | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **AÑO:** | 2018 | **PERÍODO:** | SEGUNDO TÉRMINO |
| **MATERIA:** | Cálculo de una variable | **PROFESOR:** | |
| **EVALUACIÓN:** | PRIMERA | **FECHA:** | 19/noviembre/2018 |

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ………………………………………………………………………………………………………………….…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
***Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.***

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**Firma:** ___________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** _________________________ ***PARALELO:*** _____

1) (6 PUNTOS) Sea la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\pi}, & 0 < x < \dfrac{\pi}{2} \\ k, & x = \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{cos(x)}{\pi - 2x}, & x > \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Determine el valor numérico de $k \in \mathbb{R}$ para que la función $f$ sea continua en todo su dominio.

2) (4 PUNTOS) Dada la función $f\colon \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = x\ (sen(x) + 1)$$

Aplicando el TEOREMA DEL VALOR INTERMEDIO, demuestre que existe por lo menos un valor $c$ en el dominio de $f$ tal que $f(c) = 2$.

3) (6 PUNTOS) Dada la función:

$$f(x) = ln(x)\ , \quad \forall x > 0$$

(a) (4 PUNTOS) Aplicando la definición de derivada, obtenga $D_x\big(f(x)\big)$ .

(b) (2 PUNTOS) Determine la ecuación de la recta tangente a $f$ en $x_0 = e^3$ .

4) (12 PUNTOS) Obtenga $\frac{dy}{dx}$ para cada expresión:

(a) (2 PUNTOS) $y = \left(sen(\pi)\right)^2$

(b) (2 PUNTOS) $y = arc\ tan(2x)$

(c) (2 PUNTOS) $y = \sqrt{ln\left(\frac{x}{4}\right)}$

(d) (3 PUNTOS) $4x - y^2 - \frac{1}{2}cos(y) = 0$

(e) (3 PUNTOS) $y = x^{sen(x)}$

5) (8 PUNTOS) Dadas las funciones de variable real $f$ y $g$ derivables en $\mathbb{R}$. Se conoce que los puntos $(-4, 1)$ y $(3, 4)$ pertenecen a la gráfica de la función $f$ y los puntos $(-4, 3)$ y $(3, -2)$ pertenecen a la gráfica de $g$. También se conoce que: $f'(-4) = 3$ , $f'(3) = -4$, $g'(-4) = -2$ y $g'(3) = 6$ .

(a) Si $h = f \cdot g$ , calcule $h'(-4)$.

(b) Si $k = (2f + 3g)^4$ , calcule $k'(3)$.

(c) Si $m = f \circ g$ , calcule $m'(-4)$.

(d) Si $p = \frac{f}{g}$ , calcule $p'(3)$.

6) (8 PUNTOS) Dada la curva en coordenadas polares:

$$r = 2\,cos(3\theta)$$

(a) (1 PUNTO) Bosqueje la gráfica de esta curva en el plano polar.

(b) (5 PUNTOS) Calcule el siguiente valor:

$$-\frac{1}{\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\theta=\frac{5\pi}{6}}}$$

(c) (2 PUNTOS) Explique cuál es el significado geométrico del valor calculado en el literal (b) y represéntelo en la figura que elaboró.

7) (6 PUNTOS) Dada la curva en coordenadas paramétricas:

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \\ y(t) = 2^{2t} \end{cases}$$

Obtenga:

$$\frac{d^2y}{dx^2}$$