

AÑO:	2021 - 2022	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario, Eduardo Rivadeneira.
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	25-Enero-2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esférico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

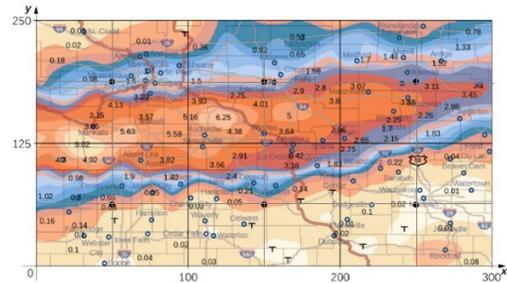
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Tema 1 (30 puntos) Un mapa asociado al clima muestra los resultados de precipitación que dejó a su paso el Huracán Karl en el año 2010. Se registró entre 4 a 8 pulgadas de lluvia.

El área en observación tiene una extensión de 300 millas de este a oeste y 250 millas de norte a sur.

$f(x_i, y_j)$	1	2	3	4	5	6
1	0.02	0.36	0.82	0.65	1.7	1.52
2	3.15	3.57	6.25	5	3.88	1.8
3	0.98	0.98	2.4	1.83	0.04	0.01
4	0.4	0.04	0.03	0.03	0.01	0.08



Para las mediciones, se divide el área del mapa en 6 tramos para el eje x , 4 tramos para el eje y , con lo que se encuentran los valores presentados en la tabla.

a) Determine los valores para $\Delta x, \Delta y$.

b) Estime al promedio de precipitación lluviosa en toda el área para los datos registrados para dos días, usando la forma compuesta de Simpson.

$$f_{promedio} = \frac{1}{A_R} \iint_R f(x, y) \delta x \delta y$$

c) Calcule el error del integral

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b, con **expresiones detalladas** para cada eje (20 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: Stewart. Calculus Example 15.1.10: Calculating Average Storm Rainfall.

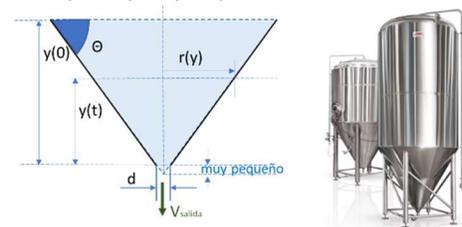
Tema 2. (30 puntos) Los embudos cónicos se usan en la industria de bebidas, por ejemplo para el llenado de botellas y tanques de almacenamiento.

Para la sección correspondiente al embudo cónico mostrado en la figura, se tiene como nivel inicial $y(0) = 150$ mm, diámetro de salida $d = 10$ mm, la gravedad es 9.8 m/s², siendo $\Theta = \pi/4$.

Usando los conceptos de flujo volumétrico $q = A V_{salida}$, siendo A el área transversal del embudo, $\Delta V = q \Delta t$, la pérdida de volumen

$\Delta V = -(\pi r^2) \Delta y$, que $\tan \Theta = y/r$, con la fórmula de Bernoulli

$V_{salida} = \sqrt{2gy}$. Al sustituir en las ecuaciones se tiene:



$$-\pi y(t)^2 \Delta y = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g y(t)} \Delta t$$

$$\frac{\delta y(t)}{\delta t} + \frac{d^2}{4} \sqrt{2g y(t)} \left[\frac{\tan \theta}{y(t)} \right]^2 = 0$$

Reordenando se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria.

a) Plantee el la solución para $y(t)$, usando el método de Runge-Kutta de 2do orden

b) Desarrolle al menos 3 iteraciones del método con sus expresiones completas. Considere $h = 0.5$

c) usando el algoritmo, encuentre el tiempo en que se vacía el embudo.

Nota: Considere revisar las unidades de medida de cada parámetro

Rúbrica: Planteamiento del problema (5 puntos), literal b. uso del método de 2do orden (10 puntos), iteraciones (10 puntos). literal c (5 puntos).

Referencias: Zill Dennis, Ecuaciones Diferenciales 9Ed, Ejercicios 1.3.14 p.29. Embudo. Materiales de laboratorio.

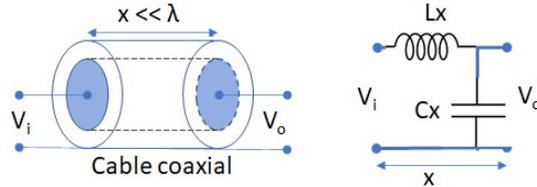
<https://materialeslaboratorio.com/embudo/>

Tema 3. (40 puntos) En una línea de transmisión eléctrica de longitud 200 m en forma de cable coaxial, que conduce una corriente alterna de alta frecuencia, para el ejercicio se considera la línea “sin pérdida” o sin resistencia equivalente. El voltaje V en el cable se describe por medio de:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

$$0 < x < 200$$

$$t > 0$$



Suponga que el voltaje satisface:

$$V(0, t) = V(200, t) = 0$$

$$V(x, 0) = 110 \sin \frac{\pi x}{200}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}(x, 0) = 0$$

Donde:

- $L = 0.1$ Faradios/m, es la inductancia por longitud unitaria y
- $C = 0.3$ Henrios/m es la capacitancia por longitud unitaria

Aplique un método numérico para encontrar voltaje o corriente usando $\Delta x = 10$, $\Delta t = 0.1$ y muestre:

- a. La grafica de malla
- b. Ecuaciones de diferencias divididas a usar
- c. Encuentre las ecuaciones considerando las condiciones dadas en el problema.
- d. Determine el valor de λ , agrupando las constantes durante el desarrollo, revise la convergencia del método.
- d. Resuelva para tres pasos
- e. Estime el error (solo plantear)
- f. Aproxime la solución para $t=0.2$ y $t=0.5$

Rúbrica: literal a (3 puntos), literal b (2 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), aplicación de condiciones iniciales (5 puntos), literal d (10 puntos), literal e (5 puntos). literal f, usando algoritmo (5 puntos)

Referencia: Burden 9Ed Ejercicios 12.3.8 p745

...