Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: 2019	PERIODO: PRIMERO
MATERIA: **CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**	PROFESOR:
EVALUACIÓN: SEGUNDA	
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 Horas	FECHA: AGOSTO 26 DE 2019

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ___________________ ***PARALELO:*** ________

PRIMER TEMA (15 puntos)

Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones; en caso de ser verdaderas, justifíquelas formalmente; caso contrario, desarrolle un contraejemplo:

a) Considere un campo vectorial conservativo $\vec{F}(x,y)$; en la figura 1, $\int_{C_1} \vec{F}(x,y)\cdot dr = \lambda, \lambda \in R$ desde el punto A al punto B, y , $\int_{C_2} \vec{F}(x,y)\cdot dr = -\lambda, \lambda \in R$, desde el punto B al punto A. Note la simetría del problema (C_2 es la semielipse opuesta de C_1).

Figura 1

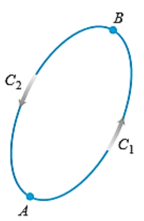
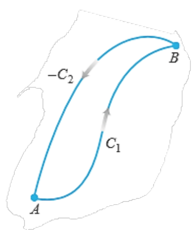


Figura 2



Si en la figura 2, $\int_{C_1} \vec{F}(x,y)\cdot dr = \beta, \beta \in R$ desde el punto A al punto B entonces , $\int_{-C_2} \vec{F}(x,y)\cdot dr = -\beta,\ \beta \in R$ desde el punto B al punto A.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce de las propiedades de campos conservativos relacionadas con curvas cerradas.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No reconoce propiedades de campos conservativos relacionados con curvas cerradas.	Reconoce que δ, el valor de la integral de línea sobre el campo F sobre curva -*C*$_2$, cambia de signo a -δ, al cambiar la orientación de la curva a *-(-C*$_2$*)*	Identifica que, al ser F conservativo, el valor de la integral de línea del punto A al B por la curva *C*$_1$, es igual si se usa la curva *-(-C*$_2$*), es decir* $\beta = -\delta$	Establece relación -$\beta = \delta$ y concluye que el valor de la integral del punto A al B por curva *C*$_1$, es igual al valor desde el punto B al A, con signo cambiado.
	0	1-2	3-4	5

b) $\vec{F}(x,y,z) = sen(x)e^z\hat{\imath} + xy\hat{\jmath} - \cos(x)\, e^z\hat{k}$**, representa un campo vectorial conservativo.**

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe determinar si un campo vectorial es conservativo o no.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No puede definir la condición para determinar si un campo vectorial es conservativo.	Plantea la condición para que un campo sea conservativo, pero no puede desarrollarla.	Desarrolla parcialmente la condición para que un campo sea conservativo.	Desarrolla completamente la condición para que un campo sea conservativo y concluye que el campo NO es conservativo.
	0	1-2	3-4	5

c) Dada la región $R = \left\{(x, y) \in R^2; \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq 1\right\}$, utilizando el teorema de Green se obtiene que el área de la superficie de R es igual a $12\pi\, u^2$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe aplicar el teorema de Green para determinar el área de una superficie.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No puede determinar la región R solicitada.	Determina correctamente la R a considerar y plantea la integral adecuada según el teorema de Green.	Reemplaza los valores de las variables y sus diferenciales, pero tiene errores en el cálculo de la integral.	Determina la región R, plantea la Integral respectiva y la resuelve correctamente, concluyendo que el área indicada SI es correcta.
	0	1-2	3-4	5

d) El valor de $\iiint_Q z^2 dV$ donde Q es la región sólida que yace arriba del cono $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ y dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 6z$ es igual a $\frac{5505}{32}\pi\, u^3$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe determinar una región sólida entre 2 superficies, plantear una integral de volumen y resolverla con un cambio de sistema adecuado.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No puede determinar la región sólida Q solicitada.	Determina la región sólida Q solicitada, pero tiene problemas para plantear la integral de volumen.	Plantea la integral de volumen, realiza un correcto cambio de coordenadas pero comete errores en la evaluación de la integral o en los límites de integración.	Desarrolla correctamente la integral luego de haber aplicado un adecuado cambio de coordenadas y determina que el volumen indicado en la proposición NO es correcto.
	0	1-2	3-4	5

SEGUNDO TEMA (6 puntos)

Utilizando multiplicadores de Lagrange, determine los puntos de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 81$, que estén más distantes y más cercanos del punto P (2,1,2). Hallar las respectivas distancias.

<u>Rúbrica</u>

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe cómo optimizar una función escalar sujeta a varias restricciones.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	El estudiente no demuestra criterio alguno de resolución, no reconoce la función objetivo ni las restricciones.	El estudiante plantea la función Langragiana, identificando la función objetivo y sus restricciones de forma correcta.	El estudiante plantea correctamente el sistema de ecuaciones generado y determina los candidatos viables a ser óptimos de la función objetivo.	El estudiante determina correctamente las coordenadas de los puntos más cercano y más lejano de la esfera al punto dado, así como las distancias respectivas.
	0	1-2	3-4	5-6

TERCER TEMA (8 puntos)

Dada la siguiente integral doble $\int_0^{2a}\int_{\sqrt{ax}}^{\sqrt{6a^2-x^2}} 2xy\, dy\, dx$**, cambie el orden de integración y luego evalúela.**

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe cómo determinar una región de integración y resolver una integral doble.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe cómo interpretar el domino	Interpreta un dominio de la integral, pero comete errores y no llega al domino efectivo.	Interpreta el dominio de integración y cambia el orden de integración correctamente	Resuelve la integral llegando al resultado correcto
	0	1-4	5-6	7-8

CUARTO TEMA (8 puntos)

Utilizando integrales triples y luego un cambio de sistema adecuado, calcule el volumen del sólido limitado por las superficies $x^2 + y^2 = 9; x^2 + y^2 + z^2 = 25\ ;\ x^2 + y^2 = z^2; z \geq 0$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe como calcular volúmenes en el espacio a través de integrales dobles.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No puede visualizar el sólido correctamente	Visualiza el sólido pero no puede proyectar el mismo sobre algún plano cartesiano	Logra plantear los límites de la integral correctamente pero no puede resolver la misma	Resuelve la integral planteada utilizando un cambio de variable adecuado.
	0	1-2	3-6	7-8

QUINTO TEMA (8 puntos)

Calcule la integral $\int_C (y - z)dx + (z - x)\, dy + (x - y)\, dz$, siendo C la curva dada por las ecuaciones $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$ utilizando el teorema de Stokes.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe cómo resolver integrales de línea aplicando el teoremas Stokes.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe cómo resolver integrales de línea aplicando el teoremas Stokes.	Calcula el rotacional, selecciona la superficie y define la parametrización.	Calcula el rotacional, define la parametrización, calcula el vector normal y halla el producto escalar: $\boldsymbol{rot}\,\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}(x,y)) \cdot \boldsymbol{N}(x,y)$	Plantea la integral y la expresa con todos los cálculos necesarios para resolverla correctamente.
	0	1-3	4-6	7-8