

AÑO:	2021 - 2022	PERIODO:	PAO - I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Carlos Martin, Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	31-Agosto-2021

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ....., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ..... NÚMERO DE MATRÍCULA: ..... PARALELO: .....

**Indicaciones generales:** Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura en cada imagen de hoja. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

**Tema 1** (30 puntos). La cantidad de masa transportada, **M**, por un tubo durante cierto periodo de tiempo se calcula con:

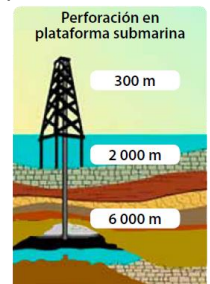
Donde  $M$  = masa (mg),  
 $t_1$  = tiempo inicial (min),  
 $t_2$  = tiempo final (min),  
 $Q(t)$  = tasa de flujo ( $m^3/min$ ), y  
 $c(t)$  = concentración ( $mg/m^3$ ).

$$M = \int_{t_1}^{t_2} Q(t)c(t) dt$$

Las representaciones funcionales siguientes definen las variaciones temporales en el flujo y la concentración:

$$Q(t) = 9 + 4 \cos^2(0.4t)$$

$$c(t) = 5e^{-0.5t} + 2e^{-0.15t}$$



- Determine la masa transportada entre  $t_1 = 2$  min y  $t_2 = 8$  min, usando integración numérica de Simpson 1/3 con al menos 6 tramos.
- Estime la cota de error para el literal anterior.
- Recomiende y justifique cómo mejorar el resultado de lo calculado de forma numérica.

**Rúbrica:** Planteamiento (5 puntos), iteración con expresiones completas (10 puntos), tamaño de paso (5 puntos), cota error (5 puntos), literal c (5 puntos)

**Referencia:** Chapra ejercicio 22.14 p667. ¿Cómo funciona una refinera? <https://youtu.be/tFJ064TLW4E>  
 ¿Cómo lo hacen? - Extracción de petróleo - DiscoveryMAX en Español <https://youtu.be/ua8u3iSFqsc>

**Tema 2.** (30 puntos) “La tilapia es un pescado que muestra crecimiento en su consumo” y producción en el país.

La actual situación comercial es estable y sin bajas en el precio.

“Santo Domingo es una provincia con una buena cantidad de piscinas para su cultivo. Aunque lo comercializan al fresco, ya que no tienen el equipo para empaquetar para exportación.”



Suponga una piscina de cultivo donde no existen depredadores y con alimento suficiente para que los peces no luchen por la comida.

Los peces se **capturan** a intervalos periódicos descritos por la función  $h(t)$  mostrada, con  $a=0.9$  y  $b=0.75$ , constantes  $a > b$  y  $t > 0$  el tiempo en años.

$$h(t) = a + b \sin(2\pi t)$$

Se supone que los peces crecen con un ritmo proporcional a su población, entonces la ecuación diferencial  $dy/dt$  modela la población de tilapias en el tiempo y  $r=1$  la tasa neta de crecimiento sin captura. Suponga  $y(0)=1$

$$\frac{\delta y(t)}{\delta t} = r y(t) - h(t)$$

- Realice el **planteamiento** de la solución usando Runge-Kutta 4to orden, para  $n=12$  meses o tramos.

b) **Aproxime** considerando  $h=1/12$  y realice 2 pasos usando Runge-Kutta de 2do orden, escriba las expresiones completas para los cálculos.

c) Usando el algoritmo, determine si el negocio de cultivo de tilapia con la estrategia de captura  $h(t)$  es sostenible en el tiempo. Recomiende y justifique sus conclusiones observando el comportamiento para al menos 2 años (24 meses).

**Rúbrica:** Planteamiento del problema (5 puntos), uso del método de 4to orden (10 puntos), iteraciones con método de segundo orden (10 puntos). literal c (5 puntos)

**Referencia:** El consumo de la tilapia, más económica que la carne, crece en Ecuador. Eluniverso.com. Septiembre 5,2018.  
<https://www.eluniverso.com/noticias/2018/09/05/nota/6938243/consumo-tilapia-mas-economica-que-carne-crece-ecuador/>  
 Como empezar un Cultivo de Peces - Piscicultura - TvAgro por Juan Gonzalo Angel. <https://www.youtube.com/watch?v=97qIOPSpXCc>

**Tema 3.** (40 puntos) Considere la siguiente ecuación diferencial parcial con valores en la frontera (PVF):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$0 < x < 1/2$$

$$0 < y < 1/2$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1/2$$

$$u(0, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1/2$$

$$u(x, 1/2) = 200x, \quad 0 \leq x \leq 1/2$$

$$u(1/2, y) = 200y, \quad 0 \leq y \leq 1/2$$

Use el método de diferencias finitas para aproximar la solución del PVF anterior tomando como tamaño de paso

$$h = k = \frac{1}{6}$$

**Recuerde:** presentar la malla, etiquetando cada eje con valores referenciales de los puntos seleccionados, presentar el planteamiento completo del ejercicio, usar expresiones completas en el desarrollo de cada uno de los pasos.

**Rúbrica:** Aproximación de las derivadas parciales (5 puntos), construcción de la malla (10), construcción del sistema lineal (20), resolución del sistema (5 puntos).