espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: 2019	PERIODO: PRIMERO
MATERIA: **CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**	PROFESOR:
EVALUACIÓN: MEJORAMIENTO	
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 Horas	FECHA: SEPTIEMBRE 09 DE 2019

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ *NÚMERO DE MATRÍCULA:* ___________________ *PARALELO:* ________

PRIMER TEMA (20 puntos)

Justificando su respuesta, establezca si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

a) Al transformar la ecuación cartesiana $x^2 + y^2 = z^2$ a coordenadas esféricas, se obtiene la ecuación $tg^2\phi = 1$.

VERDADERO

$$x = \rho\ sen\phi\ cos\theta;\ y = \rho\ sen\phi\ sen\theta;\ z = \rho\ cos\phi$$

$$(\rho\ sen\phi\ cos\theta)^2 + (\rho\ sen\phi\ sen\theta)^2 = (\rho\ cos\phi)^2$$

$$\rho^2 sen^2\phi\ cos^2\theta + \rho^2 sen^2\phi\ sen^2\theta = \rho^2 cos^2\phi$$

$$\rho^2\ sen^2\phi(cos^2\theta + sen^2\theta) = \rho^2 cos^2\phi$$

$$sen^2\phi(1) = cos^2\phi$$

$$\frac{sen^2\phi}{cos^2\phi} = 1\ \rightarrow\ tg^2\ \phi = 1$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como transformar una ecuación de coordenadas cartesiana a coordenadas esféricas.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce la teoría de las coordenadas esféricas.	Reemplaza las coordenadas cartesianas por las respectivas coordenadas esféricas, pero tiene problemas para simplificar la expresión.	Reemplaza las coordenadas cartesianas por esféricas, algebriza y aplica identidad pitagórica, pero no puede llegar a la expresión final.	Reemplaza las coordenadas cartesianas por esféricas, algebriza y aplica identidad pitagórica y concluye que la proposición dada es verdadera.
	0	1-2	3-4	5

b) La función $\boldsymbol{f(x,y)=\begin{cases}\frac{yx^2-y^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \quad , & (x,y)=(0,0)\end{cases}}$ **NO es continua en (0,0).**

FALSO

$$f(0,0)=0$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\lim_{r\to 0}\frac{r^3sen\theta\,cos^2\theta-r^3sen^3\theta}{r^2}=\lim_{r\to 0}\frac{r^3(sen\theta\,cos^2\theta-sen^3\theta)}{r^2}=$$

$$\lim_{r\to 0} r(cos^2\theta-sen^2\theta)\,sen\theta=\lim_{r\to 0} r\cos(2\theta)\,sen\theta=0$$

$$f(0,0)=0=\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)\to\ f(x,y)\text{ es continua en }(0,0)$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como analizar la continuidad de una función de dos variables en un punto dado.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce la condiciones que deben cumplirse para determinar la continuidad de una función en un punto dado.	Reconoce que $f(0,0)=0$ y aplica el límite pero tiene problemas para el cálculo del mismo.	Reconoce que $f(0,0)=0$, aplica el límite, lo calcula correctamente pero no concluye que la evaluación de la función en el punto es igual al valor del límite.	Reconoce que $f(0,0)=0$, aplica el límite, lo calcula correctamente y concluye que la evaluación de la función en el punto es igual al valor del límite, determinando que la proposicón dada es falsa.
	0	1-2	3-4	5

c) Si la expresión $xy^2 + z^2 + sen(xz) = 1$ define implícitamente una función $z = f(x, y)$ en un entorno de $(x, y) = (0, 1)$ con $z > 0$, entonces $\nabla f(0, 1) = (1, 0)$.

FALSO

$F(x, y, z) = xy^2 + z^2 + sen(xz) - 1$

$\frac{\partial F}{\partial x} = y^2 + z\,cos(xz); \frac{\partial F}{\partial y} = 2xy; \frac{\partial F}{\partial z} = 2z + x\,cos(xz)$, entonces:

$\frac{\partial 4x^2+4y^2+z^2=4z}{\partial x} = -\frac{y^2+z\,cos(xz)}{2z+x\,cos(xz)}; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{2z+x\,cos(xz)}$

Para $x = 0, y = 1$, se tiene que $z^2 = 1$ y como $z > 0, z = 1$, entonces:

$$\nabla f(0,1) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}(0,1), \frac{\partial z}{\partial y}(0,1)\right) = (-1,0).$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como aplicar el gradiente a una función en un punto dado.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe como interpretar la información dada con el fin de calcular el gradiente de la función.	Determina las derivadas parciales de la función con respecto a x, y, z; pero no las relaciona con el fin de obtener $\frac{\partial z}{\partial y}$.	Determina las derivadas parciales de la función, las relaciona y obtiene $\frac{\partial z}{\partial y}$, pero no puede calcular el gradiente en el punto dado.	Determina las derivadas parciales de la función, las relaciona y obtiene $\frac{\partial z}{\partial y}$, calcula el gradiente en el punto dado y concluye que la proposición es falsa.
	0	1-2	3-4	5

d) La función vectorial que describe la curva intersección de las superficies $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1 = 0$, y $G(x, y, z) = y + z - 2 = 0$, es $\vec{r}(t) = cos\,t\,\hat{\imath} + sen\,t\,\hat{\jmath} + (2 + sen\,t)\,\hat{k}$.

FALSO

La curva debe satisfacer simultáneamente las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

Por lo tanto, es una curva cerrada y tiene forma de elipse sobre el plano dado.
Tomando: $x = \cos t; y = sen\,t$, se satisface la ecuación del cilindro.
Haciendo $z = 2 - sen\,t$, se satisface la ecuación del plano $z = 2 - y$.
Entonces una parametrización de la curva de intersección es:

$$\vec{r}(t) = cos\,t\,\hat{\imath} + sen\,t\,\hat{\jmath} + (2 + sen\,t)\,\hat{k}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
El estudiante conoce como parametrizar la curva, producto de la intersección de dos superficies.	No conoce realizar la parametrización de una curva, producto de la intersección de dos superficies.	Iguala las dos expresiones y determina que la curva intersección es cerrada y tiene forma de elipse, pero no sabe como utilizar esta información en la parametrización.	Iguala las dos expresiones y determina que la curva intersección es cerrada y tiene forma de elipse, determina z, pero tiene problemas para parametrizar correctamente la curva.	Iguala las dos expresiones y determina que la curva intersección es cerrada y tiene forma de elipse, determina z y parametriza correctamente la curva, conluyendo que la proposición dada es falsa.
	0	1-2	3-4	5

SEGUNDO TEMA (15 puntos)

Calcule el flujo saliente del campo $F(x,y,z) = (x^3 + 2yz)\,\hat{\imath} + (y^3 - 2xz)\,\hat{\jmath} + (x^2 + y^2)\,\hat{k}$, $(x, y, z \in R)$, a través de la mitad superior $(z \geq 0)$ del elipsoide $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$.

Considerando el dominio acotado:

$$\Omega = \{(x,y,z) \in R^3; 4x^2 + 4y^2 + z^2 < 4, z > 0\}$$

Cuya frontera o contorno puede ser expresada en la forma $\partial\Omega = \mathrm{S} \cup \mathrm{T}$, tal que:

$S = \{(x,y,z) \in R^3; 4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4, z \geq 0\}$ y $T = \{(x,y,0) \in R^3; x^2 + y^2 \leq 1\}$

S es la superficie a través de la cual queremos calcular el flujo del campo y T es una superficie en forma explícita que podemos ver como $T = \Phi(W)$, donde $W = \{(x,y) \in R^2; x^2 + y^2 \leq 1\}, \Phi(x,y) = (x,y,0) \quad (x,y) \in W$.

Entonces:

Entonces: $\iiint_\Omega divF\,dx\,dy\,dz = \iint_S F \cdot ds - \iint_T F \cdot ds \rightarrow \iint_S F \cdot ds = \iiint_\Omega divF\,dx\,dy\,dz + \iint_T F \cdot ds$

$$div\,F(x,y,z) = 3(x^2 + y^2)$$

Usando coordenadas cilíndricas tenemos: $\iiint_\Omega divF\,dx\,dy\,dz = 6\pi \int_0^1 r^3 \int_0^{2\sqrt{1-r^2}} dz\,dr =$ $12\pi \int_0^1 r^3 \sqrt{1-r^2}\,dr = (12\pi)\left[-\frac{1}{2}\left[\frac{2(1-r^2)^{3/2}}{3} - \frac{2(1-r^2)^{5/2}}{5}\right]\right]_0^1 = \frac{8\pi}{5}$

Por otro lado, para la integral sobre la superficie T, tenemos:

$$\iiint_T F \cdot ds = \iint_W (x^2+y^2)\ dx\,dy = \int_{-\pi}^{\pi}\int_0^1 r^3\,dr\,d\theta = \frac{\pi}{2}$$

Finalmente, el flujo buscado es: $\iint_S\ F \cdot ds = \frac{8\pi}{5} + \frac{\pi}{2} = \frac{21\pi}{10}$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como aplicar el teorema de Gauss para calcular el flujo saliente de un campo a través de una superficie.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No reconoce el ejercicio como un problema de aplicación del teorema de Gauss.	Reconoce el dominio acotado para el ejercicio y su respectivo contorno, pero tiene problemas para aplicar el teorema de Gauss.	Reconoce el dominio acotado y su contorno, aplicar el teorema de Gauss, pero tiene problemas en el cálculo de las integrales.	Reconoce el dominio acotado y su contorno, aplicar el teorema de Gauss, realiza correctamente el cálculo de las integrales y obtiene el valor del flujo saliente solicitado.
	0	1-5	6-12	13-15

TERCER TEMA (15 puntos)

Dada la curva C con ecuaciones paramétricas $\begin{cases} \boldsymbol{x = sen(2t)} \\ \boldsymbol{y = \frac{t}{\pi}} \\ \boldsymbol{z = cos(2t)} \end{cases}, \boldsymbol{t > 0}$

a) **Determine los vectores: tangente unitario $\vec{T}(t)$, y normal unitario $\vec{N}(t)$ en el punto $P(1, \frac{1}{4}, 0)$.**

b) **Determine la ecuación de la recta tangente a la curva C en el punto P dado.**

a) $sen(2t) = 1, \frac{1}{4} = \frac{t}{\pi}\ y \cos(2t) = 0 \rightarrow t = \frac{\pi}{4}$

$$\vec{r}(t) = \left(sen(2t), \frac{t}{\pi}, \cos(2t)\right) \rightarrow \vec{r}'(t) = \left(2cos(2t), \frac{1}{\pi}, -2\operatorname{sen}(2t)\right)$$

$$\|\vec{r}'(t)\| = \sqrt{4\,cos^2(2t) + \frac{1}{\pi^2} + 4\,sen^2(2t)} = \sqrt{4 + \frac{1}{\pi^2}}$$

$$\vec{T}(t) = \frac{\vec{r}'(t)}{\|\vec{r}'(t)\|} = \frac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{\pi^2}}}\left(2cos(2t), \frac{1}{\pi}, -2\operatorname{sen}(2t)\right)$$

$$\vec{T}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{\pi^2}}}\left(0, \frac{1}{\pi}, -2\right)$$

$$\vec{T}'(t) = \frac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{\pi^2}}}(-4\,sen(2t), 0, -4\cos(2t))$$

$$\|\vec{T}'(t)\| = \frac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{\pi^2}}}\sqrt{16\,sen^2(2t) + 16\,cos^2(2t)} = \frac{4}{\sqrt{4+\frac{1}{\pi^2}}}$$

$$\vec{N}(t) = \frac{\vec{T}'(t)}{\|\vec{T}'(t)\|} = \frac{1}{4}(-4\,sen(2t), 0, -4\cos(2t))$$

$$\vec{N}\left(\frac{\pi}{4}\right) = (-1,0,0)$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como obtener los vectores tangente unitario y normal unitario para una curva C en un punto dado.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce la definición de los vectores tangente unitario y normal unitario para una curva C en un punto dado.	Obtiene el valor de t para las condiciones dadas, determina los vectores $\vec{r}(t), \vec{r}'(t)$ y la norma de $\vec{r}'(t)$, calcula el vector tangente unitario pero no puede desarrollar los cálculos para hallar el vector normal unitario o viceversa.	Obtiene el valor de t para las condiciones dadas, determina los vectores $\vec{r}(t), \vec{r}'(t)$ y la norma de $\vec{r}'(t)$, desarrolla los cálculos para determinar ambos vectores pero comete errores en uno de ellos.	Desarrolla todo el proceso de cálculo correctamente y determina ambos vectores untarios en el punto dado.
	0	1-4	5-8	9-10

b) El vector director de la recta tangente en el punto $P(1, \frac{1}{4}, 0)$ tiene la dirección el vector $\vec{r}'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(0, \frac{1}{\pi}, -2\right)$, entonces la ecuación de la recta es:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{4} + \beta\,;\ \beta \in R \\ z = -2\pi\beta \end{cases} \quad \text{ó} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{4} + \frac{t}{\pi};\ t \in R \\ z = -2t \end{cases}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como obtener la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto dado, a partir de la información paramétrica de la curva.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce como utilizar la información del literal a) para resolver el ejercicio.	Reconoce que el vector director de la recta tangente en el punto dado tiene la dirección del vector $\vec{r}'(t)$ pero no sabe en que parámetro evaluarlo.	Reconoce que el vector director de la recta tangente en el punto dado tiene la dirección del vector $\vec{r}'^{(t)}$, lo evalua en $t = \frac{\pi}{4}$, pero tiene problemas para determinar la ecuación de la recta tangente.	Reconoce que el vector director de la recta tangente en el punto dado tiene la dirección del vector $\vec{r}'^{(t)}$, lo evalua en $t = \frac{\pi}{4}$ y determina correctamente la ecuación de la recta tangente a la curva C en el punto dado.
	0	1-2	3-4	5

CUARTO TEMA (20 puntos)
Utilizando integrales dobles determine el volumen del sólido delimitado por la superficie cónica $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, y la superficie esférica $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

La coordenada z de los puntos del sólido satisfacen $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, siendo el "techo" de S una parte de la superficie de la esfera y el "piso" de S no es $z = 0$, sino una parte de la superficie del cono.
El volumen deber ser expresado como:

$$V = \int\int_R \left[\sqrt{1 - x^2 - y^2} - \sqrt{x^2 + y^2}\right] dA$$

Ahora, trabajamos la región de integración R:

$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \rightarrow x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ con $z = \sqrt{\frac{1}{2}}$

Entonces: $R = \left\{(x, y); 0 \leq x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}\right\}$

Pasando a coordenadas cilíndricas:

$$V = \int\int_{R'} \left[\sqrt{1 - r^2} - r\right] r\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{\frac{1}{2}}} \left[\sqrt{1 - r^2} - r\right] r\, dr\, d\theta = \pi\left(\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) u^3$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como calcular el volumen de un sólido por medio de integrales dobles.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe como determinar el sólido al cual se requiere calcular el volumen.	Determina el sólido y la expresión general para el cálculo del volumen, pero tiene problemas con la determinacion de la región de integración.	Determina el sólido, la expresión general para el cálculo del volumen, la región de integración, pero tiene problemas con el cambio a coordenadas cilindricas o en la resolución de la integral doble.	Determina el sólido, la expresión general para el cálculo del volumen, la región de integración, cambia a coordenadas cilindricas, resuelve correctamente la integral doble y determina el volumen solicitado en unidades cúbicas.
	0	1-8	9-18	19-20

QUINTO TEMA (15 puntos)

Determine la ecuación del plano tangente a la superficie definida por $z = x^2 + xy$, y que es perpendicular a los planos cuyas ecuaciones son $\pi_1: x + y - z = 0$; $\pi_2: 2x - y + z = 4$.

$$f(x, y, z) = x^2 + xy - z \rightarrow \nabla f(x, y, z) = (2x + y, x, -1)$$

Si $P_0(x_0, y_0, z_0)$ es un punto cualquiera de la superficie S, entonces:

$$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = (2x_0 + y_0, x_0, -1)$$

$$\vec{n}_1 = (1,1,-1) \; y \; \vec{n}_2 = (2,-1,1)$$

El vector normal $\vec{n} = \nabla f(P_0)$ del plano tangente debe ser ortogonal a los vectores $\vec{n}_1$y $\vec{n}_2$.

$$\vec{n} = \vec{n}_1 x \vec{n}_2 = (1,1,-1)x(2,-1,1) = (0,-3,-3) = -3(0,1,1)$$

Debido a que $\nabla f(P_0)$ y $\vec{n} = \vec{n}_1 x \vec{n}_2$ son paralelos, debe existir un múltiplo escalar entre ellos, $\mu \in R$, tal que: $(2x_0 + y_0, x_0, -1) = \ \mu(0,0,1)$

$$\begin{cases} 2x_0 + y_0 = 0 \\ y_0 = \mu \\ -1 = \mu \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2 \\ -1 = \mu \end{cases}$$

El punto de la superficie S en el cual el plano tangente es perpendicular a los planos dados es $P_0(-1,2,-1)$ y la ecuación del plano tangente en dicho punto es:

$$(x + 1, y - 2, z + 1) \cdot (0,1,1) = 0$$

$$y + z - 1 = 0$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como determinar la ecuación del plano tangente a uan superficie que cumple ciertas características.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe como obtener el vector gradiente de la superficie ni obtener información básica de los planos dados.	Obtiene el vector gradiente de la superficie e información básica de los planos dados, pero no reconoce la posición relativa entre el vector $\vec{n} = \nabla f(P_0)$ y los vectores $\vec{n}_1\ y\ \vec{n}_2$.	Obtiene todos los vectores necesarios, la información relevante de los planos y la posición relativa entre vectores, pero tiene problemas para establecer el múltiplo escalar entre $\nabla f(P_0)$ y $\vec{n}_1 x \vec{n}_2$, o cualquiera de las informaciones antes mencionadas.	Obtiene todos los vectores necesarios, la información relevante de los planos, la posición relativa entre vectores, establece el múltiplo escalar entre $\nabla f(P_0)$ y $\vec{n}_1 x \vec{n}_2$ y deteremina la ecuación del plano tangente a la superficie.
	0	1-5	6-12	13-15

SEXTO TEMA (15 puntos)

Una partícula al ir en búsqueda de calor se ubica en el punto $P(1,4)$ sobre una placa metálica plana, cuya temperatura está dada por la función $T(x,y) = 5 - 4x^2 - y^2$. Determine las ecuaciones paramétricas de la trayectoria de la partícula, si esta se mueve en la dirección de máximo aumento de temperatura.

Nota: Asuma la condición inicial de que en $t = 0$, la partícula está ubicada en $P(1,4)$.

Como la partícula se mueve en dirección del aumento máximo de temperatura, entonces se mueve en la dirección de $\nabla T(x,y)$, entonces el vector velocidad $\vec{v}(t)$ apunta en la dirección de dicho gradiente:

$$\vec{v}(t) = -8x\hat{\imath} - 2y\hat{\jmath}$$

$\nabla T(x,y)$=$(x'(t), y'(t))$

$$\frac{dx}{dt} = x'(t) = -8x\ \ y\ \ \frac{dy}{dt} = y'(t) = -2y$$

$$\frac{dx}{x} = -8\,dt\ \ y\ \ \frac{dy}{y} = -2\,dt$$

Al integrar ambos miembros de las desigualdades se obtiene:

$$ln|x| = -8t + C_1 \quad y \quad ln|y| = -2t + C_2$$

$$ln|1| = -8(0) + C_1 \quad y \quad ln|4| = -2(0) + C_2$$

Entonces: $C_1 = 0, C_2 = \ln 4$

$$ln|x| = -8t \rightarrow x = e^{-8t}$$
$$ln|y| = -2t + \ln 4 \rightarrow y = 4e^{-2t}$$

Las ecuaciones paramétricas de la trayectoria de la trayectoria de la partícula son:

$$\begin{cases} x = e^{-8t} \\ y = 4e^{-2t} \end{cases}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como utilizar los conceptos asociados a la derivada para resolver un problema de aplicación.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe como interpretar el problema de aplicación.	Interpreta que la partícula se mueve en la dirección de $\nabla T(x,y)$, entonces el vector velocidad $\vec{v}(t)$ apunta en la dirección de dicho gradiente y calcula el vector velocidad, pero tiene problemas en el cálculo de las derivadas respectivas.	Interpreta que la partícula se mueve en la dirección de $\nabla T(x,y)$, entonces el vector velocidad $\vec{v}(t)$ apunta en la dirección de dicho gradiente y calcula el vector velocidad y las derivadas respectivas, pero no sabe como integrar y calcular las constantes respectivas.	Interpreta que la partícula se mueve en la dirección de $\nabla T(x,y)$, entonces el vector velocidad $\vec{v}(t)$ apunta en la dirección de dicho gradiente y calcula el vector velocidad, las derivadas respectivas, las constantes de integración, realiza el artificio respectivo para despejar las variables y determina las ecuaciones paramétricas solicitadas.
	0	1-5	6-12	13-15