**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | | | |
|---|---|---|---|
| AÑO: | 2021 - 2022 | PERIODO: | PAO - I |
| MATERIA: | MATG1052 Métodos Numéricos | PROFESOR: | Carlos Martin, Edison Del Rosario |
| EVALUACIÓN: | 3era Evaluación | FECHA: | 14-Septiembre-2021 |

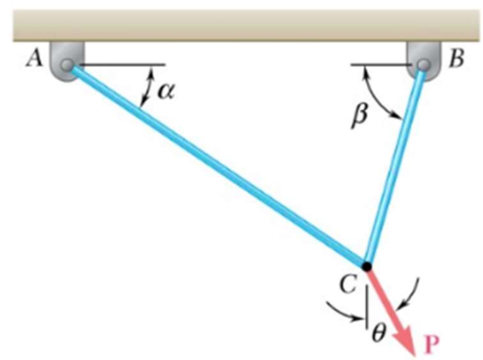
**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ……………………………………………………………………………………………………………………., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ………………………………………………………………… NÚMERO DE MATRÍCULA: ……………………….. PARALELO: ………

***Indicaciones generales**: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura en cada imagen de hoja. Todos los temas **deben ser desarrollados*** para la forma analítica, con lápiz y papel, *con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.*

**Tema 1**. (20 puntos) Una carga P está sostenida por dos cables como se muestra en la figura.




Las ecuaciones de equilibrio del sistema corresponden a:

$$\sum^{n} F_x = 0 \qquad -T_{CA} \cos \alpha + T_{CB} \cos \beta + P \sin \theta = 0$$

$$\sum^{n} F_y = 0 \qquad T_{CA} \text{ sen } \alpha + T_{CB} \text{ sen } \beta - P \cos \theta = 0$$

Se requiere determinar la tensión en cada cable para cualquiera de los valores de P y θ que se encuentran desde $\theta_1=\beta-90^0$ hasta $\theta_2=90^0-\alpha$ , con incrementos dados Δθ.

Usando un algoritmo numérico con método directo para solución de un sistema de ecuaciones, determine para los siguientes conjuntos de números: La tensión en cada cable para los valores de θ que van de $\theta_1$ a $\theta_2$.

$\alpha = 35^0$, $\beta = 75^0$, P = 400 lb, $\Delta\theta = 5^0$
$\alpha = 50^0$, $\beta = 30^0$, P = 600 lb, $\Delta\theta = 5^0$
$\alpha = 40^0$, $\beta = 60^0$, P = 2500 lb, $\Delta\theta = 5^0$

***Nota***: Observe que los valores de ángulos están presentados en grados sexagesimales

***Referencia***: Ferdinand P.Beer, E. Johnston, E. Eisenberg. 9va Ed. Cap2. Ejercicio 2.C4 Mecánica vectorial para ingenieros – Estática
***Rúbrica***: Planteamiento del problema (5 puntos), desarrollo del método directo (10 puntos), algoritmo (5 puntos)

**Tema 2**. (20 puntos) Continuando con el ejercicio del tema anterior de la carga con dos cables, se requiere encontrar:

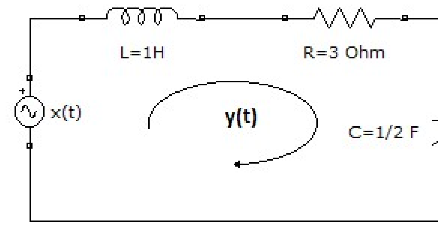
a) El valor de θ para el cual la tensión en los dos cables es la mínima posible. Use un algoritmo para encontrar las raíces, es decir $T_{CA}=T_{CB}$
b) Desarrolle al menos 2 iteraciones
c) El valor correspondiente de la tensión.

**Nota**: Plantear la solución del problema anterior como una función en Python, para usarla como parte del desarrollo de éste tema

***Rúbrica***: Planteamiento completo del ejercicio (5 puntos), desarrollo de expresiones (10 puntos), literal b (5 puntos)

**Tema 3**. (30 puntos) Para un circuito eléctrico mostrado en la figura, conocido también como un sistema LTIC (lineal continuo invariante en el tiempo), la "**respuesta a entrada cero**" corresponde al comportamiento de la corriente y(t) cuando no se aplica una señal de entrada **x(t) = 0**.

La expresión que describe la relación de entrada x(t) y salida y(t) que permite analizar el sistema en un intervalo de tiempo es:




$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} + 3\frac{\delta y}{\delta t} + 2y(t) = \frac{\delta x}{\delta t} = 0$$

Los componentes inductores y capacitores almacenan energía representada como condiciones iniciales $y_0(t) = 0$ , $y'_0(t) = -5$

Considere como de interés el intervalo de tiempo entre [0,6] con al menos 60 tramos.

a) Realice el planteamiento para encontrar y(t) con las condiciones dadas, usando el método de Runge-Kutta de 2do orden

b) Desarrolle tres iteraciones con expresiones y valores, mostrando el uso del método anterior.

***Referencia***: Lathi B.P and Green R.A.(2018). Capítulo 2.1 p151.Linear Systems and Signals Third Edition. Oxford University Press.

***Rúbrica***: Planteo de ejercicio para el método requerido (5 puntos), tamaño de paso (5 puntos), iteraciones completas (15 puntos), desarrollo algorítmico, gráfica (5 puntos)

**Tema 4**. (30 puntos) Aproximar el siguiente integral usando Cuadratura Gaussiana

a) Usado dos segmentos o tramos, y para dos puntos, n=2
b) compare sus resultados con n=3
c) Calcule error entre resultados

$$\int_0^{\pi/4} x^2 \sin(x)\, dx$$

***Referencia***: Burden 8th Edition. Ejercicios 4.7 d.

**Rúbrica**: Planteo del ejercicio (5 puntos), literal a, con expresiones y valores completos (10 puntos), literal b, con n=3 (10 puntos). literal c (5 puntos).