

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

**Tema 1**

1. (10 PUNTOS)

Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{-1\} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2ax + 3}{x + 1}$$

Aplicando límites, determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $a \in \mathbb{R}$ , para que la ecuación de su asíntota oblicua sea  $y = x + 4$ .

2. (10 PUNTOS)

Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{2\} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3ax + 1}{x - 2}$$

Aplicando límites, determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $a \in \mathbb{R}$ , para que la ecuación de su asíntota oblicua sea  $y = x + 7$ .

3. (10 PUNTOS)

Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{-1\} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4ax + 3}{x + 1}$$

Aplicando límites, determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $a \in \mathbb{R}$ , para que la ecuación de su asíntota oblicua sea  $y = x + 5$ .

4. (10 PUNTOS)

Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{8\} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2ax + 7}{x - 8}$$

Aplicando límites, determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $a \in \mathbb{R}$ , para que la ecuación de su asíntota oblicua sea  $y = x + 3$ .

5. (10 PUNTOS)

Dada la función  $f: \mathbb{R} - \{4\} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3ax - 3}{x - 4}$$

Aplicando límites, determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $a \in \mathbb{R}$ , para que la ecuación de su asíntota oblicua sea  $y = x + 2$ .

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

Tema 2

1. (10 PUNTOS)

Dada la curva  $C$  en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = \pi^2 - 6t \\ y(t) = t + e^{-kt} \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para que se cumpla que:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=0} = \frac{1}{25}$$

2. (10 PUNTOS)

Dada la curva  $C$  en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = \sqrt[3]{2} - 4t \\ y(t) = t + k^2 \cos(2t) \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para que se cumpla que:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=0} = -\frac{1}{9}$$

3. (10 PUNTOS)

Dada la curva  $C$  en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = \sqrt{5} - 5t \\ y(t) = t + k^2 \operatorname{sen}(3t) \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para que se cumpla que:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\pi/6} = -\frac{1}{16}$$

4. (10 PUNTOS)

Dada la curva  $C$  en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = e^4 - 3t \\ y(t) = t^2 - e^{-kt} \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para que se cumpla que:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=0} = -1$$

5. (10 PUNTOS)

Dada la curva  $C$  en coordenadas paramétricas:

$$C: \begin{cases} x(t) = \sqrt{3} - 4t \\ y(t) = t - k^2 \operatorname{cos}(3t) \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para que se cumpla que:

$$\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\pi} = -\frac{1}{4}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

**Tema 3**

1. (14 PUNTOS)

El perímetro de un rectángulo es igual a 12 [cm]. Determine las dimensiones del rectángulo que, al girar alrededor de uno de sus lados, genera un cilindro recto de volumen máximo.

2. (14 PUNTOS)

Un tren puede operar con un mínimo de 200 pasajeros. La tarifa será de \$ 8 y se reducirá en 1 *centavo* por cada persona que supere este requisito mínimo de 200. Determine la cantidad total de pasajeros que deben viajar y la tarifa que deben pagar para obtener los máximos ingresos.

3. (14 PUNTOS)

Se quiere elaborar un recipiente en forma de cilindro recto con tapa, cuyo volumen sea  $54\pi$  [ $m^3$ ]. Calcule las dimensiones del cilindro que requiere la menor cantidad de material en su elaboración.

4. (14 PUNTOS)

Una finca tiene 50 árboles y cada uno produce 800 mangos. Por cada árbol adicional plantado en la finca, la producción por árbol se reduce en 10 mangos. Determine la cantidad de árboles que deben agregarse a la finca existente para maximizar la producción total y especifique la cantidad de mangos que se producirían.

5. (14 PUNTOS)

Si la superficie de un rectángulo tiene un área igual a 1 [ $\pi e^2$ ], calcule las longitudes de sus lados para que la medida de la distancia desde uno de sus vértices al punto medio de un lado no adyacente sea mínima.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

Tema 4

1. (16 PUNTOS)

A partir de las condiciones dadas para una función  $f$  de variable real:

- 1)  $dom f = \mathbb{R}$
- 2)  $f$  es continua  $\forall x \in dom f$
- 3)  $f(x) = f(-x)$
- 4)  $f'(\sqrt{3}) = f'(0) = 0$
- 5)  $f'(x) > 0 \forall x \in (-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
- 6)  $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$
- 7)  $f''(0) < 0; f''(\sqrt{3}) > 0$
- 8)  $f(0) = 2; f(1) = -3$
- 9)  $f''(1) = f''(-1) = 0$
- 10)  $f'$  decrece  $\forall x \in (-1, 1)$
- 11)  $f''(x) > 0 \forall x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

- (a) (6 PUNTOS) Realice la interpretación de las condiciones correspondientes a los numerales 4), 9) y 10).
- (b) (10 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano una gráfica para  $f$  de manera tal que cumpla con todas las condiciones indicadas.

2. (16 PUNTOS)

A partir de las condiciones dadas para una función  $f$  de variable real:

- 1)  $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- 2)  $f$  es continua  $\forall x \in \text{dom } f$
- 3)  $f(-x) = -f(x)$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- 5)  $f'(x) > 0 \forall x \in (-1,1)$ ;  $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 6)  $f''(0) = f''(\sqrt{3}) = f''(-\sqrt{3}) = 0$
- 7)  $f''(1) < 0$  ;  $f''(-1) > 0$
- 8)  $f(1) = \frac{1}{2}$ ;  $f(0) = 0$
- 9)  $f'(1) = 0$
- 10)  $f''(x) > 0 \forall x \in (\sqrt{3}, +\infty)$
- 11)  $f''(x) < 0 \forall x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

- (a) (6 PUNTOS) Realice la interpretación de las condiciones correspondientes a los numerales 5), 6) y 7).
- (b) (10 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano una gráfica para  $f$  de manera tal que cumpla con todas las condiciones indicadas.

3. (16 PUNTOS)

A partir de las condiciones dadas para una función  $f$  de variable real:

- 1)  $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- 2)  $f$  es continua  $\forall x \in \text{dom } f$
- 3)  $f(-x) = -f(x)$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- 5)  $f(0) = 0$ ;  $f(4) = 4$
- 6)  $f'(4)$  no existe
- 7)  $f'(x) > 0 \forall x \in (-4,4)$ ;  $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
- 8)  $f''(0) = 0$
- 9)  $\forall x \in \text{dom } f, f(x) < f(4)$
- 10)  $f''(x) > 0, \forall x \in (0,4) \cup (4, +\infty)$
- 11)  $f''(x) < 0, \forall x \in (-\infty, -4) \cup (-4,0)$

- (a) (6 PUNTOS) Realice la interpretación de las condiciones correspondientes a los numerales 6), 7) y 10).
- (b) (10 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano una gráfica para  $f$  de manera tal que cumpla con todas las condiciones indicadas.

4. (16 PUNTOS)

A partir de las condiciones dadas para una función  $f$  de variable real:

- 1)  $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- 2)  $f$  es continua  $\forall x \in \text{dom } f$
- 3)  $f(1) = f(-1) = f'(1) = f'(-\frac{1}{3}) = 0$
- 4)  $f''(\frac{1}{3}) = 0$
- 5)  $f''(-\frac{1}{3}) < 0$
- 6)  $f''(1) > 0$
- 7)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} f(x) = \frac{32}{27}; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- 8)  $f'(x) > 0 \forall x \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty); f'(x) < 0 \forall x \in (-\frac{1}{3}, 1)$
- 9)  $f''(x) > 0, \forall x \in (\frac{1}{3}, +\infty)$
- 10)  $f''(x) < 0, \forall x \in (-\infty, \frac{1}{3})$

- (a) (6 PUNTOS) Realice la interpretación de las condiciones correspondientes a los numerales 4), 5) y 8).
- (b) (10 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano una gráfica para  $f$  de manera tal que cumpla con todas las condiciones indicadas.

5. (16 PUNTOS)

A partir de las condiciones dadas para una función  $f$  de variable real:

- 1)  $\text{dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$
- 2)  $f(-x) = f(x)$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$
- 6)  $f'(0) = 0$
- 7)  $f(0) = 0; f(2) = \frac{4}{3}$
- 8)  $f'(x) > 0 \forall x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0); f'(x) < 0 \forall x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$
- 9)  $f''(x) > 0, \forall x \in (1, +\infty)$
- 10)  $f''(x) < 0, \forall x \in (-1, 1)$

- (a) (6 PUNTOS) Realice la interpretación de las condiciones correspondientes a los numerales 4), 8) y 10).
- (b) (10 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano una gráfica para  $f$  de manera tal que cumpla con todas las condiciones indicadas.



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

**Tema 5**

1. (10 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_0^{\ln(3)} \frac{3ke^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx = \sqrt{2}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}$ .

2. (10 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_0^9 \frac{4k}{\sqrt{9-x}} dx = \frac{1}{2}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}$ .

3. (10 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{5kx}{\sqrt{9-x^4}} dx = \frac{\pi}{4}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}$ .

4. (10 PUNTOS)

Dado que:

$$\int_{-3}^2 \frac{4k}{\sqrt[3]{(2-x)^2}} dx = 9\sqrt[3]{5}$$

Determine el VALOR NUMÉRICO de la constante  $k \in \mathbb{R}$ .

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

**Tema 6**

1. (10 PUNTOS)

Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \text{ entonces } f \text{ es una función par.”}$$

2. (10 PUNTOS)

Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } \int_{-a}^a f(x) dx = 0, \text{ entonces } f \text{ es una función impar.”}$$

3. (10 PUNTOS)

Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } \int_a^b f(x) dx = \int_{a+p}^{b+p} f(x) dx, \text{ entonces } f \text{ es una función periódica con período fundamental } p\text{.”}$$

4. (10 PUNTOS)

Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } f \text{ no es una función par, entonces } \int_{-a}^a f(x) dx \neq 2 \int_0^a f(x) dx\text{.”}$$

5. (10 PUNTOS)

Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } f \text{ no es una función impar, entonces } \int_{-a}^a f(x) dx \neq 0\text{.”}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Avilés J., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

Tema 7

1. (14 PUNTOS)

Dada la curva en coordenadas polares  $r = k(1 + \cos(\theta))$ , realice el bosquejo de su gráfica en el plano polar y luego, determine el valor de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para el cual el área de la región limitada por esta curva sea igual a  $8\pi/3$  unidades cuadradas.

2. (14 PUNTOS)

Dada la curva en coordenadas polares  $r = 2k \operatorname{sen}(2\theta)$ , realice el bosquejo de su gráfica en el plano polar y luego, determine el valor de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para el cual el área de la región limitada por esta curva sea igual a  $9\pi/2$  unidades cuadradas.

3. (14 PUNTOS)

Dada la curva en coordenadas polares  $r^2 = 9k \cos(2\theta)$ , realice el bosquejo de su gráfica en el plano polar y luego, determine el valor de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para el cual el área de la región limitada por esta curva sea igual a  $2\pi$  unidades cuadradas.

4. (14 PUNTOS)

Dada la curva en coordenadas polares  $r = 2k \cos(3\theta)$ , realice el bosquejo de su gráfica en el plano polar y luego, determine el valor de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para el cual el área de la región limitada por esta curva sea igual a  $25\pi/9$  unidades cuadradas.

5. (14 PUNTOS)

Dada la curva en coordenadas polares  $r^2 = 4k \operatorname{sen}(2\theta)$ , realice el bosquejo de su gráfica en el plano polar y luego, determine el valor de la constante  $k \in \mathbb{R}^+$  para el cual el área de la región limitada por esta curva sea igual a  $3\pi/2$  unidades cuadradas.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2020	<b>PERÍODO:</b>	SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	05/febrero/2021

**Tema 8**

1. (16 PUNTOS)
  - (a) (4 PUNTOS) Ubique los puntos  $A(-3,5)$ ,  $B(0,1)$  y  $C(5,13)$  en el plano cartesiano, dibuje el triángulo  $ABC$  y determine las ecuaciones de las rectas que contienen los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulo.
  - (b) (12 PUNTOS) Aplicando la integral definida, calcule el perímetro del triángulo  $ABC$ .
  
2. (16 PUNTOS)
  - (a) (4 PUNTOS) Ubique los puntos  $A(-3,-3)$ ,  $B(1,0)$  y  $C(13,-5)$  en el plano cartesiano, dibuje el triángulo  $ABC$  y determine las ecuaciones de las rectas que contienen los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulo.
  - (b) (12 PUNTOS) Aplicando la integral definida, calcule el perímetro del triángulo  $ABC$ .
  
3. (16 PUNTOS)
  - (a) (4 PUNTOS) Ubique los puntos  $A(-6,3)$ ,  $B(-2,0)$  y  $C(-14,-5)$  en el plano cartesiano, dibuje el triángulo  $ABC$  y determine las ecuaciones de las rectas que contienen los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulo.
  - (b) (12 PUNTOS) Aplicando la integral definida, calcule el perímetro del triángulo  $ABC$ .
  
4. (16 PUNTOS)
  - (a) (4 PUNTOS) Ubique los puntos  $A(0,-1)$ ,  $B(5,11)$  y  $C(8,7)$  en el plano cartesiano, dibuje el triángulo  $ABC$  y determine las ecuaciones de las rectas que contienen los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulo.
  - (b) (12 PUNTOS) Aplicando la integral definida, calcule el perímetro del triángulo  $ABC$ .

5. (16 PUNTOS)

- (a) (4 PUNTOS) Ubique los puntos  $A(-10, 5)$ ,  $B(2, 0)$  y  $C(6, 3)$  en el plano cartesiano, dibuje el triángulo  $ABC$  y determine las ecuaciones de las rectas que contienen los lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulo.
- (b) (12 PUNTOS) Aplicando la integral definida, calcule el perímetro del triángulo  $ABC$ .