Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO:2019-2020	PERIODO:I termino 2019
MATERIA: Ecuaciones diferenciales en derivadas Parciales EVALUACIÓN: Segundo Parcial de Segundo Término 50%	PROFESORA: Liliana Pérez
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 horas	FECHA: 29-01-2020

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, no se puede usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: __________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** __________________ ***PARALELO:*** ________________

1. Complete cada una de las siguientes preguntas (21 ptos: 3 ptos CU)

a. La formulación del problema de Sturm-Liuville consiste en:

____

____

____

b. Los problemas de valores propios para las ecuaciones lineales de orden superior aparecen frecuentemente en:

____

____

c. $u_t + cu_x = 0 \ \ \mathbb{R} \times (0, \infty)$ es la ecuación ___________________________________donde $u(t, x)$ representa ____

d. La ecuación general del transporte está dado por

____

____

e. A que se le denomina Hiper-Superficie de clase C^k en $\mathbb{R}^n$

____

____

____

f. Que es una curva característica y de un ejemplo

____

____

____

____

g. Una curva C es una curva característica de la ecuación semilineal

$$a(x,y)u_{xx} + 2b(x,y)u_{xy} + c(x,y)u_{yy} = d(x,y,u,u_x,u_y)$$

Si cumple que

____

____

____

2. (13 ptos)

Considérese la ecuación del calor en una región rectangular bidimensional $0 < x < L$, $0 < y < H$,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

sujeta a la condición inicial

$$u(x, y, 0) = f(x, y).$$

Resolver el problema de valor inicial y analizar la temperatura cuando $t \to \infty$ si las condiciones de contorno son:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, y, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(L, y, t) = 0, \quad u(x, 0, t) = 0, \quad u(x, H, t) = 0.$$

3. Si $u = u(x, y)$ es un campo escalar sobre $\mathbb{R}^2$, haciendo un cambio a coordenadas polares pruebe que Laplaciano está dado por (8 ptos)

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}.$$

4. Sean $y_1, y_{2,\ldots}$ una colección de funciones ortogonales con respecto a $r(x) > 0$ sobre el intervalo $[a, b]$, si f se puede representar por la serie ortogonal $f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m\, y_m$. Pruebe que (8 ptos)

$$a_m = \frac{1}{\|y_m\|^2}\int_a^b r(x)\, f(x) y_m(x) dx.$$