FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2019	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de varias variable	**PROFESORES:**	Aponte J., Brito W., Córdova N., De Santis D., Córdova N., Moreno A., Ramos P., Rodríguez L., Roa H., Toledo X.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	01/julio/2019

1.a El plano $\pi_1: 3x + 2y - z + 2 = 0$ y la recta $L_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 8t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$, son intersecantes en el espacio euclidiano R^3.

Rúbrica del literal 1.a):

Capacidades deseadas	Desempeño		
El estudiante sabe manipular las ecuaciones de una recta y un plano en R^3 y reconocer sus posiciones relativas.	**Inicial**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe obtener información relevante de las ecuaciones de la recta y el plano.	**Obtiene información relevante de las ecuaciones pero no puede interpretar completamente la posición relativa.**	**Obtiene la información relevante y determina que las recta no se interseca con el plano.**
	0	**1-4**	**5**

1.b Si C es la curva de nivel que pasa por el punto $P(1,1)$ de la superficie $z = f(x, y) = x^2 + y^2$, entonces la pendiente en el punto $P(1,1)$ de la recta tangente a la curva C es igual a 1.

Rúbrica del literal 1.b):

Capacidades deseadas	Desempeño		
El estudiante sabe obtener una curva de nivel e interpreta geométricamente el concepto de la derivada.	**Inicial**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe cómo obtener la curva de nivel ni derivar de manera implícita.	**Obtiene la curva de nivel deseada para el ejercicio, pero no deriva de manera implícita la expresión**	**Obtiene la curva de nivel, deriva de manera implícita y evalúa en el punto deseado, concluyendo que la respuesta es -1.**
	0	**1-4**	**5**

1.c Suponga que $\mathrm{w} = \mathrm{f}(\mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2, \mathrm{y}^2 - \mathrm{x}^2)$ donde $\mathrm{f}: \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}$ es una función diferenciable, entonces w satisface la ecuación $\mathrm{y}\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}} + \mathrm{x}\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{y}} = 0$.

Rúbrica del literal 1.c):

Capacidades deseadas	**Desempeño**		
El estudiante sabe derivar parcialmente utilizando cambio de variable para demostrar que se satisface una ecuación.	**Inicial**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe cómo derivar parcialmente	**Obtiene una o ambas derivadas parciales pero no reemplaza de manera satisfactoria en la ecuación.**	**Obtiene ambas derivadas, reemplaza en la ecuación y demuestra que se satisface la misma.**
	0	**1-4**	**5**

2. Dada la función $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x^2-y)}{x-\sqrt{y}}, & x \neq \sqrt{y} \\ 0, & x = \sqrt{y} \end{cases}$

Determine:

a) Si $f(x,y)$ es continua en el punto $(x_0, y_0) = (1,1)$.

Rúbrica del literal 2.a)

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante identifica que la función existe para el punto dado y usando límite prueba la continuidad de la función en ese punto.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra identificar la existencia de la función en el punto dado y tampoco resuelve el límite.	**Logra identificar la existencia de la función en el punto dado, pero no resuelve correctamente el límite.**	**Logra identificar la existencia de la función en el punto dado y resuelve el límite.**	**Logra identificar la existencia de la función en el punto dado, resuelve el límite y concluye la continuidad en el punto dado**
	0	**1-2**	**3**	**4**

b) Si existen todas las derivadas direccionales en el punto $(1,1)$.

Rúbrica del literal 2.b)

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe obtener las derivadas direccionales de una función de dos variables en un punto dado.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra conceptualizar la derivada direccional en un punto dado.	**Considera un vector unitario general y lo integra al concepto de derivada direccional, pero no resuelve el límite respectivo.**	**Considera un vector unitario general, lo integra al concepto de derivada direccional y resuelve el límite respectivo.**	**Considera un vector unitario general, lo integra al concepto de derivada direccional y resuelve el límite respectivo y concluye la existencia de las derivadas direcciones en el punto dado.**
	0	**1-2**	**3**	**4**

c) Si con la información obtenida previamente, es suficiente para garantizar la diferenciabilidad de la función $f(x,y)$ en el punto (1,1).

Rúbrica del literal 2.c)

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe que: Si f es diferenciable en un punto x_0, entonces f es continua en x_0 y todas las derivadas direccionales existen en x_0; pero que el recíproco del teorema no se cumple.	**Inicial**	**En desarrollo**		**Excelente**
	No logra con la información obtenida determinar la diferenciabilidad de la función en el punto dado.	**Aplica un recurso equivocado diferente al teorema para establecer diferenciabilidad en el punto dado.**		**Aplica el teorema respectivo o desarrolla el concepto de diferenciabilidad y determina que la función no es diferenciable en el punto dado.**
	0	**1-3**		**4**

3. Sea $z: R^2 \to R$ de clase C^2, demuestre que la ecuación $2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, se transforma en: $3\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} = 0$, bajo el cambio de variables $u = x + 2y + 2, v = x - y - 1$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante conoce la fundamentación teórica de la regla de la cadena y la aplica en la transformación de una ecuación.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe obtener las derivadas parciales de primer orden.	**Obtiene las derivadas parciales de primer orden pero no las de segundo orden de manera correcta.**	**Obtiene las derivadas parciales de primer orden y las de segundo orden de manera correcta, pero no logra demostrar la transformación.**	**Obtiene las derivadas parciales de primer orden y las de segundo orden de manera correcta y logra demostrar la transformación.**
	0	**1 – 4**	**5 – 7**	**8**

4. La superficie de cierto lago se representa por una región R, de tal manera que la profundidad (en metros) debajo del punto correspondiente a (x, y)está dada por $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$.
   a) Si un hombre se encuentra en el agua en el punto $(4,9)$, ¿en qué dirección debe nadar para que la profundidad debajo de él disminuya lo más rápido posible? ¿Cuál es la razón de cambio de la profundidad?

Rúbrica del literal 4.a)

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante sabe aplicar el concepto de gradiente en la solución de un problema práctico.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra reconocer que se trata de la aplicación de gradiente de una función.	**Obtiene el gradiente de la función pero no establece el vector de dirección de menor crecimiento.**	**Obtiene el vector de dirección de menor crecimiento pero no la razón de cambio de la profundidad.**	**Obtiene correctamente el vector de dirección de menor crecimiento y la razón de cambio de la profundidad.**
	0	**1**	**2**	**3**

b) ¿En qué dirección no cambia la profundidad?

Rúbrica del literal 4.b)

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe aplicar el concepto de gradiente en la solución de un problema práctico.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra reconocer como aplicar el gradiente para hallar la razón de cambio de la profundidad.	**Define un vector general y hace producto punto entre este y el gradiente evaluado en el punto dado, pero no establece la condición para que no exista cambio de profundidad.**	**Establece la condición para que no exista cambio de profundidad, pero no puede obtener el ángulo solicitado.**	**Establece la condición para que no exista cambio de profundidad y obtiene el ángulo solicitado, dejándolo expresado en función de la tangente inversa.**
	0	**1**	**2**	**3**

c) En el plano, el eje X representa la dirección oeste-este, y el eje Y la dirección norte-sur; si el hombre está mirando hacia el norte en el punto $(4,9)$ y decide nadar hacia el noreste (NE), calcule la razón de cambio de la profundidad en tal dirección.

Rúbrica del literal 4.c)

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe aplicar el concepto de gradiente en la solución de un problema práctico.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra reconocer como aplicar el gradiente para hallar la razón de cambio de la profundidad en la dirección solicitada.	**Reconoce que el vector en la dirección solicitada es (1,1) pero no lo hace unitario.**	**Hace unitario el vector (1,1) y desarrolla el producto punto de este vector con el gradiente de la función en el punto dado.**	**Reconoce a la operación anterior como la razón de cambio de la profundidad en la dirección deseada y expresa su valor numérico.**
	0	**1**	**2**	**3**

5. Utilizando la fórmula de Taylor de segundo orden, aproxime el valor de $(1.9)\big(COS(0.1)\big)$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
El estudiante aplica la fórmula de Taylor de segundo orden como una herramienta para desarrollar aproximaciones.	**No sabe obtener la fórmula de Taylor de segundo orden de una función de dos variables.**	**Determina la función que representa la aproximación solicitada pero no desarrolla completamente el polinomio de Taylor de segundo orden.**	**Desarrolla completamente el polinomio de Taylor de segundo orden pero comete errores en los cálculos finales de la aproximación solicitada.**	**Realiza de manera correcta todo el proceso y expresa la aproximación solicitada aplicando la fórmula de Taylor de segundo orden.**
	0	**1 – 3**	**4– 5**	**6**