



<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO ACADÉMICO:</b> 1	<b>COMPONENTE TEÓRICO</b>	
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES <b>COORDINADOR:</b> Antonio Chong Escobar	<b>PROFESORES:</b> Paralelos 01 & 02: Antonio Chong Escobar Paralelos 03, 04, 05, 06: Hernando Sánchez Caicedo	EXAMEN (50 Puntos)	
		PROM. LECCIONES + PROM. PRUEBAS DE LECTURA (50 Puntos)	
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 05 DE JULIO DE 2021	<b>TOTAL (100 Puntos)</b>	

**Para que el examen del estudiante sea calificado:**

**Antes de iniciar el examen**, el estudiante debe imprimir esta página o escribirla a mano, completarla, tomarle una foto en disposición vertical, convertirla en un documento con formato PDF, y enviarla a través de la plataforma indicada por el profesor como un archivo con el nombre:

**Paralelo ## Primer Apellido Primer Nombre Ex1 CH**

**COMPROMISO DE HONOR**

**Como estudiante de la asignatura, reconozco que en la presente evaluación:**

- 1) debo **ubicar la cámara de mi dispositivo**, como laptop o tablet, de forma que los profesores encargados de la evaluación tengan una visión panorámica de mi persona, las hojas en las que voy a desarrollar los temas y la pantalla del dispositivo en el que mantendré abierta la plataforma que contiene los temas de la evaluación. Además, tendré **suficiente iluminación** para que mi rostro sea visible. **En el caso de que no ubique mi cámara correctamente o mi rostro no sea visible**, tendré una penalización del 100% de la calificación de la evaluación.
- 2) **estoy autorizado a comunicarme sólo con** los profesores responsables de la recepción de la evaluación.
- 3) el uso de **teléfono celular sólo es permitido para** tomar fotos de mis resoluciones escritas a mano que subiré a la plataforma establecida por el profesor de la asignatura en los formatos requeridos.
- 4) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con alguna otra persona de forma presencial o a través de un instrumento de comunicación, como un teléfono celular o una laptop.
- 5) **no debo usar** gafas, gorras, ni audífonos; y mis manos estarán siempre visibles.
- 6) **no estoy autorizado a consultar** en material de apoyo alguno, como apuntes o libros.
- 7) **no debo usar calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos, como laptops o tablets.
- 8) **los temas los debo desarrollar de manera** ordenada y clara, siguiendo todos los lineamientos establecidos por el profesor.
- 9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores tendrá como consecuencia el envío de un informe a la comisión de disciplina, para las sanciones correspondientes.

**ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR**

Yo, \_\_\_\_\_,

*firmo a continuación, como constancia de haber leído y aceptado todos los 9 ítems del compromiso de honor.*

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni deajo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

Ubicar aquí una identificación que tenga su foto, como cédula, carné ESPOL o licencia de conducir, para proceder a tomar la foto de la presente página.

## VERSIÓN EVALUADA AL PARALELO 01

### **Parte A (formato: escrito) - (20 Puntos) - (45 minutos)**

**Observación:** Explique cada paso realizado en sus soluciones.

#### **Tema 1 (10 Puntos)**

Determine la serie de Taylor centrada en  $c = -1$  para  $g(x) = 8^x$  y utilice el resultado para obtener la serie de Taylor centrada en  $c = -1/2$  para  $h(x) = 8^{2x}$ . Luego, halle el intervalo y radio de convergencia de la serie obtenida para  $h(x)$ . Suponga que la serie de  $h(x)$  converge a  $h(x)$ . A continuación, determine una aproximación para  $\int_{-1/2}^1 8^{2x} dx$ , utilizando el polinomio de Taylor de grado 2 centrado en  $c = -1/2$  de  $h(x)$ . Finalmente, usando la derivada de la serie de  $h(x)$ , determine, de ser posible, el valor de suma de la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^n(8)}{4(n-1)!} 2^{n-1}$ .

#### **Tema 2 (10 Puntos)**

En un juego de tenis, la fuerza ejercida sobre la pelota con las cuerdas de una raqueta causa dos movimientos: uno de traslación que desplaza la pelota hacia adelante y otro de rotación que hace girar la pelota sobre sí misma. Considere que en un juego de tenis la pelota ha sido golpeada de tal forma que la razón a la que cambia su ángulo de rotación con respecto al tiempo es inversamente proporcional al mismo ángulo y considere que el ángulo de rotación es positivo. Si al momento del golpe con la raqueta el ángulo de rotación de la pelota es de 1 radián y 1 segundo después del golpe el ángulo es de  $7/2$  radianes:

- ¿Cuántos radianes ha girado la pelota sobre sí misma luego de 5 segundos de haber sido impactada por la raqueta?
- Si la pelota rebota en el lado del oponente luego de haber girado 4 radianes desde el momento que es impactada por la raqueta, el oponente no devolverá la pelota correctamente. ¿A partir del golpe con la raqueta, en qué tiempo debería rebotar la pelota para que esta situación ocurra?

### **Parte B (formato: oral) - (15 Puntos) - (1.5 minutos)**

El estudiante debe realizar temas conceptuales seleccionados aleatoriamente del siguiente banco.

#### **Banco para EDO de 2do orden**

Este banco contiene temas como los siguientes:

- 1) Explique cómo se resuelven las EDO de 2do orden en las que está ausente la variable dependiente  $y$ .
- 2) Enuncie la definición de una ecuación diferencial de 2do orden y proporcione un ejemplo que sea lineal.
- 3) Enuncie el teorema de Abel y explique su demostración de forma resumida.
- 4) Enuncie la definición de EDO lineal de coeficientes constantes y proporcione un ejemplo.
- 5) Explique qué es el Wronskiano, cómo se lo calcula y para qué sirve.

### **Parte C (formato: video) - (15 Puntos) - (73.5 minutos)**

Cada video es calificado si cumple con la duración mínima y máxima asignada, no está formado por la fusión de varios videos, y muestra al estudiante realizando el tema en una pizarra o papelógrafos no virtuales, usando marcadores, con letra visible y sin utilizar material de apoyo alguno.

#### **Video 1 (con duración mínima de 7 minutos y máxima de 13 minutos) (5 Puntos)**

**Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta.**

Sea  $f(x) = \ln(5x + 5\sqrt{x^2 + 1})$ , entonces aplicando el criterio de comparación en el límite se puede concluir que la serie  $\sum_{k=1}^{\infty} f'(k^n)$  es divergente para  $0 < n < 1$ .

#### **Video 2 (con duración mínima de 12 minutos y máxima de 18 minutos) (5 Puntos)**

Considere la ecuación diferencial ordinaria  $3xy^4 dy = (x^5 + y^5) dx$ . Explique por qué esta ecuación es de tipo Bernoulli y resuélvala con el procedimiento correspondiente a este tipo de ecuaciones.

#### **Video 3 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)**

Obtenga la solución  $y(x)$  del siguiente problema de valor inicial, usando el cambio de variable  $z = x + 3$ , con lo cual el problema puede ser resuelto primero para  $y(z)$ .

$$(x + 3)^2 y''(x) + (x + 3) y'(x) - 9y(x) = 0; \quad x \in [0, +\infty); \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

## VERSIÓN EVALUADA AL PARALELO 02

### **Parte A (formato: escrito) - (20 Puntos) - (45 minutos)**

**Observación:** Explique cada paso realizado en sus soluciones.

#### **Tema 1 (10 Puntos)**

Determine la serie de potencias de  $f(x) = \arctan(x)$  a partir de la serie geométrica  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}; |x| < 1$ , y con el resultado obtenido deduzca la serie de potencias de  $g(x) = f(x)/x^2$ . A continuación, halle el intervalo de convergencia de la serie de potencias de  $g(x)$ , usando el criterio del cociente absoluto. Finalmente, usando la derivada de la serie de  $g(x)$ , determine, de ser posible, el valor de suma de la serie numérica  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)(-1)^n(3)^{2-2n}}{2n+1}$ .

#### **Tema 2 (10 Puntos)**

Considere que la tasa a la que cambia la temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura del ambiente, donde esta última se considera constante. Si una barra metálica, con temperatura inicial de 21°C, cae en un recipiente de agua que de forma constante se mantiene hirviendo (100°C), y se conoce que la temperatura de la barra aumenta 3°C en dos segundos, obtenga una expresión para la temperatura de la barra en el instante  $t$ . Además, determine cuánto tiempo debe transcurrir desde que la barra cae en el recipiente a fin de que alcance una temperatura de 73 °C.

### **Parte B (formato: oral) - (15 Puntos) - (1.5 minutos)**

El estudiante debe realizar temas conceptuales seleccionados aleatoriamente del siguiente banco.

#### **Banco para EDO de 2do orden**

Este banco contiene temas como los siguientes:

- 1) Explique cómo se resuelven las EDO de 2do orden en las que está ausente la variable dependiente  $y$ .
- 2) Enuncie la definición de una ecuación diferencial de 2do orden y proporcione un ejemplo que sea lineal.
- 3) Enuncie el teorema de Abel y explique su demostración de forma resumida.
- 4) Enuncie la definición de EDO lineal de coeficientes constantes y proporcione un ejemplo.
- 5) Explique qué es el Wronskiano, cómo se lo calcula y para qué sirve.

### **Parte C (formato: video) - (15 Puntos) - (73.5 minutos)**

Cada video es calificado si cumple con la duración mínima y máxima asignada, no está formado por la fusión de varios videos, y muestra al estudiante realizando el tema en una pizarra o papelógrafos no virtuales, usando marcadores, con letra visible y sin utilizar material de apoyo alguno.

#### **Video 1 (con duración mínima de 7 minutos y máxima de 13 minutos) (5 Puntos)**

**Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta.**

Sea  $f(x) = \ln(5x + 5\sqrt{x^2 + 1})$ , entonces aplicando el criterio de comparación en el límite se puede concluir que la serie  $\sum_{k=1}^{\infty} f'(k^n)$  es divergente para  $0 < n < 1$ .

#### **Video 2 (con duración mínima de 12 minutos y máxima de 18 minutos) (5 Puntos)**

Considere la ecuación diferencial ordinaria  $3xy^4 dy = (x^5 + y^5) dx$ . Explique por qué esta ecuación es de tipo Bernoulli y resuélvala con el procedimiento correspondiente a este tipo de ecuaciones.

#### **Video 3 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)**

Obtenga la solución  $y(x)$  del siguiente problema de valor inicial, usando el cambio de variable  $z = x + 3$ , con lo cual el problema puede ser resuelto primero para  $y(z)$ .

$$(x + 3)^2 y''(x) + (x + 3) y'(x) - 9y(x) = 0; \quad x \in [0, +\infty); \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

## VERSIÓN EVALUADA A LOS PARALELOS 03, 04, 05 Y 06

### Temas de opción múltiple

De cada banco de preguntas, la plataforma AulaVirtual selecciona aleatoriamente una pregunta para el estudiante.

#### **Banco 1 de sucesiones (2 puntos)**

A1.1.- Para la siguiente sucesión determine si converge o diverge y su límite cuando  $n \rightarrow \infty$ .

$$-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, -\frac{3}{8}, \frac{4}{11}, -\frac{5}{14}, \dots$$

- a.- Diverge, no tiene límite.      b.- Converge a cero      c.- Converge a 1/3      d.- Converge a -1/3

A1.2.- Para la siguiente sucesión determine si converge o diverge y su límite cuando  $n \rightarrow \infty$ .

$$1, \frac{1}{1-1/2}, \frac{1}{1-2/3}, \frac{1}{1-3/4}, \frac{1}{1-4/5}, \dots$$

- a.- Diverge, su límite es infinito.      b.- Converge a cero      c.- Converge a 1/3      d.- Converge a -1/3

A1.3.- Para la siguiente sucesión determine si converge o diverge y su límite cuando  $n \rightarrow \infty$ .

$$1, \frac{2}{2^3-1^2}, \frac{3}{3^2-2^2}, \frac{4}{4^2-3^2}, \frac{5}{5^2-4^2}, \dots$$

- a.- Converge, su límite es 0.5      b.- Diverge su límite es infinito.      c.- Converge a cero.      d.- Diverge, no tiene límite.

#### **Banco 1 de series numéricas (2 puntos)**

A2.1.- Si para aproximar la suma de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$  se coge sus ocho primeros términos, ¿cuál sería el error estimado para la suma?

- a.-  $E \leq 0.333$       b.-  $E \leq 0.003$       c.-  $E \leq 0.316$       d.-  $E = \infty$  La serie diverge.

A2.2.- Analice la convergencia de la serie  $\frac{1}{\sqrt{2}-2} - \frac{1}{\sqrt{2}+2} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{1}{\sqrt{4}-2} - \frac{1}{\sqrt{4}+2} \dots$  y determine su suma.

- a.- Diverge, Suma es infinita.      b.- Converge, Suma es cero.      c.- Converge, suma es 0.5      d.- Converge, suma es  $1/\sqrt{2}$

A2.3.- Si para aproximar la suma de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}$  se coge sus ocho primeros términos, ¿cuál sería el error estimado para la suma?

- a.-  $E \leq 0.110$       b.-  $E \leq 0.9$       c.-  $E \leq 0.316$       d.-  $E = \infty$  La serie diverge.

#### **Banco 1 de series de potencias (3 puntos)**

A3.1.- ¿Cuál sería el polinomio de Mclaurin de orden 3 para la función  $f(x) = -\ln(1-x)$ ?

- a.-  $P_3 = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$       b.-  $P_3 = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$       c.-  $P_3 = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$       d.-  $P_3 = -x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$

A3.2.- ¿Cuál sería el polinomio de Mclaurin de orden 3 para la función  $f(x) = \text{sen}(3x)$ ?

- a.-  $P_3 = 3x - \frac{27x^3}{6}$       b.-  $P_3 = 2x - \frac{4x^3}{3}$       c.-  $P_3 = 1 + 3x - \frac{27x^3}{2}$       d.-  $P_3 = -x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$

A3.3.- ¿Cuál sería el polinomio de Mclaurin de orden 3 para la función  $f(x) = \text{senh}(2x)$ ?

- a.-  $P_3 = 2x + \frac{4x^3}{3}$       b.-  $P_3 = 2x - \frac{4x^3}{3}$       c.-  $P_3 = 1 + 2x - \frac{4x^3}{3}$       d.-  $P_3 = -x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$

#### **Banco 1 de EDO de 1er orden (3 puntos)**

A4.1.- ¿En qué lugar del plano XY las tangentes a las soluciones de la ecuación  $y' = 3 - 2y$  forman 45 grados con el eje horizontal?

- a.- Sobre la recta  $y=1$       b.- Sobre la recta  $y=x$       c.- Sobre la recta  $y=3$       d.- Sobre la recta  $x+y=1$

A4.2.- ¿En qué lugar del plano XY las tangentes a las soluciones de la ecuación  $y' = 3 - 2y$  forman 135 grados con el eje horizontal?

- a.- Sobre la recta  $y=2$       b.- Sobre la recta  $y=x$       c.- Sobre la recta  $y=3$       d.- Sobre la recta  $x+y=1$

A4.3.- ¿En qué lugar del plano XY las tangentes a las soluciones de la ecuación  $y' = 3x - 2y$  forman 0 grados con el eje horizontal?

- a.- Sobre la recta  $y=3x/2$       b.- Sobre la recta  $y=3x$       c.- Sobre la recta  $y=2x/3$       d.- Sobre la recta  $x+y=1$

#### **Banco 2 de EDO de 1er orden (3 puntos)**

A5.1.- Encuentre la solución para la ecuación, que pase por el punto indicado:  $y' + y^2 = 0$        $P(1,1)$        $x > 0$

- a.-  $y=1/x$       b.-  $y=1/(2-x)$       c.-  $y=2-x$       d.-  $y=x$

A5.2.- Encuentre la solución para la ecuación, que pase por el punto indicado:  $yy' + x = 0$        $P(0,1)$

- a.-  $x^2 + y^2 = 1$       b.-  $x^2 + y^{-2} = 1$       c.-  $x^2 = y^2 - 1$       d.-  $x = y^{-1} - 1$

A5.3.- Encuentre la solución para la ecuación, que pase por el punto indicado:  $y' + 2xy = 0$   $P(0,1)$

- a.-  $y = e^{-x^2}$     b.-  $x^2 + y^{-2} = 1$     c.-  $x^2 = y^2 - 1$     d.-  $x = y^{-1} - 1$

**Banco 3 de EDO de 1er orden (2 puntos)**

A6.1.- Para el problema siguiente, sin resolverlo, determine el intervalo en que la solución es válida:

$$xy' + \frac{2}{x-2}y = x^2 + 1 \quad y(1) = 0$$

- a.-  $0 < x < 2$     b.-  $0 < x < \infty$     c.-  $-\infty < x < 0$     d.-  $-\infty < x < 2$

A6.2.- Para el problema siguiente, sin resolverlo, determine el intervalo en que la solución es válida:

$$y' + \cot(x)y = 2\csc(x) \quad y(-1) = 1$$

- a.-  $-\pi < x < 0$     b.-  $0 < x < \infty$     c.-  $-\infty < x < 0$     d.-  $-\infty < x < \pi$

A6.3.- Para el problema siguiente, sin resolverlo, determine el intervalo en que la solución es válida:

$$x(4+x)y' + 2(2+x)y = 1 + 3x^2 \quad y(-1) = 1$$

- a.-  $-4 < x < 0$     b.-  $-2 < x < \infty$     c.-  $-\infty < x < -4$     d.-  $-\infty < x < 2$

**Banco 4 de EDO de 1er orden (3 puntos)**

A7.1.- La ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$  no es de variables separables. Usando el cambio de variable apropiado,  $v=f(x,y)$ , encuentre la ecuación de variables separables correspondiente.

- a.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $dv = \frac{dx}{x}$     b.-  $v = x + y$ ;  $(1+x)dx = dv$     c.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $xdx = vdv$     d.-  $v = x + y$ ;  $(1+v)dv = dx$

A7.2.- La ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$  no es de variables separables. Usando el cambio de variable apropiado,  $v=f(x,y)$ , encuentre la ecuación de variables separables correspondiente.

- a.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $\frac{1+v}{v^2}dv + \frac{dx}{x} = 0$     b.-  $v = x + y$ ;  $(1+v)dv + \frac{dx}{x} = 0$   
 c.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $\frac{1}{v^2}dv + \frac{dx}{x} = 0$     d.-  $v = x + y$ ;  $v^2dv + \frac{dx}{x} = 0$

A7.3.- La ecuación diferencial  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{x+y}$  no es de variables separables. Usando el cambio de variable apropiado,  $v=f(x,y)$ , encuentre la ecuación de variables separables correspondiente.

- a.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $\frac{1}{v^2+v-1}dv + \frac{dx}{x} = 0$     b.-  $v = x + y$ ;  $(1+v)dv + \frac{dx}{x} = 0$   
 c.-  $v = \frac{y}{x}$ ;  $\frac{1+v}{v^2}dv + \frac{dx}{x} = 0$     d.-  $v = x + y$ ;  $v^2dv + \frac{dx}{x} = 0$

**Banco 1 de EDO de 2do orden (3 puntos)**

A8.1.- Para la ecuación diferencial  $y'' + y' - 2y = 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

- a.-  $y_1 = e^{-2x}$   $y_2 = e^x$   $W = 3e^{-x}$     b.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$   
 c.-  $y_1 = x^{-2}$   $y_2 = x$   $W = 3x^{-2}$     d.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$

A8.2.- Para la ecuación diferencial  $y'' - 2y' - 3y = 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

- a.-  $y_1 = e^{3x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -4e^{2x}$     b.-  $y_1 = e^{-3x}$   $y_2 = e^x$   $W = 4e^{-2x}$   
 c.-  $y_1 = x^{-2}$   $y_2 = x$   $W = 3x^{-2}$     d.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$

A8.3.- Para la ecuación diferencial  $6y'' - 5y' + y = 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

- a.-  $y_1 = e^{x/3}$   $y_2 = e^{x/2}$   $W = \frac{1}{6}e^{5x/6}$     b.-  $y_1 = e^{-3x}$   $y_2 = e^x$   $W = 4e^{-2x}$   
 c.-  $y_1 = x^{-2/x}$   $y_2 = x$   $W = 3x^{-2}$     d.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$

**Banco 2 de EDO de 2do orden (3 puntos)**

A9.1.- Para la ecuación diferencial  $y'' - 6y' + 9y = 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

- a.-  $y_1 = e^{3x}$   $y_2 = xe^{3x}$   $W = e^{6x}$     b.-  $y_1 = e^{-3x}$   $y_2 = e^{3x}$   $W = 6$   
 c.-  $y_1 = x^{3x}$   $y_2 = x$   $W = 3x^{-2}$     d.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$

A9.2.- Para la ecuación diferencial  $x^2y'' + 2xy' = 0$   $x > 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

- a.-  $y_1 = 1$   $y_2 = x^{-1}$   $W = -x^{-2}$     b.-  $y_1 = e^{-3x}$   $y_2 = e^x$   $W = 4e^{-2x}$   
 c.-  $y_1 = x^{-2/x}$   $y_2 = x$   $W = 3x^{-2}$     d.-  $y_1 = e^{2x}$   $y_2 = e^{-x}$   $W = -3e^x$

A9.3.- Para la ecuación diferencial  $y'' + 4y = 0$ , encuentre dos soluciones linealmente independientes y el wronskiano de las soluciones.

$$\begin{array}{ll} \text{a.- } y_1 = \sin(2x) & y_2 = \cos(2x) & W = -2 \\ \text{c.- } y_1 = e^{-x/2} & y_2 = e^{x/2} & W = 2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b.- } y_1 = e^{-2x} & y_2 = e^{2x} & W = 4 \\ \text{d.- } y_1 = e^{2x} & y_2 = e^{-x} & W = -3e^x \end{array}$$

### **Temas de desarrollo**

De cada banco de preguntas, la plataforma AulaVirtual selecciona aleatoriamente una pregunta para el estudiante.

#### **Banco 1 de sucesiones (6 puntos)**

B1.1.- Para la sucesión dada, a) (3 puntos) demuestre que es creciente (o decreciente) y acotada, b) (3 puntos) encuentre su límite.

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{a_n}{2}$$

B1.2.- Para la sucesión dada, a) (3 puntos) demuestre que es creciente (o decreciente) y acotada, b) (3 puntos) encuentre su límite.

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 1 + \frac{a_n}{2}$$

B1.3.- Para la sucesión dada, a) (3 puntos) demuestre que es creciente (o decreciente) y acotada, b) (3 puntos) encuentre su límite.

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2 + \frac{a_n}{2}$$

#### **Banco 1 de EDO de 1er orden (10 puntos)**

B2.1.- Dada la ecuación diferencial, con el cambio de variable apropiado, transfórmela en una ecuación lineal.

$$x^2 y' - 2xy - y^3 = 0$$

B2.2.- Dada la ecuación diferencial, con el cambio de variable apropiado, transfórmela en una ecuación lineal.

$$x^2 y' - 2xy - \sqrt{y} = 0$$

B2.3.- Dada la ecuación diferencial, con el cambio de variable apropiado, transfórmela en una ecuación lineal.

$$2xy' - x^2 y - y^{-2} = 0$$

#### **Banco 2 de EDO de 2do orden (10 puntos)**

B3.1.- Para la ecuación diferencial se conoce una solución. Encuentre una segunda solución linealmente independiente con la primera.

$$x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0 \quad x > 0 \quad y_1(x) = x$$

B3.2.- Para la ecuación diferencial se conoce una solución. Encuentre una segunda solución linealmente independiente con la primera.

$$(1 - x \cot(x))y'' - xy' + y = 0 \quad 0 < x < \pi \quad y_1(x) = x$$

B3.3.- Para la ecuación diferencial se conoce una solución. Encuentre una segunda solución linealmente independiente con la primera.

$$x^2 y'' + xy' - 9y = 0 \quad 0 < x \quad y_1(x) = x^{-3}$$