FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 1

1. (5 PUNTOS)

La función UM que describe la utilidad marginal en $dólares$, lograda con la fabricación y venta de cierto producto, es:

$$UM(x) = \frac{(3ln(x) - 5)^4}{x}$$

en donde x es el número de $unidades$ de dicho producto.

Si se producen y venden $200\, unidades$, la utilidad marginal es de $\$\,15\,000$, obtenga la función de utilidad marginal. Suponga que $ln(200) = 5.3$.

2. (5 PUNTOS)

La velocidad v, en cm/s, que describe el movimiento de cierta partícula, es:

$$v(t) = \sqrt{\frac{arcsen(t)}{1 - t^2}}$$

en donde t es el tiempo medido en $segundos$.

Obtenga la función de desplazamiento s en función del tiempo t, si el desplazamiento inicial es $s(0) = 9\ cm$.

3. (5 PUNTOS)

Una familia de curvas tiene la propiedad de que la pendiente de la recta tangente en cualquier punto (x, y) está dada por:

$$\frac{dy}{dx} = cot(x)ln\big(sen(x)\big)$$

Obtenga el miembro de esta familia que contiene el punto $(1, 2)$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

4. (5 PUNTOS)

Un vivero suele vender cierto arbusto después de 5 años de crecimiento. La velocidad de crecimiento durante esos 5 años está dada por:

$$\frac{dh}{dt} = e^{tan(2t)}\, sec^2(2t)$$

en donde t se mide en $años$ y la altura h en cm.

Los arbustos del vivero miden 13 cm de altura cuando se plantan. Calcule la altura h que tienen dichos arbustos, al momento de ser vendidos.

5. (5 PUNTOS)

Una partícula se mueve con una aceleración a, en m/s^2, dada por la ecuación:

$$a(t) = \frac{t}{(1+t)^{\frac{3}{4}}}$$

en donde el tiempo t se mide en $segundos$.

Obtenga la velocidad v de esta partícula en función del tiempo t, si ésta parte con una velocidad inicial $v(0) = 5\ m/s$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 2

1. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = x\left(cos^3(x^2) - sen^3(x^2)\right)$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada general de f está dada por:

$$F(x) = \frac{1}{12}\left(sen(x^2) + cos(x^2)\right)\left(4 + sen(2x^2)\right) + C$$

2. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{sen^5(x)\,cos(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = ln|csc(2x) - cot(2x)| - \frac{csc^2(x)}{2} - \frac{csc^4(x)}{4} + C$$

3. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{sen^2(x)\,cos^4(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = tan(x) + \frac{tan^3(x)}{3} - 2cot(2x) + C$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

4. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = sen(x)sen(2x)sen(3x)$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = -\frac{1}{16}cos(4x) - \frac{1}{8}cos(2x) + \frac{1}{24}cos(6x) + C$$

5. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = sen(2x)sen(3x)sen(5x)$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = -\frac{1}{24}cos(6x) - \frac{1}{16}cos(4x) + \frac{1}{40}cos(10x) + C$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 3

1. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 - 8x + 15}{x^2 - 6x + 5}$$

Obtenga $y = f(x)$, si $f(2) = 0$.

2. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 - 5x + 6}$$

Obtenga $y = f(x)$, si $f(2) = 1$.

3. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5x^3 + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x}$$

Obtenga $y = f(x)$, si $f(2) = 1$.

4. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x}$$

Obtenga $y = f(x)$, si $f(1) = 0$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

5. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3 - 2}{2x^3 + x}$$

Obtenga $y = f(x)$, si $f(1) = 0$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 4

1. (8 PUNTOS)

   Mediante el método de rectángulos inscritos, calcule el área de la región R comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = -2x + 10$, el eje X y las rectas $x = 2$ y $x = 5$.

2. (8 PUNTOS)

   Mediante el método de rectángulos inscritos, calcule el área de la región R comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = -2x + 10$, el eje X y las rectas $x = 1$ y $x = 5$.

3. (8 PUNTOS)

   Mediante el método de rectángulos inscritos, calcule el área de la región R comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = 2x + 10$, el eje X y las rectas $x = -5$ y $x = 0$.

4. (8 PUNTOS)

   Mediante el método de rectángulos inscritos, calcule el área de la región R comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = 2x + 10$, el eje X y las rectas $x = -5$ y $x = 1$.

5. (8 PUNTOS)

   Mediante el método de rectángulos inscritos, calcule el área de la región R comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = -2x + 10$, el eje X y las rectas $x = -5$ y $x = 0$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 5

1. (6 PUNTOS)

A diferentes alturas en la atmósfera de la Tierra, el sonido viaja a diferentes velocidades. La velocidad del sonido v, en m/s, puede modelizarse mediante:

$$v(x) = \begin{cases} -4x + 341\,, & 0 \leq x < 11.5 \\ 295\,, & 11.5 \leq x < 22 \\ \dfrac{3}{4}x + 278.5\,, & 22 \leq x \leq 32 \end{cases}$$

en donde x es la altura medida en $kilómetros$.

Calcule la VELOCIDAD PROMEDIO DEL SONIDO, en m/s, para alturas comprendidas entre 0 y 32 $kilómetros$.

2. (6 PUNTOS)

Si una taza de café tiene temperatura de 95 ℃ en un cuarto donde la temperatura es de 20 ℃, entonces, de acuerdo con la Ley de Enfriamiento de Newton, la temperatura del café después de t $minutos$ es:

$$T(t) = 20 + 75e^{\frac{-t}{50}}$$

Calcule la TEMPERATURA PROMEDIO DEL CAFÉ, en ℃, durante la primera $media\ hora$.

3. (6 PUNTOS)

El modelo de rapidez R del metabolismo basal, en $kcal/h$, de un hombre joven es:

$$R(t) = 85 - 0.18\,cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$$

en donde t es el tiempo en $horas$.

Calcule la RAPIDEZ PROMEDIO DEL METABOLISMO BASAL de este hombre, en un período de $1\ día$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

4. (6 PUNTOS)

Un tanque de almacenamiento de petróleo se rompe en $t = 0\, minutos$, y el petróleo se fuga del tanque con una rapidez r de:

$$r(t) = 100e^{-0.01t} \quad litros\ por\ minuto$$

Calcule la CANTIDAD PROMEDIO DE PETRÓLEO que se escapa durante la primera $hora$.

5. (6 PUNTOS)

La respiración es cíclica y un ciclo respiratorio completo requiere alrededor de $5\ s$. El gasto máximo de aire que entra en los pulmones es aproximdamente de $0.5\ \ lt/s$. La función que permite modelizar el gasto de aire hacia los pulmones es:

$$f(t) = \frac{1}{2} sen\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$$

Calcule el VOLUMEN PROMEDIO DE AIRE INHALADO en los pulmones, en un periodo de $24\ horas$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 6

1. (5 PUNTOS)

Aplicando propiedades de la integral definida, determine el valor de:

$$\int_{-1}^{2}\left[\frac{1}{x^2+9}\mu(x)-\frac{1}{x+5}sgn(x-1)\right]dx$$

2. (5 PUNTOS)

Aplicando propiedades de la integral definida, determine el valor de:

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{x^2+4}\mu(x)+\frac{1}{x+6}sgn(x)\right]dx$$

3. (5 puntos)

Aplicando propiedades de la integral definida, determine el valor de:

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{x^2+16}\mu(x)+\frac{1}{x+4}sgn(x)\right]dx$$

4. (5 PUNTOS)

Aplicando propiedades de la integral definida, determine el valor de:

$$\int_{-1/2}^{2}\left[\frac{1}{x^2+9}\mu(x)-\frac{1}{x+3}sgn(x-1)\right]dx$$

5. (5 PUNTOS)

Aplicando propiedades de la integral definida, determine el valor de:

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{x^2+25}\mu(x)-\frac{1}{x+3}sgn(x-1)\right]dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 7

1. (8 PUNTOS)

   Calcule el área de la región definida por la parábola $y = x^2$, la recta tangente a esta parábola en $(1, 1)$ y el eje X.

2. (8 PUNTOS)

   Determine el número b tal que la recta $y = b, 0 \leq b \leq 4$, divide a la región limitada por las curvas $y = x^2$ y la recta $y = 4$ en dos regiones de igual área.

3. (8 PUNTOS)

   Determine los posibles valores de c tales que el área de la región limitada por las parábolas $y = x^2 - c^2$ y $y = c^2 - x^2$ es igual a $576\ u^2$.

4. (8 PUNTOS)

   Calcule el área de la región definida por la parábola $y = x^2 - 2x - 8$, la recta tangente a esta parábola en $(4, 0)$ y el eje Y.

5. (8 PUNTOS)

   Dos hermanos heredan una parcela que han de repartirse. Suponiendo que la parcela es la región del plano limitada por la curva $y = \sqrt{x - 1}$ y la función lineal $y = \frac{1}{2}(x - 1)$, calcule el área de la parcela.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	**PERÍODO:**	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESOR:**	Laveglia F., Díaz R.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	**FECHA:**	23/abril/2021

Tema 8

1. (6 PUNTOS)

   En una esfera de radio $5\ cm$ se perfora un hueco cilíndrico de radio $3\ cm$ y cuyo eje es un diámetro de la esfera. Calcule el volumen del sólido hueco, aplicando el método de las arandelas.

2. (6 PUNTOS)

   En una esfera de radio $6\ cm$ se perfora un hueco cilíndrico de radio $\sqrt{11}\ cm$ y cuyo eje es un diámetro de la esfera. Calcule el volumen del sólido hueco, aplicando el método de las arandelas.

3. (6 PUNTOS)

   En una esfera de radio $6\ cm$ se perfora un hueco cilíndrico de radio $\sqrt{27}\ cm$ y cuyo eje es un diámetro de la esfera. Calcule el volumen del sólido hueco, aplicando el método de las arandelas.

4. (6 PUNTOS)

   En una esfera de radio $4\ cm$ se perfora un hueco cilíndrico de radio $\sqrt{12}\ cm$ y cuyo eje es un diámetro de la esfera. Calcule el volumen del sólido hueco, aplicando el método de las arandelas.

5. (6 PUNTOS)

   En una esfera de radio $9\ cm$ se perfora un hueco cilíndrico de radio $\sqrt{17}\ cm$ y cuyo eje es un diámetro de la esfera. Calcule el volumen del sólido hueco, aplicando el método de las arandelas.