

| | |
|--|---|
| AÑO: 2019 | PERIODO: Primero |
| MATERIA: Álgebra lineal | PROFESORES: Bracamonte Mireya, Celleri M. Colón M., Cordova Nelson, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Moreno Alex, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Valdiviezo Patricia, Villa V. José |
| EVALUACIÓN: Segunda | |
| TIEMPO DE DURACIÓN: 120 minutos | FECHA: 29 de Agosto de 2019 |

Rúbrica

1. (20 Puntos) A continuación, encontrará 5 afirmaciones, indique, rellenando el círculo correspondiente, si la proposición es verdadera o falsa.

| Inadecuado | En desarrollo | Satisfactorio | Avanzado |
|------------|--|--|--|
| En blanco | Sólo indicó acertadamente si la proposición es verdadera o falsa | Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas | Resuelve satisfactoriamente, inclusive indicando si es verdadera o falsa correctamente |
| 0 | 1 | 2-3 | 4 |

2. (10 Puntos) Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ una transformación lineal cuya regla de correspondencia es $T \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = (a + b + kc)x^2 + (a - b)x + a - c$. Determine, de ser posible, los valores de k tal que T sea un isomorfismo.

| Inadecuado | En desarrollo | Satisfactorio | Avanzado |
|--------------------------------|---|--|-----------------------------|
| En blanco o sólo incoherencias | Intenta resolver y escribe algo relacionado | Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas | Resuelve satisfactoriamente |
| 0 | 1-5 | 6-9 | 10 |

3. (10 Puntos) Sea V el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden 2, con las operaciones usuales. Se define, en V , el producto interno $(A|B) := \text{tr}(B^t A)$ (esto es, la traza del producto entre la transpuesta de la matriz B y la matriz A). Considerando el subespacio

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} : a + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \text{ de } V, \text{ determine:}$$

- Una base ortonormal para H .
- El complemento ortogonal de H .
- La proyección del vector $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ sobre H .

| | Inadecuado | En desarrollo | Satisfactorio | Avanzado |
|---|--------------------------------|---|--|-----------------------------|
| | En blanco o sólo incoherencias | Intenta resolver y escribe algo relacionado | Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas | Resuelve satisfactoriamente |
| a | 0 | Hasta 1 | 2-3 | 4 |
| b | 0 | Hasta 1 | 2-3 | 4 |
| c | 0 | 0 | Hasta 1 | 2 |

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & -2 \\ 0 & b & 0 \\ -c & 0 & 4 \end{pmatrix}$ determine, de ser posible:

- Los valores de a, b y c para que A sea una matriz simétrica y $\lambda = 5$ sea un valor propio asociado al vector propio $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ de A .
- Una base ortonormal de \mathbb{R}^3 conformada por vectores propios de A .
- Las matrices D y P tales que $D = P^t A P$.

| | Inadecuado | En desarrollo | Satisfactorio | Avanzado |
|---|--------------------------------|---|--|-----------------------------|
| | En blanco o sólo incoherencias | Intenta resolver y escribe algo relacionado | Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas | Resuelve satisfactoriamente |
| a | 0 | Hasta 1 | 2 | 3 |
| b | 0 | Hasta 1 | 2-3 | 4 |
| c | 0 | Hasta 1 | 2 | 3 |

5. (5 Puntos) Sea V un espacio vectorial definido sobre un campo K con producto interno $(\cdot | \cdot)$. Si $\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es un conjunto de vectores en V , la matriz de Gram de \mathcal{A} es la matriz de todos los productos internos de los vectores de esta lista. Esto es $M_{\mathcal{A}} = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ tal que $a_{ij} = (v_i | v_j)$.

- Si V es el espacio vectorial \mathbb{C}^2 , con las operaciones usuales y el producto interno $((x_1, y_1) | (x_2, y_2)) = x_1 \bar{x}_2 + y_1 \bar{y}_2$, determine la matriz de Gram de $\mathcal{A} = \{(1, i), (i, 1)\}$.
- Indique si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones, justificando brevemente su respuesta:
 - Si V es un espacio vectorial real entonces $M_{\mathcal{A}}$ es una matriz simétrica.
 - Si \mathcal{A} es una lista de vectores ortogonales, entonces su matriz de Gram es diagonal.

| | | Inadecuado | En desarrollo | Satisfactorio | Avanzado |
|---|---|--------------------------------|---|--|-----------------------------|
| | | En blanco o sólo incoherencias | Intenta resolver y escribe algo relacionado | Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas | Resuelve satisfactoriamente |
| a | | 0 | 1 | 2-3 | 3 |
| b | * | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | * | 0 | 0 | 0 | 1 |