espol	ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	

AÑO:	2019	**PERIODO:**	Primer término académico
MATERIA:	MATG1013 Análisis Numérico	**PROFESOR:**	Pablo Álvarez, Edison Del Rosario, Alex Jerves, Carlos Martín, Eduardo Rivadeneira
EVALUACIÓN:	Primera	**FECHA:**	Martes 26 de noviembre de 2019

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ………………………………………………………………………… ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ……………………………………………………… ***PARALELO:*** ………………

Tema 1. (30 puntos) Considere la sucesión $(x_n)_{n=0}^{+\infty}$ cuya ecuación recursiva es

$$x_n = g(x_{n-1}) = \sqrt{3 + x_{n-1}}$$

para $n \in \mathbb{N}$.

a) ¿Se puede afirmar que $\forall x \in [1,3], g(x) \in [1,3]$?
Justifique su respuesta.

b) Pruebe que g es una función contractiva en el intervalo $[1,3]$ y estime el valor de la constante de Lipschitz (cota de la derivada de g).

c) Realice 5 iteraciones partiendo del dato inicial $x_0 = 2$, y determine el orden de convergencia.

d) Encuentre el valor teórico x^* al cual converge la sucesión y estime el error absoluto en la iteración 5.

e) Realice 5 iteraciones con el método de bisección en el intervalo $[1,3]$ para aproximar el punto fijo de la función $g(x)$.

Rúbrica: literal a (3 puntos), literal b (3 puntos), literal c (10 puntos), literal d (4 puntos), literal e (10 puntos)

Tema 2. (20 puntos) Para simular la disminución de la temperatura en un proceso termodinámico, un algoritmo evolutivo necesita usar un polinomio para aproximar en el intervalo $[0,4]$ la función f con regla de correspondencia $f(x) = e^{-k\,x}$, con constante $k = 0.5$

Para construir el mencionado polinomio, considere la tabla:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$

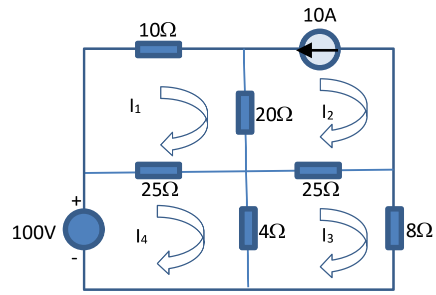
a) Aplique interpolación polinomial y aproxime el valor de $f(2.4)$ usando un polinomio de grado 2.

b) Encuentre una cota superior para el error de interpolación en la aproximación de $f(1.7)$

Rúbrica: literal a (15 puntos), literal b (5 puntos)

Tema 3. (30 puntos) El sistema de ecuaciones siguiente se generó con la aplicación de la ley de malla de corriente de la figura

$$
\begin{aligned}
55\,\boldsymbol{I}_1 - 25\,\boldsymbol{I}_4 &= -200 \\
-37\,\boldsymbol{I}_3 - 4\,\boldsymbol{I}_4 &= -250 \\
-25\,\boldsymbol{I}_1 - 4\,\boldsymbol{I}_3 + 29\,\boldsymbol{I}_4 &= 100
\end{aligned}
$$



a) Use eliminación de Gauss para calcular I_1, I_3, I_4, I_2 =-10
b) Encuentre la norma infinita de la matriz de transición T en el método de Jacobi y comente
c) Con el método de Gauss-Seidel realice tres iteraciones comenzando con el vector cero. Además en la tercera iteración, encuentre una cota para el error relativo

Rúbrica: literal a (12 puntos), literal b (6 puntos), literal c (12 puntos)

Tema 4. (20 puntos) La siguiente ecuación permite calcular la concentración de un químico en un reactor, donde se tiene una mezcla completa

$$c = c_{ent}(1 - e^{-0.04t}) + c_0 e^{-0.03t}$$

Si la concentración inicial es $c_0 = 4$ y la concentración de entrada es c_{ent}=10, use el método de Newton con t_0=0, para aproximar el tiempo requerido para que el valor de c sea el 93% de c_{ent}. Encuentre un intervalo en donde la convergencia está garantizada.

Rúbrica: intervalo (5 puntos), iteraciones (10 puntos), convergencia (5)